

مقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على معلم البشرية محمد بن عبد الله
وعلى اله وصحبه اجمعين وبعد :

فإنه من دواعي سروري أن أضع بين يدي الطلبة هذا الجهد راجين من الله
تبارك وتعالى ان يكون خالصاً لوجهه والوالدي وأن يحقق النفع والفائدة لأبنائنا
الطلبة .

وقد حرصت في هذه الدوسية على أمور عدة تحقق النفع للطالب :-

أولاً : مراعاة التأسيس ابتداءً من المواضيع السهلة الى الصعبة .

ثانياً : تتضمن الدوسية شرحاً مفصلاً وملحوظات وأمثلة متنوعة وشاملة
مدرجة من السهل الى الوسط وصولاً الى أمثلة إبداعية محفزة للتفكير .

ثالثاً : وضعنا اهم المواضيع التي يحتاجها الطالب في المرحلة الثانوية

ونحن إذ نضع هذا الجهد بين يدي الطالب ، فإننا لا نركز على ذكر
الإيجابيات ، بل اخترنا أن نترك لأبنائنا الطلبة الحكم عليها وتقويمها واذاننا
مصغية وقلوبنا مفتوحة لسماع أي رأي أو نقد لهذا العمل .

وأعتذر عن أي خطأ أو سهو غير مقصود فنحن بشر إن أصبنا فمن الله وإن
أخطأنا فمن أنفسنا .

((مع أمنياتي لكم جميعاً بالنجاح والتوفيق))

أ. سائد ياسين الورودات

تعلمنا بيت الشعر القائل :

ما كل ما يتمنى المرء يدركه

تجري الرياح بما لا تشتهي السفن

ولم نتعلم بيوت الشعر القائلة :

تجري الرياح كما تجري سفينتنا

نحن الرياح و نحن البحر و السفنُ

إن الذي يرتجي شيئاً بهمته

يلقاه لو حارته الأنسُ والجن

فاقصد الى قمم الاشياء تدرِكها

تجري الرياح كما رادت لها السفن

الأول يدعو للرضا بالواقع

والأخريات تدعو لصناعة الواقع

أمثلة على كسور غير متساوي المقام :

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{6} \checkmark$$

نلاحظ هنا ان مقام الكسرين غير متساو فلا يجوز الجمع قبل توحيد المقام

تذكر دائما عند توحيد المقامات يجب استخدام هذه القاعدة :

$$\frac{\text{بسط الاول} \times \text{مقام الثاني} + \text{بسط الثاني} \times \text{مقام الاول}}{\text{مقام الاول} \times \text{مقام الثاني}}$$

$$\frac{13}{24} = \frac{26}{48} = \frac{6 \times 3 + 8 \times 1}{8 \times 6} = \frac{3}{8} + \frac{1}{6}$$

أمثلة :

$$\frac{49}{36} = \frac{4 \times 1 + 9 \times 5}{9 \times 4} = \frac{1}{9} + \frac{5}{4} \checkmark$$

$$\frac{15}{26} = \frac{2 \times 1 + 13 \times 1}{13 \times 2} = \frac{1}{13} + \frac{1}{2} \checkmark$$

أساسيات العمليات الحسابية

أولاً : الجمع

أمثله على عملية الجمع الأعداد الموجبة :

$$10 = 5 + 3 + 2 \checkmark$$

$$13 = 2 + 3 + 8 \checkmark$$

أمثلة على جمع الأعداد السالبة :

$$12 = -9 - 3 - \checkmark$$

اي اننا اهلنا اشارة السالب ثم جمعنا (3 + 9 = 12) ثم وضعنا اشارة السالب للنتائج

فأصبحت (12 -)

تنطبق فقط عندما يكون للعددين المراد جمعهم لهم نفس الاشارة

$$7 - = 4 - + 3 - \checkmark$$

$$6 - = 1 - + 5 - \checkmark$$

$$20 - = 13 - + 7 - \checkmark$$

تدريب :

$$= 6 - + 10 - \checkmark$$

$$= 2 - + 22 - \checkmark$$

$$= 90 - + 10 - \checkmark$$

أمثلة على جمع الكسور الموجبة :

$$\frac{8}{3} = \frac{7}{3} + \frac{1}{3} \checkmark$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \checkmark$$

تذكر دائما شكل الكسر :

$$\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \text{شكل كسر}$$

ملاحظة : نتبه دائما الى المقام الاول والمقام الثاني اذا كانا متشابهين نقوم

بعملية الجمع

تدريب :

$$= \frac{7}{8} + \frac{1}{8} \checkmark$$

$$= \frac{2}{81} + \frac{7}{81} \checkmark$$

تلخيص

$$(ع . سالب) + (ع . سالب) = ع . سالب$$

$$(ع . موجب) + (ع . موجب) = ع . موجب$$

أمثلة على طرح الكسور :

$$\frac{11}{56} = \frac{7 \times 3 - 8 \times 4}{8 \times 7} = \frac{3}{8} - \frac{4}{7} \quad \checkmark$$

$$\frac{13}{24} = \frac{8 \times 2 - 3 \times 1}{3 \times 8} = \frac{2}{3} - \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

كيفية الحل :

نلاحظ ان مقام الكسرين **غير متساو فلا يجوز الطرح قبل توحيد المقام**

تذكر دائما عند توحيد المقامات يجب استخدام هذه القاعدة :

$$\frac{\text{بسط الاول} \times \text{مقام الثاني} - \text{بسط الثاني} \times \text{مقام الاول}}{\text{مقام الاول} \times \text{مقام الثاني}}$$

كما تعلمنا سابقا

ناتج البسط له مجموعة حالات منها **بعد توحيد المقام**

إذا كان البسط عدد كبير - عدد صغير = عدد موجب

إذا كان البسط عدد صغير - عدد كبير = عدد سالب

$$\text{تذكر دائما} \therefore \frac{9-9}{8} = \frac{0}{8} = \text{صفر}$$

تدريب :

$$= \frac{2}{2} - \frac{7}{3}$$

$$= \frac{5}{2} - \frac{6}{7}$$

جمع أكثر من كسر عند تساوى المقام وعدم تساوى المقام

أهذر!!!!

من الأخطاء المشهورة عند جمع وطرح البسط مع البسط و المقام مع المقام

$$\frac{1-3}{4-7} \neq \frac{1}{4} - \frac{3}{7}$$

ثانيا : الطرح

أمثلة على الطرح (اعداد كبيره - اعداد صغيره = دائما موجبه)

$$5 = 3 - 8 \quad \checkmark$$

$$4 = 5 - 9 \quad \checkmark$$

أمثلة على الطرح (اعداد صغيره - اعداد كبيره = دائما سالبه)

$$4 - = 12 - 8 \quad \checkmark$$

طريقة الحل :

نقوم بتحويل اشارة العملية من **السالب الى الموجب**

$$\text{من } 12 - 8 \text{ الى } 12 + 8$$

ثم نقوم بتحويل اشارة العدد الذي يأتي بعد اشارة العملية :

*** إذا كانت اشارة العدد موجبه تصبح سالبه**
**** إذا كانت اشارة العدد سالبه تصبح موجبه**

بما ان اشارة العدد موجبه يتم تحويلها الى سالبه

$$\text{من } 12 + 8 \text{ الى } 12 - 8$$

بما ان اشارة العددين احدهما موجبه والأخرى سالبه نقوم بعملية الطرح كلاتي

$$4 = 8 - 12$$

واخيرا نأخذ اشارة العدد الاكبر واضافتها الى الناتج

بما ان اشارة العدد الاكبر هنا للرقم (12) نقوم بأخذ اثارته ووضعها

$$\text{لناتج فيصبح } 4 - = 12 - + 8$$

أمثلة :

$$6 - = 9 - 3 \quad \checkmark$$

$$3 - = 12 - 9 \quad \checkmark$$

$$20 - = 50 - 30 \quad \checkmark$$

تدريب :

$$= 9 - 2$$

$$= 12 - 7$$

$$= 20 - 16$$

تدريب :

$$= 2 - 3 - 4 + 5 - 2$$

$$= 3 - 5 + 5 - 9 + 5$$

ملاحظة :

كيفية ايجاد مثل هذه المسائل نبدأ

اولا من اليمين لليساار ونأخذ اول حدين (5 - 3) ونجري العملية عليهما فيظهر الناتج وهو (2 -) بعد حصولنا على الناتج ماذا افعل؟؟!!

(اضع الناتج واخذ العدد الذي يليه)

(4 + 2 -) اقوم بالعملية وهكذا حتى اصل للرقم الاخير

ويكون هو ناتج النهائي للمسألة .

ثالثاً: الضرب

أمثلة على الضرب عند تشابه الإشارة:

$$9 = 3 \times 3 \quad \checkmark$$

$$24 = 4 \times 6 \quad \checkmark$$

$$14 = 2 \times 7 \quad \checkmark$$

$$110 = 11 \times 10 \quad \checkmark$$

نلاحظ: ان ناتج ضرب عددين صحيحين متشابهين في الإشارة

هو عدد صحيح موجب.

أي بمعنى:

" كلاهما نفس الإشارة (موجبة أو سالبة) فالجواب موجب "

أمثلة على الضرب عند اختلاف الإشارة:

$$9 = -3 \times 3 \quad \checkmark$$

$$20 = 5 \times -4 \quad \checkmark$$

$$40 = 20 \times 2 \quad \checkmark$$

$$26 = 3 \times 12 \quad \checkmark$$

الخاصية التبادلية:

$$- \times + = + \times -$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

$$- \times - = - \times +$$

رابعاً: القسمة

أمثلة على القسمة عند تشابه الإشارات:

$$3 = \frac{6}{2} \quad \checkmark$$

$$8 = \frac{64}{8} \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \checkmark$$

$$3 = \frac{21}{7} \quad \checkmark$$

نلاحظ: ان ناتج قسمة عددين صحيحين متشابهين في الإشارة

هو عدد صحيح موجب.

أي بمعنى:

إذا كان البسط والمقام نفس الإشارة (كلاهما موجب أو كلاهما سالب) فالجواب يكون أشارته موجبة .

أمثلة على القسمة عند اختلاف الإشارات:

$$\frac{1}{9} = \frac{7}{63} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{6} = \frac{36}{6} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} = \frac{8}{2} \quad \checkmark$$

تذكر دائماً:

$$\frac{4}{0} = \frac{4}{0} = \frac{4}{0}$$

نلاحظ: ان ناتج قسمة عددين صحيحين مختلفين في الإشارة

هو عدد صحيح سالب.

أي بمعنى:

إذا اختلفت الإشارة (احدهما موجب والآخر سالب) فالجواب يكون أشارته سالب .

تفخيص

$$(ع. موجب) / (ع. موجب) = ع. موجب$$

$$(ع. سالب) / (ع. سالب) = ع. موجب$$

$$(ع. موجب) / (ع. سالب) = (ع. سالب) / (ع. موجب)$$

تفخيص

$$(ع. موجب) \times (ع. موجب) = ع. موجب$$

$$(ع. سالب) \times (ع. سالب) = ع. موجب$$

$$(ع. موجب) \times (ع. سالب) = ع. سالب$$

$$(ع. سالب) \times (ع. موجب) = ع. سالب$$

الجذر التربيعي " $\sqrt{\quad}$ ، $\sqrt[3]{\quad}$ ، $\sqrt[4]{\quad}$ ، " }
 " الجواب هنا دائما " \pm " الجذور نوعان
 " الجذر الفردي " $\sqrt[3]{\quad}$ ، $\sqrt[5]{\quad}$ ، " }

تذكر:

$$س = \frac{1}{س^{-1}}$$

$$س = \frac{1}{س^{-1}}$$

أمثلة على جذور تربيعية موجب:

$$\sqrt{1} = \pm 1 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{9} = \pm 3 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{16} = \pm 4 \quad \checkmark$$

أمثلة على جذور تربيعية سالبة:

$$\sqrt{-4} \quad \checkmark \text{ لا يوجد}$$

سيخطر في بالك لماذا لا يوجد ؟؟؟

الجواب :- ليس هناك عددين متماثلين إذا ضربتهم في بعض سيعطي عدد سالبا
 مثال لتوضيح :-
 $2 \times 2 = 4$ إذن لا يوجد

أمثلة على جذور تكعيبية موجبة:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \checkmark$$

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad \checkmark$$

أمثلة على جذور تكعيبية سالبة:

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad \checkmark$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5 \quad \checkmark$$

تذكير:

$$\sqrt[3]{س} \times \sqrt[3]{س} = \sqrt[3]{س^3}$$

فقط لتذكير

سيخطر في بالك سؤال

متى يمكن جمع أو طرح الجذور ؟

إذا كان الجذرين المراد جمعهم أو طرحهم جذرين تربيعيين أو تكعيبيين

و أن يكون ما داخل الجذرين نفس العدد

مثال لتوضيح:

$$\sqrt{16} + \sqrt{16} = 8 \quad \checkmark$$

$$5\sqrt{16} - \sqrt{16} = 4 \quad \checkmark$$

$$2\sqrt{13} + 3\sqrt{13} = 5\sqrt{13} \quad \checkmark$$

لا يوجد جواب

السبب !!! ان الجذرين غير متشابهين الاول جذر تربيعي والثاني جذر تكعيبي

$$5\sqrt{16} + \sqrt{13} \quad \checkmark \text{ لا يوجد جواب}$$

السبب !!! ان ما داخل كل جذر يختلف عن الاخر لذلك لا يمكن حلها

لكل عدد طبيعي (ن) وعدد حقيقي (س) فإن :-

$$س^ن = \underbrace{س \times س \times س \times س \times س \times \dots \times س}_{ن \text{ عددا مرات}}$$

العدد الحقيقي (س) يسمى الأساس ، والعدد الطبيعي (ن) يسمى الأس .

أهم قواعد الاساس:

1 (س ص)^د = س^د × ص^د

مثال:

$$36 = 9 \times 4 = 3^2 \times 2^2 = (3 \times 2)^2 \quad \checkmark$$

2 (س^د)^ن = س^{د×ن}

مثال:

$$8^3 = 2^3 \times 2^3 = 2^9 \quad \checkmark$$

3 س^د × س^و = س^{د+و}

مثال:

$$2^7 \times 2^2 = 2^{7+2} = 2^9 \quad \checkmark$$

4 س^ن / س^م = س^{ن-م}

مثال:

$$2^3 / 2^1 = 2^{3-1} = 2^2 \quad \checkmark$$

5 س^ن / س^و = س^{ن/و}

مثال:

$$2^4 / 2^2 = 2^{4/2} = 2^2 \quad \checkmark$$

6 س^ن = 1

مثال:

$$1 = 1^0 \quad \checkmark$$

$$1 = 1^{-9} \quad \checkmark$$

⚠️ أهدر.....!!!

من الأخطاء المشهورة ضرب الأساس بالأس

$$2^3 \neq (2^3)^2$$

$$2^{-2} \neq (2^{-2})^2$$

تذكر:

$$\left(\frac{1}{ب}\right)^ن = \frac{1}{ب^ن}$$

$$\left(\frac{ب}{1}\right)^ن = ب^ن$$

⚠️ أهدر.....!!!!

الأس لا يتوزع على عملية الجمع أو الطرح

$$(أ \pm ب)^ن \neq أ^n \pm ب^n$$

جمع الحدود الجبرية وطرحها

مثال :

$$3س + 7ص + 2ع + 2ص + 6س + 2ص - ع + 2ص + 2ص + 2ص$$

الحل :

3س يجمع الى 6س لتشابه الرموز وتساوي الاسس

ص لا يجمع الى 2ص الرموز متشابه ولكن القوى (الاس) مختلف

نرتب الحدود بشكل يمكننا من جمعه بشكل اسهل وابسط

$$3س + 6س + 7ص + 2ص + 2ص + 2ص + 2ص - ع - ع = 9س + 9ص + 2ع - ع - ع$$

تدريب :

$$س + 6س + 2ص + 3س + 2ع + 5س + 2ص - 4س + 3س + 3ص$$

ضرب الحدود الجبرية

أمثلة :

$$2س \times 4ص = 8ص$$

الحل :

$$8 = 4 \times 2$$

المعاملات

$$س' \times 4ص' = 4س'ص'$$

المتغيرات (الرموز)

(تذكر ان الاسس تجمع عند الضرب)

$$8س'ص' = 4س' \times 2ص'$$

$$5س \times 3ص \times 2س = 30س^2ص$$

الحل :

المعاملات

$$15 = 3 \times 5$$

المتغيرات (الرموز)

$$س \times 3ص \times 2س = 6س^2ص$$

(تذكر ان الاسس تجمع عند الضرب)

$$15س^2ص = 5س \times 3ص \times 2س$$

تدريب :

$$7ص \times 2س \times 3ص = 42ص^2س$$

علم الرياضيات : هو علم الهندسة والجبر والحساب

حيث في علم الجبر يلزم معرفة ما يلي :-

الحد الجبري : هو ما يكون حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

أمثلة :

$$س$$

$$3س$$

$$س^2$$

المقدار الجبري :- هو ما يتكون من حد جبري أو أكثر يفصل بين كل حد واخر علامة (+) أو (-).

أمثلة :

$$س + 1$$

$$س + 3ص - ع$$

$$8 - س - 3ص$$

مكونات المعادلة

لنتذكر سوياً ما هي مكوناتها :

أمثلة :

$$4س + 9ص = 8$$

4 يسمى معامل س وهو ثابت

9 يسمى معامل ص وهو ثابت

س متغير وكذلك ص متغير

4س حد جبري وكذلك 9ص حد جبري

8 القيمة العددية للمقدار الجبري

$$10 = 5 - ع - 12ك$$

5 يسمى معامل ع وهو ثابت

12- يسمى معامل ك وهو ثابت

ع متغير وكذلك ك متغير

5-ع حد جبري وكذلك 12ك حد جبري

10 القيمة العددية للمقدار الجبري

نلاحظ ان :

المعامل يؤخذ مع اشارته ان كانت موجبة أو سالبة

لهذا السبب تم اخذ (5-) و (12-) في المثال السابق مع الاشارة .

لتذكير :

$$\frac{1-}{4} = \frac{4-}{4}$$

تدريب ما هي مكونات المعادلة :

$$36 = 8ل - 5ن + \frac{4-}{4}$$

التحليل إلى العوامل

الفرق بين مربعين $س^2 - أ^2$

$$س^2 - أ^2 = (س - أ)(س + أ)$$

أي بمعنى (الجذر - الجذر) (الجذر + الجذر)

أمثلة:

$$س^2 - ١٦ = (س - ٤)(س + ٤) ✓$$

$$١٦ - س^2 = (س - ٤)(س + ٤) ✓$$

$$٤٩م^2 - ل^2 = (٧م - ل)(٧م + ل) ✓$$

$$١ - (س + ١)^2 = (١ - (س + ١))(١ + (س + ١)) ✓$$

$$س - ٤ = (س - ٢)(س + ٢) ✓$$

تدريب:

$$٢٥ - س^2$$

$$١ - س^2$$

$$٦٤س^2 - ٢٥$$

لتذكير:

$$س \times س = س^2$$

مجموع مكعبين $س^3 + أ^3$

$$س^3 + أ^3 = (س + أ)(س^2 - س أ + أ^2)$$

(الحد الاول + الحد الثاني) (مربع الحد الاول - الحد الاول × الحد الثاني + الحد الثاني)

أي بمعنى (قوس صغير له نفس الإشارة) (قوس كبير الاولى العكس والثانية دائما موجبة)

أمثلة:

$$٢٧س^3 + ٨ص^3 = (٣س + ٢ص)(٩س^2 - ٦س ص + ٤ص^2)$$

$$٦٤ص + ٢ = (٤ص + ٢)(١٦ - ٤ص + ٢ص^2)$$

تدريب:

$$٣ص + ٢ل$$

$$١٢٥ + ن^3$$

اخراج عامل مشترك

العامل المشترك قد يكون رقم أو متغير (س، ص) أو كلاهما

أمثلة:

$$٣س^3 + ٩ = ٣(س^3 + ٣) ✓$$

$$س^2 - ٤س = س(س - ٤) ✓$$

$$٣س^3 - ٣س = ٣س(س^2 - ١) ✓$$

$$س^3 + س^2 - ٢س = س(س^2 + س - ٢) ✓$$

$$٨س^3 + ٢٧س^2 = س^2(٨س + ٢٧) ✓$$

$$\frac{١}{٣}س^3 - ٣ = \frac{١}{٣}س(س^2 - ٩) ✓$$

$$\frac{١}{٤}س - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}(س - ١) ✓$$

$$٢(س - ٢)٤(س - ٢) = (٢ - س)(٢ - س)(٢ - س) ✓$$

$$٣س^3 - ٢س^2 - ٩س - ٢٧ = ٣س^2 - ٩س - ٢٧ ✓$$

تدريب:

$$١٢٥ + ٣ع + ٢ع^2$$

$$٢٧س^3 + ٩س^2$$

تدريب:

$$٦٤س^2 - ١٢٥$$

$$٢٧س^3 - ٢$$

مجموع مربعين $س^2 + أ^2$ لا تقبل

مثال:

$س^2 + ٤ =$ لا يوجد لها تحليل " لان مميزها سالب "

الفرق بين مكعبين $س^3 - أ^3$

$$س^3 - أ^3 = (س - أ)(س^2 + س أ + أ^2)$$

أي بمعنى (قوس له نفس الإشارة) (قوس كبير الاولى العكس والثانية دائما موجبة)

العبارة التربيعية التي تنتج من تحليل **دائما** تكون أولية أي لا تحلل (مميزها سالب)

أمثلة:

$$٨ - س^3 = (٢ - س)(٤ + ٢س + س^2) ✓$$

$$٦٤ - ٢١٦ص^3 = (٤ - ٦ص)(١٦ + ٢٤ص + ٣٦ص^2) ✓$$

$$٢٧ - س^3$$

$$١ - (س - ١)(س^2 + س + ١) ✓$$

$$٢س^3 = (س^2) ✓$$

تدريب:

$$٦٤س^2 - ١٢٥$$

$$٢٧س^3 - ٢$$

لتسهيل الحل : إذا كان معامل s^2 سالبا فإنه يؤخذ عاملا مشتركا من بداية الحل

أمثلة : حلل المعادلات التالية :

$$(1) \quad 6 + 7s - s^2 = 0$$

$$(2) \quad 4 + 5s - s^2 = 0$$

إذا كانت s^2 معاملها ليس (١) كيف يتم الحل ؟

أمثلة :

$$(1) \quad 6 + 7s - s^3 = 0$$

$$(2) \quad 4 + 5s - s^2 = 0$$

تحليل ثلاثي الحدود

الشكل العام ← $أس^٢ ± ب س ± ج = صفر$

هناك ثلاثة حالات

الحالة الأولى : $أس^٢ + ب س + ج = صفر$



$$✓ \quad أس^٢ + ٥س + ٦ = صفر$$

طريقة الحل :

نفتح قوسين ونضع (س) (س)

نضع اشارتي الموجب (س +) (س +)

ثم نأخذ الثابت $س^٢ + ٥س + ٦ = صفر$

عددين إذا ضربتهم في بعضهم يعطوني الحد الثابت ٦

$$٦ = ٦ \times ١ \quad \text{أو} \quad ٦ = ٣ \times ٢$$

وإذا جمعهم يعطوني الحد الاوسط $٥ = ٣ + ٢$

$$٠ = (س + ٢)(س + ٣)$$

الحالة الثانية : $أس^٢ - ب س + ج = صفر$

مثال :

$$✓ \quad أس^٢ - ٧س + ١٠ = صفر$$

نفتح قوسين ونضع (س) (س)

نضع اشارتي السالب (س -) (س -)

ثم نأخذ الثابت $أس^٢ - ٧س + ١٠ = صفر$

عددين إذا ضربتهم في بعضهم يعطوني الحد الثابت ١٠

$$١٠ = ١٠ \times ١ \quad \text{أو} \quad ١٠ = ٥ \times ٢$$

وإذا جمعهم يعطوني الحد الاوسط $٧ = ٥ + ٢$

$$(س - ٥)(س - ٢) = صفر$$

الحالة الثالثة : $أس^٢ ± ب س - ج = صفر$

مثال :

$$✓ \quad أس^٢ - ٣س - ١٠ = صفر$$

نفتح قوسين ونضع (س) (س)

نضع اشارتي موجب وسالب (س +) (س -)

ثم نأخذ الثابت $أس^٢ - ٣س - ١٠ = صفر$

عددين إذا ضربتهم في بعضهم يعطوني الحد الثابت ١٠

$$١٠ = ١٠ \times ١ \quad \text{أو} \quad ١٠ = ٥ \times ٢$$

وإذا طرحتهم يعطوني الحد الاوسط $٣ = ٢ - ٥$

وحسب اشارة الحد الاوسط توضع للرقم الاكبر وهنا بما ان اشارة الاحد

الايوسط سالبة توضع لرقم ٥

$$(س + ٢)(س - ٥) = صفر$$

تدريب :

$$❖ \quad أس^٢ + ٩س + ١٤ = (س + ٢)(س + ٧)$$

$$❖ \quad أس^٢ - ٢س + ١ = (س - ١)(س - ١)$$

$$❖ \quad أس^٢ + ٣س - ١٠ = (س + ٥)(س - ٢)$$

الحالة الأولى : القوس التربيعي (المربع الكامل)

$$(s \pm a)^2 = s^2 \pm 2as + a^2$$

أمثلة :

$$(s+5)^2 = s^2 + 10s + 25$$

$$(s-5)^2 = s^2 - 10s + 25$$

$$(s+4)^2 = s^2 + 8s + 16$$

$$(s-3)^2 = s^2 - 6s + 9$$

$$(s-1)^2 = s^2 - 2s + 1$$

الحالة الثانية : القوس التكعيبي

$$(s \pm a)^3 = s^3 \pm 3as^2 + 3a^2s + a^3$$

$$(s+3)^3 = s^3 + 9s^2 + 27s + 27$$

$$(s-2)^3 = s^3 - 6s^2 + 12s - 8$$

$$(s+1)^3 = s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

$$(s-4)^3 = s^3 - 12s^2 + 48s - 64$$

$$(s+4)^2 = s^2 + 8s + 16$$

$$(s-2)^2 = s^2 - 4s + 4$$

الحالة الثالثة :

$$(s \pm a)^2 = s^2 \pm 2as + a^2$$

أمثلة :

$$(s+3)^2 = s^2 + 6s + 9$$

$$(s-7)^2 = s^2 - 14s + 49$$

$$(s+5)^2 = s^2 + 10s + 25$$

$$(s-8)^2 = s^2 - 16s + 64$$

$$(s-7)^2 = s^2 - 14s + 49$$

$$(s-9)^2 = s^2 - 18s + 81$$

المقدار ثلاثي الحدود اذا ريعت حده الأوسط بدون المعامل ونتج الحد الأول هذا يحلل بنفس طريقة تحليل التربيعي .

أمثلة : حل المقادير الآتية

$$(1) \quad s^2 - 3s + 2 = (s-1)(s-2)$$

$$(2) \quad s^2 - 5s + 6 = (s-2)(s-3)$$

$$(3) \quad s^2 + 3s + 2 = (s+1)(s+2)$$

$$(4) \quad s^2 + 18s + 81 = (s+9)^2$$

ب) الاقتران الآسي

$$(1) \quad s^2 - 9 = (s-3)(s+3)$$

(2) في حالة الضرب اذا كان الأساس موحدًا فان الأساس يثبت والاسس تجمع .

(3) في حالة القسمة اذا كان الأساس موحدًا فان الأساس يثبت والاسس تطرح .

$$(4) \quad \frac{s^2}{(s-1)} = \frac{s^2 - 1 + 1}{(s-1)} = \frac{(s-1)(s+1) + 1}{(s-1)}$$

لتسهيل الحل :

* المقادير التي تحتوي (25) أو (3) يمكن ان

$$\text{نستخدم الفرض } s=5 \Rightarrow s^2=25$$

$$\frac{s^2}{(s-1)} = \frac{25}{(5-1)} = \frac{25}{4}$$

** اذا استطعت ان تحلل بدون فرض فلا ماتع من ذلك .

أمثلة :

$$(1) \quad s^2 - 25 = (s-5)(s+5)$$

$$s^2 - 36 = (s-6)(s+6)$$

$$(s+6)(s-6) = s^2 - 36$$

$$(s+5)(s-5) = s^2 - 25$$

$$(2) \quad s^2 - 8 = (s-3)(s+5) + 7$$

$$s^2 - 8 = (s-2)(s+4) + 4$$

$$(s-2)(s+4) + 4 = s^2 - 8$$

$$(s-2)(s+4) + 4 = s^2 - 8$$

$$(3) \quad (125) - 25 = (5-2)(5+2) = 5^2 - 2^2$$

$$s^2 - 2s = (s-2)(s)$$

$$(s-1)(s) = s^2 - s$$

$$s^2 - 25 = (s-5)(s+5)$$

$$(4) \quad s^2 - 4 = (s-2)(s+2)$$

$$s^2 - 2s = (s-2)(s)$$

$$(s-3)(s) = s^2 - 3s$$

$$(s-7)(s) = s^2 - 7s$$

تدريب

$$(6) \quad s^2 - 16 = (s-4)(s+4)$$

اضف الى معلوماتك :

$$^{\circ}(ب-١) = ^{\circ}(ب+١) = ^{\circ}(١-ب) = ^{\circ}(١+ب)$$

$$^{\circ+}(ب\pm ١) = ^{\circ}(ب\pm ١) = ^{\circ}(١\pm ب)$$

أمثلة :

$$^{\circ}(٣-١) = ^{\circ}(٣+١) = ^{\circ}(١-٣) = ^{\circ}(١+٣)$$

$$^{\circ}(١-١) = ^{\circ}(١+١) = ^{\circ}(١-١) = ^{\circ}(١+١)$$

$$\sqrt[١]{(١٤-١)} = \sqrt[١]{(١٤+١)} = \sqrt[١]{(١٤-١)} = \sqrt[١]{(١٤+١)}$$

$$\sqrt[١]{(١١-١)} = \sqrt[١]{(١١+١)} = \sqrt[١]{(١١-١)} = \sqrt[١]{(١١+١)}$$

$$\sqrt[١]{(٢-١)} = \sqrt[١]{(٢+١)} = \sqrt[١]{(٢-١)} = \sqrt[١]{(٢+١)}$$

$$\sqrt[١]{(٤-١)} = \sqrt[١]{(٤+١)} = \sqrt[١]{(٤-١)} = \sqrt[١]{(٤+١)}$$

$$^{\circ}(١+١) = ^{\circ+}(١+١) = (١+١) (١+١)$$

$$^{\circ}(١-١) = ^{\circ+}(١-١) = (١-١) (١-١)$$

$$^{\circ}(١+\frac{1}{٤}) = ^{\circ+}(١+\frac{1}{٤}) = (١+\frac{1}{٤}) (١+\frac{1}{٤})$$

$$^{\circ}(١-١) = ^{\circ+}(١-١) = (١-١) (١-١)$$

الحالة الرابعة :

$$(س+١) (س+١) = (س+١) (س+١) = (س+١) (س+١)$$

$$س+١ = س+١ = س+١$$

$$(س-١) (س-١) = (س-١) (س-١) = (س-١) (س-١)$$

$$س-١ = س-١ = س-١$$

أمثلة :

$$(س+٤) (س+٤) = (س+٤) (س+٤) = (س+٤) (س+٤)$$

$$س+٤ = س+٤ = س+٤$$

$$(س-٣) (س-٣) = (س-٣) (س-٣) = (س-٣) (س-٣)$$

$$س-٣ = س-٣ = س-٣$$

الحالة الرابعة :

$$(ب-١) (ب-١) = (ب-١) (ب-١) = (ب-١) (ب-١)$$

$$ب-١ = ب-١ = ب-١$$

أمثلة :

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

$$(٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١) = (٣-١) (٣-١)$$

اهم الملاحظات:

$$1 = \frac{1-s}{1-s} = \frac{1-s}{1-s} \quad 1 = \frac{1+s}{1+s} \quad 1 = \frac{1-s}{1-s}$$

أمثلة:

$$= \frac{9-2}{6+s} \quad \checkmark$$

الحل:

$$\frac{1}{2} = \frac{(3+s)(3-s)}{(3+s)2} = \frac{9-2}{6+s}$$

الحل:

$$= \frac{s}{2s+1} + \frac{2s}{3s-1} \quad \checkmark$$

الحل:

$$\frac{s}{2s-1} + \frac{(s)}{(s-1)} = \frac{s}{2s-1} + \frac{2s}{3s-1} = \frac{s}{2s-1} + \frac{s}{2s-1} = \frac{2s}{2s-1}$$

الحل:

$$4-s = \frac{(4-s)(2-s)}{2-s} = \frac{8+s6-2}{2-s}$$

$$= \frac{5s-2}{5+s6-2} \quad \checkmark$$

الحل: عامل مشترك في البسط

$$s(5-s) = \frac{(5-s)(2-s)}{5+s6-2}$$

$$\frac{(5+s)(1-s)}{(5-s)(1-s)}$$

بالتحليل

$$s \neq 0 \quad \frac{(5+s)s}{(5-s)} = \frac{((5+s)(1-s))}{(5-s)(1-s)}$$

بالاختصار

$$= \frac{3s^2 + 2s + 2}{2s^2 + 6s + 9} \quad \checkmark$$

الحل: تلاحظ ان البسط مجموع مكعبين والمقام عبارة تربيعه بالتحليل

$$\frac{3s^2 + 2s + 2}{2s^2 + 6s + 9} = \frac{(3s+2)(s-2)}{(3s+3)(3s+3)} = \frac{(3s+2)(s-2)}{(3s+3)(3s+3)}$$

$$= \frac{3}{4-s} + \frac{s}{3+s} \quad \checkmark$$

تذكر: توحيد المقامات

$$\frac{\text{بسط الاول} \times \text{مقام الثاني} \pm \text{بسط الثاني} \times \text{مقام الاول}}{\text{مقام الاول} \times \text{مقام الثاني}}$$

$$\frac{s(3+s) + (4-s)s}{(4-s)(3+s)} = \frac{3}{4-s} + \frac{s}{3+s}$$

الفكر هنا:

(3+s) لا نستطيع اختصارها

$$\frac{9+s3+s4-2}{(4-s)(3+s)} = \frac{9+s-2}{(3+s)(4-s)}$$

$$\frac{9+s-2}{(3+s)(4-s)}$$

$$= \frac{2s+1}{3s8-1} - \frac{1}{2-s} \quad \checkmark$$

الحل:

$$\frac{(2s-1)(2s+1) - (3s8-1)}{(3s8-1)(2s-1)} = \frac{2s+1}{3s8-1} - \frac{1}{2-s}$$

تحليل الفرق المكعبين الموجود في البسط

$$\frac{(2s-1)(2s+1) - (3s8-1)}{(3s8-1)(2s-1)}$$

باخراج (2-1) عامل مشترك من البسط واختصاره مع المقام

$$\frac{(2s-1)((2s+1) - (3s8-1))}{(3s8-1)(2s-1)}$$

بتجهيز البسط

$$\frac{2s+1-3s8-1}{(3s8-1)} = \frac{2s+1-3s8-1}{(3s8-1)}$$

بتجميع الحدود البسط

$$\frac{2s+1-3s8-1}{(3s8-1)}$$

$$\frac{2s}{(3s8-1)}$$

المتباينات

إذا كان أ ، ب عدنان فإن التعبير التالي $A < B$ يسمى متباينة

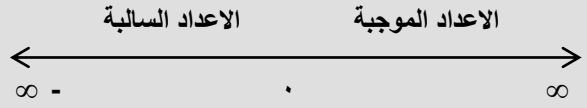
$A \leq B$ $A > B$ $A \geq B$

الرمز	القراءة
$A < B$	أ أكبر من ب
$A \leq B$	أ أكبر من أو يساوي ب
$A > B$	أ أصغر من ب
$A \geq B$	أ أصغر من أو يساوي ب

لنتذكر:

عزيزي الطالب

خط الأعداد ينقسم إلى قسمين الموجب والقسم السالب.



* القسم الموجب يبدأ من الصفر إلى اللانهاية موجبة

نقوم بالمقارنة بين مجموعة ارقام

أمثلة:

✓ أيهما أكبر (٥ أم ١)

الرقم ٥ أكبر من الرقم ١ التعبير الرياضي $5 < 1$

✓ أيهما أكبر (١٠٠ أم ٥٢)

الرقم ١٠٠ أكبر من الرقم ٥٢ التعبير الرياضي $100 < 52$

* أما في قسم الاعداد السالبة يبدأ من الصفر إلى لانهاية السالبة

نقوم بالمقارنة بين مجموعة ارقام

أمثلة:

✓ أيهما أكبر (١ أم ٨)

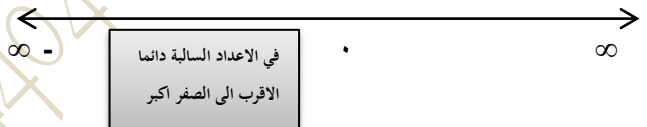
الرقم ١ أكبر من الرقم ٨

✓ أيهما أكبر (٥ أم ١٠٠)

الرقم ٥ أكبر من ١٠٠

سيخطر في بالك ماذا العدد (١- و ٥-) أكبر في الأمثلة السابقة؟؟؟

الجواب :- فقط في الاعداد السالبة القريبة من الصفر دائما هي الأكبر



لنأخذ مثال لتوضيح أكثر:

✓ أيهما أكبر الرقم (٢ أم ٨٥٥)

أيهما أقرب إلى الصفر؟ نعم انه (٢-) إذن هو الأكبر يعبر عنه

رياضيا $2 < 855$

✓ أيهما أكبر (٥ أم ٥.١)

أيهما أقرب إلى الصفر؟ نعم انه ٥ لأنه قريب جدا من الصفر

✓ أيهما أكبر (٥ أم ١)

هنا المقارنة ستختلف لأنه هناك رقم موجب ورقم سالب

دانما يكون الأكبر في حالة عدد موجب والآخر سالب

دانما الموجب الأكبر

الأكبر وهو ١ يعبر رياضيا $1 < 5$

شرح المتباينات:

كحي $5 > 0$

تعني هذه المتباينة أن المتغير س ممكن أن يأخذ أي قيمة أقل من ٥

فالأعداد التالية مثلا تحقق المتباينة - ٢ ، ٠ ، ١٠٠ - أعداد أقل من ٥

أما العدد ٥ فلا يحقق المتباينة لعدم وجود إشارة المساواة

والعدد (٥.١) كذلك لا يحققها لأنه أكبر من ٥

كحي $4 \geq 0$

تعني هذه المتباينة أن المتغير س ممكن أن تأخذ أي قيمة أقل أو يساوي ٥

فالأعداد التالية مثلا تحقق المتباينة - ٥ ، ٢٠ ، ١٠٢٢ ،

لاحظ أن العدد - ٤ حقق المتباينة لوجود إشارة المساواة

والعدد (٣.٩-) لا يحقق المتباينة لأنه أكبر من - ٤

كحي $15 < 0$

تعني هذه المتباينة أن المتغير س ممكن أن تأخذ أي قيمة أكبر من - ١٥

فالأعداد التالية مثلا تحقق المتباينة ١ ، ٦ ، ١٠٠ ، ١٤ ، ٨ -

لاحظ أن العدد - ١٥ لا يحقق المتباينة لعدم وجود إشارة المساواة

والعدد (١٥.١-) لا يحقق المتباينة لأنه أصغر من - ١٥

كحي $0 \leq 0$

تعني هذه المتباينة أن المتغير س ممكن أن تأخذ أي قيمة أكبر أو يساوي ٠

فالأعداد التالية مثلا تحقق المتباينة ١ ، ٦ ، ١٠٠ ، ٤٥٢ ، ١٠٠٤ -

لاحظ أن العدد صفر حقق المتباينة لوجود إشارة المساواة

والعدد (٠.٠٠١-) لا يحقق المتباينة لأنه أصغر من ٠

لنتذكر:

إذا كان هناك متباينتين $1 < 8$ و $8 > 5$ يمكن كتابتها مزدوجة

كما يلي $1 < 8 > 5$

يجب أن تعرف أن الرقم على يمين المتباينة يكون عدد صغير

وعلى يسارها يكون عدد كبير

الفترة المفتوحة :

تكتب هكذا (أ ، ب)

أي بمعنى : أ ، ب ينتميان الى الاعداد الحقيقية وهذه الفترة لا تشمل العدد أ و ب بل تشمل الاعداد الواقعة بينهما بما فيها الكسور .

الفترة يمكن تمثيلها على خط الاعداد (الدائرة المفرغة) تدل على ان الفترة مفتوحة (



مثال لتوضيح :

(٩ ، ١) تعني هذه الفترة انها لا تشمل العدد ٩ و ١ بل تشمل الاعداد

الواقعة بينهما حتى الكسور .



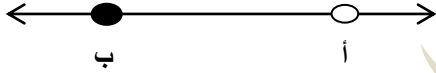
الفترة نصف المغلقة أو نصف المفتوحة :

أ) مفتوحة من اليمين

تكتب هكذا (أ ، ب)

اي بمعنى : أ ، ب ينتميان الى الاعداد الحقيقية وهذه الفترة لا تشمل العدد أ و ب وتشمل الاعداد الواقعة بينهما بما فيها الكسور .

الفترة يمكن تمثيلها على خط الاعداد (الدائرة المظلمة من جهة المغلقة و المفرغة من جهة المفتوحة)



مثال لتوضيح :

(-٨ ، ١٠) تعني هذه الفترة انها لا تشمل العدد ٩ وتشمل العدد ١

والاعداد الواقعة بينهما حتى الكسور .

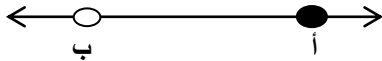


ب) مفتوحة من اليسار :

تكتب هكذا [أ ، ب)

اي بمعنى : أ ، ب ينتميان الى الاعداد الحقيقية وهذه الفترة تشمل العدد أ ولا تشمل العدد ب وتشمل الاعداد الواقعة بينهما بما فيها الكسور .

الفترة يمكن تمثيلها على خط الاعداد (الدائرة المظلمة من جهة المغلقة و المفرغة من جهة المفتوحة)



مثال لتوضيح :

[-٣ ، ٩) تعني هذه الفترة انها تشمل العدد -٣ ولا تشمل العدد

٩ والاعداد الواقعة بينهما حتى الكسور .

تلخيص

الفترة المغلقة تعني انها تشمل العدد

الفترة المفتوحة تعني انها لا تشمل العدد

الفترات

التعريف :

هي مجموعة جزئية من الاعداد الحقيقية .

أنواع الفترات :

1 الفترات المحدودة .

2 الفترات غير المحدودة .

الفترات المحدودة

الفترة نصف مغلقة
أو نصف المفتوحة
(] أو [)

الفترة المفتوحة
()

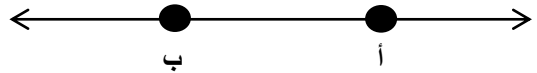
الفترة المغلقة
[]

الفترة المغلقة :

تكتب هكذا [أ ، ب]

اي بمعنى : أ ، ب ينتميان الى الاعداد الحقيقية وهذه الفترة تشمل العدد أ و ب و الاعداد الواقعة بينهما بما فيها الكسور .

الفترة يمكن تمثيلها على خط الاعداد (الدائرة المظلمة) تدل على ان الفترة مغلقة (



مثال لتوضيح :

[-٨ ، ١٠] تعني هذه الفترة انها تشمل العدد ١٠ و -٨ و الاعداد

الواقعة بينهما حتى الكسور .

سيخطر في بالك سؤال ؟؟

يرمز للافتراض بالرمز ق (س) أو ل (س) أو ص

أمثلة :

✓ ق (س) = س²

✓ ل (س) = س⁵

✓ ص = 3 اي بمعنى ق (س) = 3

أنواع الافتراضات

- كثير الحدود
- النسبي
- الدائري
- المتشعبة
- القيمة المطلقة

أولا : كثيرات الحدود

أن سⁿ + أن سⁿ⁻¹ + + س¹ + أ . حيث جميع الأسس أعداد صحيحة غير سالبة أن ن ≠ صفر

أي بمعنى :

لا يحتوي على قوة كسرية أو قوة سالبة وتكون المعاملات أعداد حقيقية .

التعويض

أمثلة على التعويض :

✓ ق (س) = س³ + س² + 1

ق (-1) = (-1)³ - (-1)² + 1 = 1 - 1 + 1 = 1

ق (1) = (1)³ - (1)² + 1 = 1 - 1 + 1 = 1

** تذكر دائما **

(سالب) زوجي = أكيد موجب

✓ ق (س) = س² - 2س + 1

ق (-1) = (-1)² - 2(-1) + 1 = 1 + 2 + 1 = 4

ق (1) = (1)² - 2(1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0

** تذكر دائما **

(سالب) فردي = أكيد سالب

أمثلة :

س + 5 = 0 ⇐ س = -5

س - 3 = 7 ⇐ س = 10

لتوضيح أكثر :

حل المعادلة لتأخذ المثال التالي :- س + 4 = 11

الحل : نطرح من طرفي المعادلة العدد (4)

س + 4 = 11 ⇐ س = 11 - 4 = 7

نقول العدد 7 حلاً للمعادلة س + 4 = 11 لأن 11 = 4 + 7

وهي صحيحة.

حل المعادلات الخطية بمتغيرين

س + ص = 7

س - 2ص = 4

ملاحظة :- لحل مثل هذه المعادلات يجب ان تجعل المعادلة بمتغير واحد

نقط اما بطرح أو جمع المعادلة الأولى من الثانية أو العكس أو

بضرب ثابت باحد المعادلتين

الحل :

نطرح المعادلة الأولى من الثانية

س + ص = 7

س - 2ص = 4

س + 2ص = 14

3ص = 3 ⇐ ص = 1

بتعويض قيمة ص في المعادلة الأولى أو الثانية نحصل على

س + 1 = 7 ⇐ س = 6

لتأكد من الحل اقوم بتعويض س = 6 ، ص = 1 في المعادلة

الأولى أو الثانية

س - 2ص = 4 ⇐ 6 - 2(1) = 4

4 = 4 صحيحة

أنواع كثيرات الحدود

ثابت خطي تربيعي التكعيبي

1 الإقتران الثابت :

هو ان يساوي الإقتران ثابت .
الشكل العام \Leftarrow ق(س) = أ

مميزاته :

* خط مستقيم أفقي

* ميله = صفر لأنه يعتمد على معامل س

* لا جذور له الا اذا كانت أ = صفر عند ذلك فان الجذور هي ح

مثال ذلك : ق(س) = صفر

مثال :

ق(س) = ٤ ✓

انتبه الى ان س = ٤ ليس اقتران بل خط عمودي
يقطع السينات عند ٤

مثال :

ق(س) = ٥ جذور (٠) ، ق(١) ، ق(٣-)

ق(٠) = ٥

ق(١) = ٥

ق(٣-) = ٥

2 الإقتران الخطي :

الشكل العام \Leftarrow ص = أس + ب حيث أ \neq صفر

اهم مميزاته :

* خط مستقيم مائل حيث ميله هو معامل س (بعد التجهيز)

* له جذر وحيد (المقطع مع السينات)

لا يجاد الجذر جبريا نساوي الاقتران بالصفر ونجد س

مثال ذلك : س - ٣ = ٠ س = ٣

* أما صاعد (تزايد) أو هابط (متناقص)

لتوضيح :

الاقتران الخطي الصاعد (المتزايد) اذا كانت قيم ق(س) تزداد كلما زادت قيم س

ويكون ميله موجبا (اي ان معامل س موجبا أس + ب)

الاقتران الخطي الهابط (المتناقص) اذا كانت قيم ق(س) تقل كلما قلت قيم س

ويكون ميله سالبا (اي ان معامل س سالب - أس + ب)

مثال :- ما ميل وجذر الخط المستقيم الذي معادلته

٣ص + ٩س = ١٢ ✓

يجب تجهيز المعادلة كما تعلمنا سابقا

٣ص = ١٢ - ٩س ص = ٤ - ٣س

الميل = -٣ الاقتران هابط لان الميل سالب

الجذر ٤ - ٣س = ٠ س = $\frac{٤}{٣}$

الجمع والطرح في كثيرات الحدود

ملاحظه مهمه

نتذكر دائما لا نجمع ولا نطرح كثيرات الحدود إلا إذا كانت القوى متشابهة

مثال :

٥س^٢ + ٢س - ٤س^٢ + ٩ = ٩س^٢ + ٤س - ٢س^٢ + ٩ ✓

٢س^٢ - ١١س + ٣ = ٢س^٢ - ٣س + ٤س^٢ - ٤س - ٩ ✓

تدريب :

٣س^٢ - ٥س^٢ + ٨س - ٢س^٢ + ٦س^٢ + ٢ =

الضرب في كثيرات الحدود

ملاحظه : نتذكر عند ضرب كثيرات الحدود نجمع القوى ونقف عند الثابت .

أمثلة :

٢س^٢ × ٣س^٢ = ٦س^٤ ✓

٢س^٢ - ٣س^٢ × ٦س^٢ = ٦س^٤ ✓

٢س^٢ - ٣س^٢ × ٦س^٢ = ٦س^٤ ✓

٣س^٢ - ٣س^٢ × ٣س^٢ = ٩س^٤ ✓

٥س^٢ (٢س - ٣) = ١٠س^٢ - ١٥س^٢ ✓

٤س^٢ (٢س^٢ + ٤س - ٤) = ٨س^٤ + ١٦س^٢ - ١٦س^٢ ✓

٨س^٢ - ١٦س^٢ + ١٦س^٢ =

تدريب :

(٤س^٢ - ٥س) (٦س - ٣) =

3 الاقتران التربيعي :

الصيغة العامة \Leftarrow ق(س) = أس² + ب س + ج \neq صفر

ب² - 4ج \geq 0 مميز المعادلة التربيعية

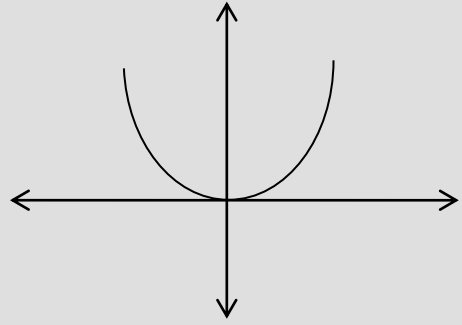
* حيث يوجد حلان للمعادلة التربيعية اذا كان المميز $<$ صفر

* يوجد حل وحيد اذا كان المميز يساوي صفر

* لا يوجد حل اذا كان المميز $>$ صفر

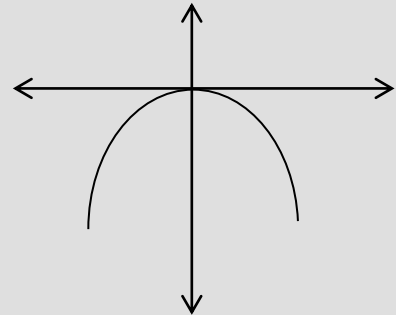
ق(س) = أس² + ب س + ج

اذا كان $أ <$ صفر (موجب) تكون شكل الرسمة



ق(س) = -أس² + ب س + ج

اذا كان $أ >$ صفر (سالب) يكون شكل الرسمة



✓ مثال :- ابحث في اشارة الاقتران ق(س) = س² + س - 12

أ = 1 ب = 1 ج = -12

المميز = ب² - 4ج = 1 - 4(-12)

= 1 - (-48) = 49

اذن يوجد للاقتران ق(س) صفران حقيقيان

س² + س - 12 = 0

(س + 4) (س - 3) = 0

س = -4 أو س = 3

بما ان $أ = 1 <$ صفر

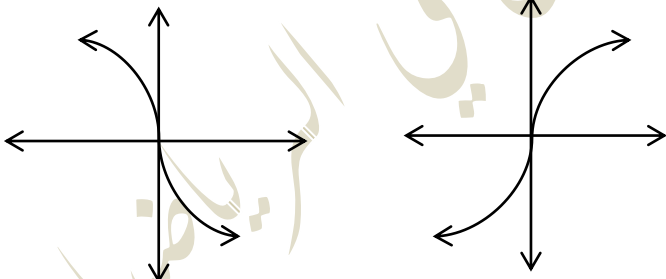
4 الاقتران النكبيبي :

الشكل العام \Leftarrow ق(س) = أس² + ب س + ج \neq صفر

✓ مثال :-

ق(س) = (س) = س²

ق(س) = - (س) = -س²



كثف حذور
كثف حذور

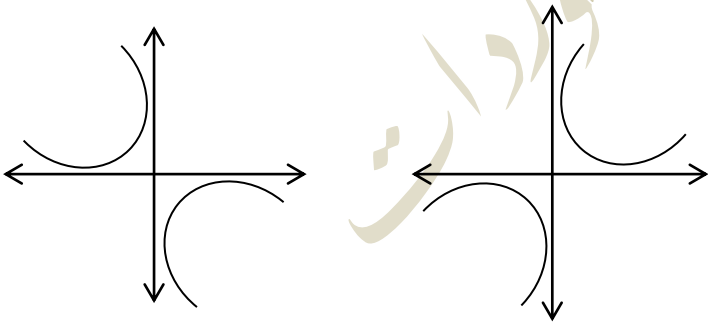
ثانياً :- الاقترانات النسبية

تحذير :- يجب الانتباه لجذور المقام في الاقتران النسبي لان جذور المقام تجعل الاقتران غير معرف (لا صور له)

✓ أمثلة :-

ق(س) = $\frac{1}{س}$

ق(س) = $\frac{1}{-س}$



أهم المتطابقات للحفظ :

$$\left. \begin{aligned} \text{جا}^2 \text{س} - 1 &= \text{جتا}^2 \text{س} \\ \text{جا}^2 \text{س} + \text{جتا}^2 \text{س} &= 1 \text{ منه} \\ \text{جتا}^2 \text{س} - 1 &= \text{جا}^2 \text{س} \end{aligned} \right\}$$

بقسمة المعادلة على جتا² س وبقسمة المعادلة على جا² س

$$\begin{aligned} \text{ظا}^2 \text{س} &= 1 + \text{قا}^2 \text{س} \\ \text{قا}^2 \text{س} - \text{ظا}^2 \text{س} &= 1 \\ \text{ظا}^2 \text{س} &= \text{قا}^2 \text{س} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + \text{ظتا}^2 \text{س} &= \text{فتا}^2 \text{س} \\ \text{فتا}^2 \text{س} - \text{ظتا}^2 \text{س} &= 1 \\ \text{ظتا}^2 \text{س} &= \text{فتا}^2 \text{س} - 1 \end{aligned}$$

مثال :

$$\begin{aligned} \text{جا}^2 \text{س} = 2 \text{ جا} \text{س} \text{ جتا} \text{س} & \quad (\text{المتطابقة الأولى}) \\ \text{جا}^2 \text{س} = 2 \text{ جا} \text{س} \text{ جتا} \text{س} & \quad \checkmark \\ \text{جا} \text{س} = 2 \text{ جا} \frac{1}{2} \text{س} \text{ جتا} \frac{1}{2} \text{س} & \quad \checkmark \end{aligned}$$

العملية العكسية :

$$\text{جا}^2 \text{س} = 3 \text{ جا} \text{س} \text{ جتا} \frac{1}{2} \text{س}$$

المتطابقة الأخرى :

$$\begin{aligned} \text{جتا}^2 \text{س} &= \text{جتا}^2 \text{س} - \text{جا}^2 \text{س} \\ \text{جتا}^2 \text{س} - 1 &= \text{جا}^2 \text{س} \\ \text{جتا}^2 \text{س} &= 1 - \text{جا}^2 \text{س} \end{aligned}$$

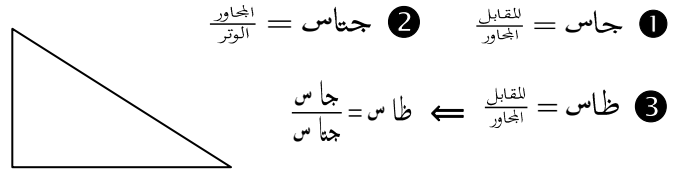
$$\begin{aligned} 1 - \text{جتا}^2 \text{س} &= (\text{جا}^2 \text{س})^2 \\ 1 + \text{جتا}^2 \text{س} &= (\text{جا}^2 \text{س})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جا} \text{س} + \text{جا} \text{ص} &= 2 \text{ جا} \frac{\text{س} + \text{ص}}{2} \text{ جتا} \frac{\text{س} - \text{ص}}{2} \\ \text{جا} \text{س} - \text{جا} \text{ص} &= 2 \text{ جتا} \frac{\text{س} + \text{ص}}{2} \text{ جا} \frac{\text{س} - \text{ص}}{2} \\ \text{جتا} \text{س} + \text{جتا} \text{ص} &= 2 \text{ جتا} \frac{\text{س} + \text{ص}}{2} \text{ جتا} \frac{\text{س} - \text{ص}}{2} \\ \text{جتا} \text{س} - \text{جتا} \text{ص} &= 2 \text{ جا} \frac{\text{س} + \text{ص}}{2} \text{ جا} \frac{\text{س} - \text{ص}}{2} \end{aligned}$$

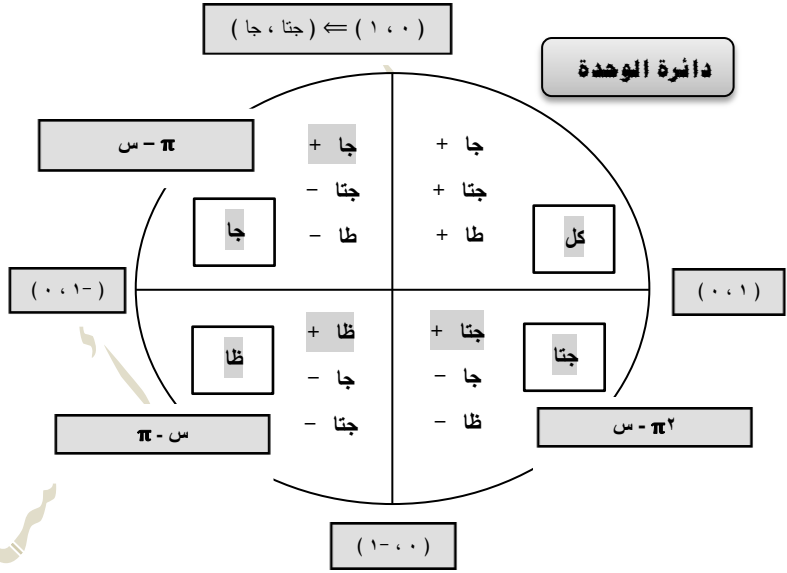
$$\begin{aligned} \text{جا} (\text{أ} \pm \text{ب}) &= \text{جا} \text{أ} \text{جتا} \text{ب} \pm \text{جتا} \text{أ} \text{جا} \text{ب} \\ \text{جتا} (\text{أ} \pm \text{ب}) &= \text{جتا} \text{أ} \text{جتا} \text{ب} \mp \text{جا} \text{أ} \text{جا} \text{ب} \end{aligned}$$

$$\text{ظا} (\text{أ} \pm \text{ب}) = \frac{\text{ظا} \text{أ} \pm \text{ظا} \text{ب}}{1 - \text{ظا} \text{أ} \text{ظا} \text{ب}}$$

ثالثا : الاضراسات الدائرية

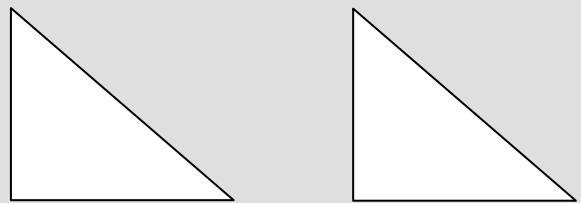


$$\text{قاس} = \frac{1}{\text{جتاس}}, \quad \text{قتاس} = \frac{1}{\text{جاس}}, \quad \text{ظتا} \text{س} = \frac{1}{\text{ظا} \text{س}}$$



$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	جا
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	جتا
1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	ظا

هناك طريقة اخرى لحفظ الجدول :



$$\begin{aligned} \text{جا} 45^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{جا} 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{جا} 30^\circ &= \frac{1}{2} \\ \text{جتا} 45^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{جتا} 60^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}} & \text{جتا} 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{ظا} 45^\circ &= 1 & \text{ظا} 60^\circ &= \sqrt{3} & \text{ظا} 30^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

٢ اقتران القيمة المطلقة

تذكر ان رمز القيمة المطلقة هو $| \quad |$ وأن $|2| = 2$ و $|-2| = 2$
وكذلك القيمة المطلقة للمتغير $|س|$ أو $|-س| = س$

وعليه اذا كان $ق(س) = |س|$ فإنه يمكن اعادة كتابة $ق(س)$ بدون
رمز القيمة المطلقة :-

القاعدة الاولى $ق(س) = س$

القاعدة الثانية $ق(س) = -س$

كيف نحدد القاعدة التي نعوض فيها !!

انت تعلم ان هدفنا في القيمة المطلقة ان نحصل على عدد موجب وعليه :-

* اذا كانت قيمة $س$ موجبة نعوض في القاعدة الاولى فنحصل على عدد موجب

* اذا كانت قيمة $س$ سالبة نعوض في القاعدة الثانية فنحصل على عدد سالب

يمكننا ان نلخص ما شرحنا اعلاه :-

$ق(س) = |س|$ بعد ازالة القيمة المطلقة فان الاقتران يصبح

$$\left. \begin{array}{l} س \\ س \leq 0 \end{array} \right\} = ق(س)$$

$$\left. \begin{array}{l} -س \\ س > 0 \end{array} \right\}$$

* اذا طلب منك ان تجد $ق(2)$ مثلا فانك تعوض في القاعدة الاولى
لان $2 > 0$ وهذا مجال القاعدة الاولى يشمل الاعداد من الصفر فأكبر
وعليه $ق(2) = 2$

* واذا طلب ان تجد $ق(-2)$ مثلا فانك تعوض في القاعدة الثانية
لان $-2 < 0$ هذا مجال القاعدة الثانية فهذا المجال يشمل الاعداد الأقل
من صفر وعليه $ق(-2) = -(-2) = 2$

* واذا طلب منك ان تجد $ق(0)$ نعوضه في القاعدة الاولى لوجود اشارة المساواة

رابعا : الاقترانات المتشعبة

أكبر عدد صحيح

مطلق

الصريح

١ الصريح :

✓ مثال :

$$\left. \begin{array}{l} س^2 \\ س \geq 0 ، 2 > س \end{array} \right\} = ق(س)$$

$$\left. \begin{array}{l} س - 4 \\ س \geq 2 ، 4 > س \end{array} \right\}$$

لنتذكر معا ما يلي :-

$س^2$ تسمى القاعدة الاولى

$س - 4$ تسمى القاعدة الثانية

$س \geq 0 ، 2 > س$ تسمى فترة القاعدة الاولى

$س \geq 2 ، 4 > س$ تسمى فترة القاعدة الثانية

انتبه الى ان مجال الاقتران في الفترة $[0 ، 4)$

جد

$ق(0) = 0 = 0 =$ صفر **طرف فترة** (في القاعد الاولى)

$ق(2) = 4 - 2 = 2 =$ **تحويله** (في القاعدة الثانية)

$ق(1) = 1 = 1 =$ (في القاعدة الاولى)

$ق(3) = 4 - 3 = 1 =$ (في القاعدة الثانية)

$ق(4)$ غير معرفة لعدم وجود مساواة

ننتبه جيدا :-

ق(1) لماذا تم تعويض في القاعد الاولى وليس بالقاعدة الثانية ؟
لان هناك فترة $س \geq 0 ، 2 > س$ اجبرت الرقم على التعويض في القاعدة الاولى

ق(2) لماذا تم تعويضها في القاعدة الثانية وليس في الاولى !!؟
فقط لوجود اشارة المساواة في القاعدة الثانية

✓ أمثلة: اعد تعريف الاقتران ق(س) = |س|

الحل:

① نساي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر = س

② نرسم خط الاعداد

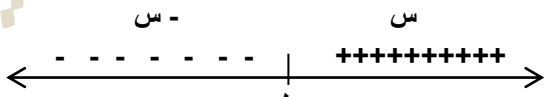
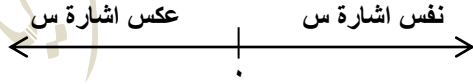
خط الاعداد



③ نعين على خط الاعداد الاطراف و الجذور والاشارات ونكتب

قاعدتي الاقتران .

فحص الاشارة على خط الاعداد .



$$\left. \begin{array}{l} \text{س} , \text{س} \leq 0 \\ \text{س} - , \text{س} > 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

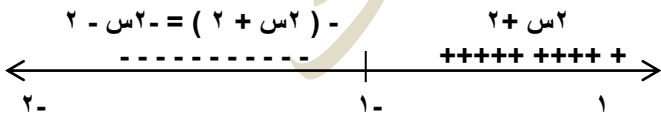
✓ اعد تعريف ق(س) = |س+٢| \exists س [-٢, ١]

الفكرة هنا وجود فترة والاعداد داخل الفترة تسمى اطراف

الحل:

* الجذور $\text{س} + 2 = 0 \iff \text{س} = -2$

* الخط



$$\left. \begin{array}{l} -س-٢ \geq -2 , \text{س} > -2 \\ -س-٢ < -2 , \text{س} \leq -2 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

خطوات اعادة تعريف ق(س) = |س±ب| حيث $a \neq 0$

① نساي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر (اي بمعنى نجد جذور الاقتران)

✓ مثال ذلك :- جد جذور الاقتران ق(س) = |٩-س٣|

$$\text{س}^3 - 9 = 0 \iff \text{س}^3 = 9 \iff \text{س} = \sqrt[3]{9}$$

تستخدم هذه الطريقة

للاقترانات الخطية فقط

② نرسم خط الاعداد

✓ مثال ذلك :- المثال السابق

بعد يجاد اصفار الاقتران نرسم خط الاعداد



③ نعين على الخط الاعداد . الاطراف والجذور والاشارات

كيفية ذلك :

اولا : نرسم خط اعداد

ثانيا : نكتب قاعدتي الاقتران

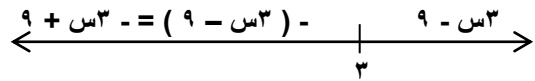
في المثال السابق فان قاعدتي الاقتران

القاعدة الاولى :- ما داخل القيمة المطلقة كما هي $\text{س}^3 - 9$

القاعدة الثانية :- فقط نضرب ما ادخل القيمة المطلقة ب سالب

فيصبح

$$-(\text{س}^3 - 9) = -\text{س}^3 + 9$$



كيفية وضع الاشارة فوق خط الاعداد !! بتعويض داخل المطلق

ثالثا :- نقوم باختيار رقم اكبر من الرقم ٣ وتعويض بالاقتران الاصلي

ستظهر اشارة الاقتران موجبة توضع فوق القاعدة الاولى علامة (+)

مثال ذلك :- لنختار رقم (٤)

$$\text{ق(٤)} = (\text{س}^3 - 9) = (4)^3 - 9 = 64 - 9 = 55 > 0$$

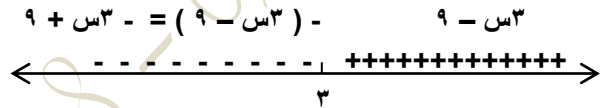
نقوم باختيار رقم اصغر من الرقم ٣ وتعويض بالاقتران الاصلي

ستظهر اشارة الاقتران سالبة توضع فوق القاعدة الثانية علامة (-)

مثال ذلك نختار رقم (٢)

$$\text{ق(٢)} = (\text{س}^3 - 9) = (2)^3 - 9 = 8 - 9 = -1 < 0$$

كما يلي :-



$$\left. \begin{array}{l} -س٣ + 9 \geq 0 , \text{س} \geq \sqrt[3]{9} \\ -س٣ + 9 < 0 , \text{س} \leq \sqrt[3]{9} \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

طريقة اخرى لفحص الاشارة على خط الاعداد

مثل اشارة معامل س

عكس اشارة معامل س

س = اصفار الاقتران أو جذور الاقتران

$$2) \text{ اعد تعريف ق(س) } = |3-6س| \text{ س } \in [0,1]$$

هنا الفكرة ان اصفار الاقتران ليس داخل الفترة

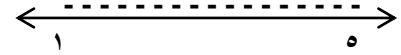
اي بمعنى: لن ينتج قاعدتين بسبب الفترة

الحل:

$$* \text{ الجذور } 3-6س=0 \text{ س } = \frac{1}{2}$$

* الخط

$$-(3-6س) = 3+6س$$



سيخطر في بالك سؤال؟

لماذا لم يتم وضع اصفار الاقتران على خط الاعداد؟

الجواب:- لو نظرت الى اصفار الاقتران $س = \frac{1}{2}$ لوجدتها انها ليست

داخل الفترة $س \in [0,1]$ لذلك لم توضع على خط الاعداد.



$$3) \text{ اعد تعريف ق(س) } = |2س-6| \text{ س } \in [-1,4]$$

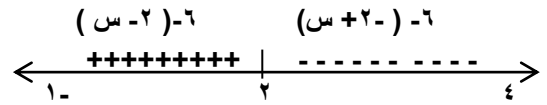
الحل:

* الجذور لا اهتم بالاقتران كامل فقط ما داخل القيمة المطلقة

لإيجاد اصفار الاقتران (جذور الاقتران)

$$2س-6=0 \text{ س } \leq 2$$

* خط الاعداد



$$\text{ق(س)} = \begin{cases} 6-(2س) & 1 \leq س \leq 2 \\ 6-(2س+6) & س > 2 \end{cases}$$

$$\text{خطوات اعادة تعريف ق(س)} = |س^2+بس+ج|$$

1) نسوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر (نجد جذور الاقتران)

$$\text{مثال ذلك: } س^2-2س$$

س²-2س=0 . نستخدم طرق التحليل التي تم شرحهم سابقا

$$س(س-2)=0$$

$$س=0 \text{ و } س=2$$

تستخدم هذه الطريقة للاقترانات تربيعية فقط

2) نرسم خط الاعداد وتعيين اصفار الجذور والاطراف:-

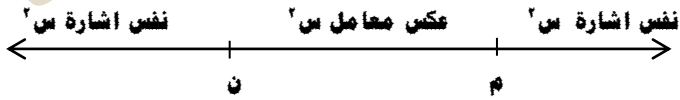
مثال ذلك:- المثال السابق



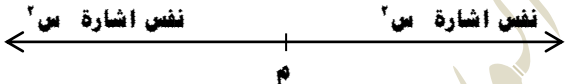
3) نعين على خط الاعداد الاشارات.

هناك عدت حالات:

الحالة الاولى: اذا كان المميز ب²-4اج < صفر، فان للمعادلة جذران حقيقيان مختلفين.



الحالة الثانية: اذا كان المميز ب²-4اج = صفر، فان للمعادلة جذران حقيقيان متساويين.



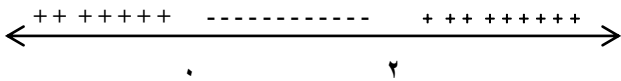
الحالة الثالثة: اذا كان المميز ب²-4اج > صفر، فلا يوجد للمعادلة جذور حقيقية.



تكمل حل المثال السابق:-

نحسب المميز من اجل تحديد الاشارات على خط الاعداد

$$\text{ب}^2-4اج = (-2)^2-4(1)(0) = 4 > 0 \text{ يطبق عليها الحالة الاولى}$$



ق(س)=

✓ مثال على الحالة الأولى:

اعد تعريف ق(س) = |س² + 5س + 6|

الحل:

① نسوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر

س² + 5س + 6 = 0 نقوم بتحليلها من اجل يجاد الاصفار

س² + 5س + 6 = 0 = (س + 3) (س + 2)

س = -2 س = -3

② نرسم خط الاعداد ونعين عليه اصفار الاقتران (جذور) والاطراف:

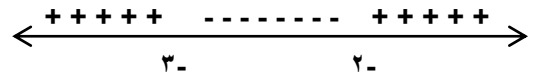


③ تحديد اشارة خط الاعداد:

نحسب المميز

ب² - 4أج = 5² - 4(6) = 25 - 24 = 1 < 1 صفر

ومعامل س² = 1 موجب



✓ مثال على الحالة الثانية:

اعد تعريف ق(س) = |س² + 4س + 4|

الحل:

① نسوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر

س² + 4س + 4 = 0 نقوم بتحليلها كما تعلمنا سابقا

س² + 4س + 4 = 0 = (س + 2) (س + 2)

س = -2 و س = -2

بما ان هناك جذران متساويين نختار جذر واحد

② نرسم خط الاعداد ونعين عليه اصفار الاقتران (جذور) والاطراف

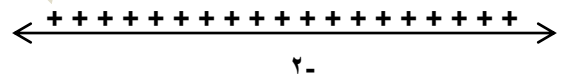


③ تحديد اشارة خط الاعداد:

نحسب المميز

ب² - 4أج = 4² - 4(4) = 16 - 16 = 0 صفر = صفر

ومعامل س² = 1 موجب



✓ مثال على الحالة الثالثة:

اعد تعريف ق(س) = |س² + 4|

المعادلة لا تحلل (بسبب ان مميزها سالب

Δ = ب² - 4أج = 0² - 4(4) = -16 < 0

اذا كان المميز سالب فالمعادلة ليس لها اصفار ، لكن الاقتران له اشارة وتدرس اشارته بتجريب أي رقم



ق(س) = س² + 4



✓ مثال:

اعد تعريف ق(س) = |س² + 6س + 9|

الحل:

① نسوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر

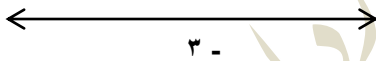
س² + 6س + 9 = 0

(س + 3) (س + 3) = 0

س = -3 أو س = -3

نختار صفر اقتران واحد بسبب التشابه

② نرسم خط الاعداد ونعين عليه اصفار الاقتران (جذور) والاطراف



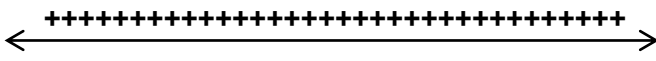
③ تحديد اشارة خط الاعداد:

نحسب المميز

ب² - 4أج = 6² - 4(9) = 36 - 36 = 0 صفر

بما ان مميزها صفر نستخدم الحالة الثانية

معامل س² = 1 موجب



3-

فائدة : إذا كان المطلق اقترانات أخرى يعاد المطلق وحده ثم تضاف على كل قاعدة من قواعده هذه الاقترانات .

أمثلة :

$$(١) \text{ و (س) } = |س - ٦| - س٢ = |س - ٦| - س٢$$

الحل :

$$|س - ٦|$$

$$٦ = س \leftarrow ٠ = س - ٦$$

$$++++ \quad \text{-----}$$

٦

$$\left. \begin{array}{l} ٦ \geq س , س - ٦ \\ ٦ < س , ٦ - س \end{array} \right\} = |س - ٦|$$

$$\left. \begin{array}{l} ٦ \geq س , (س - ٦) - س٢ \\ ٦ < س , (٦ - س) - س٢ \end{array} \right\} = \text{و (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٦ \geq س , ٦ - س٣ \\ ٦ < س , ٦ + س \end{array} \right\} = \text{و (س)}$$



$$(٢) \text{ و (س) } = |س٢|$$

الحل :



$$(٣) \text{ و (س) } = \frac{|٦ + س٥ - ٢|}{٢ - س} , س \neq ٢$$

الحل :

انتبه : " لا نضع مساواة عند لعدد (٢) لان س ≠ ٢ "

بعض خصائص القيمة المطلقة :

$$① \sqrt[٢]{|س|} = \sqrt[٢]{س}$$

مثال :

$$\sqrt[٢]{|س - ٣|} = \sqrt[٢]{(س - ٣)}$$

$$\sqrt[٢]{|س + ١|} = \sqrt[٢]{(س + ١)} = \sqrt[٢]{(س + ١)(س + ١)} = \sqrt[٢]{س٢ + ٢س + ١}$$

$$② \frac{|س|}{|ص|} = \frac{|س|}{|ص|}$$

مثال :

$$\frac{|س - ٣|}{|٧ + ص|} = \frac{|س - ٣|}{|٧ + ص|}$$

تدريب :

$$(١) \text{ و (س) } = |س - ٤|$$

$$(٢) \text{ و (س) } = |س - ٣|$$

$$(٣) \text{ و (س) } = |س - ٢|$$

$$(٤) \text{ و (س) } = |س٢ - ٤س|$$

$$(٥) \text{ و (س) } = |س٣ - ٨|$$

$$(٦) \text{ و (س) } = |س٢ - ٦س + ٩|$$

$$(٧) \text{ و (س) } = |س٢ - س + ٣|$$

فائدة : في حالة إعادة تعريف المطلق على الفترة يجب التقيد بنفس الفترة

أمثلة :

(١) و (س) = |س-٤| - |س-٣| ، ٣ > س ≥ ٠

الحل :

|س-٤|

س-٤ = ٠ ← س = ٤

----- +++++

٠ ٣ ٤

و (س) = (س) = س - (س - ٤) = س - س + ٤ = ٤

و (س) = (س) = س - ٤ = س - ٤

و (س) = (س) = س - ٤ = س - ٤

(٢) و (س) = |س-٤| + |س-٢| ، [٥ ، ٧]

الحل :

|س-٤|

س-٤ = ٠ ← س = ٤

----- +++++

٥ ٦ ٧

$$\left. \begin{array}{l} ٦ \geq س \geq ٥ , س-٤-٢ = س-٦ \\ ٧ \geq س > ٦ , س-٤-٢ = س-٦ \end{array} \right\} = |س-٤|$$

$$\left. \begin{array}{l} ٦ \geq س \geq ٥ , س-٤+٢ = س-٢ \\ ٧ \geq س > ٦ , س-٤+٢ = س-٢ \end{array} \right\} = (س)$$

(٣) و (س) = $\frac{|س-٣|}{س-٣} + ٤$ ، $\{٣\} - (٤, ٠] \ni س$

الحل :

$\frac{|س-٣|}{س-٣}$

س-٣ = ٠ ← س = ٣

س = ٣

----- +++++

٣ ٤

$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٠ , س-٣-٣ = س-٦ \\ ٤ > س > ٣ , س-٣-٣ = س-٦ \end{array} \right\} = \frac{|س-٣|}{س-٣}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٠ , ٤ + \frac{س-٣}{س-٣} \\ ٤ > س > ٣ , ٤ + \frac{س-٣}{س-٣} \end{array} \right\} = (س)$$

$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٠ , ٤ + \frac{س-٣}{س-٣} \\ ٤ > س > ٣ , ٤ + \frac{س-٣}{س-٣} \end{array} \right\} = (س)$$

$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٠ , ٤ + س \\ ٤ > س > ٣ , ٤ + س-٣ \end{array} \right\} = (س)$$

فائدة : في الاقترانات الدائرية اذا كانت الزاوية س فيمكن إعادة تعريفها على خط الاعداد .

□	ظ	ظ	ظ	□	ظ	ظ	ظ
$\pi^2 -$	$\frac{\pi^3 -}{2}$	$\pi -$	$\frac{\pi -}{2}$	\cdot	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi^3}{2}$

أمثلة :

(١) $\text{وه } (س) = |جاس|$ ، $\pi \geq س \geq 0$ ،

الحل :

|جاس|

جاس = 0 ، $س \leq 0$ ، $\frac{\pi}{2} = س$ ، $\frac{\pi^3}{2}$ ،

+++++

0 ، $\frac{\pi}{2}$ ، π

$\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > س \geq 0 \text{ ، جاس} \\ \pi > س > \frac{\pi}{2} \text{ ، -جاس} \end{array} \right\} = |جاس|$

(٢) $\text{وه } (س) = \frac{|جاس|}{س}$ ، $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\} - \left(\frac{\pi}{2} \text{ ، } \frac{\pi -}{2} \right]$

الحل :

|جاس|

جاس = 0 ، $س \leq 0$ ، $س = 0$

----- +++++

$\frac{\pi -}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$

$\left. \begin{array}{l} 0 > س \geq \frac{\pi -}{2} \text{ ، -جاس} \\ \frac{\pi}{2} > س > 0 \text{ ، جاس} \end{array} \right\} = |جاس|$

$\left. \begin{array}{l} 0 > س \geq \frac{\pi -}{2} \text{ ، } \frac{جاس}{س} \\ \frac{\pi}{2} > س > 0 \text{ ، } \frac{جاس}{س} \end{array} \right\} = (س) \text{ وه}$

خواص المطلق

(١) $|وه(س)| = 1 \iff 1 = وه(س) \text{ وه } 1 = -وه(س)$

(٢) $|وه(س)| \geq 1 \iff 1 \leq وه(س) \text{ وه } 1 \leq -وه(س)$

(٣) $|وه(س)| \leq 1 \iff وه(س) \leq 1 \text{ وه } وه(س) \geq -1$

أمثلة :

(١) $6 = |3+1| \iff 6 = 3+1 \text{ وه } 6 = 3+1$

$9 = 1$ ، $3 = 1$

(٢) $4 \geq |س| \iff 4 \geq وه(س) \text{ وه } 4 \geq -وه(س)$

(٣) $10 < |س-1| \iff 10 < س-1 \text{ وه } 10 < 1-س$

$\frac{9-}{2} > س$ ، $\frac{11}{2} < س$

3 اقتران أكبر عدد صحيح

رمز الاقتران []

تعريف:

هو اقتران يربط قيم س باكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي س

أمثلة:

$$3 = [3] \quad 3 - = [3 -] \quad 4 - = [3 \text{ ر } 3 -]$$

أهم الملاحظات:

* إذا اعطيت عددا صحيحا موجبا أو سالبا تكون نتيجة نفس العدد.

مثال ذلك:

$$3 = [3] \quad 3 - = [3 -]$$

* إذا اعطيت عدد عشري موجب تكون نتيجة العدد الصحيح وإهمال الكسر.

مثال ذلك:

$$3 = [3 \text{ ر } 3]$$

* إذا اعطيت عدد عشري سالبا تكون نتيجة العدد الصحيح الذي

هو اصغر من العدد العشري.

مثال ذلك:

$$4 - = [3 \text{ ر } 3 -]$$

مثال: اعد تعريف ق(س) = [س] س ∈ [-2, 2]

1 اعادة التعريف حول فترة:

$$1 = \frac{1}{\text{معامل س}}$$

ثانيا: نقسم الفترة المعطاة الى فترات فرعية طولها 1 ونلتزم بطول الفترة المعطاة بالسؤال [-2, 2]

من 2- الى 1- ، من 1- الى 0 ، من 0 الى 1 ، من 1 الى 2

$$\left. \begin{array}{l} 1- > 2- \\ 0 > 1- \\ 1 > 0 \\ 2 > 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

ثالثا: اشارة المساواة

* إذا كان معامل س موجبا فان اشارة المساواة (≥) تكون على اليمين

مثال لتوضيح:-

$$2- \geq 1- \text{ س}$$

* إذا كان معامل س سالبا فان اشارة المساواة (≥) تكون على اليسار

مثال لتوضيح:-

$$2 > 1 \text{ س}$$

في المثال:

معامل س موجب فان اشارة المساواة (≥) تكون على اليمين

لإيجاد ص حسب معامل س

موجب زيادة

سالبا نقص

$$\left. \begin{array}{l} 1- > 2- \\ 0 > 1- \\ 1 > 0 \\ 2 > 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

بعد ذلك نقوم بأخذ الأرقام التي توجد عندها اشارة المساواة فقط

وتعويضها في الاقتران ق(س) = [س]

$$2- = [2 -] = (2 -) \text{ ق}$$

$$1- = [1 -] = (1 -) \text{ ق}$$

$$0 = [0] = (0) \text{ ق}$$

$$1 = [1] = (1) \text{ ق}$$

معامل س موجب

زيادة واحد يعني

2-

1-

0

1

$$\left. \begin{array}{l} 2- \\ 1- \\ 0 \\ 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

✓ ق(س) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س $\in (-2, 6)$

الحل :-

① طول الفترة $2 = \frac{1}{\left| \frac{1}{4} - 1 \right|}$

② نقسم طول الفترة المعطاة الى فترات طولها 2 ونلتزم بطول الفترة المعطاة بالسؤال $(-2, 6)$

2- الى 0 ، 0 الى 2 ، 2 الى 4 ، 4 الى 6

③ اشارة المساواة على اليسار لان معامل س سالب

$$\left. \begin{array}{l} 0 \geq 2 - 2s \\ 2 \geq 0 - 2s \\ 4 \geq 2 - 2s \\ 6 \geq 4 - 2s \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

نقوم الان بأخذ الارقام التي توجد عنها اشارة المساواة فقط

وتعويضها في الاقتران ق(س) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س

ق(0) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ 0 = 1
 ق(2) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ 2 = 0
 ق(4) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ 4 = 1-
 ق(6) = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ س = $\left[\frac{1}{4} - 1 \right]$ 6 = 2-

معامل س سالبه
نقص واحد يعني

1
0
1-
2-

$$\left. \begin{array}{l} 0 \geq 2 - 2s \\ 2 \geq 0 - 2s \\ 4 \geq 2 - 2s \\ 6 \geq 4 - 2s \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

✓ ق(س) = $[2]$ س $\in [-1, 1]$

الحل :-

① طول الفترة $1 = \frac{1}{\left| \frac{1}{2} - 1 \right|}$ معامل س

② نقسم طول الفترة المعطاة الى فترات طولها $\frac{1}{2}$ ونلتزم بطول الفترة المعطاة بالسؤال $(-1, 1)$

من 1- الى $\frac{1}{2}$ ، من $\frac{1}{2}$ الى 0 ، من 0 الى $\frac{1}{2}$ ، من $\frac{1}{2}$ الى 1

③ اشارة المساواة على اليمين لان معامل س موجبه

$$\left. \begin{array}{l} 1- \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \\ 0 \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \\ \frac{1}{2} \geq 0 - \frac{1}{2}s \\ 1 \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

نقوم الان بأخذ الارقام التي توجد عنها اشارة المساواة فقط

وتعويضها في الاقتران ق(س) = $[2]$ س

ق(1-) = $[2]$ س = $[2]$ 1- = 2-
 ق($\frac{1}{2}$) = $[2]$ س = $[2]$ $\frac{1}{2}$ = 1-
 ق(0) = $[2]$ س = $[2]$ 0 = 0
 ق($\frac{1}{2}$) = $[2]$ س = $[2]$ $\frac{1}{2}$ = 1

معامل س موجب
زيادة واحد يعني

2-
1-
0
1

$$\left. \begin{array}{l} 1- \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \\ 0 \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \\ \frac{1}{2} \geq 0 - \frac{1}{2}s \\ 1 \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

2 إعادة التعريف حول نقطة .

في هذه الحالة تحتاج اما قاعدتين لتغطية النقطة أو قاعدة واحدة تغطي النقطة (إذا كانت نقطة عادية)

أمثلة .

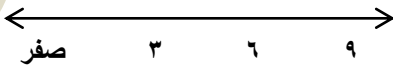
$$\checkmark \text{ ق(س) = } \left[\frac{س}{3} - 2 \right] \text{ أعد التعريف حول العدد 6}$$

الحل :

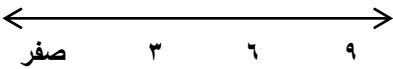
$$\star \text{ طول الفترة } = \frac{1}{3} = 2$$

خط الأعداد

إعادة تعريف حول عدد (6) أقوم برسم خط الأعداد وأقوم بالعد من الصفر حسب طول الفترة (3) الى ان اصل الى الرقم المراد عادة التعريف حوله



أقوم بحصر العدد (6) المراد إعادة التعريف حوله برقمين



نأخذ كل رقم وتعويضه في الاقتران بسبب إعادة تعريف حول نقطه

$$\left. \begin{array}{l} 6 \geq س > 3, 0 \\ 9 \geq س > 6, 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

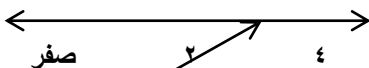
$$\checkmark \text{ ق(س) = } \left[\frac{س}{2} \right] \text{ أعد تعريف حول العدد 3}$$

الحل :

$$\star \text{ طول الفترة } = \frac{1}{2} = 2$$

خط الأعداد

إعادة تعريف حول عدد (3) أقوم برسم خط الأعداد وأقوم بالعد من الصفر حسب طول الفترة (2) الى ان اصل الى الرقم المراد عادة التعريف حوله



نقطة عادية 3

السؤال هنا ???

لم يظهر الرقم (3) ماذا افعل ؟

الجواب :- ابحث عن رقمين يقع الرقم (3) بينهما فيكون بين (2 , 4)

$$\left. \begin{array}{l} 4 > س \geq 2, 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\underline{\underline{0 \leq س \leq 3}}$$

$$\checkmark \text{ ق(س) = } [2 - س]$$

الحل :

$$[2 - س]$$

$$2 = س \leq 0 = 2 - س$$

$$1 = \frac{1}{|1|} = ل$$

$$\frac{0}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 > س \geq 3, 1 \\ 0 > س \geq 4, 2 \\ 0 = س, 3 \end{array} \right\} = [2 - س]$$



$$\underline{\underline{7 > س \geq 0}}$$

$$\checkmark \text{ ق(س) = } [3 - س]$$

الحل :

$$[3 - س]$$

$$3 = س \leq 0 = 3 - س$$

$$1 = \frac{1}{|1|} = ل$$

$$\frac{0}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 > س \geq 0, 2 \\ 7 > س \geq 6, 3 \end{array} \right\} = [3 - س]$$



$$\underline{\underline{1- > س > 3-}}$$

$$\checkmark \text{ ق(س) = } [1 + س]$$

الحل :

$$[1 + س]$$

$$1 = س \leq 0 = 1 + س$$

$$1 = \frac{1}{|1|} = ل$$

$$\frac{2-}{3-} \quad \frac{1-}{2-} \quad \frac{0}{1-}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2- > س \geq 3-, 2- \\ 1- > س \geq 2-, 1- \\ 1- = س, 0 \end{array} \right\} = [1 + س]$$



$$\underline{\underline{0 > س > 1-}}$$

$$\checkmark \text{ ق(س) = } [س3]$$

الحل :

$$[س3]$$

$$0 = س \leq 0 = س3$$

$$1 = \frac{1}{|3|} = ل$$

$$\frac{3-}{1-X} \quad \frac{2-}{3-} \quad \frac{1-}{2-} \quad \frac{0}{1-}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2-}{3-} > س > 1-, 3- \\ \frac{1-}{3-} > س \geq \frac{2-}{3-}, 2- \\ 0 > س \geq \frac{1-}{3-}, 1- \end{array} \right\} = [س3]$$

$$\checkmark \text{ ق(س)} = \left[\frac{1}{3} - 8.2 \right] \text{ س} \in [8, 0-]$$

$$\textcircled{1} \text{ طول الفترة} = \frac{1}{\left| \frac{1}{3} - 8.2 \right|} = \frac{1}{\left| \frac{1}{3} - 8.2 \right|}$$

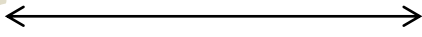
② بما ان ما داخل اكبر عدد صحيح ليس عدد صحيح هو 8.2
ماذا افعل؟؟

$$8 = [8.2] \text{ اجعل ما داخل الاكبر عدد صحيح عددا صحيحا}$$

ومن ثم نجد قيمة س
لايجاد قيمة س اقوم باخذ ما داخل الاكبر عدد صحيح كما هو
ومساواته بال 8

$$8.2 - \frac{1}{3} = \text{س} = 8 \quad \text{اذن س} = 0.6$$

③ ارسم خط الاعداد



ضع 0.6

انظر الى الفترة س $\in [8, 0-]$ بما ان البداية الفترة (0-) اقوم

بنقص 3 وهي طول الفترة حتى اصل الى 0- تسمى بداية الفترة
نقول

$$0.6 - 3 = -2.4 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى بداية الفترة نقول لا}$$

ثم نقوم بنقص 3 تصحيح

$$-2.4 - 3 = -5.4 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى نهاية الفترة نعم}$$

سيخطر في بالك سؤال؟

$$-5.4 \text{ قد تجاوزت الفترة س} \in [8, 0-]$$

اذن نقوم بوضع بدلا من -5.4 0- قد وصلنا الى بداية الفترة نقف

نرجع مرة ثانية الى 0.6 من اجل زيادة 3 طول الفترة للوصول الى

نهاية الفترة

نقول؟؟؟

$$0.6 + 3 = 3.6 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى نهاية الفترة نقول لا}$$

ثم نقوم بزيادة 3 تصحيح

$$3.6 + 3 = 6.6 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى نهاية الفترة لا}$$

ثم نقوم بزيادة 3 تصحيح

$$6.6 + 3 = 9.6$$

سيخطر في بالك سؤال؟

$$9.6 \text{ قد تجاوزت الفترة س} \in [8, 0-]$$

اذن نقوم بوضع بدلا من 9.6 8 قد وصلنا الى نهاية الفترة نقف

من خط الاعداد اقوم بوضع الفترات

من 0- الى 2.4- ، من 2.4- الى 0.6 ، من 0.6 الى 3.6 ، من 3.6 الى 6.6 ، من 6.6 الى 8

$$\left. \begin{array}{l} 0.6 \geq \text{س} \geq 2.4- , 9 \\ 2.4- \geq \text{س} > 0.6- , 8 \\ 3.6 \geq \text{س} > 0.6 , 7 \\ 6.6 \geq \text{س} > 3.6 , 6 \\ 8 \geq \text{س} > 6.6 , 5 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

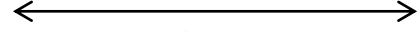
$$\checkmark \text{ ق(س)} = \left[\frac{1}{5} + 7 \right] \text{ س} \in [7, 4-]$$

شرح متقدم

$$\textcircled{1} \text{ طول الفترة} = \frac{1}{\left| \frac{1}{5} + 7 \right|} = \frac{1}{\left| \frac{1}{5} + 7 \right|}$$

② بما ان ما داخل اكبر عدد صحيح عدد صحيح هو 4- تبدأ الفترة من
الصفري

③ ارسم خط الاعداد



اضع الصفر

انظر الى الفترة س $\in [7, 4-]$ بما ان البداية الفترة (4-) اقوم

بنقص خمسة وهي طول الفترة حتى اصل الى 4- تسمى بداية الفترة
نقول 0- = 0- = 0-

سيخطر في بالك سؤال؟

$$0- \text{ قد تجاوزت الفترة} \in [7, 4-]$$

اذن نقوم بوضع بدلا من 0- 4- قد وصلنا الى بداية الفترة نقف

نرجع مرة ثانية الى الصفر من اجل زيادة خمسة للوصول الى نهاية

الفترة

نقوم؟؟؟

$$0 + 0 = 0 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى نهاية الفترة نقول لا}$$

ثم نقوم بزيادة خمسة تصحيح

$$0 + 0 = 0 \text{ نسال نفسنا هل وصلنا الى نهاية الفترة}$$

سيخطر في بالك سؤال؟

$$0 \text{ قد تجاوزت الفترة} \in [7, 4-]$$

اذن نقوم بوضع بدلا من 0 7 قد وصلنا الى نهاية الفترة نقف

من خط الاعداد اقوم بوضع الفترات

من 4- الى 0 ، من 0 الى 5 ، من 5 الى 7

اشارة المساواة على اليمين

لان معامل س موجب

معامل س موجب
زيادة واحد

$$\left. \begin{array}{l} 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4- \geq \text{س} > 0- \\ 0- \geq \text{س} > 0- \\ 5 \geq \text{س} > 5 \end{array} \right\}$$

نقوم الان باخذ الارقام التي توجد عنها اشارة المساواة فقط وتعويضها

$$\text{في الاقتران ق(س)} = \left[\frac{1}{5} + 7 \right]$$

$$\text{ق(4-)} = \left[\frac{1}{5} + 7 \right] = \left[\frac{1}{5} + (4-) \right] = 3$$

$$\text{ق(0)} = \left[\frac{1}{5} + 7 \right] = \left[\frac{1}{5} + (0) \right] = 4$$

$$\text{ق(5)} = \left[\frac{1}{5} + 7 \right] = \left[\frac{1}{5} + (5) \right] = 5$$

$$\checkmark \text{وه (س) = } 2s^2 - 7s + 8 - 3$$

الحل :

القسمة التركيبية

تعريف :

تحليل كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة فأكثر الى عواملها الاولية .

متى تستخدم ؟

تستخدم فقط عندما يكون المقسوم عليه على شكل $s - a$

مثال :

$$\checkmark \text{ق (س) = } s^3 - 2s^2 - 5s + 6 \text{ مقسوم}$$

$$\text{ع (س) = } s - 1 \text{ مقسوم عليه}$$

طريقة الحل :

① نساوي المقسوم عليه بالصفر

$$s - 1 = \text{صفر} \quad s = 1 \text{ جذر المقسوم عليه}$$

لتأكد ان $s = 1$ وهو جذر المقسوم عليه يجب ان يظهر ناتج

$$\text{ق (س) = صفر}$$

$$\text{ق (س) = } s^3 - 2s^2 - 5s + 6$$

$$\text{ق (1) = } (1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6 = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 = \text{صفر}$$

② نأخذ معاملات المقسوم

ثابت	س	s^2	s^3
6	-5	-2	1
-6	-1	1	

اجباري

صفر

-6

-1

1

$$\text{ق (س) = } s^2 - s - 6$$

ملاحظة مهمة :

نضع صفرا بدلا من معامل الحد الغير موجود



$$\checkmark \text{وه (س) = } 2s^3 - 3s^2 - 4$$

الحل :