المتميز في الرياضيات
توجيهي الفرع (الأدبي)
المستوى الثالث

اعداد الاستاذ

رائد ابو شهاب & شادي النابلسي

full mark

الوحدة الاولى : (النهايات والاتصال)

١) نهاية الاقتران عند نقطة ٢) نظريات على النهايات ٣) نهاية خارج قسمة اقترانين ٤)الاتصال

تحتوي هذه الدوسية على شرح مميز جدا وغاية في الروعة لفهم الدروس وباسلوب جديد وبالتدرج وفيها حل جميع اسئلة الوزارة تقريبا وحل اسئلة الكتاب ودليل المعلم + أسئلة اضافية واسئلة متوقعة باذن الله

رياضيات توجيهي (الأدبي)

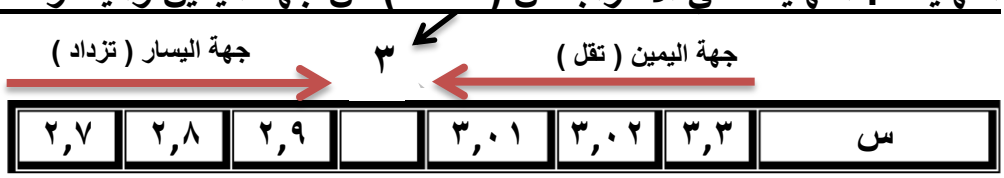
الوحدة الاولى :النهايات والاتصال

تشمل هذه الوحدة ما يلي :

١) نهاية الاقتران عند نقطة ٢) نظريات على النهايات ٣) نهاية خارج قسمة اقترانين ٤)الاتصال

١) نهاية الاقتران عند نقطة :

النهايات : النهاية تعني الاقتراب من (عدد ما) من جهة اليمين واليسار معا (مثلا العدد ٣)



السؤال راح يطلب منك أحد الثلاث مطاليب الاتية :

1) نهـــا ق(س) ، س ← أ+

تعني ايجاد قيمة نهاية ق(س) عندما تقترب (أو تؤول) قيمة س من أ من جهة اليمين

(اشارة + تعني من جهة اليمين)

(هنا راح نحل السؤال فقط من جهة اليمين فقط)

2) نهـــا ق(س) ، س ← أ-

تعني ايجاد قيمة نهاية ق(س) عندما تقترب (أو تؤول) قيمة س من أ من جهة اليسار

(اشارة - تعني من جهة اليسار)

(هنا راح نحل السؤال فقط من جهة اليسار فقط)

3) نهـــا ق(س) ، س ← أ

هنا لم يحدد الجهه وبالتالي راح نجدها من الجهتين من جهة اليمين ومن جهة اليسار وهنا حالتين :

١) نهـــا ق(س) ، س ← أ+ = نهـــا ق(س) ، س ← أ-

اذا كانت الجهتين متساويتين في النتيجة (معناها النهاية موجودة)

٢) نهـــا ق(س) ، س ← أ+ ≠ نهـــا ق(س) ، س ← أ-

اذا كانت الجهتين غير متساويتين في النتيجة ونفس الناتج (معناها النهاية غير موجودة)

مثال : (جدول جاهز وعليه أسئلة) : بالاعتماد على الجدول الاتي الذي يبين قيم س ← ٣ كما يلي :

س	٣,٣	٣,٢	٣,١		٢,٩	٢,٨	٢,٧
ق(س)	٤,٣	٤,٢	٤,١		٥,٩	٥,٨	٥,٧

٣

جهة اليمين (تقل) ق(س) ← ٤

جهه اليسار (تزداد) ٦ → ق(س)

جد ما يلي :

١ نهـــــا ق(س) = ؟ ، س ← ٣+

٢ نهـــــا ق(س) = ؟ ، س ← ٣-

الحل :

١) نهـــــا ق(س) = ٤ ، س ← ٣+ تعنى من جهة اليمين

الشرح فقط للتوضيح :
لاحظ أن كل القيم ق(س) من جهة اليمين وهي : ٤,٣ و ٤,٢ و ٤,١
تؤول (تقترب) من ٤ وبالتالي الناتج ٤

٢) نهـــــا ق(س) = ٦ ، س ← ٣- تعنى من جهة اليسار

لاحظ أن كل القيم ق(س) من جهة اليسار وهي :
٥,٩ و ٥,٨ و ٥,٧ تؤول (تقترب) من ٦ وبالتالي الناتج ٦

وزارة شتوي ٢٠٠٩ (علامتان)

بالاعتماد على الجدول الاتي الذي يبين قيم ق(س) عندما س ← ٣ فان نهـــــا ق(س) س ← ٣+ تساوي :

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) غير موجودة

الجواب : أ

٣

س	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١		٢,٩٩	٢,٩٨	٢,٩٠
ق(س)	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١		٥,٩٩	٥,٩٨	٥,٩٠

لان القيم ٤,١ / ٤,٠١ / ٤,٠٠١ جميعها (تقترب) أو تؤول الى ٤
اذن الناتج ٤

في الجدول الوزاري اعلاه س ← ٣+ تعني ان قيم س تقترب من ٣ من جهة اليمين
قيم س ← ٣+ (من جهة اليمين) هي : ٣,١ و ٣,٠١ و ٣,٠٠١
وكذلك قيم س ← ٣- (من جهة اليسار) هي : ٢,٩٩ و ٢,٩٨ و ٢,٩٠

س١ : من خلال الجدول السابق اذكر قيم س ← ٣ - الجواب : ٢,٩٩ و ٢,٩٨ و ٢,٩٠

ملاحظة : عندما نقول بأن س ← ٣ معناها أن س تقترب من ٣ من الجهتين وبالتالي س لايساوي ٣

س٢: ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحية : عندما تؤول س الى الصفر (س ← صفر) تعني :
أ) س = صفر ب) س ≠ صفر جـ) س عدد موجب فقط د) س عدد سالب فقط

هناك ٣ طرق لايجاد النهايات من خلال ١) الجدول ٢) الرسم ٣) التعويض المباشر

لايجاد النهايات من خلال (الجدول) لدينا ٣ حالات :

أ)من خلال جدول جاهز ب) يمكن ان يعطيك اقتران ويطلب منك ان تكون جدول جـ) من خلال اقتران متشعب

أ) من خلال جدول جاهز :

الوزارة بتعطيك (جدول جاهز في الامتحان) وبتطلب منك ايجاد النهاية . (كما اخذنا سابقا)

مثالين :المثال الاول على النهاية (غير موجودة) اذا كانت النهاية من اليمين (لاتساوي) النهاية من اليسار

والمثال الثاني على (نهاية موجودة) اذا كانت النهاية من اليمين (تساوي) النهاية من اليسار

(مثال ١ على النهاية غيرموجودة): الجدول الاتي يبين قيم ق(س) عندما س ← ٣ جد نهـــــا ق(س)
س ← ٣

٣

س	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١		٢,٩٩	٢,٩٨	٢,٩٠
ق(س)	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١		٥,٩٩	٥,٩٨	٥,٩٠

جهة اليمين جهة اليسار

ق(س) ← ٤ ٦ ← ق(س)

الحل :

هنا لم يحدد الجهة (من اليمين او اليسار)الان اولا راح نجد النهاية من اليمين ومن اليسار ونقارنهم مع بعض

اذا انهم متساويات بتكون (النهاية موجودة) واذا كانوا الطرفين غير متساويات بتكون (النهاية غير موجودة)

١ نهـــــا ق(س) = ٤
س ← ٣+
تعني من جهة اليمين

((لاحظ ان قيم ق(س) من جهة اليمين ٤,١ و ٤,٠١ و٤,٠٠١ جميعها قريبة من ٤ اذن الناتج ٤))

٢ نهـــــا ق(س) = ٦
س ← ٣-
تعني من جهة اليسار

((لاحظ ان قيم ق(س) من جهة اليسار ٥,٩٩ و ٥,٩٨ و٥,٩٠ جميعها قريبة من ٦ اذن الناتج ٦))

نهـــــا ق(س) غير موجودة لان نهـــــا ق(س) ≠ نهـــــا ق(س)
س ← ٣ س ← ٣+ س ← ٣-

الناتج من جهة اليمين ٤ والناتج من جهة اليسار ٦ اذن الطرفين غير متساووين اذن النهاية غير موجودة

(مثال ٢ على النهاية موجودة): الجدول الاتي يبين قيم ق(س) عندما س ← ٣ جد نهـــــا ق(س) س ← ٤

٤

س	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١		٣,٩٩٩	٣,٩٩	٣,٩
ق(س)	٧,١	٧,٠١	٧,٠٠١		٦,٩٩٩	٦,٩٩	٦,٩

جهة اليمين ق(س) ← ٧ ٧ ← ق(س) جهة اليسار

الحل :

هنا لم يحدد الجهة (من اليمين او اليسار)الان اولا راح نجد النهاية من اليمين ومن اليسار ونقارنهم مع بعض اذا انهم متساويات بتكون (النهاية موجودة) واذا كانوا الطرفين غير متساويات بتكون (النهاية غير موجودة)

١ نهـــــا ق(س) = ٧ (س ← ٤+)

((لاحظ ان قيم ق(س) من جهة اليمين ٧,١ و ٧,٠١ و٧,٠٠١ جميعها قريبة من ٧ اذن الناتج ٧))

٢ نهـــــا ق(س) = ٧ (س ← ٤-)

((لاحظ ان قيم ق(س) من جهة اليسار ٦,٩٩٩ و ٦,٩٩ و٦,٩ جميعها قريبة من ٦ اذن الناتج ٦))

نهـــــا ق(س) موجودة لان نهـــــا ق(س) = نهـــــا ق(س)
س ← ٣ س ← ٤+ س ← ٤-

الناتج من جهة اليمين ٧ والناتج من جهة اليسار ٧ اذن الطرفين غير متساووين اذن النهاية غير موجودة

واجب

بالاعتماد على الجدول الاتي الذي يبين قيم س ← ١- فان نهـــــا ق(س) س ← ١-

أ) موجودة ب) غير موجودة جـ) ١- د) ١

س	٠,٩-	٠,٩٩-	٠,٩٩٩-	١-	١,٠٠١-	١,٠١-	١,١-
ق(س)	٢,١	٢,٠١	٢,٠٠١		٤,٩٩	٤,٩٥	٤,٩

الحل:

١ نهـــــا ق(س) = ... (س ← ١-+)

٢ نهـــــا ق(س) = ... (س ← ١--)

نهـــــا ق(س) ... نهـــــا ق(س) وبالتالي الجواب : .....
س ← ١+ س ← ١-

اذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٥ وكانت $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) = ٥ فان $\lim_{س \to +٢}$ ق(س) هي:

أ) ٢ ب) ٥ جـ) صفر د) غير موجودة

اذا كانت $\lim_{س \to +٣}$ ق(س) = ٤ ونهـــا ق(س) = ٦ فان $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) هي :

أ) ٤ ب) ٦ جـ) موجودة د) غير موجودة

هناك ٣ طرق لايجاد النهايات من خلال الجدول (اخذنا الطريقة الأولى وهي من خلال الجدول)

أ)من خلال جدول جاهز ب) يمكن ان يعطيك اقتران ويطلب منك ان تكون جدول جـ) من خلال اقتران متشعب

الان سنأخذ الطريقة الثانية ب :

ب) يعطيك اقتران ويطلب منك ان تكون جدول لم ياتي وزارة (احتمال ضعيف أن يأتي في الوزارة)

مثال: على اعتبار ان ق(س) = ص = ٢س+١ ناتج هو :

أ) نهاية موجودة ب) نهاية غير موجودة

جـ) صفر د) ٢

الحل:هنا لم يحدد من جهة اليمين او اليسار اختر اي ٣ قيم تريدها تكون قريبة من ٢ من جهة اليمين وكذلك ٣ قيم تكون قريبة من ٢ من جهة اليسار وطلع ناتج ق(س) لكل منها حسب المعادلة ٢س+١ وقارن الناتج من الجهتين اذا كانت تقترب (تؤول من نفس العدد فان النهاية موجودة واذا كانت غير متساوية فان النهاية غير موجودة

نعوض ٣ قيم من جهة اليمن و ٣ قيم من جهة اليسار

٢

س	١,٩	١,٩٩	١,٩٩٩		٢,٠٠١	٢,٠١	٢,١
ق(س)	٤,٨	٤,٩٨	٤,٩٩٨		٥,٠٠٢	٥,٠٢	٥,٢

مثلا ق(١,٩) = ٢ *(١,٩) + ٢ الناتج ٤,٨ وهكذا

١) $\lim_{س \to +٢}$ ق(س) = ٥

٢) $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) = ٥

٣) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) موجودة لأن $\lim_{س \to +٢}$ ق(س) = $\lim_{س \to -٢}$ ق(س)

هناك ٣ طرق لايجاد النهايات من خلال الجدول (اخذنا الطريقة الأولى وهي من خلال جدول جاهز)

أ)من خلال جدول جاهز ب) يمكن ان يعطيك اقتران ويطلب منك ان تكون جدول جـ) من خلال اقتران متشعب
اخذنا أ + ب الان سنأخذ جـ

جـ) تكوين جدول من خلال اقتران متشعب :

سؤال :

$$ق(س) = \begin{cases} ٣ & ، س < -١ \\ س^{٢} & ، س > ٢ \end{cases}$$

١) كون جدولا لايجاد

أ نهـــا ق(س) ← س ← -١+

ب نهـــا ق(س) ← س ← -١-

٢) نهـــا ق(س) ← س ← -١

حل فرع ١ :

-١

س	-٠,٧	-٠,٨	-٠,٩		-١,١	-١,٢	-١,٣
ق(س)	٠,٤٩	٠,٦٤	٠,٨٤		٣	٣	٣

- الان راح ننشأ جدول لجهتين
- جهة لـ قيم س> -١ وندخل فيها قيم أقل من -١
- جهة أخرى لـ س < -١ وندخل فيها قيم أقل من -١
- ونضع في كل جهة رقمين او٣ اختياري من عندي يكون الاولى أقل من -١ (س> -١) والجهة الاخرى قيم أكبر من -١(س < -١) كما في الجدول المجاور .

أ نهـــا ق(س) ← س ← -١+ = ١

الشرح فقط للتوضيح :
لاحظ أن كل القيم ق(س) من جهة اليمين وهي :
٠,٤٩ و ٠,٦٤ و ٠,٨٤ تؤول (تقترب) من ١ وبالتالي الناتج ١
مثلا س= -٠.٩ , نعوضها في المعادلة المقابلة لها كما يلي :
ق(س) = س٢ وبالتالي ق(-٠,٩٠) ٢ هي ٠,٨٤ وهكذا

ب نهـــا ق(س) ← س ← -١- = ٣

الشرح فقط للتوضيح :
لاحظ أن كل القيم ق(س) من جهة اليسار وهي :
-١,١ و -١,٢ و -١,٣ تؤول (تقترب) من ٣ وبالتالي الناتج ٣

مثلا س= -١,١ , نعوضها في المعادلة المقابلة لها كما يلي :
ق(س) = ٣ وبالتالي ق(-١,١) = ٣ وهكذا

حل فرع ٢ : نهـــا ق(س) ... نهـــا ق(س) النهاية .....
س ← -١+ س ← -١-

سؤال :

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢}+١ & ، \ س > ٢ \\ ٣س-١ & ، \ س \leq ٢ \end{cases}$$

كون جدول لايجاد نهاية ق عندما س ← ٢ ان كانت موجودة

الحل :

٢

س	.....	٢,٢	٢,١		١,٩	١,٨	....
ق(س)	....	٥,٦	٥,٣		٤,٦١	٤,٢٤	

أ) $\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) = ٥$

ب) $\lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) = ٥$

النهاية موجودة $\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) = \lim_{س \to ٢} ق(س) = ٥$

٣ طرق لايجاد النهايات من خلال ١) الجدول ٢) الرسم ٣) التعويض المباشر

أخذنا من خلال الجدول الان راح نجد النهايات من خلال الرسم

٢) ايجاد النهاية من خلال الرسم

ملاحظة : دائما النهاية (غير موجودة) عند انفصال الخط عند النقطة المطلوبة مثل الرسومات التالية :

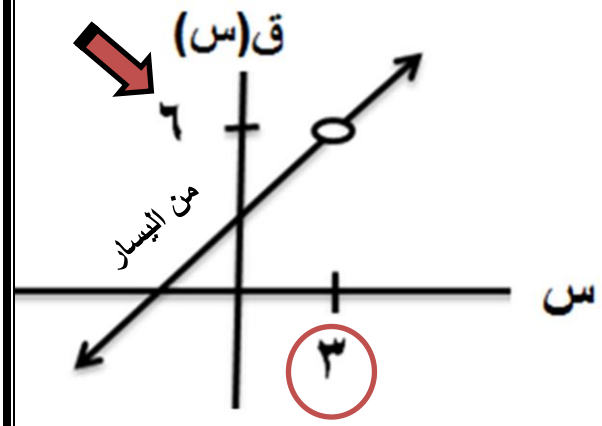
الخط منفصل هنا قيمة غير موجودة	الخط منفصل هنا قيمة غير موجودة	الخط متصل اذن (النهاية موجودة)	الخط متصل اذن (النهاية موجودة)

ملاحظة ١ : الدائرة الفارغة ○ تعني أن الاقتران عندها غير معرف
ملاحظة ٢ : الدائرة المغلقة ● تعني أن الاقتران معرف عند هذه النقطة
ملاحظة ٣ : نأخذ بعين الاعتبار الدوائر المغلقة والمفتوحة فقط عند ايجاد الصورة(الرسم)

تكون النهاية غير موجودة عند : أ) الشكل منفصل
ب) عند أطراف الفترات (يعني نقطة الها خط من اليمين لكن ليس لها خط من اليسار أو العكس
اذا كان الشكل متصل تكون النهاية موجودة

تدريب (١) من الكتاب صفحة ١٦ :

اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ جد قيمة كل مما ياتي ان وجدت :



١) ق(٣)

٢) $\lim_{س \to 3+}$ ق(س)

٣) $\lim_{س \to -3}$ ق(س)

٤) $\lim_{س \to 3}$ ق(س)

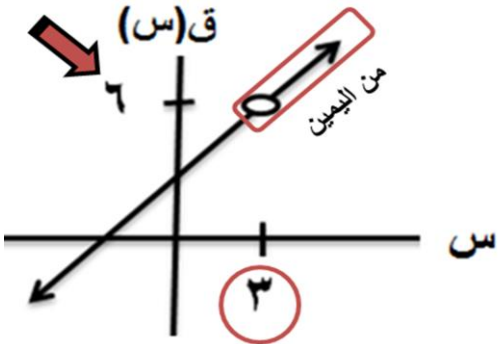
لأن الاقتران متصل معناه (النهاية موجودة)

حل ١) ق(٣) = ...

الدائرة الفارغة ○ تعني أن الاقتران عندها غير معرف

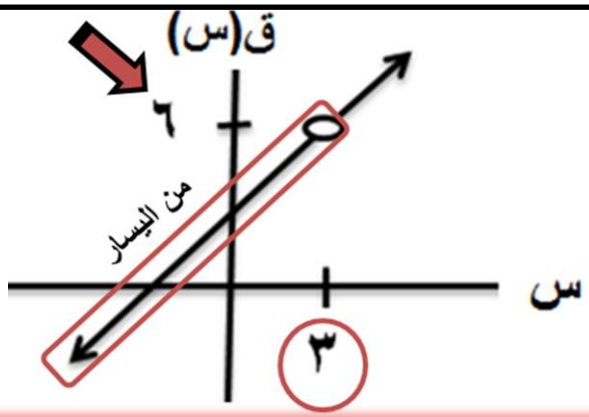
حل ٢) $\lim_{س \to 3+}$ ق(س) = ٦

لاحظ من جهة اليمين الى اليسار ق(٣) =٦



حل ٣) $\lim_{س \to -3}$ ق(س)

لاحظ من جهة اليسار لليمين ق(٣) =٦

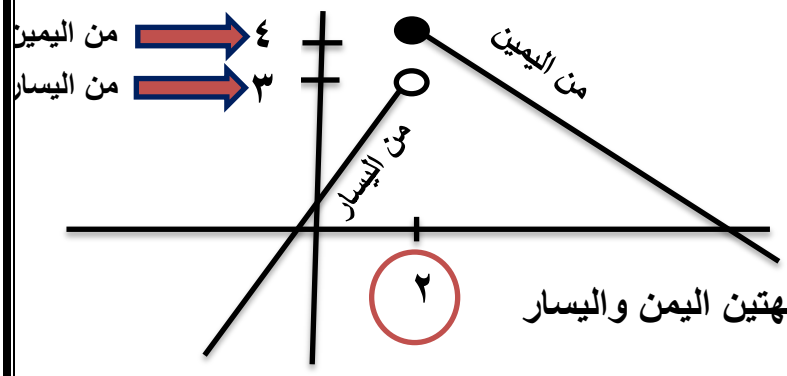


٤) $\lim_{س \to 3}$ ق(س) =٦

لاحظ ان الناتج من جهة اليمين ٦ ومن جهة اليسار ٦ اذن الناتج ٦

بالاعتماد على الشكل المجاور اوجد

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \; ق(س)$$



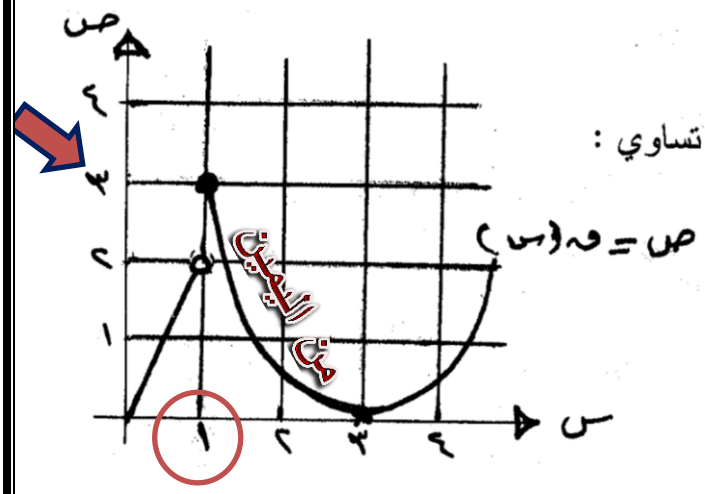
الحل: لانه لم يحدد اي جهة راح نطلع الحل من الجهتين اليمن واليسار

١) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢+} ق(س) = ٤$ ٢) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢-} ق(س) = ٣$

$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} ق(س)$ غير موجودة

$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢+} ق(س) \neq \text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢-} ق(س)$

وزارة ٢٠٠٨ صيفي (علامتان)



بالاعتماد على الشكل المجاور فإن $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١+} ق(س)$ تساوي :

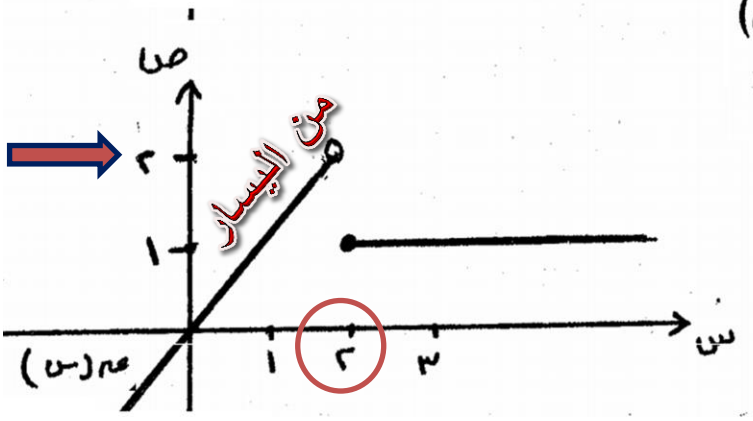
أ) صفر ب) ١

ج) ٢ د) ٣

وزارة ٢٠٠٩ صيفي (علامتان)

معتمداً الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى ق (س)

فما $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢-} ق(س)$؟

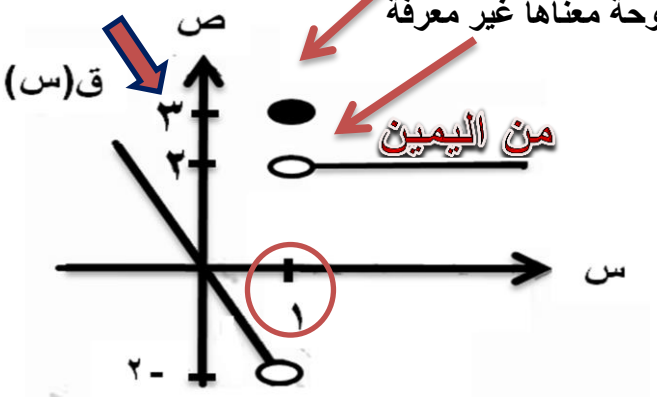


أ) ٢- ب) ٢

ج) ١ د) غير موجودة

وزارة ٢٠١١ شتوي (علامتان)

- الدائرة المغلقة معناها معرفة
- الدائرة المفتوحة معناها غير معرفة



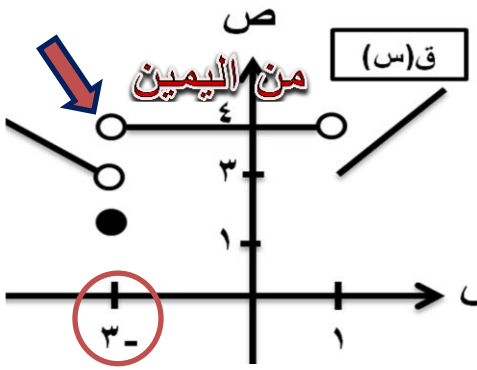
معتمدا الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، ما هي

نهـــــا ق(س)
س ← ١+

أ) ٢ ب) ٢-
جـ) ٣ د) غير موجودة

الشرح : النهاية من اليمين =٣ والنهاية من اليسار ٢-
الناتج من اليمين لا يساوي الناتج من اليسار اذن الناتج (غير معرفة)
لاحظ بان العدد ١ من جهة اليمين له قيمتين ٢ و ٣ الدائرة المغلقة هي فقط المعرفة اذا ق (١) من جهة اليمين = ٣

وزارة ٢٠١٢ شتوي (علامتان)



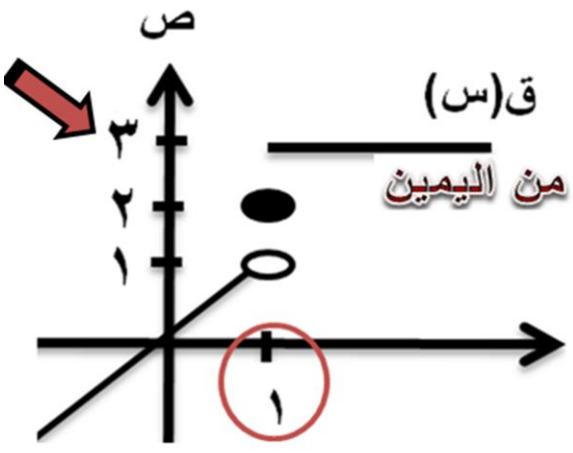
اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على ح ما هي

نهـــــا ق(س)
س ← ٣-+

أ)٣ ب) ٤ جـ) ١ د)غير

الجواب : ب

وزارة ٢٠١٢ صيفي (علامتان)



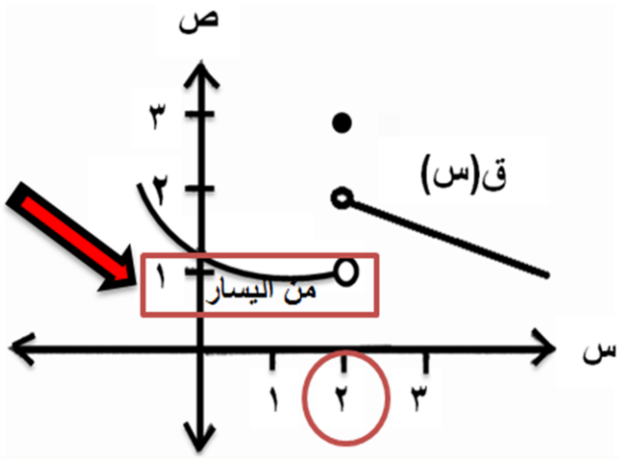
اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على ح ما هي

نهـــــا ق(س)
س ← ١+

أ) ٢ ب) ٣
جـ) ١ د) غير معرفة

- الدائرة المغلقة معناها معرفة والدائرة المفتوحة معناها غير معرفة

وزارة ٢٠١٣ شتوي (علامتان)



اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على ح ، ما

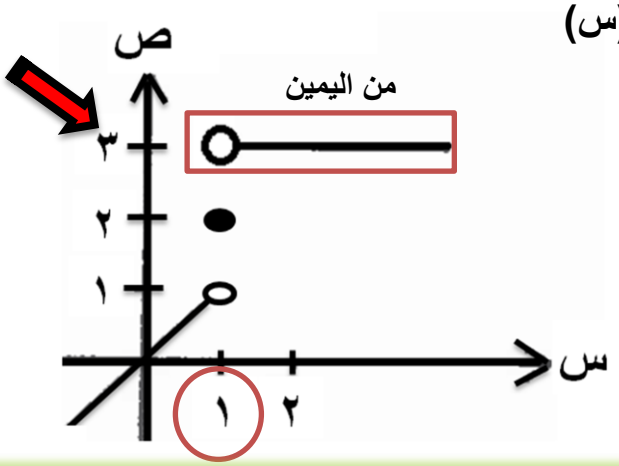
$$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow -٢} \; ق(س)$$

أ) ٢ ب) ١ جـ) ٣ د) غير موجودة

الجواب : ب

لاحظ ان قيمة ٢ من جهة اليسار (ص) هي ١

وزارة ٢٠١٣ صيفي (علامتان)



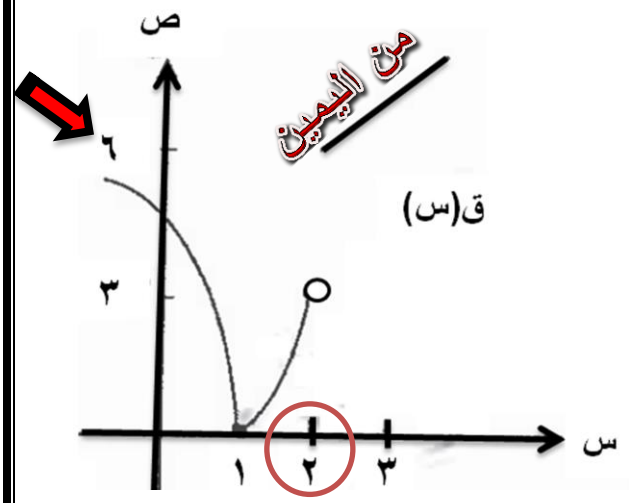
اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)

$$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow +١} \; ق(س)$$ هي :

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) غير موجودة

الجواب : جـ

وزارة ٢٠١٤ صيفي (علامتان)



اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقة جد

$$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow +٢} \; ق(س)$$

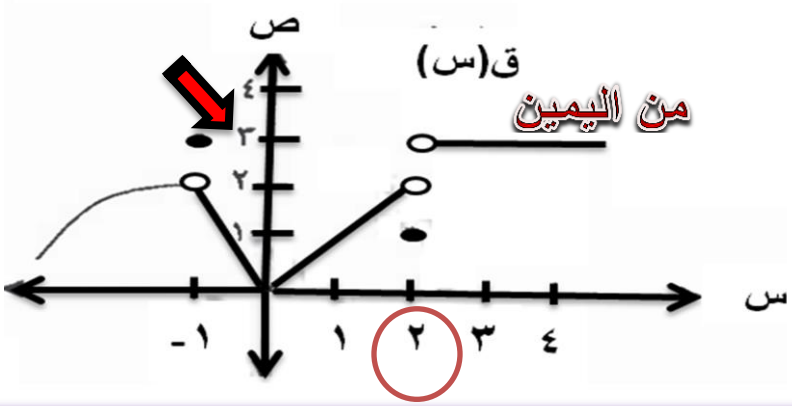
الحل : $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow +٢} \; ق(س) = ٦$

وزارة ٢٠١٥ شتوي (علامتان)

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) جد

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢^+} \; ق(س)$$

الحل : .....

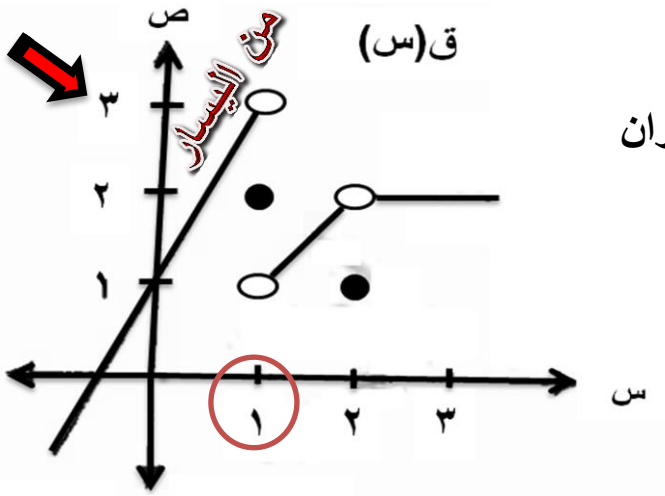


وزارة ٢٠١٥ صيفي (علامتان)

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقة جد

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -١} \; ق(س)$$

الحل : $\text{نهـــا}_{س \leftarrow -١} \; ق(س)$ = ...



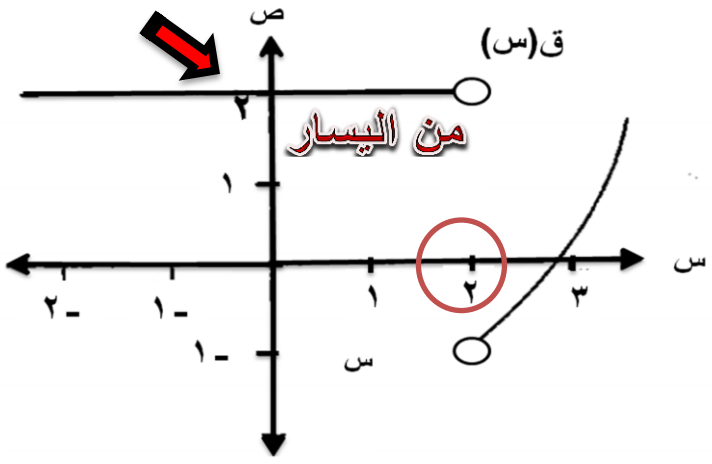
وزارة ٢٠١٦ شتوي (علامتان)

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقة جد

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٢} \; ق(س)$$

الجواب :

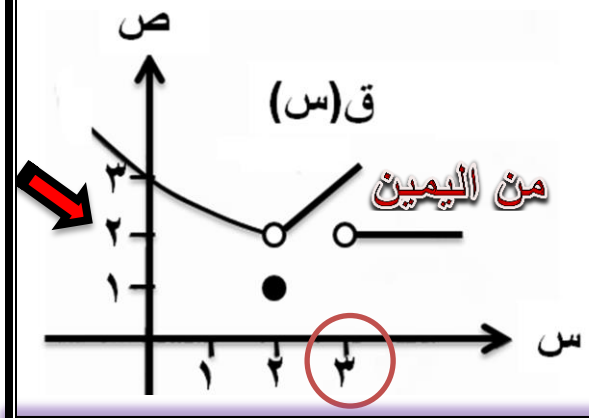
$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٢} \; ق(س) = ...$$



وزارة ٢٠١٦ صيفي (علامة)

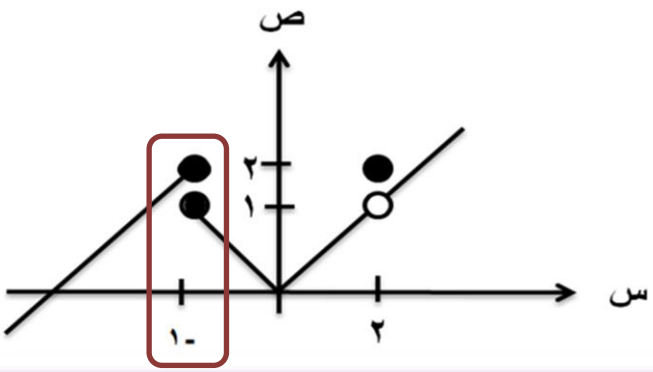
اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقة جد

نهـــــا ق(س)
س ← ٣+



الجواب :

من الشكل المجاور ما هي قيم (أ) التي عندها نهـــا ق(س) غير موجودة
س ← أ



الحل :

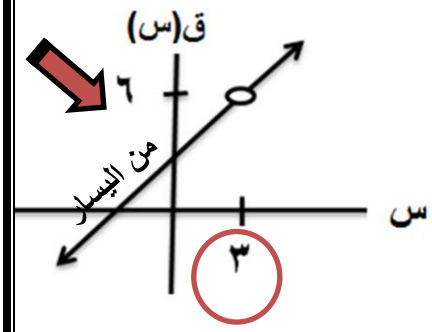
نهـــا ق(س) = ١ ، و نهـــا ق(س) = ٢
س ← ١- + س ← ١- -

عند ١- الطرفين من اليمين واليسار غير متساويتين
نهـــا ق(س) = غير موجودة
س ← ١-

حل تدريبات ومسائل الكتاب الكتاب :

تدريب (١) من الكتاب صفحة ( ) :

اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س-٣}$



جد قيمة كل مما ياتي ان وجدت :

١) ق(٣) الجواب : غير معرف

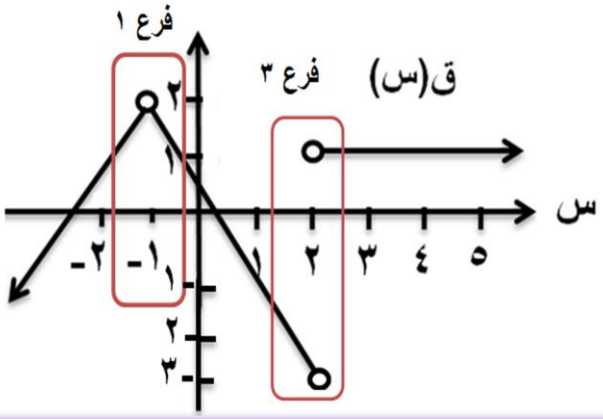
٢) نهـــا ق(س) الجواب : ٦
س ← ٣ -

٣) نهـــا ق(س) الجواب : ٦
س← ٣ +

٤) نهـــا ق(س) الجواب : ٦
س ← ٣

رائد ابو شهاب

تدريب (٢) : اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران جد قيمة كل مما يأتي (ان وجدت)



١) نهـــا ق(س) الجواب : ٢
س ← -١

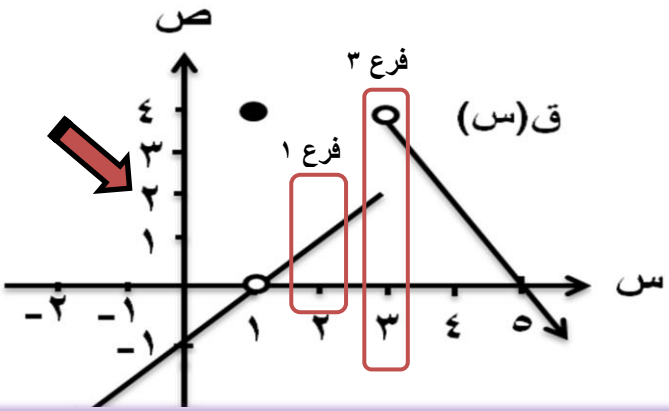
٢) نهـــا ق(س) الجواب : ١
س ← ٣

٣) نهـــا ق(س) الجواب : غير موجودة
س ← ٢
لأن نهـــا ق(٢) ≠ نهـــا ق(٢)
س ← ٢+ س ← ٢-

٤) ق(٢) = ...

٥) ق (-١) = ...

تدريب ٣) اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران جد قيمة كل مما يأتى (ان وجدت)

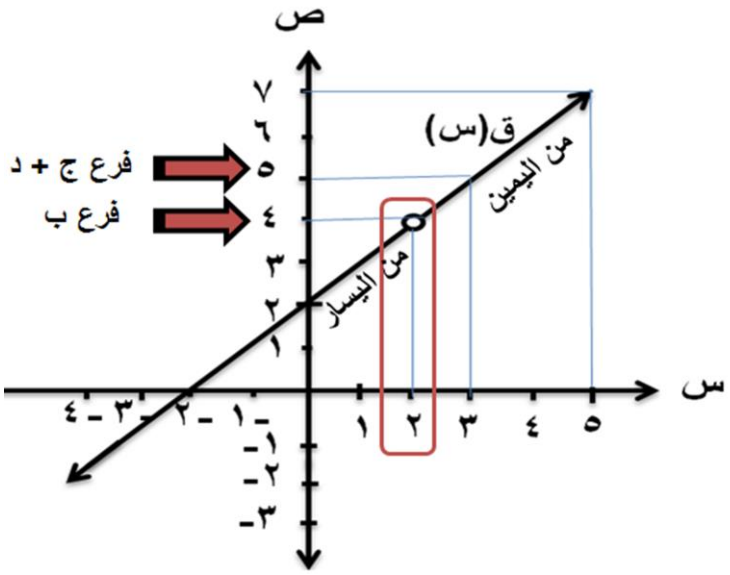


١) نهـــا ق (س) = ١
س ← ٢

٢) الثابت أ ، حيث أن نهـــا ق(س) = صفر
س ← أ
الحل : مجموعة قيم أ هي: {١ ، ٥ }

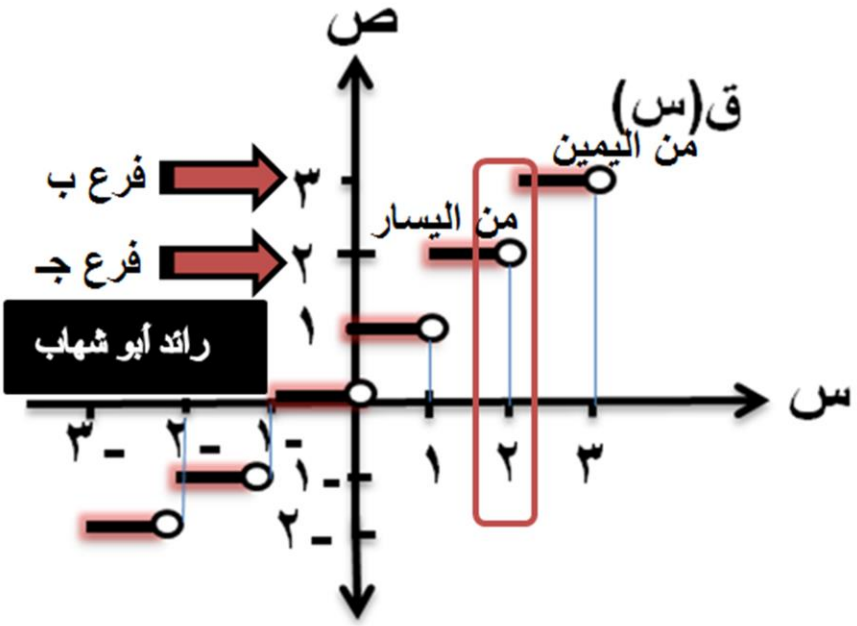
٢) الثابت ب ، حيث نهـــا ق (س) غير موجودة
س ← ب
الحل : مجموعة قيم ب هي {٣} بسبب .....

حل س١) اعتمادا على الشكل (١-٩) الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢}-٤}{س-٢}$
جد قيمة كلا مما يأتي ان وجدت :



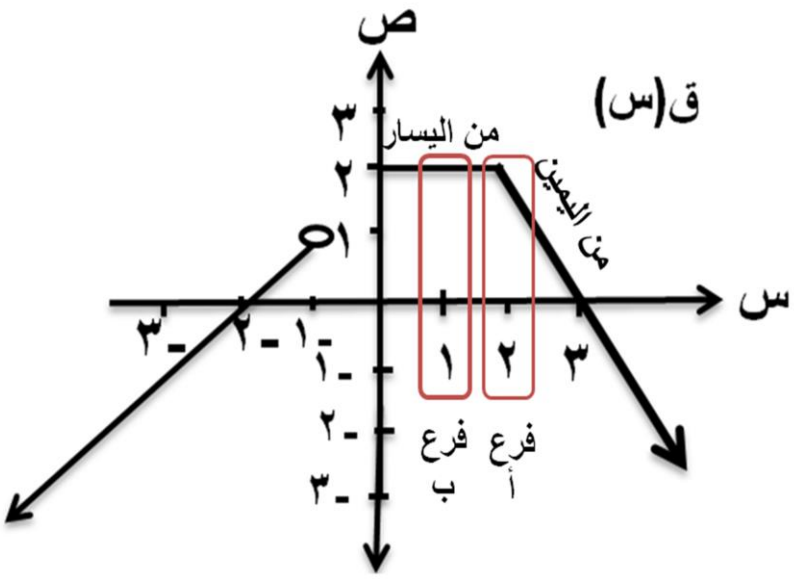
السؤال	الجواب
أ) ق(٢)	الدائرة المفتوحة ○ تعني غير معرف
الدائرة المفتوحة معناها غير معرف عند قيمة اي عدد	
ب) نهـــا ق(س) س ← ٢	٤
النهاية من اليمين ٤ ومن اليسار ٤ اذن الناتج ٤	
جـ) ق(٣)	٥
قيمة ٣ على محور الصادات ص هي ٥	
د) نهـــا ق(س) س ← ٣	....
النهاية من اليمين ٥ ومن اليسار ٥ اذن الناتج	

حل س٢) اعتمادا على الشكل (١-١٠) الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، جد قيمة كل مما يأتي ان وجدت :



السؤال	الجواب
أ) نهـــا ق(س) س ← ٠,٥	.....
تقترب ٠,٥ من ١ على محور السينات وقيمة ق(١)=..... على محور الصادات	
ب) نهـــا ق(س) س ← ٢+	٣
جـ) نهـــا ق(س) س ← ٢-	٢
د) نهـــا ق(س) س ← ٢	....
النهاية من اليمين ٢ ومن اليسار٣ اذن الناتج	

حل س٣) اعتمادا على الشكل (١-١١) الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، جد قيمة كل مما يأتي ان وجدت :



السؤال	الجواب
أ) نهـــا ق(س) س ← ٢	٢
النهاية من اليمين ٢ ومن اليسار٢ اذن الناتج ٢	
ب) نهـــا ق(س) س ← ١	٢
الشرح :	
جـ) قيمة أ ، حيث نهـــا ق(س) غير موجودة س ← أ	أ=...
الشرح : لأن نهـــا ق(س) = ٢ ، و نهـــا ق(س) = ١ س ← ١+ س ← ١-	
د) قيم ب ، حيث نهـــا ق(س) = صفر س ← ب	....
الشرح :	

الوحدة الأولى (النهايات والاتصال)

١) نهاية الاقتران عند نقطة (أخذناها) ٢) نظريات على النهايات (الان سنأخذه) ٣) نهاية خارج قسمة اقترانين ٤)الاتصال

الدرس الثاني : نظريات على النهايات

نظرية ١ :

نهـــــا جـ = جـ (العدد نفسه)
س ← أ

نهـــا ٣ = ٣
س ← ٧

نهـــا ٥ = ٥
س ← ٣

نهـــا ٤٥٨١ = ٤٥٨١
س ← -٨

تعني أن نهاية الثابت = الثابت نفسه

اذا كان أ ، جـ ∈ (ينتمي) ح وكان ق(س) = جـ حيث أن جـ عدد ثابت فان نهـــا جـ = جـ
س ← أ

نهـــا ٣ = ٣
س ← ٧

نهـــا ٥ = ٥
س ← ٣

نهـــا ٤٥٨١ = ٤٥٨١
س ← -٨

السؤال	الناتج	السؤال	الناتج
١) نهـــا -٩ (س ← ١٣)	-٩	٥) نهـــا $(٣)^{٦}$ (س ← ٧)	$(٣)^{٦}$
٢) نهـــا أ (س ← ٥)	أ	٦) نهـــا $\sqrt{٢}$ (س ← ١+)	$\sqrt{٣}$
٣) نهـــا $(\frac{٣}{٩})$ (س ← -٤)	$\frac{٣}{٩}$	٧) نهـــا ٢جـ (س ← ٤) علما بأن جـ ثابت	....
٤) نهـــا π (س ← -٣)	π		

نظرية ٢ :

نهـــــا ق(س) = ق(أ)
س ← أ

اذا كان ق(س) اقتران كثير حدود (معادلة) فان ⟵ نهـــــا ق(س) = ق(أ)
س ← أ

أي أن نهاية الاقتران كثير حدود تحسب بالتعويض المباشر

مثال: نهـــا ٤س^{٢} + ٥ هي :
س ← ١

أ) ٥ ب) ٩ جـ) ٤س^{٢} + ٥ د)

الحل بالتعويض المباشر س=١ في المعادلة بدلا من س كما يلي :

نهـــا ٤س^{٢} + ٥ = ٤(١)^{٢} + ٥
س ← ١
٤X١ + ٥
٤+٥
٩
١٧

ملاحظة ١ : أي عدد سالب أس عدد زوجي يتحول الى موجب
$(-١)^{٢}=١$ ، $(-١)^{٤}=١$ ، $(-١)^{١٠٠}=١$ ، $(-٢)^{٢}=٤$ ، $(-٣)^{٢}=٩$
ملاحظة ٢: أي عدد سالب أس عدد فردي تبقى اشارة السالب مع الناتج
$(-١)^{٣}=-١$ ، $(-١)^{٩٩}=-١$ ، $(-٢)^{٣}=-٨$ ، $(-٣)^{٣}=-٩$ ، $(-٣)^{٣}=-٢٧$

أمثلة على استخدام اقتران كثير حدود بالتعويض المباشر في المعادلات

مثال(١) : أوجد نهـــــا $٣س^{٢}+٥س-٤$ عندما $س \leftarrow -١$

الحل : $=٣(-١)^{٢}+٥\times-١-٤$
$=٣(-١)+٢\times٥-١-٤$
$=٣\times١+-٥-٤$
$=٣+-٥-٤$
$=-٢-٤$
-٦

مثال(٢) : أوجد نهـــــا $(س^{٩٩}-٤س^{٥٨})$ عندما $س \leftarrow -١$

الحل : $=(-١)^{٩٩}-٤\times(-١)^{٥٨}$
$=-١-٤\times١$
$=-١-٤$
$=-٥$

$(-١)^{\text{عدد فردي}}=-١$
$(-١)^{\text{عدد زوجي}}=١$

مثال (٣) : ناتج ما يلي نهـــــا $\frac{١}{٢}س^{٣}$ عندما $س \leftarrow -٢$ هي :

أ) ٣ ب) ٤ جـ) -٤ د) غير ذلك

الحل :

أمثلة على استخدام اقتران كثير حدود بالتعويض المباشرمع القسمة :

مثال (١) : أوجد نهـــــا $\frac{(٥س+١٠)}{٤س+٢}$ عندما $س \leftarrow ٢$

أ) ٢٠ ب) ١٠ جـ) صفر د) ٢

الحل :

مثال (٢) : أوجد نهـــــا $\frac{(س٢+س)}{٤}$ عندما $س \leftarrow ٣$

الحل : $=\frac{(٣)^{٢}+٣}{٤}$

$=\frac{١٢}{٤}$

$=٣$

مثال على استخدام اقتران كثير حدود بالتعويض المباشر وفيه نظرية ١

مثال

ناتج ما يلي نهـــــا س هي :
$س \leftarrow ٤$

أ) ٣ ب) ٤ جـ) -٤ د) غير ذلك

الجواب :

نهاية الثابت = الثابت نفسه

أمثلة على استخدام اقتران كثير حدود بالتعويض المباشر لايجاد قيمة الثابت :

مثال ١ : اذا علمت بأن نهـــــا $(٣س+أ)=١٥$ عندما $س \leftarrow ٢$ جد قيمة أ .

الحل :

$٣\times٢+أ=١٥$
$٦+أ=١٥$ ← الان ننقل ٦ الى الطرف الايمن حتى تبقى أ فقط لانها هى المطلوب
$أ=١٥-٦$ ← عند نقل عدد من جهه الى اخرى تتغير اشاراته لاحظ ٦ تغيرت الى -٦
$أ=٩$

وزارة ٢٠٠٨ صيفي (علامتان)

اذا كان ل عدد ثابتا وكانت نهـــــا $(س+ل)=٦$ عندما $س \leftarrow ٢$ فما قيمة الثابت ل ؟ أ) ٨ ب)٦ جـ)٤ د) ٣

الحل: نعوض س=٢ في المعادلة كما يلي :
٢+ ل =٦ الان ننقل ٢ الى الطرف الاخرحتى تبقى ل لوحدها
ل = ٦-٢ عند نقل ٢ الى الطرف الاخر تتحول الى -٢
ل= ٤ الجواب : جـ وهي ٤

وزارة ٢٠١٣ شتوي(علامتان)

اذا كانت نهـــــا $(ل س^{٢}+٣)=٧$ عندما $س \leftarrow -١$ فان قيمة الثابت ل = أ)
أ) ٤ ب)-٤ جـ) -١٠ د)١٠

الحل : نعوض س= -١ في المعادلة
$ل\times(-١)^{٢}+٣=٧$
$ل\times١+٣=٧$
$ل+٣=٧$
ل = ... اذن الحل فرع :.....

مثال ٢ : اذا علمت بأن نهـــــا (س٢+٦س) = -٩
س ← أ
فان قيمة أ هي :
أ) ٣ ب) -٣ جـ) ٦ د) -٩

الحل : أولا نعوض أ في المعادلة (س٢+٦س) = -٩ كما يلي :
أ^{٢} + ٦أ = -٩
أ^{٢} + ٦أ +٩ = صفر
(أ+٣)(أ+٣) = صفر
اذن أ = -٣

مثال ٣ :
اذا علمت بأن نهـــــا (س٢+٢س) = -١ أوجد قيمة أ .
س ← -أ

الحل : نعوض قيمة س وهي -أ في المعادلة كما يلي :
(-أ)^{٢}+٢ x -أ = -١
أ^{٢}-٢أ + ١ = صفر
..... (نعوض وننقل -١ الى جهة اليمين حتى نحولها الى معادلة تربيعية عشان نحللها
أ= .....

وزارة ٢٠١٥ شتوي(علامتان)

جد نهـــــا $\frac{س^{٢}-٣س-٤}{١٢-٣س}$
س ← ٤

الحل : لدينا معادلة تربيعية وهي
س^{٢}-٣س-٤ نحللها الى (س-٤) (س+١) حسب الشرح المجاور
١٢-٣س بنطلع منها عامل مشترك ٣(٤-س) حسب الشرح المجاور ***

نهـــــا $\frac{(س-٤)(س+١)}{٣(٤-س)}$
س ← ٤

نهـــــا - $\frac{(س+١)}{٣}$
س ← ٤
الناتج :

ملاحظة :

مراجعة + تأسيس لتحليل المعادلات التربيعية:

شرح المعادلات التربيعية وتحليلها : أس^{٢} + ب س+ جـ = صفر
يسمى(أس)^{٢} الحد التربيعي ويسمى (ب س) الحد الاوسط ويسمى(جـ) الحد الثابت (المطلق)

طريقة التحليل الى العوامل :
١) نفتح قوسين ( ) ( )
٢) نحلل س^{٢} كما يلي (س) (س)
٣) نحدد الاشارات كما يلي :
أ) اذا كانت اشارة الحد الثابت (جـ) موجبة فان اشارة القوسين متشابهتين حسب اشارة الحد الأوسط موجب أو سالب مثالين :
مثال١) أ^{٢} + ٦أ +٩ = صفر التحليل هو : (أ +٣) (أ+٣) = صفر
مثال٢) أ^{٢} - ٢أ +١ = صفر التحليل هو : (أ -١) (أ - ١) = صفر

ب) اذا كانت اشارة الحد الثابت (جـ) سالبة قان اشارة القوسين مختلفين كما يلي :
(س+) (س-)
٤) نحلل الحد المطلق كحاصل ضرب عددين مجموعهما الحد الأوسط واشارة العدد الأكبر تأخذ اشارة الحد الأوسط
مثال : حلل ما يلي :
أ)س^{٢} – ٥س +٦ = صفر التحليل هو : (س-٣) (س-٢) = صفر
لاحظ مجموع -٣+-٢ = -٥ الحد الأوسط وحاصل ضربهما ٦ (قيمة جـ)

ب)س^{٢} – س -٦ = صفر التحليل هو : (س-٣) (س+٢) = صفر
لاحظ مجموع -٣+٢ = -١ الحد الأوسط وحاصل ضربهما -٦ (قيمة جـ)
جـ)٣س^{٢} – ٤س +١ = صفر التحليل هو : (٣س-١) (س-١)

***مراجعة + تأسيس لتحليل المعادلات الكسرية:

حلل ما يلي لأبسط صورة

	المعادلة	المعادلة أثناء التحليل	ناتج التحليل
١)	$\frac{س^{٢}-٤}{س-٢}$	$\frac{(س-٢)(س+٢)}{س-٢}$	س+٢
٢)	$\frac{س^{٢}-٣س}{س}$	$\frac{س(س-٣)}{س}$	س -٣
٣)	$\frac{س^{٢}-٢س}{س^{٢}-٤}$	$\frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)}$	$\frac{س}{س+٢}$
٤)	$\frac{س^{٣}-١}{س-١}$	$\frac{(س-١)(س^{٢}+س+١)}{(س-١)}$	س^{٢} + س+١
٥)	$\frac{س^{٢}-٥س+٦}{س^{٣}-٢٧}$	$\frac{(س-٣)(س-٢)}{(س-٣)(س^{٢}+٣س+٩)}$	$\frac{(س-٢)}{(س^{٢}+٣س+٩)}$
٦)	$\frac{٣س^{٢}-٤س+١}{٦س - ٢}$	$\frac{(٣س-١)(س-١)}{٢(٣س-١)}$	$\frac{س-١}{٢}$
٧)	$\frac{س^{٣}+١}{س^{٢}-١}$	$\frac{(س+١)(س^{٢}-س+١)}{(س-١)(س+١)}$	$\frac{(س^{٢}-س+١)}{(س-١)}$

أقوى شرح لمادة الرياضيات
اعداد الاستاذ المتميز : رائد أبو شهاب
والاستاذ شادي النابلسي