بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
ادارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

P J 9 T

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع + الرياضيات الإضافية (نفس الورقة الامتحانية) **مدة الامتحان :** ٣٠ د : ٣ س

الفرع : الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي والصناعي والفندقي والسياحي **اليوم والتاريخ :** الأربعاء ٢٠١٧/١/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علما بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٦ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية: (٨ علامات)

١) $\int \frac{س^{٢} - س هـ^{-س} + ١}{س}$ دس

٢) $\int \frac{٨س + ٤}{(س^{٢} + س - ١)^{٣}}$ دس

ب) إذا كان $\int_{-١}^{٢}$ ق(س) دس = ٢ ، $\int_{٢}^{٥}$ (١ - ق(س)) دس = ٧ ، فجد

$\int_{-١}^{٢}$ (ق(س) - ٦س^{٢}) دس (٥ علامات)

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص) يساوي (٤س^{٣} + $\frac{١}{س + هـ}$) ،

فجد قاعدة الاقتران ق علماً بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٠ ، ٣) (٣ علامات)

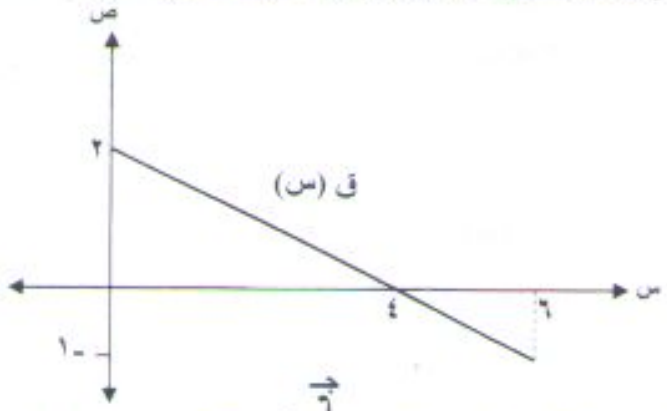
يتبع الصفحة الثانية //////

السـؤال الثاني: (١٤ علامة)

أ) جـد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س − س^{٢} والمستقيم ص = −٢

(٦ علامات)

ب) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على الفترة [٠ ، ٦]



جـد $\int_{٠}^{٦}$ ق(س) دس (٤ علامات)

ج) إذا كان ق اقتراناً متصلاً وكان ق(١) = ٣، ق(جـ) = ٨ ، $\int_{١}^{جـ}$ (ق$'$(س)−٢س) دس = جـ ،

فجـد قيمة (قيم) الثابت جـ (٤ علامات)

السـؤال الثالث: (١٦ علامة)

أ) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية تُعطى بالعلاقة ع (ن) = ٦(ن+١)^{٢} م/ث،

جد المسافة التي يقطعها الجُسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي ف (٠) = ٩ م

(٥ علامات)

ب) إذا كان اقتران (السعر − الطلب) لمنتج معيّن هو ع = ق(س) = ٦٠ − ٨ س

وكـــان اقتران (السعر − العرض) لهذا المنتج هو ع = هـ(س) = ١٠ + ٢س

فجـد فائض المنتج عند سعر التوزان. (٥ علامات)

ج) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة الآتية:

$(ن - ١)! = \frac{٢}{٣} \times ل(٦ ، ٤) - \binom{١٦}{٢}$ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

السـؤال الرابع: (١٨ علامة)

أ) مجموعة مكونة من (٦) معلمين و(٥) إداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون رئيس اللجنة إدارياً ونائبه معلماً. (٤ علامات)

ب) صندوق يحتوي على (٥) بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ٥، سُحبت من الصندوق بطاقتان على التوالي مع الإرجاع بطريقة عشوائية، إذا دلّ المتغير العشوائي س على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل رقماً زوجياً، فكوّن جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س (٦ علامات)

ج) إذا كانت أوزان (١٠٠٠٠) طالب تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي (٤٨) كغ، وانحرافه المعياري (٣) كغ، مـــا عدد الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين (٤٢) كغ و(٥١) كغ؟ (٨ علامات)

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يُمثّل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل (ز ≥ أ)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

أ) إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية ٩٠ ، ٧٥، والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما ٢ ، -١ على الترتيب، فجـد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف. (٤ علامات)

ب) يبيّن الجدول الآتي علامات ٥ طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص)، جـد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س) (٨ علامات)

العلوم (س)	٦	٧	٨	٥	٤
الرياضيات (ص)	٨	١٠	٥	٧	٥

ج) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٢) وكان $\sum_{ر=١}^{١٢} (س_ر - \bar{س})^٢ = ٣٦$ ،

$\sum_{ر=١}^{١٢} (ص_ر - \bar{ص})^٢ = ٦٤$ ، $\sum_{ر=١}^{١٢} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ١٦$ ،

فجـد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص (٤ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

١

أ) $\int \frac{س^٤ + ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٥}{س^٢} \, دس = \int (س^٢ + ٢س - ٣ + \frac{٥}{س^٢}) \, دس$

$= \frac{س^٣}{٣} + س^٢ - ٣س - \frac{٥}{س} + ج$

ب) $\int \frac{٨س + ٤}{(س^٢ + س - ١)^٣} \, دس$ ، نفرض أن $ص = س^٢ + س - ١$

$\frac{دص}{دس} = ٢س + ١$

$دص = (٢س + ١) \, دس$

$= \int \frac{٤}{ص^٣} \, دص = \int ٤ ص^{-٣} \, دص = \frac{٤ ص^{-٢}}{-٢} + ج$

$= -٢ (س^٢ + س - ١)^{-٢} + ج$

ج) $\int_{-١}^{١} (٢س - ٦س^٢) \, دس = \int_{-١}^{١} ٢س \, دس - \int_{-١}^{١} ٦س^٢ \, دس$

$= ٦ - \left[٢س^٣ \right]_{-١}^{١}$

$= ٦ - (٢(١) - ٢(-١))$

$= ٦ - (٢ + ٢)$

$= ٦ - ٤$

$= ٢$

$\int_{-١}^{١} (١ - ٨س) \, دس = ٧$

$\int_{-١}^{١} ١ \, دس - ٨ \int_{-١}^{١} س \, دس = ٧$

$س - ٨ \int_{-١}^{١} س \, دس = ٧$

$-٨ \int_{-١}^{١} س \, دس = ٧ - ٢$

$\int_{-١}^{١} س \, دس = -\frac{٥}{٨}$

$\int_{-١}^{١} = \int_{-١}^{٠} + \int_{٠}^{١}$

$٢ = -\frac{٥}{٨} + \int_{٠}^{١}$

$\int_{٠}^{١} = ٢ + \frac{٥}{٨} = \frac{٢١}{٨}$

د) $ق(س) = \int \frac{١}{س + ٥} \, دس \Leftarrow ق'(س) = \frac{١}{س + ٥}$

$ق(س) = \frac{٤ س^٣}{٣} + لو_{٥} (س + ٥) + ج$

$ق(٠) = ٤ + لو_{٥} (٠ + ٥) + ج = ٣$

$٠ + لو_{٥} ٥ + ج = ٣$

$١ + ج = ٣ \Leftarrow ج = ٢$

$ق(س) = س^٤ + لو_{٥} (س + ٥) + ٢$

٢

ب) $س - س^{٢} = ٢ - ٢ \Leftarrow س = ٢$ أو $س = -١$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠ \Leftarrow س = ٢$ أو $س = -١$

حجم $= \pi \int_{-١}^{٢} [(س^{٢} - س - ٢)^{٢} - (\frac{س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٢}}{٢} - ٢س)^{٢}]$ دس

$= \pi [(٤ + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}) - (٢ \times ٢ - \frac{٤}{٢} - \frac{٨}{٣})]$

$= \pi [(٤ + \frac{٥}{٢}) - (٦ - \frac{٨}{٣})] = \pi [\frac{١٥ + ٥}{٢} - \frac{١٨ - ٨}{٣}]$

$= \pi [\frac{٩٠}{٦} - \frac{٧٠}{٦}] = \pi [\frac{٢٧}{٦} - \frac{١٠}{٣}] = \pi [\frac{٧}{٢} - \frac{٥٠}{٦}]$ وحدة حجم

ج) التكامل المحدود يعني وحدة

$\int_{-١}^{٢} (س^{٢} + ٢س) دس = \int_{-١}^{٢} س^{٢} دس + \int_{-١}^{٢} ٢س دس$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٤$

$= ٨$

مساحة شبه المنحرف $= \frac{١}{٢} \times (٢ + ٤) \times ١ = \frac{١}{٢} \times ٦ \times ١ = ٣$

لكن تحت محور السينات $\Leftarrow$ التكامل $= -٣$

$\int_{-١}^{٢} (س^{٢} + ٢س) دس = ٨ - ٣ = ٥$

د) $\int_{أ}^{ب} (ق(س) - ك(س)) دس = ٠ \Leftarrow ب = ٢$

$\int_{أ}^{٢} (ق(س) - ك(س)) دس = ٠$

$\int_{أ}^{٢} (ق(س) - ك(س)) دس = \int_{أ}^{٢} ق(س) دس - \int_{أ}^{٢} ك(س) دس$

$ق(٢) - ق(أ) = ٠$

$٨ - ٣ - ٢ + ١ = ق(أ) - ق(٢)$

$ق(أ) = ٢ + ٢ - ٣ - ٨ = -٧$

$\Leftarrow أ^{٣} - ٣أ^{٢} + ٢ = -٧$

$أ^{٣} - ٣أ^{٢} + ٩ = ٠$

$(أ + ٢)(أ - ٣)^{٢} = ٠$

$أ = -٢$ أو $أ = ٣$

(٣)

أ) $ع = ٦(ن+١)^{٢}$

$ق = \int ع \, دن = \int ٦(ن+١)^{٢} \, دن$

$ق(ن) = \frac{٦(ن+١)^{٣}}{٣} + هـ$

$ق(٠) = ٩ \Leftarrow ق(٠) = ٢(٠+١)^{٣} + هـ = ٩$

$هـ + ٢ = ٩ \Leftarrow هـ = ٧$

$ق(ن) = ٢(ن+١)^{٣} + ٧$

$ق(٢) = ٢(٢+١)^{٣} + ٧ = ٥٤ + ٧ = ٦١$

$ق(٢) = ٦١ \Leftarrow$

أو

$ع = ٦(ن^{٢}+٢ن+١)$

$= ٦ن^{٢} + ١٢ن + ٦$

$ق = \int (٦ن^{٢} + ١٢ن + ٦) \, دن$

$= \frac{٦ن^{٣}}{٣} + \frac{١٢ن^{٢}}{٢} + ٦ن + هـ$

$= ٢ن^{٣} + ٦ن^{٢} + ٦ن + هـ$

$ق(٠) = ٩ \Leftarrow هـ = ٩$

$ق(ن) = ٢ن^{٣} + ٦ن^{٢} + ٦ن + ٩$

$ق(٢) = ١٦ + ٢٤ + ١٢ + ٩ = ٦١$

ب) $ص = ٠ \Leftarrow ٠ = -٦٠ن + ١٠ن^{٢} - ٨ن^{٣} \Leftarrow ٠ = ٢ن^{٢}(٥ - ٤ن + ن^{٢})$

$ن = ٠ \Leftarrow ن = ٥$

$ع = ٠ \Leftarrow ٠ = ١٠ن^{٢} - ٢٤ن + ١٤$

$٠ = ٥ن^{٢} - ١٢ن + ٧ \Leftarrow ن = ٥$ أو $ن = ١$

$ع = ق(٥) = -٦٠ + ١٠٠ - ٨٠ = -٦٠ + ١٠٠ - ٨٠ = -٦٠ + ٢٠ = -٤٠$

$ع = ق(١) = -٦٠ + ١٠ - ٨ = -٧٨$

$ق = \int_{-٤٠}^{-٧٨} (-٦٠ن + ١٠ن^{٢} - ٨ن^{٣}) \, دن = [-٣٠ن^{٢} + \frac{١٠ن^{٣}}{٣} - ٢ن^{٤}]_{-٤٠}^{-٧٨}$

$= -٣٠(٥)^{٢} + \frac{١٠(٥)^{٣}}{٣} - ٢(٥)^{٤} = -٧٥٠ + \frac{١٢٥٠}{٣} - ١٢٥ = ٠$

عدد نصفه

ج) $(ن-١)! = \frac{٣}{٣} \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = \frac{٨!}{٤}$

$= ٤٠ \times ٣ = ١٢٠$

$(ن-١)! = ١٢٠$

$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ن$

$١٢٠ \div ٦ = ٢٠$

$٢٠ \div ٤ = ٥$

$ن - ١ = ٥ \Leftarrow ن = ٦$

(٤) أ) عدد الطرق = عدد طرق الصيني × عدد طرق الياباني × عدد طرق الأعضاء

معلم	إداري
٦	٥

$= ٥ \times ٦ \times (٩ ق ٤)$

$= ٣٠ \times \frac{٩ \times ٨}{٢}$

$= ٣٠ \times ٣٦$

$= ١٠٨٠$

(٤)

ب) س : بطاقة تحمل رقماً زوجياً
ص : بطاقة تحمل رقماً فردياً
ع = {ف ف ، ف ز ، ز ف ، ز ز}

ع	ف ف	ف ز	ز ف	ز ز
ل(س)	٩/٢٥	١٢/٢٥	١٢/٢٥	٤/٢٥

ل(ف ف) = ل(ف) × ل(ف)
= ٣/٥ × ٣/٥
= ٩/٢٥

ل(ف ز) = ل(ف) × ل(ز)
= ٣/٥ × ٢/٥
= ٦/٢٥

ل(ز ف) = ل(ز) × ل(ف)
= ٢/٥ × ٣/٥
= ٦/٢٥

ل(ز ز) = ٤/٢٥

ل(١) = ل(ف ز) + ل(ز ف)
= ٦/٢٥ + ٦/٢٥
= ١٢/٢٥

ل(٠) = ل(ف ف) = ٩/٢٥

ل(٢) = ل(ز ز) = ٤/٢٥

ملاحظة مهمة
احتمال البطاقة الفردية ≠ احتمال الزوجية
لذلك لا يمكن إيجاد الاحتمال باستخدام القانون
ل(ح) = عدد عناصر ح / عدد عناصر س
بل نستخدم
ل(ف ز) = ل(ف) × ل(ز)
مثل الكرات

ل(ر = م) = (ن ر) (ح)^ر (١-ح)^(ن-ر)
مثلاً: ل(ص = ٠) = (٢ ٠) (٢/٥)^٠ (٣/٥)^٢ = ٩/٢٥

ل(ع) = ل(ز ز) = ل(ز) × ل(ز) = ٢/٥ × ٢/٥ = ٤/٢٥

ب) تنحصر أوزانهم بين (٤٨) و (٥١)
= ل(الكبير) - ل(الصغير)
= ل(وزنه ≤ ٥١) - ل(وزنه ≤ ٤٨)
= ل(ز ≤ ١) - ل(ز ≤ -٠,٩٩٩٩)
= ٠,٨٤١٣ - (١ - ٠,٩٧٧٢)
= ٠,٨٤١٣ - ٠,٠٢٢٨
= ٠,٨١٨٥
العدد المطلوب = العدد الكلي × الاحتمال
= ١٠٠٠ × ٨١٨٥/١٠٠٠٠
= ٨١٨٥ طالباً

ن = ٤
م = ٢
ع = ٤
ف = ٣
ز = ١
ع = ٢
ف = ٥
ز = ١

م = (س - ف)/ع
-٢ = (س - ٤٨)/٣
-٦ = س - ٤٨
س = ٤٢

ز = (س - ف)/ع
ز = (٥١ - ٤٨)/٣
ز = ٣/٣
ز = ١

ل(ز ≤ ١) = ٠,٨٤١٣
ل(ز ≤ -٠,٩٩٩٩) = ١ - ٠,٩٧٧٢

(٥)

أ) $س_{١} = ٩٠$ ، $ع_{١} = ٧٥ - ١ = ٧٤$ ، $ر = \frac{ع_{٢}}{ع_{١}} = \frac{٩٠}{٧٤}$

$ع_{٢} = ٩٠ - ٧٤$

$ع_{٣} = ٧٥ - ٧٤ = -١$

$ع_{٤} = -١٥٠ - ٧٤ = -٧٤$

ب) $٤٠ + ٣ك = ٠$

$ك = \frac{-٤٠}{٣} = ٨٠$

ج)

$س$	$ص$	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^{٢}$
٦	٨	٠	١	صفر	٠
٧	١٠	١	٣	٣	١
٨	٥	٢	-٢	-٤	٤
٥	٧	-١	٠	صفر	١
٤	٥	-٢	-٢	٤	٤
(٣٠)	(٣٥)	ن	ن	(٣)	(١٠)

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٥}{٥} = ٧$

$ص = ب + أ س$

$\bar{ص} = ب + أ \bar{س}$

$ب = \frac{٣}{١٠}$ ، $أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$

$= ٧ - \frac{٣}{١٠} \times ٦$

$= ٧ - \frac{١٨}{١٠} = \frac{٧٠ - ١٨}{١٠} = \frac{٥٢}{١٠}$

$ص = \frac{٣}{١٠} س + \frac{٥٢}{١٠}$

د) $ر = \frac{١٦}{\sqrt{٣٤ \times ٤٧}}$

$= \frac{١٦}{٨ \times \sqrt{٣٤}} = \frac{٢}{\sqrt{٣٤}}$