الاستاذ ناصر الذينات

التفوق والنجاح ملك لمن يحاول

نسخة الطالب

....

اسئلة مقترحة

2017

الرياضيات - الادبي-والادارة المعلوماتية

المستوى الرابع

(التكامل - الاحصاء والاحتمالات)

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

الســـــــــــؤال الأول:

(١) إذا كان ق(س) = $\int_{٠}^{٢}$ (٦س^{٢} + ١).دس فان قَ(١)=

الحل :

التكامل المحدود مشتقة صفر

قَ(١)= صفر

(٢) إذا كان ص= $\int$ هـ^{٢س}.دس فان صَ=

الحل :

صَ = هـ^{٢س}

(٣) إذا كان $\int$ قَ(س). دس = ٢س^{٣} – ٥س ، فان قَ(٢)=

الحل :

نشتق الطرفين قَ(س) = ٦س^{٢} – ٥

قَ(٢) = ٢٤ – ٥ = ١٩

(٤) $\int_{٤}^{جـ}$ ٣ س . دس= ٠ فان قيمة جـ : ج> ٠ تساوي

الحل :

٣ س^{٢} $\Big|_{٤}^{جـ}$ = ٣جـ^{٢} – ٤٨ = ٠ ومنها جـ = ±٤

(٥) إذا كان $\int_{-١}^{٢}$ ق(س). دس = ٨ ، $\int_{-١}^{٥}$ (ق(س) -٢). دس = ٣، فان قيمة $\int_{٢}^{٣}$ ق(س). دس =

الحل :

$\int_{٢}^{٣}$ ق(س). دس = $\int_{٢}^{-١}$ ق(س). دس + $\int_{-١}^{٣}$ ق(س). دس =

= - ٨ + ١٥= ٧

$\int_{-١}^{٥}$ (ق(س) -٢). دس =

$\int_{-١}^{٥}$ ق(س). دس-٢(٥+١) = ٣

$\int_{-١}^{٥}$ ق(س). دس= ١٥

(٦) إذا كان $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٨$ ، فان قيمة $\int_{\text{ب}}^{\text{أ}} ٢\text{ق}(\text{س}).\text{دس} =$

الحل :

$$\int_{\text{ب}}^{\text{أ}} ٢\text{ق}(\text{س}).\text{دس} = -٢\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} =$$

$$= -٢ \times ٨ = -١٦$$

(٧) إذا كان $\int_{٣}^{٥} ٢\,\text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٨$ ، $\int_{٣}^{٧} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٧$، فان قيمة $\int_{٥}^{٧} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} =$

الحل :

$$\int_{٥}^{٧} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = \int_{٥}^{٣} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} + \int_{٣}^{٧} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} =$$

$$= -٤ + ٧ = ٣$$

$$\int_{٥}^{٣} ٢\text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٨$$

$$-\int_{٣}^{٥} ٢\,\text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٨$$

$$\int_{٣}^{٥} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = -٤$$

(٨) $\int \left(\frac{٢}{\text{س}} + ١\right)\text{د س} =$

الحل :

$$= ٢\text{لو}|\text{س}| + \text{س} + \text{جـ}$$

(٩) $\int (-\text{جا س} + ١).\text{دس} =$

الحل :

$$= \text{جتاس} + \text{س} + \text{جـ}$$

(١٠) إذا كان ق(١) = ١٠، ق(٣) = ٦، فما قيمة $\int_{١}^{٣} \text{قَ}(\text{س}).\text{دس} =$

الحل :

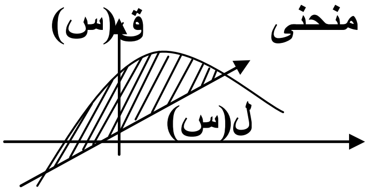
$$\int_{١}^{٣} \text{قَ}(\text{س}).\text{دس} = \text{ق}(\text{س})\Big|_{١}^{٣} = \text{ق}(٣) - \text{ق}(١) = ٦ - ١٠ = -٤$$

(١١) اذا كان $\int_{٠}^{٣}$ ق(س) .دس = ١٠ فإن قيمة $\int_{٠}^{٣}$ (٢س + ق(س)) .دس

الحل :

$\int_{٠}^{٣}$ (٢س + ق(س)) .دس = $س^{٢} \Big|_{٠}^{٣}$ + $\int_{٠}^{٣}$ ق(س) .دس = (٩ – ٠) + ١٠ = ١٩

١٢)ما مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور المحصورة بين منحنى ق (س) ، ل (س) اذا علمت



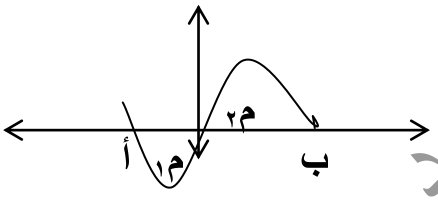
ان $\int_{١-}^{٣}$ ٢ ق(س) .دس = ١٢ ، $\int_{٣}^{١-}$ ل(س) .دس = -٤

الحل :

م = $\int_{١-}^{٣}$ (ق(س) – ل(س)) .دس = $\int_{١-}^{٣}$ ق(س).دس - $\int_{١-}^{٣}$ ل(س) .دس

= ٦ + ٤ = ١٠

١٣)يمثل الشكل المجاور المنطقة المظللة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات في الفترة[أ ، ب] اذا علمت ان مساحة $م_{١}$ تساوي (٦)وحدات ومساحة $م_{٢}$ تساوي (١٠) وحدات



المساحة التي تحت محور السينات يكون التكامل على نفس الفترة سالب
المساحة التي فوق محور السينات يكون التكامل على نفس الفترة موجب

فان $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) .دس =

$\int_{أ}^{ب}$ ق(س) .دس = -٦ + ١٠ = ٤

(١٤) إذا كان اقتران الإيراد الحدي بالنسبة لبيع منتج ما هو دَ (س) = (٤ س + ٣) فان قيمة الإيراد الكلي الناتج عن بيع (٣) وحدات يساوي

الحل :

الايراد الكلي د (س) = $\int_{٠}^{س}$ دَ (س).دس = ٢ $س^{٢}$ + ٣ س $\Big|_{٠}^{٣}$ = ١٨+٩ = ٢٧

(١٥) اذا كان اقتران (السعر – الطلب) لمنتج معين هو ع = ق(س) = ١٤-٢س
وكان اقتران(السعر–العرض) لهذا المنتج هو ع = هـ (س) = س + ٢ فان كمية التوازن

الحل :

كمية التوازن ← هو قيمة س

ق(س) = هـ (س)

١٤-٢س= س + ٢ ومنها -٣س = -١٢

ومنها س = ٤

(١٦) جد قيمة كل مما يلي $\binom{٥}{٤} =$

الحل :

$$= \frac{٥!}{٤!\ (٥ - ٤)!} = \frac{٥ \times ٤!}{٤! \times ١!} = ٥$$

(١٧) إذا كان ٣ ل (ن ، ٢) = ١٨ فان قيمة ن تساوي

الحل :

٣ ل (ن ، ٢) = ١٨

ل (ن ، ٢) = ٦

$$= \frac{ن!}{(ن - ٢)!} = ٦$$

$$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن - ٢)!} = ٦$$

ن(ن-١)= ٦

ن^{٢} – ن – ٦ = ٠

(ن-٣)(ن+٢)= ٠ ومنها ن= ٣

(١٨) إذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي هو

{ (٠ ، ٠.٣) ، (١ ، ٠.٢) ، (٢ ، ٠.١٥) ، (٣ ، ك) } فما قيمة ك

الحل :

مجموع الاحتمالات للتوزيع الاحتمالي = ١

٠.٣+ ٠.٢ + ٠.١٥ +ك = ١ ومنها ك = ١ ـ ٠.٦٥

ك = ٠.٣٥

(١٩) أن عدد طرق اختيار (٣) أشخاص من بين (٧) أشخاص هو

الحل :

توافيق $\binom{٧}{٣} =$

$$= \frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤!}{٣! \times ٤!} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥}{٣ \times ٢ \times ١} = ٣٥$$

(٢٠) اذا كان معامل الارتباط بين متغيرين س ، ص يساوي (-٠.٩٥) فان

الارتباط بين س ، ص هو

الحل :

عكسي قوي

(٢١) عدد طرق يمكن اختيار رئيس ونائب رئيس من مجموعة مكونة من سبعة أشخاص يساوي

الحل :

ل (٧ ، ٢) = ٧× ٦ = ٤٢

(٢٢) أن عدد توافيق (٧) عناصر مأخوذة (٣) عناصر في كل مرة يساوي

الحل :

$\binom{٧}{٣} =$

حل سابقاً

(٢٣) قيمة ٢! + ٣!

الحل :

$$٢! + ٣! = ٢ \times ١ + ٣ \times ٢ \times ١ = ٨$$

(٢٥) بكم طريقة يمكن اختيار طالبين من بين ٧ طلاب للمشاركة في احدى المؤتمرات

الحل :

التبديل غير مهم

$$\binom{٧}{٢}$$

(٢٦) اذا كان $\binom{س}{٣} = \binom{س}{٥}$

الحل:

$$س = ٣ + ٥ = ٨$$

(٢٧) أي من معاملات الارتباط الآتية هو الأضعف

{–٦ , ٠ ، ٦ , ٠ ، ١٥ , ٠ ، ١ , ٠ }

الحل : ١ , ٠

(٢٨) إذا كان الفرق بين علامتي طالبين في الصف نفسه في احد الاختبارات هو ١٢ والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما هو (١.٢) فان قيمة الانحراف المعياري هو

الحل :

$$ع = \frac{س_٢ - س_١}{ز_٢ - ز_١} = \frac{١٢}{١.٢} = ١٠$$

(٢٩) إذا كان الفرق بين علامتي طالبين في الصف نفسه في احد الاختبارات هو ٨٥ ، ٧٠ والعلامتين المعياريتين المناظرتين لهما هو ١ ، ـ٢ فان قيمة الانحراف المعياري هو

الحل :

$$ع = \frac{س_٢ - س_١}{ز_٢ - ز_١} = \frac{٨٥ - ٧٠}{١ - -٢} = \frac{١٥}{٣} = ٥$$

(٣٠) في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٧٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٨) فان قيمة الانحراف المعياري هو

الحل :

$$\text{ع} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ز}}$$

$$\text{ع} = \frac{٧٠ - ٥٨}{٣} = ٤$$

(٣١) اذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) والانحراف المعياري (٥) فان العلامة المعيارية للعلامة (٥٨) هو

الحل :

$$\text{ع} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ز}}$$

$$٥ = \frac{٥٨ - ٦٠}{\text{ز}}$$ ومنها ٥ ز = ـ٢.٠ ومنها ز = ـ٠.٤

(٣٢) اذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) والانحراف المعياري (٤) فان القيمة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي تساوي

الحل :

$$\text{ع} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ز}}$$

$$٤ = \frac{\text{س} - ٦٠}{-٢}$$ ومنها ـ٨ = س ـ ٦٠ ومنها س = ٥٢

(٣٣) اذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في منطقة جرش (٠.٨) ، زرع شخص (٣) شجرات تفاح في حديقة بيته ، ما احتمال نجاح زراعتها جميعاً .

الحل :

ل(ح) = الاولى تنجح والثانية تنجح والثالثة تنجح

= (٠.٨) ×(٠.٨) ×(٠.٨) = (٠.٨)^{٣}

ويمكن حله على نظرية ذات الحدين

(٣٤) بكم طريقة يمكن اختيار (٤) طلاب و (٣) طالبات لتشكيل لجنة في احدى الكليات من بين (١٠) طلاب و (٥) طالبات

الحل :

$$\binom{10}{4} \times \binom{5}{3} =$$

(٣٥) إذا كانت معادلة خط الانحدار للتنبؤ لقيم (ص) أن علمت قيم ص هي $\widehat{ص}$ = ٣ س – ٤

وكانت النقطة (١٠، ٢٥) هي إحدى نقاط شكل الانتشار فان قيمة الخطأ في التنبؤ عندما س=١٠هي

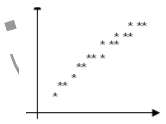
الحل :

$\widehat{ص}$ = ٣ × ١٠ – ٤ = ٢٦

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية – المتنبأ بها

= ٢٥ - ٢٦ = -١

(٣٦)يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص ماهي اقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص



{ ١ ، -١ ، ٠,٧ ، -٠,٧ }

الحل :

واضح انه طردي قوي ومنها ر= ٠.٧

(٣٧) في محاضرة ألقاها خبير زراعي أوضح انه في معظم الأحيان كلما كلما ارتفع أجور عمال الزراعة (س) فان ذلك يؤدي إلى ارتفاع أسعار الخيار (ص) أي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين س ، ص حسب قول الخبير

{ -٠.٩٨ ، ١.٢ ، ٠.١٣ ، ٠.٧٢ }

الحل :

٠.٧٢

(٣٨) في محاضرة ألقاها خبير زراعي أوضح انه في معظم الأحيان كلما قل أجور عمال الزراعة (س) فان ذلك يؤدي الى ارتفاع نسبة الربح (ص) أي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين س ، ص حسب قول الخبير

{ -٠.٨ ، -٠.١٧ ، ٠.٨ ، ٠.١٧ }

الحل :

-٠.٨

(٣٩) اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة ، فان القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س) هي

الحل :

{ ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

(٤٠) تبيع إحدى المكتبات (٣) انواع من الاقلام و(٤) انواع من الدفاتر . بكم طريقة يمكن لاحد الطلبة شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة

الحل :

عدد الطرق = ٣ × ٤ = ١٢

(٤١) ل (٧ ، ٢) =

الحل :

$$\frac{٧!}{٥!} = ٧ \times ٦ = ٤٢$$

(٤٢) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠.٨ ، عدلت قيم كل من المتغيرين س ، ص حسب العلاقة س* =٢س–١ ، ص* =١–٤ص، فان معامل ارتباط بيرسون بين س* ، ص*

الحل :

اشارة معامل س (+) ، اشارة معامل ص (-) ⟵ فقط اعكس الاشارة

اذن ر = -٠.٨

(٤٣) كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينة من مجموعة الارقام { ٦ ، ٤ ، ٢ } اذا لم يسمح بتكرار الارقام

الحل :

لم يسمح بتكرار الارقام

ل(٣، ٢)

(٤٤) ما عدد تباديل مجموعة عدد عناصرها (٥) ماخوذ (٣) من العناصر في كل مرة .

الحل :

$$ل (٥ ، ٣) = \frac{٥!}{٢!} = ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$$

(٤٥) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً وكان ل (ز ≥ أ)= ٠.٦ فان قيمة ل(ز ≤ - أ) تساوي

الحل :

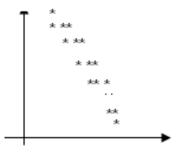
ل(ز ≤ - أ) = ل (ز ≥ أ)= ٠.٦

(٤٦)يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص ماهي اقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

{ ٠.٨ ، -١ ، -٠,٨ ، ١}

الحل :

واضح انه عكسي قوي ومنها ر= - ٠.٨



(٤٧) ن! = ٢٤ فان قيمة ن تساوي

الحل :

١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤ ومنها ن = ٤

السـؤال الثاني:

أ) جد التكاملات الآتية

١) ∫ (٢ - ٣ س^{٢}) $\sqrt{\text{س}^{٣} - ٢\ \text{س} + ١}$. د س

الحل :

∫ (٢ - ٣س^{٢}) (س^{٣} - ٢س + ١)$^{١/٢}$دس

نفرض ص = س^{٣} - ٢ س + ١

د س = $\dfrac{\text{د ص}}{٣\ \text{س}^{٢} - ٢}$

= ∫ (٢ - ٣س^{٢}) ص$^{١/٢}$ $\dfrac{\text{د ص}}{٣\ \text{س}^{٢} - ٢}$

= ∫ - ص$^{١/٢}$. د ص = - ٢/٣ص$^{٣/٢}$ + جـ

= - ٢/٣ $\sqrt{(\text{س}^{٣} - ٢\ \text{س} + ١)^{٣}}$ + جـ

---

٢) $\int_{١}^{٢}$ (٦ س^{٢} – ٤) . د س

الحل :

= ٢ س^{٣} – ٤س $\Big|_{١}^{٢}$ = (١٦ - ٨) – (٢ – ٤) = ٨ - - ٢ = ١٠

---

٣) ∫ (٣ س^{٢}-٢س +١) . د س = س^{٣} – س^{٢} + س + جـ

٤) ∫ جا(٤- ٢س) . د س

نفرض ص = ٤ - ٢ س

د س = د ص / -٢

= ∫ جا ص د ص / -٢

= ١/٢ جتا ص + جـ

= ١/٢ جتا (٤ - ٢ س) + جـ

---

٥) ∫ (هـ^{٣س} + قا^{٢} س) . د س

= ١/٣ هـ^{٣س} + طا س + جـ

---

٦) ∫ س جتا (س^{٢} + ٣) . د س

نفرض ص = س^{٢} + ٣

د س = د ص / ٢ س

= ∫ ~~س~~ جتا ص د ص / ٢ ~~س~~

= ١/٢ جا ص + جـ

= ١/٢ جا (س^{٢} + ٣) + جـ

---

٧) $\int_{٠}^{١}$ س هـ$^{س^٢}$. د س

نفرض ص = س^{٢}

د س = د ص / ٢ س

= ∫ ~~س~~ هـ^{ص} د ص / ٢ ~~س~~

= ١/٢ هـ^{ص} + جـ

= ١/٢ هـ$^{س^٢}$ $\Big|_{٠}^{١}$ = ½ هـ - ١/٢

٨) $\int$ (س + ١) هـ$^{(س^٢ + ٢س)}$. د س

نفرض ص = س^٢ + ٢س

د س = $\frac{د ص}{٢ س + ٢}$

= $\int$ $\cancel{(س + ١)}$ هـ^{ص} $\frac{د ص}{٢\cancel{(س + ١)}}$

= ١/٢ هـ^{ص} + جـ

= ١/٢ هـ$^{س^٢ + ٢س}$ + جـ

---

٩) $\int$ (قا^{٢}س – ٣س^٢ + ٥) . د س = طاس – س^٣ + ٥ س + جـ

---

١٠) $\int$ $\frac{٣س^٢ - ٦}{\sqrt[٥]{س^٣ - ٦ س + ١}}$. د س

الحل :

$\int$ (٣س^٢ - ٦) (س^٣ – ٦ س + ١)$^{-١/٥}$ دس

نفرض ص = س^٣ - ٦ س + ١

د س = $\frac{د ص}{٣ س^٢ - ٦}$

= $\int$ (٣س^٢ - ٦) ص$^{-١/٥}$ $\frac{د ص}{٣ س^٢ - ٦}$

= $\int$ - ص $^{-١/٥}$. د ص = ٥/٤ص$^{٤/٥}$ + جـ

= ٥/٤ $\sqrt[٥]{(س^٣ - ٦ س + ١)^٤}$ + جـ

---

١١) $\int$ $\frac{٢س - ٦}{س^٢ – ٦ س + ٥}$. د س

الحل :

نفرض ص = س^٢ – ٦ س + ٥

د س = $\frac{د ص}{٢س – ٦}$

$\int$ $\frac{٢س - ٦}{ص}$ × $\frac{د ص}{٢س – ٦}$ =$\int$ $\frac{١}{ص}$. دص = لو| ص | + جـ = لو| س^٢ – ٦ س + ٥| + جـ

ب) إذا كان $\int_{-1}^{2} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٨$ ، $\int_{-1}^{5} (\text{ق}(\text{س}) - ٢).\text{دس} = ٣$، فان قيمة $\int_{2}^{5} ٣\,\text{ق}(\text{س}).\text{دس} =$

الحل :

$$\int_{-1}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} - ٢ (٥ - -١) = ٣$$

$$\int_{-1}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ١٥$$

$$\int_{2}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٣ \left(\int_{2}^{-1} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} + \int_{-1}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} \right) = ٣ (-٨ + ١٥) = ٢١$$

جـ) إذا كان $\int_{3}^{9} \frac{١}{٣}\text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٢$ ، $\int_{9}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٣$، فان قيمة $\int_{3}^{9} (\text{ق}(\text{س}) - ٤).\text{دس} =$

الحل :

$$\int_{3}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} = ٦$$

$$\int_{3}^{9} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} - ٤ (٩ - ٣) = \int_{3}^{5} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} + \int_{5}^{9} \text{ق}(\text{س}).\text{دس} - ٤ (٦)$$

$$= ٦ + -٣ - ٢٤ = -٢١$$

السـؤال الثالث: (١٦ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند لنقطة (س ، ص) تساوي ($٣\text{س}^{٢} - ٤$) فجد قاعدة الاقتران علماً بان ق(س) يمر بالنقطة (- ١ ، ٦) .

الحل :

$\text{قَ}(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢} - ٤$

ناخذ التكامل للطرفين

$\int \text{قَ}(\text{س}) = \int ٣\text{س}^{٢} - ٤ .\text{دس}$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٤\text{س} + \text{جـ}$

لكن ق(س) يمر بالنقطة (- ١ ، ٦) أي ق(- ١)= ٦

$(-١)^{٣} - (-٤) + \text{جـ} = ٦$ ومنها جـ = ٣

اذن $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٤\text{س} + ٣$

ب) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن(ن) ثانية تعطى بالعلاقة
ع(ن) = (٢ ن – ٤) م / ث اوجد المسافة التي يقطعها الجسم بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة علماً أن موقعة الابتدائي هو ف (٠) = ٣ م

الحل :

ع(ن) = ٢ ن – ٤
ناخذ التكامل للطرفين
∫ ع(ن) = ∫ (٢ ن – ٤). د ن
ف(ن)= ن^{٢} – ٤ ن + جـ
لكن موقعة الابتدائي هو ف (٠) = ٣ أي ف (صفر) = ٣
(٠)^{٢} – ٤ (٠) + جـ = ٣ ومنها جـ = ٣
اذن ف(ن)= ن^{٢} – ٤ ن + ٣

جـ) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن(ن) ثانية تعطى بالعلاقة
ع(ن) = (٨ ن^{٣} – ٢) م / ث اوجد المسافة التي يقطعها الجسم بعد مرور (٢) ثانية من بدء الحركة علماً أن موقعة الابتدائي هو ف (٠) = ٣٠ م

الحل :

ع(ن) = ٨ ن^{٣} – ٢
ناخذ التكامل للطرفين
∫ ع(ن) = ∫ ٨ ن^{٣} – ٢. د ن
ف(ن)= ٢ ن^{٤} – ٢ ن + جـ
لكن موقعة الابتدائي هو ف (٠) = ٣٠ أي ف (صفر) = ٣٠
٢ (٠)^{٤} – ٢ (٠) + جـ = ٣٠ ومنها جـ = ٣٠
اذن ف(ن)= ٢ ن^{٤} – ٢ ن + ٣٠
ف(٢)= ٢ (٢)^{٤} – ٢ × ٢ + ٣٠ =٣٢-٤+٣٠= ٥٨م

د) اذا كانت ع = ق(س) = ٣٢ - ٣س^{٢} يمثل اقتران (السعر – الطلب) حيث ع السعر بالدنانير ، س عدد الوحدات المنتجة وكان كمية الانتاج ثابته عند س$_{١}$ = ٣ فجد فائض المستهلك.

<u>الحل :</u>

نجد السعر ع$_{١}$ حيث ع = ق(٣) = ٣٢ - ٣س^{٢} ومنها ع$_{١}$ = ٥
نجد قيمة ع$_{١}$ × س$_{١}$ = ٥×٣ = ١٥

نجد $\int_{٠}^{س_{١}}$ ق(س).دس = $\int_{٠}^{٣}$ (٣٢ - ٣س^{٢}).دس =

= ٣٢(٣-٠)- س^{٣} $|_{٠}^{٣}$ = ٩٦-٢٧=٦٩

بدون ان نحفظ القانون الناتج الاكبر – الناتج الاصغر
ف$_{ك}$ = ٦٩-١٥=٥٤

هـ) اذا كانت ع = هـ(س) = ١٨+٤س يمثل اقتران (السعر – العرض) حيث ع السعر بالدنانير ، س عدد الوحدات المنتجة وكان السعر ثابتاً عند ع $_{١}$ = ٣٠ فجد فائض المنتج .

<u>الحل :</u>

نجد عدد الوحدات س $_{١}$ حيث ع$_{١}$ = ٣٠= ١٨+٤س ومنها س$_{١}$ = ٣

نجد قيمة ع$_{١}$ × س$_{١}$ = ٣٠×٣ = ٩٠

نجد $\int_{٠}^{س_{١}}$ هـ(س).دس = $\int_{٠}^{٣}$ (١٨+٤س) .دس =

= ١٨(٣-٠)+٢ س^{٢} $\Big|_{٠}^{٣}$

= ٥٤ + ١٨ =٧٢

بدون ان نحفظ القانون ف $_{ج}$ = الناتج الاكبر – الناتج الاصغر

ف $_{ج}$ = ٩٠-٧٢=١٨

و) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٣س ^{٢} – ٦ س ومحور السينات في الفترة [٠ ، ٣]

<u>الحل :</u>

نجد نقط التقاطع وذلك ق(س) = ص

٣س ^{٢} – ٦ س = ٠

ومنها ٣ س(س -٢)=٠ ومنها س = ٠ ، ٢

المساحة م = | $\int_{٠}^{٢}$ (٣س ^{٢} – ٦ س) . د س | + | $\int_{٢}^{٣}$ (٣س ^{٢} – ٦ س) . د س |

ز) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٣س ^{٢} – ٦ س ومحور السينات .

<u>الحل :</u>

نجد نقط التقاطع وذلك ق(س) = ص

٣س ^{٢} – ٦ س = ٠

ومنها ٣ س(س -٢)=٠ ومنها س = ٠ ، ٢

المساحة م = | $\int_{٠}^{٢}$ (٣س ^{٢} – ٦ س) . د س |

ح) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٦س - س^{٢}
والاقتران هـ (س) = ٢س
نجد نقط التقاطع وذلك ق(س) = هـ (س)
٦س - س^{٢} = ٢س
ومنها س^{٢} - ٤س = ٠
س(س - ٤)= ٠ ومنها س = ٠ ، ٤

المساحة م = | $\int_{٠}^{٤}$ (س^{٢} - ٤س) . د س | = |٣/١س^{٣} -٢س^{٢} |$_{٠}^{٤}$ | = | ٣/٦٤ – ٣٢ | =٣/٣٢ وحدة مربعة

ط) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} – ٤ س
والمستقيم ، ص = - ٣.

<u>الحل :</u>
نجد نقط التقاطع وذلك ق(س) = ص
س^{٢} – ٤ س = - ٣
ومنها س^{٢} – ٤ س + ٣ = ٠

(س - ٣)(س- ١) = ٠ ومنها س = ١ ، ٣

المساحة م = | $\int_{١}^{٣}$ (الاكبر – الاصغر) . د س | = | $\int_{١}^{٣}$ (س^{٢} – ٤ س + ٣) . د س |

= | ٣/١ س^{٣} – ٢س^{٢} + ٣س |$_{١}^{٣}$ |

<u>الســــــــؤال الرابع:</u>

أ) حل المعادلة التالية

$$\binom{٩}{٢} = \binom{٩}{س}$$

الحل :

اما س = ٢ وَ س + ٢ = ٩ ومنها س = ٧

ب) جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة ل(ن ، ٣) = ٤ ل (ن ، ٢)

الحل :

ن (ن- ١)(ن – ٢) = ٤ن (ن- ١)
ومنها ن – ٢ = ٤ ومنها ن= ٦

جـ) جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة ١/٣ل(ن ، ٣) = ل (ن ، ٢)

الحل :

١/٣ل(ن ، ٣) = ل (ن ، ٢)

ن (ن-١)(ن – ٢) = ٣ن (ن- ١)

ومنها ن – ٢ = ٣ ومنها ن= ٥

د) اوجد قيمة

$$\frac{\binom{6}{2} \times L(5,2)}{3!}$$

الحل :

$$\frac{\dfrac{6!}{2!\,(6-2)!} \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\frac{\cancel{6} \times 5 \times \cancel{4!}}{(\cancel{2 \times 1}) \times \cancel{4!}\,(\cancel{3 \times 2 \times 1})} \times 5 \times \cancel{4}^{\,2} = 50$$

الســـــــــؤال الخامس:

أ)إذا كانت نسبة القطع المعيبة من انتاج احد المصانع ٥% فاذا اخذت (٤) قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية اوجد احتمال أن يكون عدد القطع المعيبة ثلاث قطع على الاقل..

الحل :

أ معيبة = ٠.٠٥ ، ١ – أ = ٠.٠.٩٥ ، ن =٤

ثلاث قطع معيبة على الاقل تعني ل(س = ٣) او ل(س= ٤)

$$= \binom{4}{3} \times (0.05)^3 \times (0.95)^1 + \binom{4}{4} \times (0.05)^4 \times (0.95)^0$$

$$= 4 \times (0.05)^3 \times (0.95)^1 + 1 \times (0.05)^4 \times (0.95)^0$$

ب)إذا كان احتمال أن يصيب شخص هدف ما يساوي (٠.٧) وتم إطلاق (٥) رصاصات على هدف اوجد ١. احتمال أن يصاب الهدف في طلقة واحدة على الأقل

٢. احتمال إصابة الهدف في طلقتين .

الحل :

أ = ٠.٧ ، ١ ــ أ = ٠.٣ ، ن =٥

١. احتمال أن يصاب الهدف في طلقة واحدة على الأقل

ل(س ≥ ١)= ١ – ل(س = ٠) = $\binom{5}{0}$ × (٠.٧)^{٠} × (٠.٣)^{٥} = (٠.٣)^{٥}

٢. احتمال إصابة الهدف في طلقتين .

ل(س = ٢) = $\binom{٥}{٢}$ × (٠.٧)^{٢} × (٠.٣)^{٣} =

جـ) اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث ن = ٣

ل (س ≥ ١) = $\frac{٧}{٨}$ ، فجد قيمة أ .

الحل :

ل (س ≥ ١)= ١ – ل(س = ٠)

= ١ – (١ × أ^{صفر} × (١ - أ)^{٣} = $\frac{١}{٨}$

١ - أ= $\frac{١}{٢}$ ومنها أ = $\frac{١}{٢}$

د) تقدم (٥٠٠٠) طالب لامتحان وكان النتائج تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (٧٠) وانحراف معياري مقداره (٥) وكانت علامة النجاح (٦٠) واختير احد الطلبة عشوائياً احسب

١. ما احتمال ان يكون الطالب من بين الناجحين

٢. ما عدد الطلبة الناجحين في الامتحان

يمكن الاستفادة من الجدول التالي

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢	٢.٥
ل(ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢	٠.٩٩٣٨

الحل : ١) ما احتمال ان يكون الطالب من بين الناجحين

ل(س ≥ ٦٠)= ل(ز ≥ $\frac{٦٠ - ٧٠}{٥}$)= ل(ز≥ -٢) =٠.٩٧٧٢ من الجدول مباشرة

٢) ما عدد الطلبة الناجحين في الامتحان

عدد الطلبة الناجحين= ٠.٩٧٧٢ × ٥٠٠٠ ≈٤٨٨٦ طالب

هـ) إذا كانت أطوال طلبة إحدى المدارس وعددها (٥٠٠) طالب وكانت اطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (١٣٠) سم وانحراف معياري مقداره (١٠) سم واختير احد الطلبة عشوائياً احسب نسبة الطلبة الذين يزيد اطولهم عن (١٤٠) سم

$$\text{ل}(\text{س} \leq ١٤٠) = \text{ل}\left(\text{ز} \leq \frac{١٤٠ - ١٣٠}{١٠}\right) = \text{ل}(\text{ز} \leq ١) = ١ - ٠.٨٤١٣ = ٠.١٥٨٧$$

و) توصل باحث تربوي الى معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل في الثنوية العامة (ص) فكانت معادلة خط الانحدار للتنبؤ لقيم (ص) هي $\hat{\text{ص}} = ٣\text{س} + ٦٥$

١. اوجد قيمة كل من أ ، ب

٢. درست طالبة (٨) ساعات يومياً وحصلت على معدل (٨٦) احسب الخطأ في النبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبة ومعتمداً على معادلة الانحدار

الحل :

١. أ = ٣ ، ب= ٦٥

٢. $\hat{\text{ص}} = ٣ \times ٨ + ٦٥ = ٨٩$ المعدل المتوقع الحصول عليه

الخطأ في التنبؤ = ٨٦ – ٨٩ = -٣ علامات

ز) اجريت ثلاث عمليات جراحية في احدى المستشفيات الاردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة يساوي ٨٠%

١) اذا دل المتغير العشوائي س على عدد العمليات الجراحية الناجحة فاكتب قيم س الممكنة

٢) ما احتمال نجاح عملية جراحية واحدة فقط .

الحل :

١) س ={ ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

٢) $\text{ل}(\text{س} = ١) = \binom{٣}{١} \times (٠.٨)^{١} \times (٠.٢)^{٢} =$

ح) إذا كان احتمال ان يصيب شخص هدف ما في كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي (٠.٦) ، فاذا اطلق (٤) طلقات على الهدف ، فما احتمال ان يصيب الهدف مرة واحدة على الاقل .

الحل :

$$\text{ل}(\text{س}=١) + \text{ل}(\text{س}=٢) + \text{ل}(\text{س}=٣) + \text{ل}(\text{س}=٤) = ١ - \text{ل}(\text{س} = ٠)$$

$$= ١ - \binom{٤}{٠}(٠.٦)^{\text{صفر}} \times (٠.٤)^{٤}$$

ط) صندوق يحتوي على (٣) كرات بيضاء و (٧) كرات حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع اذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

الحل :

س = { ٠ ، ١ ، ٢ }

س	٠	١	٢
ل(س= ز)			

ل(س=٠)

ل(س= ١)

ل(س= ٢)

ي) اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن= ٣ ، أ = ٠.٦ فجد ل(س ≤ ٢)

الحل :

ل(س ≤ ٢) = ل(س= ٢) + ل(س= ٣)

ك) إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (٥٥) وانحراف معياري مقداره (١٠) وكان عدد الناجحين (٥٣٩٨) طالباً ، فما علامة النجاح .

يمكن الاستفادة من الجدول التالي

ز	٠.١	٠.٢	٠.٣	٠.٤	٠.٥
ل(ز)	٠.٥٣٩٨	٠.٥٧٩٣	٠.٦١٧٩	٠.٦٥٥٤	٠.٦٩١٥

الحل :

٥٣٩٨ = ل(ز ≤ أ) × ١٠٠٠٠ ومنها ل(ز ≤ أ) = ٠.٥٣٩٨ ومنها ز = -٠.١

$$-٠.١ = \frac{س - ٥٥}{١٠}$$ ومنها س = ٥٤

ل) إذا كانت أطوال طلبة إحدى المدارس وعددها (٨٠٠) طالب يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (١٢٠) سم وانحراف معياري مقداره (١٠) سم واختير احد الطلبة عشوائياً احسب

١) احتمال أن لايزيد طوله عن (١١٥) سم وما عدد الطلبة

٢) احتمال أن ينحصر طوله بين (١٢٣) و (١٣٥) سم

الحل :

١) احتمال أن لايزيد طوله عن (١١٥) سم

$$ل(س \leq ١١٥) = ل(ز \leq \frac{١١٥ - ١٢٠}{١٠}) = ل(ز \leq -٠.٥) = ١ - ٠.٦٩١٥ = ٠.٣٠٨٥$$

عدد الطلبة = ٠.٣٠٨٥ × ٨٠٠ ≈ طالب

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

٢) احتمال أن ينحصر طوله بين (١٢٣) و (١٣٥) سم

$$ل(١٢٣ \geq س \geq ١٣٥) = ل(\frac{١٢٣-١٢٠}{١٠} \geq ز \geq \frac{١٣٥-١٢٠}{١٠})$$

$$= ل(٠.٣ \geq ز \geq ١.٥)$$

$$= ل(ز \geq ١.٥) - ل(ز \geq ٠.٣)$$

$$= ٠.٩٣٣٢ - ٠.٦١٧٩ = ٠.٣١٥٣$$

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

ز	صفر	٠.٣	٠.٥	١	١.٥	٢
ل (ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٦١٧٩	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

م)إذا كانت نسبة القطع الصالحة من انتاج احد المصانع ٩٥% فاذا اخذت (١٠) قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية اوجد احتمال أن لا يكون بينهما قطعة معيبة .

الحل :

أ = ٠.٩٥ ، ١ – أ = ٠.٠٠٥ ، ن = ١٠

$$ل(س = ١٠) = ١ \times (٠.٩٥)^{١٠} \times (٠.٠٥)^{٠} = (٠.٩٥)^{١٠}$$

ن) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠.٨ ، عدلت قيم كل من المتغيرين س ، ص حسب العلاقة $س^* = ٢س - ١$ ، $ص^* = ٧ - ٤ص$، اوجد معامل ارتباط بيرسون بعد التعديل

الحل : معامل ارتباط بيرسون بعد التعديل = -٠.٨ لان معاملات س ، ص مختلفة

السـؤال السادس:

أ) من الجدول التالي قيم المتغيرين س، ص

س	١	٢	٦	٧
ص	١٠	٨	٩	٥

الحل : ١.معامل ارتباط بيرسون الخطي

$$\text{ر} = \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{4}(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})(\text{ص}_\text{ر} - \bar{\text{ص}})}{\sqrt{\sum_{\text{ر}=1}^{4}(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})^2 \times \sum_{\text{ر}=1}^{4}(\text{ص}_\text{ر} - \bar{\text{ص}})^2}} = \frac{\text{١٣-}}{\sqrt{\text{٢٦} \times \text{١٤}}}$$

س	ص	$(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})$	$(\text{ص}_\text{ر} - \bar{\text{ص}})$	$(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})(\text{ص}_\text{ر} - \bar{\text{ص}})$	$(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})^2$	$(\text{ص}_\text{ر} - \bar{\text{ص}})^2$
١	١٠	٣-	٢	٦-	٩	٤
٢	٨	٢-	٠	٠	٤	٠
٦	٩	٢	١	٢	٤	١
٧	٥	٣	٣-	٩-	٩	٩
١٦	٣٢			١٣-	٢٦	١٤

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{١٦}}{\text{٤}} = \text{٤} \quad , \quad \bar{\text{ص}} = \frac{\text{٣٢}}{\text{٤}} = \text{٨}$$

١. معادلة خط الانحدار علماً بان $\bar{\text{س}} = \text{٤}$ ، $\bar{\text{ص}} = \text{٨}$

$$\text{أ} = \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_\text{ر} - \text{س})(\text{ص}_\text{ر} - \text{ص})}{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_\text{ر} - \bar{\text{س}})^2} = \frac{\text{١٣-}}{\text{٢٦}} = \frac{\text{١-}}{\text{٢}} = \text{٠.٠٢}$$

$$\text{ب} = \bar{\text{ص}} - \text{أ}\bar{\text{س}} = \text{٨} - \frac{\text{١-}}{\text{٢}} \times \text{٤} = \text{١٠}$$

معادلة خط الانحدار للتنبؤ لقيم (ص) هي $\hat{\text{ص}} = \text{-٠.٥ س} + \text{١٠}$

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ب) إذا كانت س، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما يساوي (٦) وكان

$$\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\bar{\text{س}})^{2}=2500 \quad ، \quad \sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{ص}_{\text{ر}}-\bar{\text{ص}})^{2}=100$$

$$\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\bar{\text{س}})(\text{ص}_{\text{ر}}-\bar{\text{ص}})=50 \ \text{احسب}$$

١. معامل ارتباط بيرسون الخطي

٢. معادلة خط الانحدار علماً بان $\bar{\text{س}} = 5$ ، $\bar{\text{ص}} = 6$

الحل :

١. معامل ارتباط بيرسون الخطي

$$\text{ر} = \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\bar{\text{س}})(\text{ص}_{\text{ر}}-\bar{\text{ص}})}{\sqrt{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\bar{\text{س}})^{2}\times\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{ص}_{\text{ر}}-\bar{\text{ص}})^{2}}} = \frac{50}{\sqrt{2500\times100}} = \frac{50}{500}$$

٢. معادلة خط الانحدار علماً بان $\bar{\text{س}} = 5$ ، $\bar{\text{ص}} = 6$

معادلة خط الانحدار للتنبؤ لقيم (ص) هي $\hat{\text{ص}} = \text{أ}\,\text{س} + \text{ب}$

$$\text{أ} = \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\text{س})(\text{ص}_{\text{ر}}-\text{ص})}{\sum_{\text{ر}=1}^{6}(\text{س}_{\text{ر}}-\bar{\text{س}})^{2}} = \frac{50}{2500} = \frac{1}{50} = 0.02$$

$$\text{ب} = \bar{\text{ص}} - \text{أ}\,\bar{\text{س}} = 6 - \frac{1}{50}\times 5 = 5.9$$

معادلة خط الانحدار للتنبؤ لقيم (ص) هي $\hat{\text{ص}} = 0.02\,\text{س} + 5.9$