حساب المساحة باستخدام التكامل .

مراجعة عامة لرسم بعض الاقترانات .

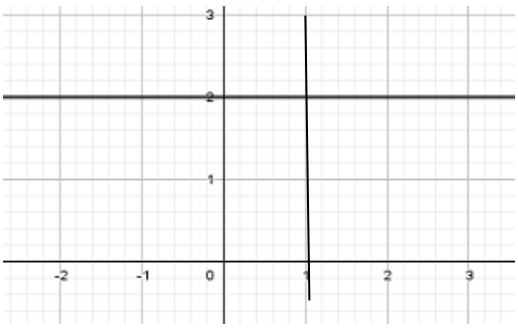
الاقتران الثابت:

ق(س)= ص = ب

هو عبارة عن خط مستقيم افقي قاطع للصادات عند ب

اما س=جـ فهو عبارة عن خط مستقيم عمودي قاطع للسينات عند جـ

فمثلاً الشكل التالي يمثل رسم ق(س)=٢ ، س=١



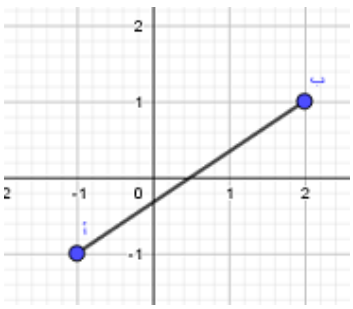
ملاحظة : معادلة محور السينات هو ص=٠ "أفقي"

معادلة محور الصادات هو س=٠ " عمودي"

الاقتران الخطي : ص=أ س +ب

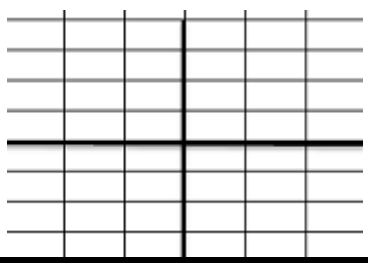
وهنا يكفي معرفة اي نقطتين ونصل بينهما بخط مستقيم

الشكل المجاور يمثل الاقتران ق(س)=٢س-٣ص=١



س	٢	١-
ق(س)	١	١-

تدريب : ارسم المستقيم ٢ص=٣س-٥

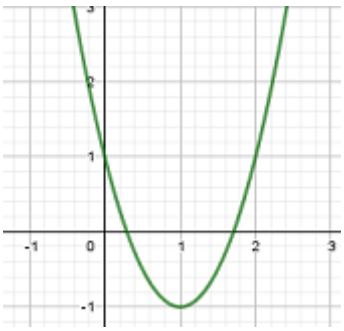


رقم الصفحة ( )

الاقتران التربيعي : ص=أس^{٢}+ب س +جـ

احداثيات الرأس $\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$ و $\left(\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

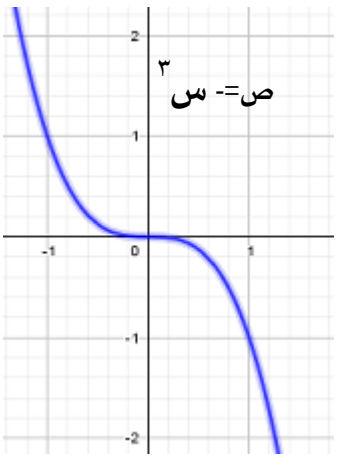
الشكل التالي يمثل منحنى ق(س)=٢س^{٢}-٤س+١

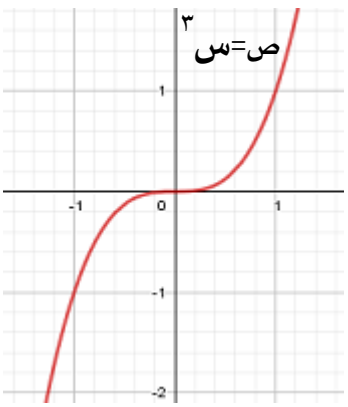


تدريب : ارسم منحنى كل من الاقترانات التالية :

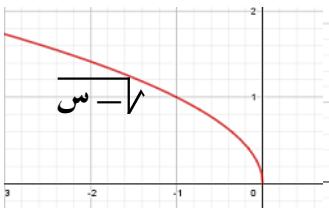
- ق(س)=٤+س^{٢}
- ق(س)=٢س-س^{٢}+١
- ق(س)=٦س-٣س^{٢}

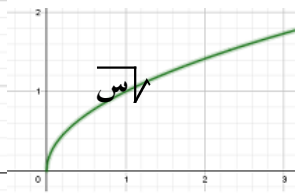
الاقتران التكعيبي : "حالات خاصة فقط " ق(س)=س^{٣}+ب

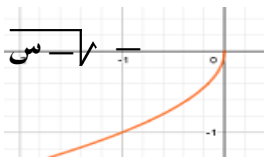


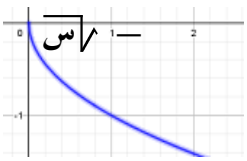


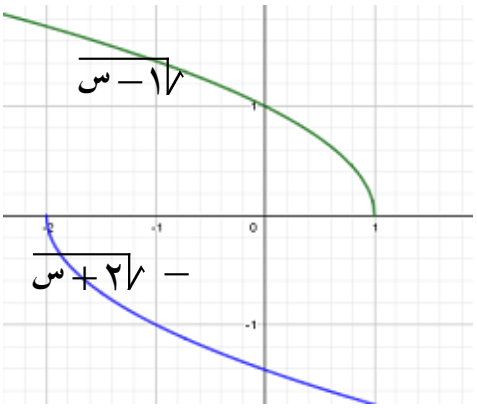
اقتران الجذر التربيعي







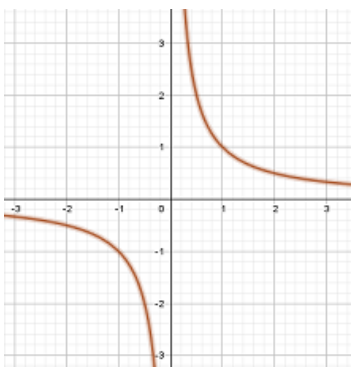




تدريب : ارسم كلاً من الاقترانات التالية :

$$هـ(س) = \sqrt{٢-س}$$
$$هـ(س) = \sqrt{٢+س}$$
$$هـ(س) = ٣ + \sqrt{٢-س}$$
$$هـ(س) = \sqrt{٢-س} - ٤$$
$$هـ(س) = \sqrt{س^{٢}-٤}$$
$$هـ(س) = \sqrt{٤-س^{٢}}$$

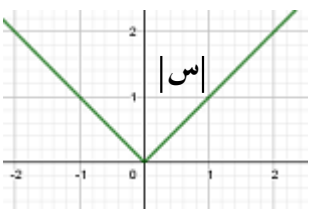
الاقتران النسبي : ق(س)= $\frac{١}{س}$

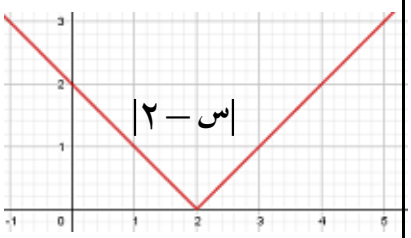


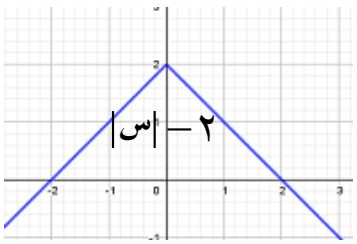
ارسم كلاً من الاقترانات التالية

$$هـ(س) = \frac{٢}{س}$$
$$هـ(س) = \frac{-٢}{س}$$
$$هـ(س) = \frac{٢}{س^{٢}}$$
$$هـ(س) = \frac{-٢}{س^{٢}}$$
$$هـ(س) = \frac{٢}{س-١}$$

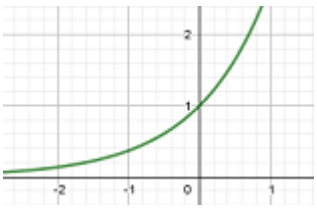
اقتران القيمة المطلقة





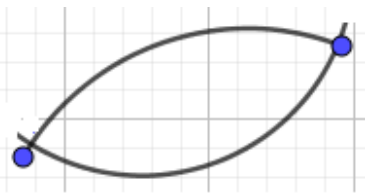


الاقتران الاسي هـ^{س}



المساحة المحصورة بين اقترانين

لا تتطلب هذه الحالة الرسم ،



$$م = \int_{أ}^{ب} |ق(س) - هـ(س)| \, دس$$

أمثلة :

١. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=٢-س^{٢} ، هـ(س)=-س والمستقيمين س=٠ ، س=١

٢. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=س^{٣}+١ والمستقيمات ص=١ ، س=-٢ ،س=١

٣. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س^{٢}+١ ومحور السينات والصادات والمستقيم س=٢

٤. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ص=هـ $^{س^{٢}}$ ومحور السينات والصادات والمستقيم س= $\frac{٣}{٢}$

٥. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=جتا٢س ومحور السينات في الفترة $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$

٦. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=س هـ^{س} ومحور السينات والمستقيمين س=٠ ،س=١

٧. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ص^{٢}=س والمستقيم س=٢

٨. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س^{٢}-س ومحور السينات

٩. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س^{٢} ، هـ(س)=٢-س^{٢}

١٠. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=جتاس ، هـ(س)=جاس ، ومحور الصادات والواقعة في الربع الاول

١١. احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=س^{٣}+س+٣ ، هـ(س)=٢س+٣

١٢. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=٢- $\sqrt{س}$ ومحوري السينات والصادات

١٣. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=جتاπس ومحور السينات في الفترة [٢،٠]

١٤. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س^{٢} والقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين (-٢،٤) ، (١،١)

١٥. جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=جتاس ، والقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين ($\frac{\pi}{٣}$ ،٠) ، (١،٠)

١٦. اذا كانت المساحة المحصورة بين ق(س)=س^{٢} ، هـ(س)=ب س تساوي $\frac{٤}{٣}$ فاوجد قيمة ب حيث ب > ٠ .

المساحة المحصورة بين أكثر من اقترانين

هذه الحالة تتطلب الرسم .

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين كل من الاقترانات التالية :

١٧. ق(س)=- س^{٣} ، هـ(س)= ½ س ، ل(س)=٦-س

١٨. ق(س)=س^{٢}-١ ، هـ(س)=١-س ، ل(س)=٣

١٩. ل(س)=س ، هـ(س)=٢ ، ق(س)= $\frac{١}{س}$ ومحور الصادات

٢٠. ل(س)=- س ، $ق(س) = \sqrt{س - ٢}$ ومحور السينات .

٢١. ص=س^{٣} ، ص=س+٦ ، ص= - ½ س

٢٢. ص=س^{٢}+١ ، ص=س+٣ ، ومحوري السينات والصادات

٢٣. ص^{٢}=٤س ، ٣ص=٨-٢س ، ومحور السينات .

٢٤. ق(س)=س^{٢} ، ص=١ ، ص=٤

٢٥. ص=جتاس ، ص=جاس ، ص=١ في الفترة $[٠، \frac{\pi}{٢}]$

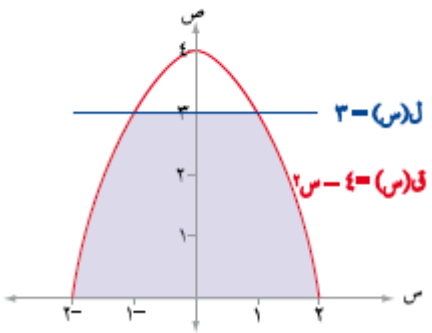
٢٦. $ق(س) = ٢\sqrt{س}$ ، $هـ(س) = \sqrt{٥ - س}$ ومحور السينات

٢٧. ص=لوس ، ص=٢ ، ومحوري السينات والصادات .

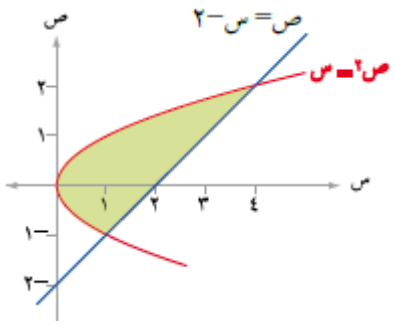
٢٨. جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول والمحصورة بين منحنى ص= |س − ٢| ومنحنى الاقتران ص=١٠-س^{٢} ومحور الصادات

اوجد المساحة المظللة في كل مما يلي :

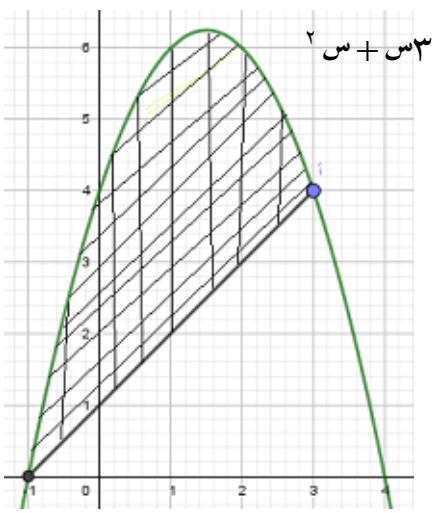
٢٩.



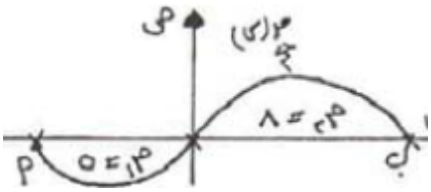
٣٠.



٣١.



٣٢. الشكل المجاور يمثل المساحة المحصورة بين ق(س) ومحور السينات اعتمد عليه في الاجابة عما يلي :

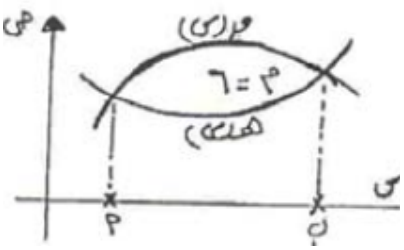


$\int_{أ}^{ب} ق(س)\,د س$

$\int_{ب}^{آ} ق(س)\,د س$

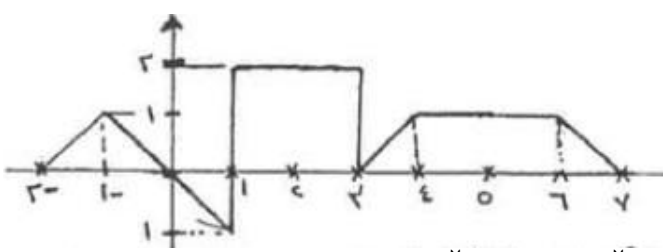
المساحة الكلية

٣٣. الشكل المجاور يمثل المساحة المحصورة بين منحنيي ق(س) ، هـ(س) اذا علمت أن $\int_{أ}^{آ} ق(س)\,د س = ١٦$ فجد كلاً مما يلي :



$\int_{أ}^{آ} هـ(س)\,د س$ ، $\int_{أ}^{آ} (هـ(س) - ق(س))\,د س$

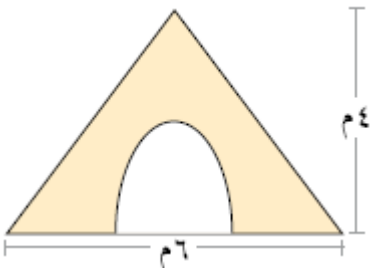
٣٤. بالاعتماد على الشكل التالي اوجد ما يلي :



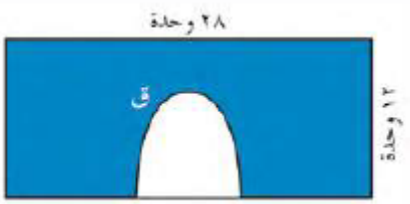
$\int_{-٢}^{٧} ق(س)\,د س$، $\int_{-٢}^{٧} |ق(س)|\,د س$

المساحة المحصورة بين ق(س) ومحور السينات

٣٥. الشكل(٤-٣٤) يمثل الواجهة الأمامية لأحد المباني، مدخل هذا المبنى على شكل منحنى الاقتران $ق(س) = ٢ - \frac{١}{٢} س^{٢}$. ما التكلفة الكلية لدهان المنطقة المظللة؟ إذا علمت أنَّ سعر دهان الوحدة المربعة نصف دينار.



٣٦. الشكل (٤-١٠) يمثل الواجهة الأمامية لأحد المباني وشكل المدخل لهذا المبنى يمثله منحنى $ق(س) = ٨ - \frac{س^{٢}}{٢}$ ، ما التكلفة الكلية لدهان المنطقة الملوّنة باللون الأزرق؛ إذا علمت أنَّ سعر الدهان للوحدة المربعة (٤٠) قرشًا؟



ورقة عمل " ايجاد المساحة باستخدام التكامل"

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين كل مما يلي :

١. اوجد مساحة المنطقة المحصورة ق(س)=٣س^{٢}-٦س
ومحور السينات والمستقيمين س=١ ، س=٣
الاجابة : ٦

٢. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ص-س^{٢}=٥ ، ص-س=٧
الاجابة ٤,٥

٣. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س^{٣}-س
ومحور السينات .
الاجابة : ½

٤. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ص=جاس ، ص=٢ ، س= π ومحور السينات
الاجابة : ٢π-٢

٥. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=جتاس ، هـ(س)=جاس ، في الفترة $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$
الاجابة : $\sqrt{٢}-١$

٦. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=٦- س^{٢} ، هـ(س)=س
الاجابة :٦/١٢٥

٧. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=س ، س^{٢}=٤ص
الاجابة : ٣/٨

٨. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ص=س^{٣} ، ص=٨ ، ص=١ ومحور الصادات
الاجابة ٤/٤٥

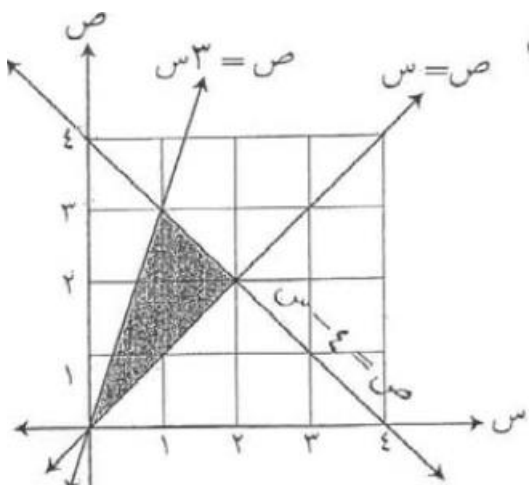
٩. اوجد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول و المحصورة بين ص=س^{٢}-٤ والمستقيمات ص=٢س +٤ ومحوري السينات والصادات .
الاجابة : ٣/٦٤

١٠. اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س)=٤-س^{٢} ومحور الصادات والمستقيمين ص=س-٢ ، ص=٦-س
الاجابة : ٣/٢٦

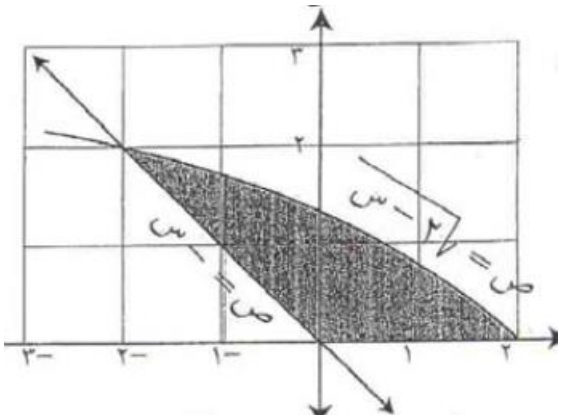
١١. اثبت باستخدام التكامل ان مساحة المثلث تساوي ½ القاعدة× الارتفاع .

١٢. جد قيمة ب بحيث ان المستقيم س=ب يقسم المساحة المحصورة بين المنحنى س = $\sqrt{ص}$ والمستقيم س=٢ ومحور السينات الى قسمين متساويين.
الاجابة ب= $\sqrt[٣]{٤}$

١٣. جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور



١٤. جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل التالي :



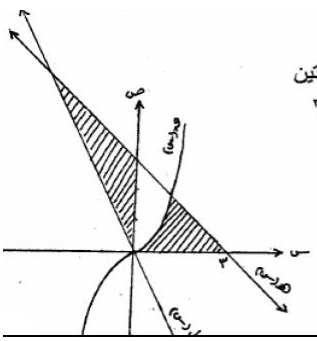
أسئلة السنوات السابقة

شتوي(٢٠٠٨)

جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول والمحصورة بين محور الصادات ومنحنيات الاقترانات :

ق(س)=س^{٢} -١ ، هـ(س)=٥-س ، ل(س)=١-س

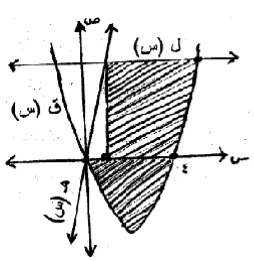
شتوي(٢٠٠٩)



جد مجموع مساحتي المنطقتين المظللتين المبيّنتين في الشكل المجاور حيث ق (س) = ٢ س^{٣}

هـ (س) = ٣ – س ، ل (س) = -٢ س

صيفي (٢٠٠٩)

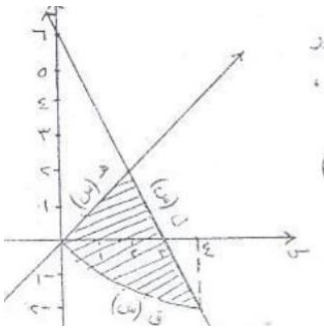


جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور

حيث ق (س) = س^{٢} – ٤ س ،

هـ (س) = ٥ س ، ل (س) = ٥

شتوي (٢٠١٠)



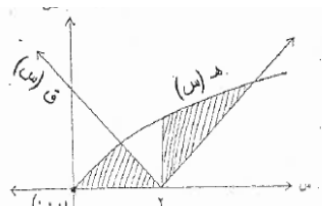
جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور حيث

ق (س) = – $\sqrt{س}$ ، هـ (س) = – س ،

ل (س) = ٦ – ٢ س

(١٠ علامات)

صيفي (٢٠١٠)

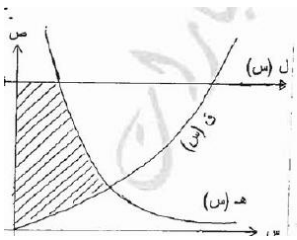


جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور حيث

ق (س) = | س – ٢ | ، هـ (س) = $\sqrt{س}$

(١٠ علامات)

صيفي (٢٠١١)



جد مساحة المنطقة المظللة بالشكل المجاور حيث

ق (س) = س^{٢} ، هـ (س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، ل (س) = ٤

(٩ علامات)

شتوي(٢٠١٢)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة:

ق (س) = – س^{٣} ، هـ (س) = $\frac{١}{٢}$ س ، ل (س) = ٦ – س

صيفي(٢٠١٢)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة :

ق(س)=س^{٣} ، هـ(س)=س^{٢}+٤ ، ل(س)=-٤س

شتوي(٢٠١٣)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة :

ق(س)=س^{٢}-١ ، هـ(س)=١-س ، ل(س)=٣

صيفي(٢٠١٣)

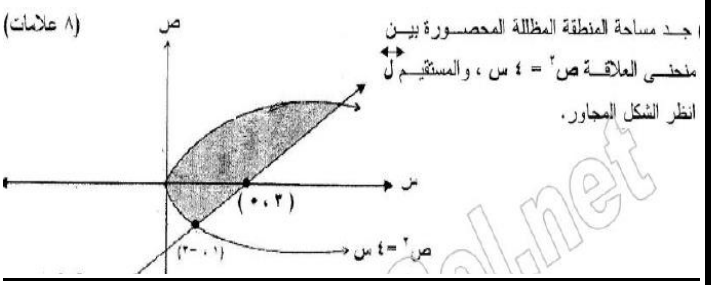
جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = جتا (π س) ومحور السينات بالفترة [٠ ، ٢]

شتوي ٢٠١٤ :

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات التالية :

ق(س)=س^{٢} ، هـ(س)=٤س ، ل(س)=١٦

صيفي (٢٠١٤)



جد مساحة المنطقة المظللة المحصورة بين منحنى العلاقة ص^{٢} = ٤ س ، والمستقيم ل
انظر الشكل المجاور.

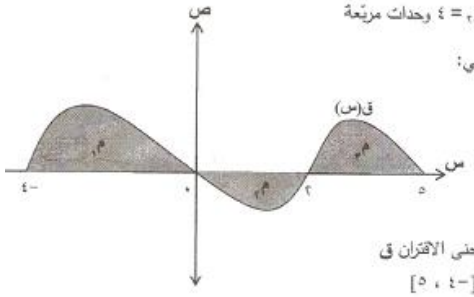
شتوي(٢٠١٥)

معتمداً الشكل المجاور والذي يمثّل منحنى الاقتران ق

إذا كانت م$_{١}$ = ٧ وحدات مربّعة ، م$_{٢}$ = ٤ وحدات مربّعة

م$_{٣}$ = ٥ وحدات مربّعة ، جد ما يأتي:

١) $\int_{-٤}^{٢} \frac{ق(س)}{٣}$ دس



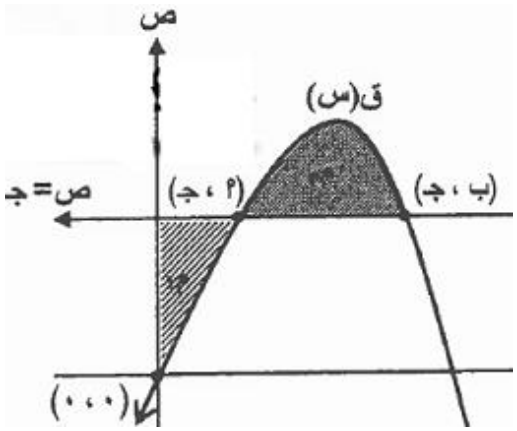
٢) المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق
ومحور السينات في الفترة [-٤ ، ٥]

صيفي(٢٠١٥)

جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الثاني والمحصورة بين منحني الاقترانين ق(س)=س^{٢} ، هـ(س)=س^{٢}-٢س ، والمستقيم ص=٢-س

صيفي (٢٠١٦)

رسم المستقيم ص=جـ فقطع منحنى الاقتران ق(س)=٢س-٣س^{٣} في النقطتين (أ . جـ) ، (ب ، جـ) حيث أ ، ب ، جـ أعداد موجبة ، مكوناً المنطقتين م١ ، م٢ كما في الشكل الاتي ، جد قيمة جـ التي تجعل مساحتي المنطقتين م١ ، م٢ متساويتين .



شتوي ٢٠١٧ :

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

ق(س)=س^{٢} ، هـ(س)= $\sqrt{٨س}$

ل(س)=س+٦ ومحور الصادات

جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{٢}{س}$ ومحور السينات والمستقيم ٢س – ص = صفر ، والمستقيم هـ – س = صفر ، (هـ : العدد النيبيري) (٨ علامات

رقم الصفحة ( )