اليوم والتاريخ : الاربعاء ٥/٧/٢٠١٧
للفرعين: العلمي + الصناعي

الاجابة النموذجية المقترحة
لامتحان الرياضيات ٣م
لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

اعداد الاستاذ المهندس :
محمد ناصر ياسين
0796218078

ص١

السؤال الأول

أ) ١. $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\left((\text{س}+1)^2-4\right)^4}{(\text{س}^2-2\text{س}+1)^2}$

نوحد القوة للبسط والمقام

$$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \frac{\left((\text{س}+1)^2-4\right)^4}{\left((\text{س}-1)(\text{س}-1)\right)^2} = \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \frac{\left((\text{س}+1)^2-4\right)^4}{\left((\text{س}-1)^2\right)^2}$$

$$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \frac{\left((\text{س}+1)^2-4\right)^4}{(\text{س}-1)^4} = \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \left(\frac{(\text{س}+1)^2-4}{(\text{س}-1)}\right)^4$$

$$= \left(\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \frac{\left((\text{س}+1)-2\right)\left((\text{س}+1)+2\right)}{\text{س}-1}\right)^4$$

$$= \left(\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \frac{\cancel{(\text{س}-1)}(\text{س}+3)}{\cancel{\text{س}-1}}\right)^4 = \left(\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \text{س}+3\right)^4 = 4^4 = \boxed{256}$$

٢. $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جتا}^2\text{س} - \text{جا}^2\text{س} - \sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}}{\text{س}^2}$

متطابقة : جتا٢س = جتا²س − جا²س

$$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \frac{\text{جتا}\,2\text{س} - \sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}}{\text{س}^2}$$

نضرب بالمرافق :

نخرج $\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}$ عامل مشترك

$$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}\left(\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}-1\right)}{\text{س}^2} \times \frac{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}+1}{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}+1}$$

$$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}\left(\text{جتا}\,2\text{س}-1\right)}{\text{س}^2 \times \left(\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}+1\right)}$$

متطابقة: $= -2\,\text{جا}^2\text{س}$

$$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}}{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}+1} \times \frac{\text{جتا}\,2\text{س}-1}{\text{س}^2}$$

$$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}}{\sqrt{\text{جتا}\,2\text{س}}+1} \times -2\underbrace{\frac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{س}^2}}_{=1} = \frac{1}{2} \times -2 = \boxed{-1}$$

ص٢

ب) $\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{\left|\dfrac{١}{\text{س}-٤}\right| - \dfrac{١}{٣}}{١-\text{س}} &، \; ٠ < \text{س} < ١ \\[2ex] \dfrac{[\frac{١}{٢}\text{س}+١]}{-٩\text{س}} &، \; ١ \leq \text{س} < ٢ \end{cases}$

س = ١ (نقطة تشعب) ⇐ سنبحث عن النهاية عن اليمين واليسار.

طول الدرجة = ٢

* $\lim\limits_{\text{س} \to ١^+} \dfrac{[\frac{١}{٢}\text{س}+١]}{-٩\text{س}}$ ⟵ نعيد تعريفه :

$= \lim\limits_{\text{س} \to ١^+} \dfrac{١}{-٩\text{س}} = \dfrac{١}{-٩} = \boxed{\dfrac{-١}{٩}}$

$\dfrac{-١}{\text{س}-٤}$ ، $\dfrac{١}{\text{س}-٤}$ ، س = ٤

* $\lim\limits_{\text{س} \to ١^-} \dfrac{\left|\dfrac{١}{\text{س}-٤}\right| - \dfrac{١}{٣}}{١-\text{س}}$ ⟵ نعيد تعريفه :

نوحد المقامات

$= \lim\limits_{\text{س} \to ١^-} \dfrac{\dfrac{-١}{\text{س}-٤} - \dfrac{١}{٣}}{١-\text{س}} = \dfrac{-٣ - (\text{س}-٤)}{٣(\text{س}-٤)(١-\text{س})} = \dfrac{-٣-\text{س}+٤}{٣(\text{س}-٤)(١-\text{س})}$

$= \lim\limits_{\text{س} \to ١^-} \dfrac{\cancel{١-\text{س}}}{٣(\text{س}-٤)\cancel{(١-\text{س})}} = \dfrac{١}{٣(١-٤)} = \dfrac{١}{-٩} = \boxed{\dfrac{-١}{٩}}$

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to ١^+} \text{ق(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to ١^-} \text{ق(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to ١} \text{ق(س)} = \dfrac{-١}{٩}$

* $\text{ق(١)} = \dfrac{[\frac{١}{٢}\times(١)+١]}{-٩(١)} = \dfrac{[\frac{٣}{٢}]}{-٩} = \dfrac{١}{-٩} = \boxed{\dfrac{-١}{٩}}$

∴ $\text{ق(١)} = \lim\limits_{\text{س} \to ١} \text{ق(س)}$ ⇐ ∴ ق(س) متصل عند س = ١ .

السؤال الثاني

أ) ١. $\lim\limits_{\text{س} \to -١} \left(\text{س ق}^٢\text{(س)} + \dfrac{٢}{\text{ق(س)}}\right) = \left(-١ \times (٢)^٢ + \dfrac{٢}{٢}\right)$

$= (-١ \times ٤) + ١ = -٤ + ١ = \boxed{-٣}$

٢. $\lim\limits_{\text{س} \to ٢^+} \text{ق}(٣-\text{س})$ ⇐ نفرض : ص = ٣ − س

عندما س ← ٢⁺ فإن ص ← ١⁺ .

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to ٢^+} \text{ق}(٣-\text{س}) = \lim\limits_{\text{ص} \to ١^+} \text{ق(ص)} = \boxed{٤}$.

الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

٣) $(\text{م}\times\text{ق})'(١) = \text{م}\times\text{ق}' + \text{م}'\times\text{ق}' = ١\times١ + ٠\times٤ = ١+٠ = \boxed{١}$

$\text{ق}'(١) = $ ميل المماس $= \frac{٥-٣}{٢-٠} = \frac{٢}{٢} = ١$

$\text{ق}''(١) = ٠$ لأن الاقتران عندها خطي.

٤) متوسط التغير $= \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \frac{\text{ق}(٠) - \text{ق}(-٢)}{٠ - (-٢)} = \frac{١-٥}{٠+٢} = \frac{-٤}{٢} = \boxed{-٢}$

ب) $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{م} + \text{س}^{\frac{1}{2}})^{٢} &، \text{س} \geq ٩ \\ \frac{\text{س}^{٢}}{٢٧} + \text{ب} &، \text{س} < ٩ \end{cases}$

$\text{ق}'(٩)$ موجودة.

بما أن $\text{ق}'(٩)$ موجودة ∴ النهاية عند ٩ موجودة.

← $\lim_{\text{س}\to ٩^{+}} (\text{م} + \text{س}^{\frac{1}{2}})^{٢} = \lim_{\text{س}\to ٩^{-}} \left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢٧} + \text{ب}\right)$

← $(\text{م} + \sqrt{٩})^{٢} = \frac{٨١}{٢٧} + \text{ب}$

⇐ $(\text{م}+٣)^{٢} = ٣ + \text{ب}$ ⇐

$\text{ق}'(\text{س}) = \begin{cases} ٢(\text{م} + \text{س}^{\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2}\text{س}^{-\frac{1}{2}} &، \text{س} \geq ٩ \\ \frac{٢}{٢٧}\text{س} &، \text{س} < ٩ \end{cases}$

بما أن $\text{ق}'(٩)$ موجودة ∴ $\text{ق}'_{+}(٩) = \text{ق}'_{-}(٩)$

← $٢(\text{م} + \sqrt{٩}) \times \frac{١}{٢\sqrt{٩}} = \frac{٢}{٢٧} \times ٩$

← $\cancel{٢}(\text{م}+٣) \times \frac{١}{\cancel{٢}\times٣} = \frac{٢}{٣}$

$\boxed{\text{م} = -١}$ ← $\text{م} + \cancel{٣} = ٢$ ← $٣ \times \frac{\text{م}+٣}{٣} = \frac{٢}{٣} \times ٣$

عند التعويض في المعادلة: $(-١+٣)^{٢} = ٣ + \text{ب}$ ← $٤ = ٣ + \text{ب}$ ← $\boxed{\text{ب} = ١}$

ج) $\text{ق}(٣\text{س}^{٢}+٥) = \sqrt[٣]{\text{س}+٧}$ ، $\text{س} > ٠$.

$\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٨+٢\text{هـ}) - \text{ق}(٨)}{٥\text{هـ}}$

نفرض: $\text{ل} = ٢\text{هـ}$ ⇐ $\text{هـ} = \frac{\text{ل}}{٢}$ ← عندما هـ←٠ فإن ل←٠.

← $\lim_{\text{ل}\to ٠} \frac{\text{ق}(٨+\text{ل}) - \text{ق}(٨)}{٥ \times \frac{\text{ل}}{٢}} = \frac{٢}{٥} \underbrace{\lim_{\text{ل}\to ٠} \frac{\text{ق}(٨+\text{ل}) - \text{ق}(٨)}{\text{ل}}}_{= \text{ق}'(٨)}$

$= \frac{٢}{٥} \times \text{ق}'(٨)$

← يتبع...

ص ٤

* للإيجاد $قَ(٨)$ نشتق الاقتران المعطى:

$$ق(٣س^٢+٥) = \sqrt[3]{س+٧}$$

اشتقاق ضمني

$$قَ(٣س^٢+٥) \times ٦س = \frac{1}{3}(س+٧)^{-\frac{2}{3}}$$

$٣س^٢ + ٥ = ٨$

$\frac{٣س^٢}{٣} = \frac{٣}{٣} \Leftarrow س^٢ = ١$

$س = \pm ١$

ولكن $س > ٠ \Leftarrow س = ١$

$$\Leftarrow قَ(٨) \times ٦(١) = \frac{1}{3}(١+٧)^{-\frac{2}{3}}$$

$$\Leftarrow قَ(٨) \times ٦ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{(٨)^٢}}$$

$$\Leftarrow قَ(٨) \times ٦ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{٦٤}}$$

$$\Leftarrow قَ(٨) \times ٦ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{قَ(٨) \times \cancel{٦}}{\cancel{٦}} = \frac{\frac{1}{12}}{٦}$$

$$\boxed{قَ(٨) = \frac{1}{٧٢}}$$

بالرجوع للنهاية

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٨+٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ}$$

$$= \frac{٢}{٥} \times قَ(٨) = \frac{\cancel{٢}}{٥} \times \frac{1}{\cancel{٧٢}_{٣٦}} = \boxed{\frac{1}{180}}$$

السؤال الثالث

أ) $ق(س) = ظا ٢س$

$$\lim_{ص \to س} \frac{ظا ٢ص - ظا ٢س}{ص - س}$$

متطابقة:

$ظا(٢ص-٢س) = \frac{ظا ٢ص - ظا ٢س}{١ + ظا ٢ص ظا ٢س}$

$\Leftarrow ظا ٢ص - ظا ٢س = ظا(٢ص-٢س) \times (١ + ظا ٢ص ظا ٢س)$

$$= \lim_{ص \to س} \frac{ظا(٢ص-٢س) \times (١ + ظا ٢س ظا ٢ص)}{ص - س}$$

$$= \lim_{ص \to س} \underbrace{\frac{ظا ٢(ص-س)}{ص-س}}_{٢} \times \underbrace{(١ + ظا ٢س ظا ٢ص)}_{١ + ظا^٢ ٢س}$$

$$= ٢ \times \underbrace{(١ + ظا^٢ ٢س)}_{= قا^٢ ٢س \text{ متطابقة}} = \boxed{٢ قا^٢ ٢س}$$

ب) $س ص = (س+ص)^٤$

$$س صَ + ص = ٤(س+ص)^٣ \times (١ + صَ)$$

$$س صَ + ص = ٤(س+ص)^٣ + ٤ صَ (س+ص)^٣$$

مضروب للطرفين بـ: $(س+ص)$

$$\left(س صَ - ٤ صَ (س+ص)^٣ = ٤(س+ص)^٣ - ص\right) \times (س+ص)$$

$$س(س+ص) صَ - ٤ صَ \underbrace{(س+ص)^٤}_{= س ص \text{ (معطى)}} = ٤\underbrace{(س+ص)^٤}_{= س ص \text{ (معطى)}} - ص(س+ص)$$

$$\Leftarrow س(س+ص) صَ - ٤ صَ (س ص) = ٤(س ص) - ص(س+ص)$$

ـه يتبع ....

$(\text{س}^2+\text{س ص})\,\text{صَ} - 4(\text{س ص})\,\text{صَ} = 4\,\text{س ص} - (\text{س ص}+\text{ص}^2)$ صح

خروج صَ عامل مشترك

$\text{صَ}\,(\text{س}^2+\text{س ص}-\cancel{4}\,\text{س ص}) = 4\,\text{س ص} - \text{س ص} - \text{ص}^2$

$$\frac{\text{صَ}\,(\text{س}^2 - \cancel{3\,\text{س ص}})}{\text{س}^2 - \cancel{3\,\text{س ص}}} = \frac{3\,\text{س ص} - \text{ص}^2}{\text{س}^2 - 3\,\text{س ص}}$$

$$\text{صَ} = \frac{3\,\text{س ص} - \text{ص}^2}{\text{س}^2 - 3\,\text{س ص}}$$

$$\boxed{\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{ص}\,(3\,\text{س} - \text{ص})}{\text{س}\,(\text{س} - 3\,\text{ص})}}$$ وهو المطلوب .

ج) $\text{س} = \text{جتا}\,(3\text{ن}) + \frac{1}{2}$ ، $\text{ص} = \text{جا}\,(3\text{ن}) + \frac{1}{2}$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = -3\,\text{جا}\,3\text{ن} \qquad \frac{\text{دص}}{\text{دن}} = 3\,\text{جتا}\,3\text{ن}$$

$$* \quad \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{دن}}} \times \frac{\cancel{\text{دن}}}{\text{دس}}$$

$$= \cancel{3}\,\text{جتا}\,3\text{ن} \times \frac{1}{-\cancel{3}\,\text{جا}\,3\text{ن}} = \frac{-\text{جتا}\,3\text{ن}}{\text{جا}\,3\text{ن}} = -\text{ظتا}\,3\text{ن}$$

$$\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2} = 3\,\text{قتا}^2\,3\text{ن}\,\frac{\text{دن}}{\text{دس}} = \cancel{3} \times \frac{1}{-\cancel{3}\,\text{جا}\,3\text{ن}} \times \frac{1}{\text{جا}^2\,3\text{ن}}$$

$$= \boxed{\frac{-1}{\text{جا}^3\,3\text{ن}}}$$

بما أن $\text{س} = \frac{\pi}{2}$ (د)

● $\text{س} = \text{جتا}\,3\text{ن} + \frac{1}{2} \Leftarrow \frac{\pi}{2} = \text{جتا}\,3\text{ن} + \frac{1}{2}$

نربع الطرفين

$$(\text{جتا}\,3\text{ن})^2 = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{جتا}^2\,3\text{ن} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

متطابقة: $\text{جتا}^2\,3\text{ن} = 1 - \text{جا}^2\,3\text{ن}$

$$1 - \text{جا}^2\,3\text{ن} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{جا}^2\,3\text{ن} = 1 - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{جا}\,3\text{ن} = \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2}$$

ملاحظة: اذا كان هنالك خطأ مطبعي وكانت ن هي التي تساوي $\frac{\pi}{2}$ فإن:

$$\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2} = \frac{-1}{\text{جا}^3\,3\text{ن}} = \frac{-1}{(-1)^3} = \boxed{1}$$

$$\therefore \frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2} = \frac{-1}{\text{جا}^3\,3\text{ن}} = \boxed{\frac{-1}{\left(\sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)^2}\right)^3}}$$

ص ٨

السؤال الرابع

أ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{3} + \frac{48}{\text{س}}$ ، $\text{س} \neq 0$.

١. نجد $\text{قَ}(\text{س})$: $\text{قَ}(\text{س}) = 3\text{س}^{2} - 48\text{س}^{-2}$

$$\text{قَ}(\text{س}) = 3\text{س}^{2} + \frac{-48}{\text{س}^{2}}$$

$$\Leftarrow \frac{3\text{س}^{2} \times \text{س}^{2}}{1 \times \text{س}^{2}} - \frac{48}{\text{س}^{2}} = 0 \Leftarrow \frac{3\text{س}^{4} - 48}{\text{س}^{2}} = 0$$

$3\text{س}^{4} - 48 = 0$

$\frac{3\text{س}^{4}}{3} = \frac{48}{3}$

$\text{س}^{4} = 16$

$\Leftarrow \text{س} = \pm 2$

$\text{س}^{2} \Leftarrow \text{س} = 0$ × تُهمل لأن $\text{س} \neq 0$. (معطى)

$+\ +\ +\ \mid\ -\ -\ -\ \mid\ -\ -\ -\ \mid\ +\ +\ +$

$-2 \qquad\qquad 0 \qquad\qquad +2$

اختبار الاشارة.

* فترات التزايد : $(-\infty ، -2] \cup [2 ، \infty)$

* فترات التناقص : $[-2 ، 2] - \{0\}$.

٢. * قيمة عظمى محلية عند س = −٢ تساوي $\text{ق}(-2) = -32$

* قيمة صغرى محلية عند س = ٢ تساوي $\text{ق}(2) = 32$

ب) $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{2} + \text{س} + 1}{\text{س} + 1}$ ، $\text{س} \neq -1$

المستقيم : $3\text{ص} = -4\text{س} + 5$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{\overbrace{(\text{س}+1)(2\text{س}+1)}^{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط}} - \overbrace{(\text{س}^{2}+\text{س}+1)(1)}^{\text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}}{\underbrace{(\text{س}+1)^{2}}_{(\text{المقام})^{2}}}$$

$$= \frac{(2\text{س}^{2} + \text{س} + 2\text{س} + 1) - (\text{س}^{2} + \text{س} + 1)}{(\text{س}+1)^{2}}$$

$$= \frac{2\text{س}^{2} + 3\text{س} + \cancel{1} - \text{س}^{2} - \text{س} - \cancel{1}}{(\text{س}+1)^{2}} = \boxed{\frac{\text{س}^{2} + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^{2}}}$$

* $3\text{ص} = -4\text{س} + 5$

$3\text{صَ} = -4 \Leftarrow \boxed{\text{صَ} = \frac{-4}{3}}$

⇐ حتى يكون المماس والمستقيم متعامدان فإن حاصل ضرب الميلين = −١

$$\Leftarrow \frac{\text{س}^{2} + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^{2}} \times \frac{-4}{3} = -1 \ .$$

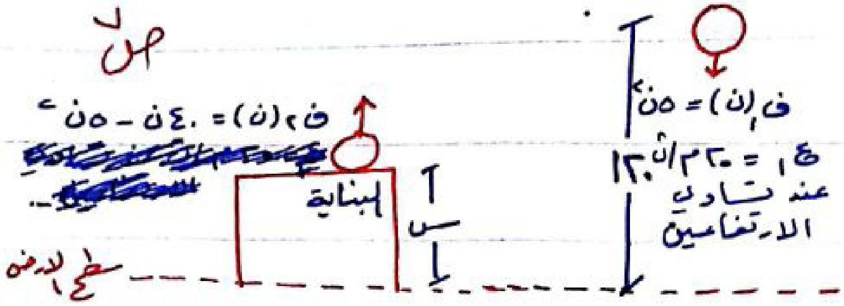
$$\Leftarrow \frac{-4\text{س}^{2} - 8\text{س}}{3(\text{س}^{2} + 2\text{س} + 1)} = -1 \Leftarrow \frac{-4\text{س}^{2} - 8\text{س}}{3\text{س}^{2} + 6\text{س} + 3} = \frac{-1}{1}$$

$$\Leftarrow 3\text{س}^{2} + 6\text{س} + 3 = 4\text{س}^{2} + 8\text{س} \Leftarrow \text{س}^{2} + 2\text{س} - 3 = 0 \Leftarrow (\text{س}+3)(\text{س}-1) = 0$$

$\text{س} = -3$ ، $\text{س} = 1$

⇐ النقطتين : $(-3 ، \frac{-7}{2})$ ، $(1 ، \frac{3}{2})$

⟸ ج) نفرض ارتفاع البناية = س



$ف_1 + ف_2 + س = 120$

$5ن^2 + (40ن - 5ن^2) + س = 120$

$\boxed{40ن + س = 120}$

ولكن $ع_1(ن) = 20$ و $ف_1(ن) = 5ن^2$ ⟸ $ع_1(ن) = 10ن$

⟸ $\frac{20}{10} = \frac{\cancel{10}ن}{\cancel{10}}$ ⟸ $\boxed{ن = 2}$

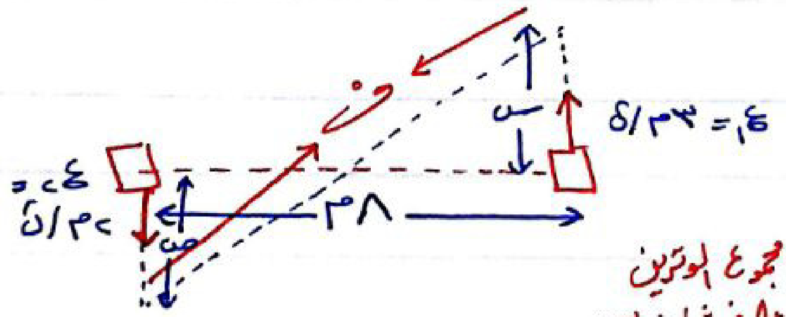
$40(2) + س = 120$

$\cancel{80} + س = 120$
$-\cancel{80}$ $\quad -80$

⟸ $س = 40$م

ارتفاع البناية.

السؤال الخامس



أ) $ع_1 = \frac{دس}{دن} = 3$

$ع_2 = \frac{دص}{دن} = 2$

$ف^2 = (س + ص)^2 + (8)^2$ ← مجموع الوترين مع فيثاغورس

⟸ $ف = \sqrt{(س+ص)^2 + 64}$

المشتقة: $\frac{دف}{دن} = \frac{2(س+ص)\left(\frac{دس}{دن} + \frac{دص}{دن}\right)}{2\sqrt{(س+ص)^2 + 64}}$

* المسافة (س) = السرعة × الزمن = $3 \times \underline{3} = 9$ ← لانه انطلق قبل المصعد الثاني بثانية.

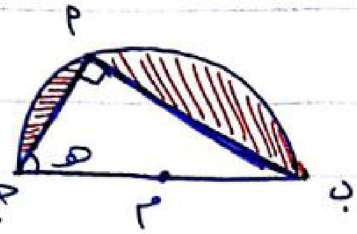
* المسافة (ص) = السرعة × الزمن = $2 \times \underline{2} = 4$

⟸ $\frac{دف}{دن} = \frac{2(9+4)(2+3)}{2\sqrt{(9+4)^2 + 64}} = \frac{2(13)(5)}{2\sqrt{(13)^2 + 64}} = \frac{\cancel{130}^{65}}{\cancel{2}\sqrt{233}}$

$= \boxed{\frac{65}{\sqrt{233}}}$

ص ٨

ب) * مساحة المنطقة المظللة =



مساحة نصف الدائرة − مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}\pi \text{نق}^2 - \frac{1}{2}(\text{أب})(\text{أجـ})$

$= \frac{1}{\cancel{2}}\pi (\cancel{4})^2 - \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{4}{\cancel{8}} \text{جاهـ} \times 8 \text{جتاهـ}$

$= 8\pi - 32 \text{ جاهـ جتاهـ}$

$= 8\pi - 16 (2\text{جاهـ جتاهـ})$

$\boxed{\text{المساحة} = 8\pi - 16 \text{ جا}2\text{هـ}}$

نحولها بدلالة هـ:

$\text{جاهـ} = \frac{\text{أب}}{8} \Leftarrow \text{أب} = 8\text{جاهـ}$

$\text{جتاهـ} = \frac{\text{أجـ}}{8} \Leftarrow \text{أجـ} = 8\text{جتاهـ}$

نشتقها لـ $\Leftarrow$ $م' = 0 - 32 \text{ جتا}2\text{هـ}$

نساويها بالصفر

$\frac{-32 \text{جتا}2\text{هـ}}{\cancel{-32}} = \frac{0}{-32}$

$\text{جتا}2\text{هـ} = 0$

$\frac{\cancel{2}\text{هـ}}{\cancel{2}} = \frac{\pi}{2 \times 2}$ أو $\frac{\cancel{2}\text{هـ}}{\cancel{2}} = \frac{3\pi}{2 \times 2}$

$\text{هـ} = \frac{\pi}{4}$ ، $\text{هـ} = \frac{3\pi}{4}$

اختبار الإشارة

$- \; - \;\big|\; + \; + \; + \;\big|\; - \; -$

$\frac{\pi}{4} \qquad \frac{3\pi}{4}$

$\Leftarrow$ أصغر مساحة ممكنة ستكون عندما $\boxed{\text{هـ} = \frac{\pi}{4}}$.

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق

الأستاذ المهندس:

محمد ناصر ياسين

0796218078

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (س د)
اليوم والتاريخ: الأربعاء ٥/٧/٢٠١٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) جد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to 1} \frac{\left((س+1)^2-4\right)^2}{(س^2-2س+1)^2}$ (٦ علامات)

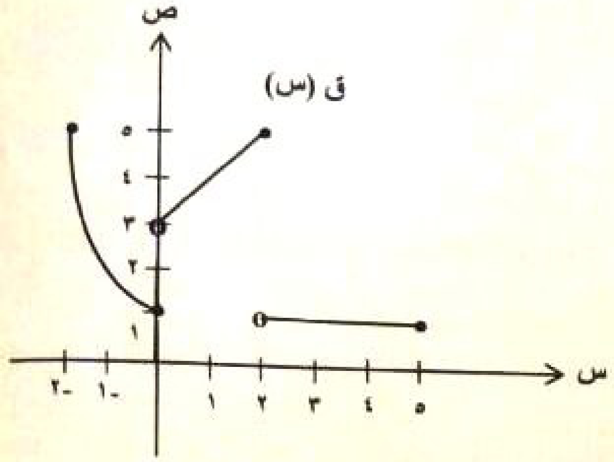
٢) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا^2س - جا^2س - جتا2س}{س^2}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \dfrac{\left|\dfrac{1}{س-4}\right| - \dfrac{1}{3}}{1-س} & ، \quad 0 < س < 1 \\[2ex] \dfrac{\left[\dfrac{1}{2}س+1\right]}{-9س} & ، \quad 1 \le س < 2 \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ****

السـؤال الثاني: (٢٢ علامة)



أ) يُمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق (س) ، س ∋ [-٢ ، ٥]، جـد ما يأتي :

١) $\lim_{\text{س} \to -١}$ (س ق^٢(س) + $\frac{٢}{\text{ق (س)}}$)

٢) $\lim_{\text{س} \to ٢^+}$ ق (٣ − س)

٣) (ق × قَ)َ (١)

٤) متوسط التغير في الاقتران ق (س) على الفترة [-٢ ، ٠] (٩ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (\text{م} + \text{س}^{\frac{١}{٢}})^٢ & ، \text{س} \geqslant ٩ \\ \frac{\text{س}^٢}{٢٧} + \text{ب} & ، \text{س} < ٩ \end{cases}$

وكانت قَ (٩) موجودة، فجـد قيمة كلاً من الثابتين م ، ب (٦ علامات)

ج) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان قَ (٣ س^٢ + ٥) = $\sqrt[٣]{\text{س} + ٧}$ ، س > ٠ ،

فجد $\lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{ق}(٨ + ٢\text{هـ}) - \text{ق}(٨)}{٥\text{هـ}}$ (٧ علامات)

السـؤال الثالث: (١٩ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = ظا ٢س ، فجد قَ (س) باستخدام تعريف المشتقة. (٦ علامات)

ب) إذا كان س ص = (س + ص)^٤ ، فأثبت أن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{ص (٣ س − ص)}}{\text{س (س − ٣ ص)}}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان س = جتا (٣ ن) + $\frac{١}{٢}$ ، ص = جا (٣ ن) + $\frac{١}{٢}$ ،

فجد $\frac{\text{د}^٢\text{ص}}{\text{د س}^٢}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

١
٣٦ ٣٦
١٨

السؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) ليكن $ق(س) = س^{٣} + \frac{٤٨}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، جد كلاً مما يأتي :

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت). (٩ علامات)

٩ + ٣ + ١

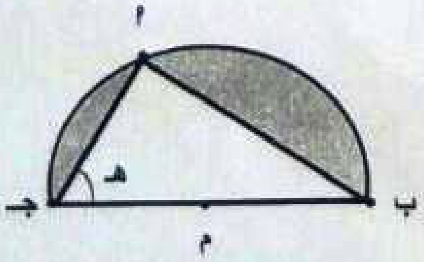
ب) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = \frac{س^{٢} + س + ١}{س + ١}$ ، $\frac{-٧}{-٢}$

$س \neq -١$ ، عمودياً على المستقيم $٣ص = -٤س + ٥$ (٧ علامات)

ج) أسقط جسم من ارتفاع (١٢٠) م عن سطح الأرض سقوطاً حرّاً وفق الاقتران $ف_١(ن) = ٥ن^{٢}$ ، وفي اللحظة نفسها قُذف جسم آخر من سطح بناية للأعلى وفق الاقتران $ف_٢(ن) = ٤٠ن - ٥ن^{٢}$ ، حيث $ف_١$ ، $ف_٢$ المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني، جد ارتفاع البناية إذا علمت أن سرعة الجسم الأول تساوي (٢٠) م/ث في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه عن سطح الأرض. (٧ علامات)

السؤال الخامس: (١٥ علامة)

أ) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما (٨) م، بدأ المصعد الأول في الارتفاع للأعلى بسرعة (٣) م/ث، وبعد ثانية بدأ المصعد الثاني في الانخفاض للأسفل بسرعة (٢) م/ث.
جد معدل تغيّر المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني. (٧ علامات)



ب) رُسم المثلث أ ب جـ داخل نصف دائرة طول قطرها (٨) سم، بحيث يقع الرأسان ب ، جـ على نهايتي القطر، والرأس الآخر (أ) يتحرك على منحنى نصف الدائرة كما في الشكل المجاور، فجد قياس الزاوية (هـ) التي تجعل مساحة المنطقة المظللة أصغر ما يُمكن.

(٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾