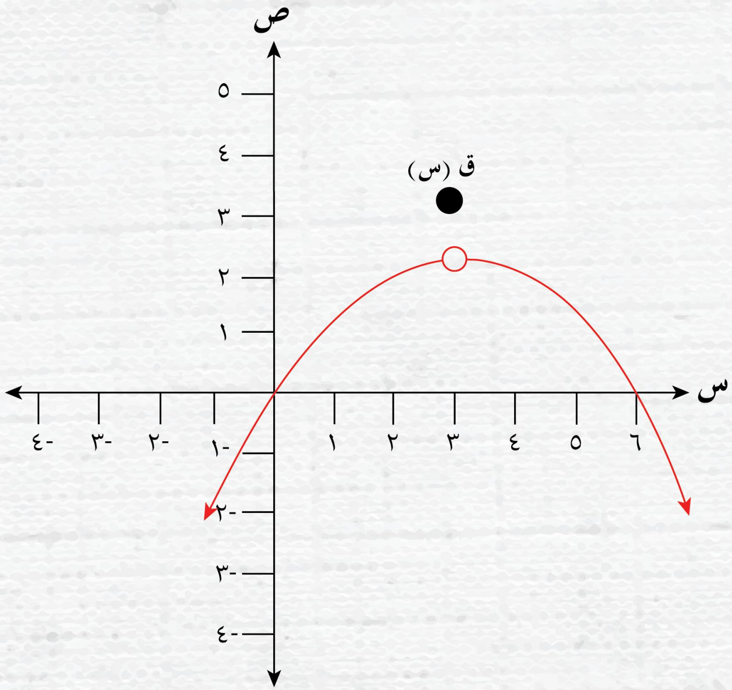
الوحدة الأولى

النهايات والإتصال

يعد التفاضل والتكامل أحد أهم محاور الرياضيات الرئيسية التي تعنى بحل المسائل التطبيقية المتنوعة في المجالات الهندسية والفيزيائية والاقتصادية . أما اللبنة الأساسية لفهم هذا المحور فتتمثل في موضوع النهايات الذي يبحث في سلوك الاقتران عندما يقترب المتغير س من عدد محدد ، وموضوع الاتصال الذي يصف منحنى الاقتران ، والذي يبين إذا كان يوجد اتصال عند نقطة محددة أم لا ، واصفاً شكل عدم الاتصال هندسياً .



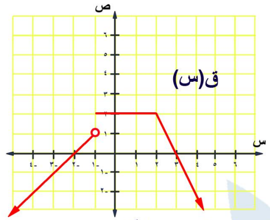
limits and continuity

يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادراً على :

* تفسير مفهوم النهاية والصيغة المستخدمة في التعبير عن نهاية اقتران عند نقطة .
* حساب نهاية اقتران (كثير حدود ، نسبي ، متشعب) بيانياً وجبرياً.
* تمييز نهاية اقتران عند نقطة ، وقيمته عند هذه النقطة .
* دراسة الاتصال عند نقطة للاقترانات كثيرات الحدود ، والاقترانات المتشعبة ، والاقترانات النسبية .

إيجاد النهاية عن طريق الرسم

١) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت) :



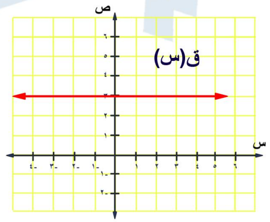
أ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

ب) قيمة أ، حيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

جـ) قيم ب، حيث $\underset{س \leftarrow ب}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفرًا

٢) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى كثير الحدود ق(س) = ٣، أجب عما يأتي :

أ) ما درجة الاقتران ق؟ ما نوعه؟



ب) جد قيمة كل من :

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

$\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـا}}$ ق(س)

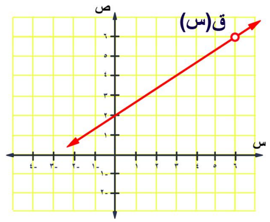
$\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

جـ) جد مجموعة قيم الثابت أ، حيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) =٣

٣) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران

ق(س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س - ٣}$

جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):



١) ق(٣)

٢) $\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نهـا}}$ ق(س)

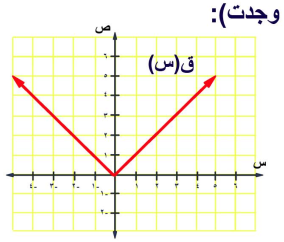
٣) $\underset{س \leftarrow +٣}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٤) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٤) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران

ق(س) = $\begin{cases} -س & س < ٠ \\ س & س \geq ٠ \end{cases}$

جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

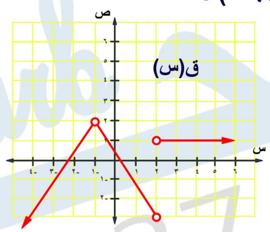


١) ق(٠)

٢) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٣) $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٥) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت) :



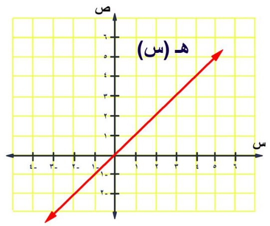
١) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٢) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٣) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٦) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران هـ(س) = س ، أجب عن الأسئلة الآتية :

أ) ما درجة الاقتران هـ ؟ ما نوعه ؟



ب) جد قيمة كل من :

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ هـ (س)

$\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـا}}$ هـ (س)

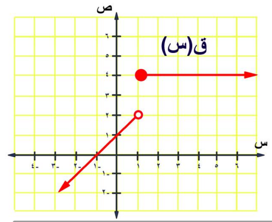
$\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}}$ هـ (س)

٧) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد كلًا مما يلي :

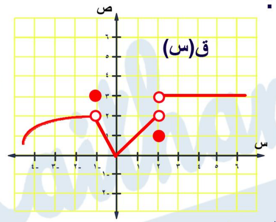
١) قيمة الثابت أ، حيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) = -١

٢) قيمة الثابت ب، حيث $\underset{س \leftarrow ب}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠

٣) قيمة الثابت جـ، حيث $\underset{س \leftarrow جـ}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة



٨) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، جد كلًا مما يلي :



١) جد ق(٢)

٣) جد $\underset{س \leftarrow +٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

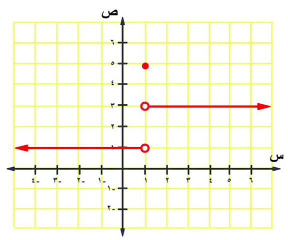
٣) جد قيمة ق(-١)

٤) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}}$ $\left((ق(س))^٢ - \frac{١}{٤}(س - ٧)\right)$

٩) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل الاقتران المتشعب

ق(س) = $\begin{cases} ١ & س < ١ \\ ٢ & س = ١ \\ ٣ & س > ١ \end{cases}$

جد قيمة كل ما يأتي (إن وجدت):



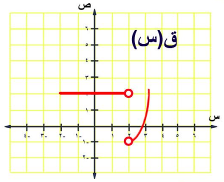
١) ق(١)

٢) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٣) $\underset{س \leftarrow +١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٤) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

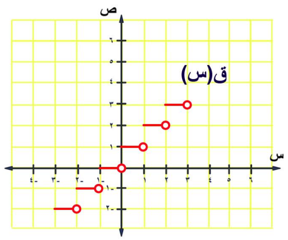
١٠) اعتمادًا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية أجب عما يلي :



١) جد $\underset{س \leftarrow +٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٢) جد $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}}$ $\left(\sqrt[٣]{٤ ق(س)} + \frac{١}{٤} س^٣\right)$

١١) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، جد قيمة كل ما يأتي (إن وجدت) :



١) $\underset{س \leftarrow ٠.٥}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٢) $\underset{س \leftarrow +٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٣) $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

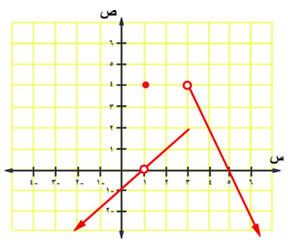
٤) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

١٢) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، جد قيمة كل ما يأتي (إن وجدت) :

١) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

٢) الثابت أ ، حيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠

٣) الثابت ب ، حيث $\underset{س \leftarrow ب}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة



مراجعة عامة

فرق بين مربعين

$\text{س}^{٢} - ٤ \longleftarrow (\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)$

$٢٥ - \text{س}^{٢} \longleftarrow (٥ - \text{س})(٥ + \text{س})$

$\text{س}^{٢} - ١٠٠ \longleftarrow (\text{س} - ١٠)(\text{س} + ١٠)$

مجموع مربعين ⟵ لا يحلّ

فرق مكعبين

$\text{س}^{٣} - ٨ \longleftarrow (\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)$

$١٢٥ - \text{س}^{٣} \longleftarrow (٥ - \text{س})(٢٥ + ٥\text{س} + \text{س}^{٢})$

مجموع مكعبين

$\text{س}^{٣} + ٦٤ \longleftarrow (\text{س} + ٤)(\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ١٦)$

$١ + \text{س}^{٣} \longleftarrow (١ + \text{س})(١ - \text{س} + \text{س}^{٢})$

إخراج عامل مشترك

$٤\text{س}^{٣} + ٢\text{س}^{٢} \longleftarrow ٢\text{س}^{٢}(٢ + \text{س})$

$٨\text{س} - ٤ \longleftarrow ٤(٢\text{س} - ١)$

$٣\text{س} + ٩ \longleftarrow ٣(\text{س} + ٣)$

العبارة التربيعية أ س^{٢} + ب س + جـ

في هذه الحالة نفتح الأقواس وتكون الإشارات كما يلي:

+ + ⟵ (+) (+)

+ - ⟵ (-) (+)

- + ⟵ (-) (-)

- - ⟵ (-) (+)

ويتم اختبار صحة الحل بأن يكون ناتج جمع القريبين مع البعيدين = الحد الأوسط.

* مثال : حلل ما يلي :

$\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦ \longleftarrow (\text{س} + ٢)(\text{س} + ٣)$

$\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥ \longleftarrow (\text{س} - ٥)(\text{س} + ٣)$

$\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢ \longleftarrow (\text{س} - ٢)(\text{س} - ١)$

$٣\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢ \longleftarrow (٣\text{س} + ٢)(\text{س} - ١)$

الاصل في النهاية هو التعويض المباشر

النواتج الممكنة

عدد

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{س}^{٢}$

$(٢)^{٢} = \boxed{٤}$

عدد / عدد

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{٣\text{س}^{٣} + ١}{\text{س}^{٢}}$

$\frac{٣(١)^{٣} + ١}{(١)^{٢}}$

$= \boxed{٤}$

صفر

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ (\text{س} - ١)$

$(١ - ١)$

$= \boxed{٠}$

صفر / عدد = صفر

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{\text{س} - ١}{٥\text{س}}$

$\frac{١ - ١}{٥ \times ١}$

$= \boxed{\text{صفر}}$

عدد / صفر = غير موجودة

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{٥\text{س}}{\text{س} - ١}$

$= \frac{٥ \times ١}{١ - ١}$

$= \boxed{\frac{٥}{٠}}$

غير موجودة

صفر / صفر ⟵ مشكلة ⟵ تعالج ببعض العمليات الجبرية

١) التحليل

غير موجودة

١) فرق مربعين

٢) إخراج عامل مشترك

٣) فرق مكعبين

٤) مجموع مكعبين

١) جد $\underset{\text{س}\leftarrow -٧}{\text{نها}}\ \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٢٨}{٤٩ - \text{س}^{٢}} = \frac{٠}{٠}$

$\underset{\text{س}\leftarrow -٧}{\text{نها}}\ \frac{\cancel{(\text{س} + ٧)}(\text{س} - ٤)}{\cancel{(\text{س} + ٧)}(٧ - \text{س})}$

$= \boxed{\frac{-١١}{١٤}}$

٢) جد $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{\text{س}^{٤} - ١٦}{\text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} - ٢\text{س}}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{(\text{س}^{٢} - ٤)(\text{س}^{٢} + ٤)}{\text{س}(\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢)}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س} + ٢)(\text{س}^{٢} + ٤)}{\text{س}\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س} + ١)}$

$\frac{٤ \times ٨}{٢(٢ \times ١)} = \boxed{\frac{٣٢}{٦}}$

٢) توحيد المقامات

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \mp \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \longleftarrow \frac{\text{أ} \times \text{د} \mp \text{جـ} \times \text{ب}}{\text{ب} \times \text{د}}$

جد $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{\frac{٣}{\text{س} + ٥} - \frac{٣}{٧}}{٢ - \text{س}} = \frac{٠}{٠}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{٢١ - ٣\text{س} - ١٥}{(\text{س} + ٥)(٧)(٢ - \text{س})}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{٦ - ٣\text{س}}{(\text{س} + ٥)(٧)(٢ - \text{س})}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \frac{٣\cancel{(٢ - \text{س})}}{(\text{س} + ٥)(٧)\cancel{(٢ - \text{س})}}$

$= \boxed{\frac{٣}{٤٩}}$

٣) الضرب بالمرافق

* تذكر أن

$\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} = (\text{س} - \text{ص})(\text{س} + \text{ص})$

لذلك مرافق

$(\sqrt{\text{س}} - \sqrt{\text{ص}})$ هو $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}}$

مرافق

$\sqrt{٥\text{س} + ٣} - ٢ \longleftarrow \sqrt{٥\text{س} + ٣} + ٢$

جد $\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} - ٢}{\text{س}^{٣} - ١} = \frac{٠}{٠}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} - ٢}{\text{س}^{٣} - ١} \times \frac{\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} + ٢}{\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} + ٢}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٤}{(\text{س}^{٣} - ١)(\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} + ٢)}$

$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ \frac{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س} + ٤)}{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س}^{٢} + \text{س} + ١)(\sqrt{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} + ٢)}$

$\frac{٥}{٣ \times ٤} = \boxed{\frac{٥}{١٢}}$

* جد قيمة النهايات التالية :

١) $\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}}\ (\text{س}^{٣} + ٥\text{س}^{٢} + ١) = (١)^{٣} + ٥(١)^{٢} + ١ = \boxed{٧}$

٢) $\underset{\text{س}\leftarrow ٥}{\text{نها}}\ ١٠ = \boxed{١٠}$

٣) $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{س}^{٢} + ٥ \times (\text{س}^{٣} - ٥) =$

$((٢)^{٢} + ٥) \times ((٢)^{٣} - ٥)) = ٤ + ٥ \times (٣) = \boxed{٢٧}$

٤) $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ (٢\text{س}^{٢} + ٢)(٥\text{س} + ٣) =$

$(٢(٢)^{٢} + ٢) \times (٥ \times ٢ + ٣)$

$(٨ + ٢) \times (١٣) = \boxed{١٣٠}$

النهايات (نهاية خارج قسمة اقترانين)

التحليل

فرق بين مربعين

١) جد $\text{نها}_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{٢ - س}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)\overset{(-١)}{\cancel{(س - ٢)}}}{\cancel{٢ - س}}$

$= \boxed{(-٤)}$

٢) جد $\text{نها}_{س \to ٣} \frac{٩ - س^٢}{س - ٣}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{(س + ٣)\cancel{(س - ٣)}}{\cancel{٣ - س}}$

$= \boxed{(٦)}$

مجموع مربعين

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٤}{س + ٢}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\frac{٤ + ٤}{٢ + ٢} = \frac{٨}{٤} = \boxed{٢}$

$\text{نها}_{س \to ١} \frac{٢س^٢ + ١}{س}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\frac{٢ + ١}{١} = \boxed{٣}$

فرق مكعبين

$\text{نها}_{س \to ٤^+} \frac{س^٣ - ٦٤}{س - ٤}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٤} \frac{\cancel{(س - ٤)}(س^٢ + ٤س + ١٦)}{\cancel{س - ٤}}$

$= ١٦ + ١٦ + ١٦ = \boxed{٤٨}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{١٢٥ - س^٣}{س^٢ - ٢٥}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\cancel{(٥ - س)}(٢٥ + ٥س + س^٢)}{\cancel{(س - ٥)}(س + ٥)}$

$= \boxed{\frac{-٧٥}{١٠}}$

مجموع مكعبين

$\text{نها}_{س \to -٢} \frac{س^٣ + ٨}{س + ٢}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to -٢} \frac{\cancel{(س + ٢)}(س^٢ - ٢س + ٤)}{\cancel{(س + ٢)}}$

$= ٤ + ٤ + ٤ = \boxed{(١٢)}$

$\text{نها}_{س \to -٤} \frac{س^٣ + ٦٤}{س + ٤}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\cancel{(س + ٤)}(س^٢ - ٤س + ١٦)}{\cancel{س + ٤}}$

$= ١٦ + ١٦ + ١٦ = \boxed{٤٨}$

إخراج العامل المشترك

$\text{نها}_{س \to ١} \frac{س^٣ - س}{س - ١}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ١} \frac{س(س + ١)\cancel{(س - ١)}}{\cancel{س - ١}}$

$= \boxed{٢}$

$\text{نها}_{س \to ٤} \frac{٣س - ١٢}{س^٢ - ٤س}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٤} \frac{٣\cancel{(س - ٤)}}{س\cancel{(س - ٤)}}$

$= \boxed{\frac{٣}{٤}}$

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٢س}{٥س - ١٠}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{س\cancel{(س - ٢)}}{٥\cancel{(س - ٢)}}$

$= \boxed{\frac{٢}{٥}}$

$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{س^٤ + ٣س^٢}{س^٣ - ٤س^٢}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{س^٢(س^٢ + ٣)}{س^٢(س - ٤)}$

$= \boxed{\frac{٣}{-٤}}$

توحيد المقامات

١) جد $\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{س + ٣} - \frac{١}{٢س}}{س - ٣}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{٢س - س - ٣}{(س + ٣)(٢س)(س - ٣)}$

$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\cancel{س - ٣}}{(س + ٣)(٢س)\cancel{(س - ٣)}}$

$= \frac{١}{٦ \times ٦} = \boxed{\frac{١}{٣٦}}$

٢) جد $\text{نها}_{س \to ٧} \frac{\frac{١}{س - ٢} - \frac{١}{٥}}{٢س - ١٤}$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٧} \frac{٥ - س + ٢}{(س - ٢)(٥)(٢)(س - ٧)}$

$\text{نها}_{س \to ٧} \frac{\overset{(-١)}{\cancel{٧ - س}}}{(س - ٢)(٥)(٢)\cancel{(س - ٧)}}$

$= \frac{-١}{٥ \times ٥ \times ٢} = \boxed{\frac{-١}{٥٠}}$

واجب

٣) $\text{نها}_{س \to ٢} \left(\frac{٢س}{س^٢ - ٤} - \frac{٤}{س^٢ - ٤}\right)$

$= \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{٢س - ٤}{س^٢ - ٤} = \frac{٠}{٠}$

$= \frac{٢\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}(س + ٢)} = \boxed{\frac{٢}{٤}}$

الضرب بالمرافق

* تذكر أن :

$\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$

$\sqrt{س - ١} \times \sqrt{س - ١} = س - ١$

$\sqrt{س} + \sqrt{س} = ٢\sqrt{س}$

١) جد $\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\sqrt{٣س + ١} - ٤}{س^٢ - ٢٥}$

$\frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\sqrt{٣س + ١} - ٤}{س^٢ - ٢٥} \times \frac{\sqrt{٣س + ١} + ٤}{\sqrt{٣س + ١} + ٤}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{٣س + ١ - ١٦}{(س^٢ - ٢٥)(\sqrt{٣س + ١} + ٤)}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{٣\cancel{(س - ٥)}}{\cancel{(س - ٥)}(س + ٥)(\sqrt{٣س + ١} + ٤)}$

$= \frac{٣}{١٠ \times ٨} = \boxed{\frac{٣}{٨٠}}$

٢) $\text{نها}_{س \to ٥} \frac{س٣ - ١٥}{\sqrt{س + ٢٠} - ٥} \times \frac{\sqrt{س + ٢٠} + ٥}{\sqrt{س + ٢٠} + ٥}$

$\frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{(٣س - ١٥)(\sqrt{س + ٢٠} + ٥)}{س + ٢٠ - ٢٥}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{٣\cancel{(س - ٥)}(\sqrt{س + ٢٠} + ٥)}{\cancel{س - ٥}}$

$= ٣ \times ١٠ = \boxed{٣٠}$

فكر

٣) $\text{نها}_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ٣س - ١٠}{\sqrt{٣س + ١} - ٤}$

تمارين :

١ جد $\text{نها}_{س \to -٢} \frac{س^٢ + ٥س + ٦}{س^٢ - ٤} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to -٢} \frac{(س + ٣)\cancel{(س + ٢)}}{\cancel{(س + ٢)}(س - ٢)} = \boxed{\frac{١}{-٤}}$

٢ $\text{نها}_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ٢٥}{٣س^٢ - ١٥س} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\cancel{(س - ٥)}(س + ٥)}{٣س\cancel{(س - ٥)}} = \boxed{\frac{١٠}{١٥}}$

٣ $\text{نها}_{س \to -٢} \frac{س^٣ + ٥س^٢ + ٦س}{س^٢ - ٤} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to -٢} \frac{س(س + ٣)\cancel{(س + ٢)}}{\cancel{(س + ٢)}(س - ٢)} = \frac{-٢}{-٤} = \boxed{\frac{١}{٢}}$

٤ جد $\text{نها}_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{س^٢ - ٣س - ١٨} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to -٣} \frac{\cancel{(س + ٣)}(س^٢ - ٣س + ٩)}{\cancel{(س + ٣)}(س - ٦)} = \frac{٢٧}{-٩} = \boxed{-٣}$

٥ $\text{نها}_{س \to ٨} \frac{(س + ١)^٢ - ٨١}{١٦ - ٢س} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٨} \frac{\overset{(-١)}{\cancel{(س + ١ - ٩)}}(س + ١ + ٩)}{٢\cancel{(٨ - س)}} = \boxed{\frac{-١٨}{٢}}$

٦ $\text{نها}_{س \to -٣} \frac{س^٤ + ٢٧س}{س + ٣} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to -٣} \frac{س\cancel{(س + ٣)}(س^٢ - ٣س + ٩)}{\cancel{س + ٣}} = \boxed{-٨١}$

٧ جد $\text{نها}_{س \to ٢} \frac{٥س^٢ - ١٠س}{س - ٢} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{٥س\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{س - ٢}} = \boxed{١٠}$

٨ جد $\text{نها}_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها} \frac{\overset{-١}{\cancel{(س - ٤)}}(س + ١)}{٣\cancel{(٤ - س)}} = \boxed{\frac{-٥}{٣}}$

٩ جد $\text{نها}_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٢٧}{٣س^٢ - ٩س} = \frac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\cancel{(س - ٣)}(س^٢ + ٣س + ٩)}{٣س\cancel{(س - ٣)}} = \frac{٢٧}{٩} = \boxed{٣}$

واجب

١٠ جد $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\frac{٢}{س - ٣} + \frac{٤}{س + ٦}}{س}$

واجب

١١ جد $\text{نها}_{س \to ٣} \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}\right)\left(\frac{١}{س^٢ - ٩}\right)$

واجب

١٢ جد $\text{نها}_{س \to ٣} \frac{٢ - \sqrt{س + ١}}{س - ٣}$

أولًا: نـهاية الاقتران المتشعب عند نقطة :

ملاحظة:
* يقصد بـ $س \to أ^-$ هـو أن س تقترب من العدد أ من جهة اليسار أي بقيم أصغر بقليل من العدد أ.
* يقصد بـ $س \to أ^+$ هو أن س تقترب من العدد أ من جهة اليمين أي أن س تأخذ قيمًا أكبر بقليل من العدد أ.

وتكون النهاية موجودة إذا كانت: $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س)

أما إذا كانت $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) ≠ $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) فإن $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) تكون غير موجودة.

مثال:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ٢س^٢ + ١ ، & س < ١ \\ ٣س ، & ١ < س < ٤ \\ ٥س + ٦ ، & س \geqslant ٤ \end{cases}$$

جد : ١) $\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) ، ٢) $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س) ،
٣) $\underset{س \to ٦}{\text{نهـا}}$ ق(س) ، ٤) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}}$ ق(س) ،
٥) $\underset{س \to ٤}{\text{نهـا}}$ ق(س) ، ٦) ق(١)، ق(٤)، ق(٦)

الحل:

١) $\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٢ (-٢) + ١ = ٢ × ٤ + ١ = ٩

٢) $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٣ × ٣ = ٩

٣) $\underset{س \to ٦}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٥ × ٦ + ٦ = ٣٠ + ٦ = ٣٦

٤) $\underset{س \to ١^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٢ (١) + ١ = ٢ + ١ = ٣

$\underset{س \to ١^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٣ × ١ = ٣

← $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٣

٥) $\underset{س \to ٤^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٣ × ٤ = ١٢

$\underset{س \to ٤^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٥ × ٤ + ٦ = ٢٦

← $\underset{س \to ٤}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

٦) ق(١) غير موجودة (بسبب عدم وجود المساواة).

ق(٤) = ٥ × ٤ + ٦ = ٢٦

ق(٦) = ٥ × ٦ + ٦ = ٣٦

ثانيًا: نـظريات على النهايات

إذا كانت $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ل، $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ هـ (س) = م فإن :

١) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ (ق(س) + هـ (س)) = ل + م.

٢) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ (ق(س) - هـ (س)) = ل - م.

٣) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ (ق(س) × هـ (س)) = ل × م.

٤) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ $\dfrac{\text{ق(س)}}{\text{هـ (س)}}$ = $\dfrac{\text{ل}}{\text{م}}$ ، (م ≠ ٠).

٥) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ جـ × ق(س) = جـ × ل.

٦) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ (ق(س))^{ن} = (ل)^{ن} .

٧) $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ $\sqrt[ن]{\text{ق(س)}}$ = $\sqrt[ن]{\text{ل}}$ حيث $\sqrt[ن]{\text{ل}}$ معرفة.

مثال:

إذا كانت $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٦ ، $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ هـ (س) = -٤

فجد ما يلي:

١) $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ (ق(س) × هـ (س) + س^٢)

$\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ (ق(س) × هـ (س) + س^٢)

= (٦ × -٤) + (٥)^٢

= -٢٤ + ٢٥ = ١

---

٢) $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ ($\sqrt[٣]{\text{ق(س) + ٢}}$) × (هـ (س))^٢

$\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}}$ ($\sqrt[٣]{\text{ق(س) + ٢}}$) × (هـ (س))^٢

= $\sqrt[٣]{٦ + ٢}$ × (-٤)^٢

= $\sqrt[٣]{٨}$ × ١٦

= ٢ × ١٦ = ٣٢

ثالثًا: الجذر النوني (الجذر التربيعي)

وعند إيجاد $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ $\sqrt{\text{ق(س)}}$ إذا كان ق(أ) = صفر

ندرس إشارة ق(س) حول العدد أ ويوجد إحدى الحالات التالية:

١) $\xleftrightarrow{-\,-\;|\;+\,+}$ $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠، $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة.

٢) $\xleftrightarrow{+\,+\;|\;-\,-}$ $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠، $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة.

٣) $\xleftrightarrow{+\,+\;|\;+\,+}$ $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠، $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٠ .

٤) $\xleftrightarrow{-\,-\;|\;-\,-}$ $\underset{س \to أ^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = غير موجودة، $\underset{س \to أ^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة.

الجذر التكعيبي ← جميع الاجابات مقبولة

مثال:

جد قيمة النهايات الآتية لكل من الاقترانات الآتية :

أ) $\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) ، ب) $\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) ،

جـ) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) ،

١) ق(س) = $\sqrt{\text{س - ٢}}$ ٢) ق(س) = $\sqrt{\text{٢ - س}}$

٣) ق(س) = $\sqrt{\text{س}^٢ \text{ - ٤}}$ ٥) ق(س) = $\sqrt{\text{(س - ٢)}^٢}$

الحل:

في كل حالة ندرس إشارة ما داخل الجذر.

١) س - ٢ = ٠ ← س = ٢

$\underset{٢}{\xleftrightarrow{-\,-\;|\;+\,+}}$

$\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

← $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

٢) ٢ - س = ٠ ← س = ٢

$\underset{٢}{\xleftrightarrow{+\,+\;|\;-\,-}}$

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

← $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

٣) س^٢ - ٤ = ٠ ← س = ± ٢

$\underset{-٢ \qquad ٢}{\xleftrightarrow{+\,+\;|\;-\,-\;|\;+\,+}}$

$\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

← $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة

٤) $\underset{٢}{\xleftrightarrow{+\,+\,+\,+\;|\;+\,+\,+\,+}}$

$\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

← $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

نهاية الاقتران المتشعب

١

$ق(س) = \begin{cases} س + ١ & س > ١ \\ ٧س - ٥ & ١ > س \geq ٤ \\ ٧ & س > ٤ \end{cases}$

١) جد $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$\underset{س \leftarrow ١^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ١^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$٢ \quad = \quad ٢$

٢) جد $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$\underset{س \leftarrow ٤^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ٤^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$٧ \quad \neq \quad ٢٣$

٢

$ق(س) = \begin{cases} ٥س + ١ & س > ٢ \\ س^٢ & س \leqslant ٢ \end{cases}$

جد ١) ق(٢) = ٤ ٢) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٦$

٣) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٩$

٤) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ = غير موجودة

$\underset{س \leftarrow ٢^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ٢^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$٤ \quad \neq \quad ١١$

٣

$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٢ - ٤}{س - ٢} & س > ٢ \\ ٢ & س = ٢ \\ \sqrt{٥س + ٦} & س < ٢ \end{cases}$

$\dfrac{\cancel{(س - ٢)}\ (س + ٢)}{\cancel{س - ٢}}$

جد $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$\underset{س \leftarrow ٢^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ٢^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$٤ \quad = \quad ٤$

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ موجودة = ٤

إيجاد الثوابت

١) إذا كانت

$\underset{س \leftarrow م}{\text{نهـا}}\ (٢س^٢ - ٦س + ١٢) = ٣٢$ فما قيمة الثابت (م) .

$٢م^٢ - ٦م + ١٢ - ٣٢ = ٠$

$٢م^٢ - ٦م - ٢٠ = ٠ \quad \div ٢$

$م^٢ - ٣م - ١٠ = ٠$

$(م - ٥)\ (م + ٢)$ $\boxed{م = ٥}$ $\boxed{م = -٢}$

٢) إذا كانت

$\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ \sqrt{أس + ٥} = ٥$ ، فما قيمة الثابت (أ) .

$\sqrt{٤أ + ٥} = ٥$ تربيع الطرفين

$٤أ + \cancel{٥} = ٢٥$

$\cancel{-٥} \quad -٥$

$\dfrac{\cancel{٤}أ}{\cancel{٤}} = \dfrac{٢٠}{٤}$ $\boxed{أ = ٥}$

٣) $ق(س) = \begin{cases} أس^٢ - ٢س & س > ٢ \\ ٧ & س = ٢ \\ ٣س + ٢ب & س < ٢ \end{cases}$

و كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ١٢$ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب .

$\underset{س \leftarrow ٢^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ٢^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$٤أ - ٤ \quad = \quad ٦ + ٢ب$

$٤أ - ٤ = ١٢ \qquad ٦ + ٢ب = ١٢$

$\boxed{أ = ٤} \qquad \boxed{ب = ٣}$

٤) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ & س > ٢ \\ ١٠ & س = ٢ \\ أس & س < ٢ \end{cases}$

ما قيمة الثابت أ التي تجعل $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ موجودة .

$\underset{س \leftarrow ٢^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ٢^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$\dfrac{\cancel{٢}أ}{\cancel{٢}} = \dfrac{٨}{٢}$ $\boxed{أ = ٤}$

٥) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ & س > ل \\ ٥س & س \leqslant ل \end{cases}$

و كانت $\underset{س \leftarrow ل}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ موجودة فجد قيم ل الممكنة .

$\underset{س \leftarrow ل^+}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \underset{س \leftarrow ل^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$

$ل^٢ + ٤ = ٥ل$

$ل^٢ - ٥ل + ٤$

$(ل - ٤)\ (ل - ١)$

$ل = ٤ \qquad ل = ١$

الجذر النوني

* جد قيمة النهايات الآتية :

١) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ \sqrt{٢س^٢ - ٤س}$

- - - ٢ + + +

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ = غير موجودة

٢) $\underset{س \leftarrow ٣^-}{\text{نهـا}}\ \sqrt{س - ٣}$

- - - ٣

$\underset{س \leftarrow ٣^-}{\text{نهـا}}\ ق(س)$ = غير موجودة

٣) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}\ \sqrt[٣]{س - ٣}$

$= \sqrt[٣]{٠} = \sqrt{٠}$

٤) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ \sqrt{س - ٢}$

$= \sqrt{١ - ٢} = \sqrt{-١}$ غير موجودة

٥) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ \sqrt{س + ١} = \sqrt{٢}$

٦) $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}}\ \sqrt{(س + ٢)^٢}$

+ + + + -٢ + + + +

= صفر

نظريات النهايات

١) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٤$ $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = -٨$

فجد أ) $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ (\sqrt{٢ق(س) - هـ(س)} + س\ هـ(س))$

$\sqrt{٢ \times ٤ - -٨} + ٤ \times -٨$

$٤ + -٣٢ = \boxed{-٢٨}$

ب) $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ (ق(س)^٢ - ٢\ هـ(س) - س)$

$١٦ - -١٦ - ٤ = \boxed{٢٨}$

جـ) $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـا}}\ (\dfrac{هـ(س)}{ق(س)} + (هـ(س) + ١)^٢ - ٥س)$

$\dfrac{-٨}{٤} + (-٨ + ١)^٢ - ٥ \times ٤)$

$-٢ + ٤٩ - ٢٠$

$٤٧ - ٢٠ = \boxed{٢٧}$

٢) إذا كان ق(س) ، هـ(س) كثيري حدود و كانت

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ١٢$، $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ س\ هـ(س) = ١٠$،

أجب عما يأتي :

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ \cancel{٢}\ هـ(س) = \dfrac{١٠}{٢}$

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = ٥$

١) جد $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ (\dfrac{ق(س)}{١ - س^٢} + ٨\ هـ(س))$

$\dfrac{١٢}{١ - ٤} + (٨ \times ٥) = \boxed{٣٦}$

٢) جد قيمة الثابت م التي تجعل

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}\ (م\ (هـ(س))^٢ - ٦\ ق(س)) = ٢٨$

$(م \times ٢٥) - ٦ \times ١٢ = ٢٨$

$٢٥م - \cancel{٧٢} = ٢٨$

$+ \cancel{٧٢} \quad + ٧٢$

$\dfrac{\cancel{٢٥}}{\cancel{٢٥}}م = \dfrac{١٠٠}{٢٥}$ $\boxed{م = ٤}$

٣) أ) جد $\underset{س \leftarrow -٤}{\text{نهـا}}\ (\sqrt{٥ - س} + \dfrac{١}{س})$

$\sqrt{٩} + \dfrac{١}{-٤} = \dfrac{٣}{١} + \dfrac{١}{-٤} = \boxed{\dfrac{١١}{٤}}$

ب) جد $\underset{س \leftarrow -٤}{\text{نهـا}}\ (١ - ٦س + \dfrac{٢س + ٨}{س + ٣})$

$١ - -٢٤ + \dfrac{-٨ + ٨}{-٤ + ٣}$

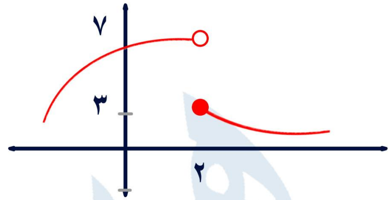
$٢٥ + \text{صفر} = \boxed{٢٥}$

اختبار بيتي

السؤال الأول : (٦ علامات)

١) إذا كانت ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ٢ & س < ٢ \\ ٥\,س & س > ٢ \end{cases}$

والشكل المجاور يمثل منحنى هـ (س)



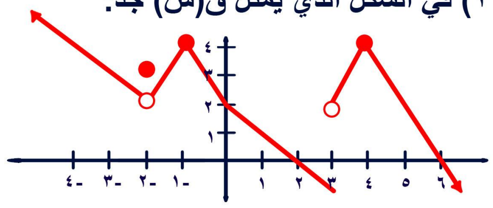
أجب عما يلي:

١) $\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ (ق(س)) ٢) $\underset{س \to ٢^-}{\text{نهـا}}$ (ق+ هـ)

١) $\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}}$ (هـ + ق) ٤) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ هـ (س)

السؤال الثاني : (١٢ علامة)

٢) في الشكل الذي يمثل ق(س) جد:



١) $\underset{س \to -١}{\text{نهـا}} \left(٣\,ق(س) + \frac{س^٢ + ٣}{٢}\right)$

٢) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ ٤ ق(س)

٣) قيم أ حيث $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) غير موجودة.

٤) قيم ب حيث $\underset{س \to ب}{\text{نهـا}}$ ق(س) = صفر

٥) قيم جـ حيث $\underset{س \to جـ}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٢

٦) جد ق(٣) ، ق(-٢) .

السؤال الثالث : (٢١ علامة)

جد قيمة النهايات التالية :

أ) $\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}} \frac{٢س^٢ + ٣س - ٢}{س + ٢}$

ب) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{س^٣ - ٨}{٣س^٢ - ٦س}$

جـ) $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \left(\frac{٣}{س} - \frac{٣}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^٢ - ٢٥}\right)$

د) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢س - ٤}{\frac{١}{س^٢} - \frac{١}{٤}}$

هـ) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٣}{س + ٢} - \frac{٣}{٤}}{٢س - ٤}$

و) $\underset{س \to ٢^+}{\text{نهـا}} \sqrt{٢س^٣ - ٤س^٢}$

ز) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{٥س + ٤} - \sqrt{١١ - ٢س}}{س - ١}$

السؤال الرابع : (٣ علامات)

إذا كانت $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{س^٣ + أس^٢ + ٣٦}{س - ٣}$ موجودة ، فجد قيمة أ .

السؤال الخامس : (٦ علامات)

أ) إذا كانت

ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣} & س < أ \\ ٤س - ١٢ & س > أ \end{cases}$

جد قيمة الثابت أ إذا كانت $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}}$ ق(س) موجودة .

ب) إذا كان $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ (ق(س) - ٤) = ٦

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}$ هـ (س) = -١

جد قيمة الثابت أ التي تجعل

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{ق(س) - أ}{هـ(س)} = ٣$

السؤال السادس : (١٢ علامة)

أ) إذا كان $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س) = -٣٢

أوجد :

١) $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \sqrt{١٠٠ + ٣ق(س)}$

٢) $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \sqrt[٣]{\frac{ق(س)}{٤} + \frac{٤س + ٣}{٥}}$

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س}{س + ٣}$

جد $\underset{س \to ٤}{\text{نهـا}} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$

جـ) جد $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٧س - ١٤}{(٢س + ١)^٢ - ٢٥}$

ورقة عمل على النهايات

١) إذا كانت نهـا$_{س\to٢}$ (س - ١) = ١

نهـا$_{س\to٢}$ (س + ١) = ٣

جد (١) نهـا$_{س\to٢}$ (س^{٢} - ١)

(٢)^{٢} - ١ / ٤ - ١ = ٣

حل آخر : (س - ١)(س + ١) / ١ × ٣ = $\boxed{٣}$

(٢) نهـا$_{س\to٢}$ (٢س)

(٢ × ٢) = $\boxed{٤}$

٢) إذا علمت أن

نهـا$_{س\to٢}$ (ق(س) + س + ١) = ٩

فجد قيمة نهـا$_{س\to٢}$ (ق(س))^{٢}

نهـا$_{س\to٢}$ ق(س) + نهـا$_{س\to٢}$ س + نهـا$_{س\to٢}$ ١ = ٩

نهـا$_{س\to٢}$ ق(س) + ٢ + ١ = ٩

نهـا$_{س\to٢}$ ق(س) + ٣ = ٩

$\boxed{\text{نهـا}_{س\to٢}\ \text{ق(س)} = ٦}$ لكن المطلوب :

(نهـا$_{س\to٢}$ ق(س))^{٢} ← (٦)^{٢} = ٣٦

٣) إذا كانت

نهـا$_{س\to-١}$ (ق(س) + س^{٣} - ٣) = ٥

جد قيمة نهـا$_{س\to-١}$ ٣ (ق(س))^{٢}

نهـا$_{س\to-١}$ ق(س) + نهـا$_{س\to-١}$ س^{٣} + نهـا$_{س\to-١}$ ٣ = ٥

نهـا$_{س\to-١}$ ق(س) - ١ - ٣ = ٥

$\boxed{\text{نهـا}_{س\to-١}\ \text{ق(س)} = ٩}$

لكن المطلوب :

٣(نهـا$_{س\to-١}$ ق(س))^{٢}

٣(٩)^{٢} = ٣(٨١) = ٢٤٣

٤) هـ(س) = { س^{٣} + ١ ، س < ٣ ؛ ٢ ، س = ٣ ؛ أ س + ١ ، س > ٣ }

و كانت نهـا$_{س\to٣}$ هـ(س) موجودة جد قيمة الثابت أ .

نهـا$_{س\to٣^{+}}$ هـ(س) = نهـا$_{س\to٣^{-}}$ هـ(س)

٣ أ + $\cancel{١}$ = ٢٨

$\cancel{-١}$ -١

$\cancel{٣}$أ / $\cancel{٣}$ = ٢٧ / ٣

$\boxed{أ = ٩}$

٥) هـ(س) = { ٥س - أ ، س < ١ ؛ ب س^{٢} + ٧ ، س ≥ ١ }

و كانت نهـا$_{س\to١}$ ق(س) = ١٦

فما قيمة الثابتين أ ، ب .

نهـا$_{س\to١^{+}}$ هـ(س) = نهـا$_{س\to١^{-}}$ هـ(س)

ب + ٧ = ٥ - أ

ب + ٧ = ١٦   ٥ - أ = ١٦

$\boxed{ب = ٩}$ $\boxed{أ = -١١}$

٦) ق(س) = { ٥س^{٣} ، س < أ ؛ ٤٠ ، س ≥ أ }

و كانت نهـا$_{س\toأ}$ ق(س) موجودة فما قيمة الثابت أ .

نهـا$_{س\toأ^{+}}$ ق(س) = نهـا$_{س\toأ^{-}}$ ق(س)

٤٠ / ٥ = $\cancel{٥}$أ^{٣} / $\cancel{٥}$

$\sqrt[٣]{٨} = \sqrt[٣]{أ^{٣}}$

$\boxed{أ = ٢}$

٧) إذا كانت نهـا$_{س\to٣}$ ق(س) = ٦

نهـا$_{س\to٣}$ هـ(س) = -٢

جد قيمة نهـا$_{س\to٣}$ (هـ(س))^{٣} + ٣س - ٧)

نهـا$_{س\to٣}$ (هـ(س))^{٣} + نهـا$_{س\to٣}$ ٣س - نهـا$_{س\to٣}$ ٧

-٨ + ٩ - ٧

١ - ٧ = $\boxed{-٦}$

٨) جد

نهـا$_{س\to-٢}$ (س^{٢} + ١) (س^{٣} + ٥س - ٧)

(٤ + ١) (-٨ + -١٠ - ٧)

٥ × (-٢٥)

= -١٢٥

٩) إذا كانت

نهـا$_{س\to-٢}$ (٣ ق(س) + ٢س + ١) = ٢٧

فجد نهـا$_{س\to-٢}$ (ق(س))^{٣}

٣نهـا$_{س\to-٢}$ ق(س) + نهـا$_{س\to-٢}$ ٢س + نهـا$_{س\to-٢}$ ١ = ٢٧

٣نهـا$_{س\to-٢}$ ق(س) + -٤ + ١ = ٢٧

$\boxed{\text{نهـا}_{س\to-٢}\ \text{ق(س)} = ١٠}$ ← (١٠)^{٣} = ١٠٠٠

١٠) إذا كانت

نهـا$_{س\to٣}$ (م س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥

فما قيمة الثابت م .

٩م + ١٥ + ١ = ٢٥

٩م + $\cancel{١٦}$ = ٢٥

$\cancel{-١٦}$ -١٦

$\cancel{٩}$م / $\cancel{٩}$ = ٩ / ٩

$\boxed{م = ١}$

١١) هـ(س) = { س + ١ ، س ≠ ٣ ؛ ٨ ، س = ٣ }

جد قيمة :

١) نهـا$_{س\to٥}$ هـ(س) = ٦

٢) نهـا$_{س\to٣}$ هـ(س) = ٤

٣) هـ(٣) = ٨

١٢) ق(س) = { أ س + ٤ ، س < ٢ ؛ ٥س^{٢} + أ ، س ≥ ٢ }

و كانت نهـا$_{س\to٢}$ ق(س) موجودة فما قيمة الثابت أ .

نهـا$_{س\to٢^{+}}$ ق(س) = نهـا$_{س\to٢^{-}}$ ق(س)

٢٠ + أ = ٢ أ + ٤

٢٠ - ٤ = ٢ أ - أ

$\boxed{أ = ١٦}$

١٣) ق(س) = { ٣س - أ ، س < ٢ ؛ ١٠ ، س > ٢ }

و كانت نهـا$_{س\to٢}$ ق(س) موجودة فما قيمة الثابت أ .

نهـا$_{س\to٢^{+}}$ ق(س) = نهـا$_{س\to٢^{-}}$ ق(س)

١٠ = ٦ - أ

٤ = - أ

$\boxed{أ = -٤}$

١٤) $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ١ & \text{س} < ٢ \\ ٥\text{س} & ٢ < \text{س} < ٦ \\ \text{س}^{٢} - ٦ & \text{س} > ٦ \end{cases}$

جد :

أ) $\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

$\boxed{٠^{٢} + ١ = ١}$

ب) $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

$\underset{\text{س} \to ٢^{+}}{\text{نهـا}}\text{ق(س)} = \underset{\text{س} \to ٢^{-}}{\text{نهـا}}\text{ق(س)}$

$١٠ \neq ٥$

غير موجودة

ج) $\underset{\text{س} \to ٤}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

د) $\underset{\text{س} \to ٦}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

$\underset{\text{س} \to ٦^{+}}{\text{نهـا}}\text{ق(س)} = \underset{\text{س} \to ٦^{-}}{\text{نهـا}}\text{ق(س)}$

$٣٠ = ٣٠$

$= \boxed{٣٠}$

١٥) ق(س) = س

جد $\underset{\text{س} \to -٣}{\text{نهـا}}\ \dfrac{\text{ق}^{٢}\text{(س)} - \text{ق(٩)}}{\text{س} + ٣}$

$\underset{\text{س} \to -٣}{\text{نهـا}}\ \dfrac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} + ٣}$

$\underset{\text{س} \to -٣}{\text{نهـا}}\ \dfrac{(\text{س} - ٣)\cancel{(\text{س} + ٣)}}{\cancel{\text{س} + ٣}} = \boxed{-٦}$

---

١٦) إذا علمت أن $\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = -٧$

$\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\ \text{هـ(س)} = ٢$

بين أن $\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\ \dfrac{٢\ \text{ق(س)} - ٣\ \text{هـ(س)}}{\text{ق(س)} + \text{س} + ٧} = -٤$

$\dfrac{\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\text{ق(س)} - ٣\ \underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\text{هـ(س)}}{\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\text{ق(س)} + \underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\text{س} + \underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}٧} = \dfrac{٢ \times -٧ - ٣ \times ٢}{-٧ + ٥ + ٧}$

$\dfrac{-١٤ - ٦}{٥} = \dfrac{-٢٠}{٥} = \boxed{-٤}$

١٧) إذا كان $\text{ق(س)} = \dfrac{١}{\text{س} - ٢}$

جد $\underset{\text{هـ} \to ٠}{\text{نهـا}}\ \dfrac{\text{هـ}}{\text{ق(س + هـ)} - \text{ق(س)}}$

في الوحدة الثانية

١٨) إذا كانت $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = ٦٤$

جد : ١) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \sqrt{\text{ق(س)}}$

$\sqrt{٦٤} = \boxed{٨}$

٢) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \sqrt[٣]{\text{ق(س)}}$

$= \sqrt[٣]{٦٤} = \boxed{٤}$

---

١٩) إذا علمت أن $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = ٢٤$

$\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \text{هـ(س)} = ٨$

جد قيمة

$\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \sqrt{\text{ق(س)} - \text{هـ(س)}} + \text{س هـ(س)}$

$\sqrt{\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{ق(س)} - \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{هـ(س)}} + \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{س} \times \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{هـ(س)}$

$= \sqrt{٢٤ - ٨} + ٣ \times ٨$

$= ٤ + ٢٤ = ٢٨$

٢٠) جد قيمة :

أ) $\underset{\text{س} \to ٩^{+}}{\text{نهـا}}\ \sqrt{\text{س} - ٩} = \boxed{\text{صفر}}$

+ + +

٩

ب) $\underset{\text{س} \to ٩}{\text{نهـا}}\ \sqrt[٤]{(\text{س} - ٩)^{٢}}$

$= \boxed{\text{صفر}}$

ج) $\underset{\text{س} \to -١}{\text{نهـا}}\ \sqrt{\text{س}^{٢}}$

$= \boxed{\text{صفر}}$

د) $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}}\ \sqrt[٤]{٩ - \text{س}^{٢}}$

$= \boxed{\sqrt[٤]{٥}}$

هـ) $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}}\ \sqrt[٣]{٤ - \text{س}^{٢}} = \sqrt[٣]{٠} = \boxed{٠}$

---

٢١) إذا كانت $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = -٦٤$

جد $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـا}}\ (\sqrt[٣]{\text{ق(س)}} + \text{س}^{٢} + ٥\text{س} - ٣)$

$\sqrt[٣]{\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{ق(س)}} + \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}\text{س}^{٢} + \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}٥\text{س} - \underset{\text{س} \to ٣}{\text{نها}}٣$

$\sqrt[٣]{-٦٤} + ٩ + ١٥ - ٣$

$-٤ + ٩ + ١٥ - ٣$

$= \boxed{١٧}$

٢٢) من خلال الجدول الآتي

جد $\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

س	٥,١	٥,٠١	٥,٠٠١		٤,٩٩	٤,٩٥	٤,٩
ق(س)	٣,٢	٣,٠٢	٣,٠٠٢		٩,٩٨	٩,٩٠	٩,٨

$\underset{\text{س} \to ٥^{+}}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = \underset{\text{س} \to ٥^{-}}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

$٣ \neq ١٠$

$\underset{\text{س} \to ٥}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$ = غير موجودة

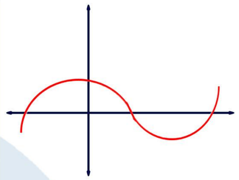
٢٣) إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} + ٦ & \text{س} \in \text{ص} \\ ٤\text{س} + ١ & \text{س} \notin \text{ص} \end{cases}$

حيث ص = مجموعة الاعداد الصحيحة

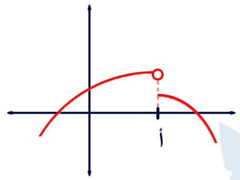
جد $\underset{\text{س} \to ٦}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$ (إن وجدت).

$٤ \times ٦ + ١ = \boxed{٢٥}$

الاتصال : عندما ترسم منحنى ق(س) بالقلم دون أن ترفع القلم بحيث لا يوجد فيه ثقب أو قفزة أو انقطاع فإن منحنى ق(س) يكون متصلًا كما يلي :



ق(س) متصل



ق(س) غير متصل
س = أ

تعريف : يكون ق(س) متصلًا عند س = أ
إذا كانت نهـا$_{س \to أ}$ ق(س) = ق(أ).

شروط الإتصال : (الاقتران المشعب)

١) ق (أ) معرفة .
٢) نهـا$_{س \to أ}$ ق(س) = موجودة.
٣) نهـا$_{س \to أ}$ ق(س) = ق(أ) .

وإذا لم يتحقق شرط واحد من هذه الشروط فإن ق(س) يكون غير متصل عند س = أ .

مثال :

ق(س) = { ٥س² + ٣ ، س < ١ ؛ ٨/س ، س = ١ ؛ ٦س + ٢ ، س > ١ }

ابحث اتصال ق(س) عند س = ١

نهـا$_{س \to ١^+}$ ق(س) = نهـا$_{س \to ١^-}$ ق(س) = ق(١)
٨ = ٨ = ٨
ق(س) متصل عند س = ١

اتصال اقتران كثير الحدود :

جميع اقترانات كثيرات الحدود متصلة على ح .

مثال :
ق(س) = س² + ٢س ، ابحث اتصال ق(س) عند س = ٢.

الحل :
ق(س) كثير حدود متصل عند س = ٢
نهـا$_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)
٨ = ٨

نظريات الاتصال :
إذا كان كل من الاقترانين ق، هـ متصلًا عند س= أ فإن كل من الآتية يكون متصلًا عند س= أ

١) ق + هـ ٢) ق - هـ
٣) ق × هـ ٤) ق/هـ

هناك طريقتين لحل السؤال

مثال :
ق(س) = ٥ + ٢س

هـ (س) = { ٣س + ٤ ، س < ٣ ؛ س² + ٤ ، س ≥ ٣ }

وكانت ل(س) = ق(س) + هـ(س) ابحث اتصال الاقتران ل(س) عند س = ٣.

الحل :
ق(س) كثير حدود متصل عند س = ٣
نهـا$_{س \to ٣}$ ق(س) = ق(٣)
١١ = ١١
نبحث اتصال هـ (س)
نهـا$_{س \to ٣^+}$ هـ (س) = نهـا$_{س \to ٣^-}$ هـ (س) = ق(٣)
١٣ = ١٣ = ١٣
∴ ل(س) متصل عند س =٣ لأنه حاصل جمع متصلين

إيجاد الثوابت :
عندما يكون ق(س) متصلًا عند س= أ ويطلب السؤال إيجاد قيمة الثوابت نستفيد من:
١) ق(أ) = نهـا$_{س \to أ^+}$ ق(س)
٢) ق(أ) = نهـا$_{س \to أ^-}$ ق(س)
٣) نهـا$_{س \to أ^+}$ ق(س) = نهـا$_{س \to أ^-}$ ق(س)

مثال :

١) هـ (س) = { (س³ - ٨)/(س - ٢) ، س ≠ ٢ ؛ ٢أ² - ٦ ، س = ٢ }

ما قيمة الثابت أ إذا كان ق(س) متصلًا عند س = ٢.

نهـا$_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)
~~(س-٢)~~(س²+٢س+٤)/~~(س-٢)~~ = ٢أ² - ٦
١٢ = ٢أ² - ٦
+٦ ~~+٦~~
١٨ = ٢أ²
١٨/٢ = ٢أ²/٢
√٩ = √أ² ← أ = ±٣

٢) ق(س) = { ٤س² + أ س ، س < ٢ ؛ ٢س³ + ١٢ ، س ≥ ٢ }

ما قيمة الثابت أ إذا كان ق(س) متصل عند س = ٢

نهـا$_{س \to ٢^+}$ ق(س) = نهـا$_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ق(٢)
٢٨ = ~~١٦~~ + ٢أ
-١٦ ~~-١٦~~
١٢ = ~~٢~~أ
١٢/٢ = ~~٢~~أ/~~٢~~
أ = ٦

اتصال الاقتران النسبي ونقاط عدم الاتصال :

* الاقتران النسبي متصل على ح / { اصفار المقام } .

أ) ابحث اتصال ق(س) = ٣/(س² - ٤)
س² - ٤ = ٠
√س² = √٤
س = ±٢
س = { +٢، -٢}

ب) أوجد نقاط عدم الاتصال :

١) ق(س) = س/(س² - ٣س - ٢٨)

٢) ق(س) = { ٣س ، س < ٠ ؛ (س² - س)/(س - ١) ، ٠ < س ≤ ٢ ؛ ٤س ، س > ٢ }

الإتـصـال

اتصال كثيرات الحدود

١) ق(س) = $٣س^٢ + ١$
ابحث اتصال ق(س) عند س = ٢ .

ق(س) متصل عند س =٢
لأنه كثير حدود

$\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)

١٣ = ١٣

٢) ق(س) = $٣س^٢ + س$
ابحث اتصال ق(س)
عند س = صفر

ق(س) متصل عند س = ٠
لأنه كثير حدود

$\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ق(٠)

٠ = ٠

٣) ق(س) = $(س^٢ + ٣)^٣ + س^٢$
ابحث اتصال ق(س) عند س = ١

اتصال الاقتران المتشعب عند نقطة

* إذا كان

ق(س)= { $س^٢ - ٥$ س ≥ ٣ ؛ س + ١ س > ٣ }

ابحث اتصال ق(س)عند س = ٣

$\lim_{س \to ٣^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ق(٣)

٤ = ٤ = ٤

ق(س) متصل عند س = ٣

واجب

* ق(س) = { $س^٢ + ٢$ س < ١ ؛ ٣س ١ ≤ س ≤ ٣ ؛ $س^٣ - ١٨$ س >٣ }

ابحث اتصال الاقتران عند
أ) س = ٠ ب) س = ١
جـ) س = ٣

* هـ(س) = { $\frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢}$ س ≠ +٢ ؛ ٢ س = +٢ }

ابحث اتصال الاقتران هـ عندما س = +٢

$\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)

$\frac{س \cancel{(س - ٢)}}{\cancel{س - ٢}}$ = ٢

٢ = ٢

هـ (س) متصل عند س = ٢

نظريات الاتصال

* ق(س) = ٢س +٥

ل(س)= { $س^٢ - ٥$ س ≥ ٣ ؛ س + ١ س > ٣ }

ابحث اتصال هـ (س)
عند س = ٣
إذا علمت أن
هـ(س) = ق(س) ×ل(س)

هـ (س) = { (٢س +٥)($س^٢$ -٥) س≥ ٣ ؛ (٢س +٥)(س + ١) س> ٣ }

$\lim_{س \to ٣^+}$ هـ(س) = $\lim_{س \to ٣^-}$ هـ(س) = هـ(٣)

٤٤ = ٤٤ = ٤٤

* ق(س) = ٤س

هـ(س)= { س + ٧ س ≥ ١ ؛ $٣س^٢ + ٥$ س < ١ }

وكان
ل(س) = ق(س) × هـ(س)
ابحث اتصال ل(س) عند
س = ١

ل(س) = { (٤س)(س + ٧) س ≥ ١ ؛ (٤س)($٣س^٢$+٥) س < ١ }

$\lim_{س \to ١^+}$ ل(س) = $\lim_{س \to ١^-}$ ل(س) = ل(١)

٣٢ = ٣٢ = ٣٢

ل(س) متصل عند س= ١

اتصال الاقتران النسبي

١) إذا كان
ق(س) = $\frac{س + ٥}{س^٢ - ٩}$

أ) ابحث اتصال ق(س) على ح .
ب) أوجد نقاط عدم الاتصال .
جـ) ابحث اتصال ق(س) عند س = ٤ .

أ) ق(س) متصل على ح / { ∓ ٣ }
ب) [∓ ٣]
جـ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ق(٤) ← $\frac{٩}{٧} = \frac{٩}{٧}$
ق(س) متصل عند س = ٤

٢) إذا كان
ق(س) = $\frac{٥س}{٣س^٢ - ٢س}$

أ) ابحث اتصال ق(س) على ح .
ب) أوجد نقاط عدم الاتصال .

أ) ق(س) متصل على ح / {٠، $\frac{٢}{٣}$ }
ب) س = { ٠، $\frac{٢}{٣}$ }

*أوجد نقاط عدم الاتصال لما يلي:

٣) ل(س) = $\frac{٥ - س}{س^٣ - ١}$

س = { +١ }

٤) هـ(س) = $\frac{س - ١}{س^٢ + ٥س + ٦}$

س = { -٢، -٣ }

ايجاد الثوابت

*

ق(س)= { أ $س^٢$ + ب س < ٢ ؛ ١٦ س = ٢ ؛ ٣ أ س + ١ س > ٢ }

و كان ق متصلا عند س = ٢،
فما قيمة الثابتين أ ، ب

$\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ق(٢)

٦ أ + ١ = ٤ أ + ب

٦ أ + ١ = ١٦
$\frac{٦}{٦}$ أ = $\frac{١٥}{٦}$
$\boxed{أ = \frac{١٥}{٦}}$

٤ أ + ب = ١٦
٤ × $\frac{١٥}{٦}$ + ب = ١٦
١٠ + ب = ١٦
$\boxed{ب = ١٠}$

*

ق(س)= { ٦س + أ س س < ٢ ؛ ٨ س = ٢ ؛ $٤س^٢$ + ٤ب س > ٢ }

و كان ق (س) متصلا عند س = ٢،
فما قيمة الثابتين أ ، ب

$\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ق(٢)

١٦ + ٤ ب = ١٢ + ٢ أ

١٦ + ٤ب = ٨
$\frac{٤ب}{٤} = \frac{-٨}{٤}$
$\boxed{ب = -٢}$

١٢ + ٢ أ = ٨
$\cancel{١٢}$ + ٢ أ = ٨
$\cancel{-١٢}$ -١٢
$\frac{\cancel{٢}أ}{\cancel{٢}} = \frac{-٤}{٢}$
$\boxed{أ = -٢}$

ورقة عمل على الاتصال

١) ق(س) = { س² + ١ ، س < ٢ ؛ ٥س - ٥ ، س ⩾ ٢ }

ابحث اتصال ق عندما س = ٢

نهـا (س ← ٢⁺) ق(س) = نهـا (س ← ٢⁻) ق(س) = ق(٢)

٥ = ٥ = ٥

ق(س) متصل عند س = ٢

٢) هـ(س) = { س + ٣ ، س ≠ -١ ؛ ٤ ، س = -١ }

ابحث اتصال الاقتران هـ عندما س = -١

نهـا (س ← -١) هـ(س) = هـ(-١)

٢ ≠ ٤

هـ(س) غير متصل عند س = -١

٣) ق(س) = { أ س + ٧ ، س ⩽ ٣ ؛ س + ١ ، س > ٣ }

و كان متصلاً عند س = ٣ جد قيمة الثابت أ .

نهـا (س ← ٣⁺) ق(س) = نهـا (س ← ٣⁻) ق(س) = ق(٣)

٤ = ٣أ + ٧

-٣/٣ = ~~٣~~أ/~~٣~~

$\boxed{\text{أ = -١}}$

فكر

٣) ق(س) = { ٢أ س + ب ، س < ٢ ؛ ٨ ، س = ٢ ؛ أ س² + ٣ب س ، س > ٢ }

و كان ق(س) متصلاً عند س = ٢ فما قيمة الثابتين أ، ب.

٤) ق(س) = { س³ + ١٠ ، س ≠ ٢ ؛ أ² س ، س = ٢ }

و كان ق متصلاً عند س = ٢ جد قيمة الثابت أ .

نهـا (س ← ٢) ق(س) = ق(٢)

١٨/٢ = ~~٢~~أ²/~~٢~~

√٩ = √أ²

أ = ∓٣

٥) ق(س) = { ٢س + ٤ ، س < -٢ ؛ أ س + ٦ ، س ⩾ -٢ }

و كان الاقتران ق متصلاً عندما س = -٢ جد قيمة الثابت أ .

نهـا (س ← -٢⁺) ق(س) = نهـا (س ← -٢⁻) ق(س) = ق(-٢)

-٢أ + ٦ = -٤ + ٤

-٢أ + ٦ = ٠

~~-٢~~أ/~~-٢~~ = -٦/-٢

$\boxed{\text{أ = ٣}}$

٦) ق(س) = { أ س + ٣ ، س < ١ ؛ ٧ ، س = ١ ؛ س - ب ، س > ١ }

و كان متصلاً عند س = ١ جد قيمة الثابتين أ ، ب .

نهـا (س ← ١⁺) ق(س) = نهـا (س ← ١⁻) ق(س) = ق(١)

١ - ب = أ + ٣

١ - ب = ٧ | أ + ٣ = ١

-ب = ٦ |

$\boxed{\text{ب = -٦}}$ | $\boxed{\text{أ = -٢}}$

٧) هـ(س) = { ٥/(س + ١) ، س ≠ ١ ؛ ٣ ، س = ١ }

ابحث اتصال الاقتران هـ عندما س = ١ .

نهـا (س ← ١) هـ(س) = هـ(١)

٥/٢ ≠ ٣

هـ(س) غير متصل عند س = ١

٨) ق(س) = { س² + ٣ ، س < -١ ؛ ٥ - س ، -١ ⩽ س < ١ ؛ س³ + ٣ ، س ⩾ ١ }

ابحث اتصال الاقتران

أ) عند س = ١ | ب) عند س = -١

نهـاق(س) (س ← ١⁺) = نهـاق(س) (س ← ١⁻) = ق(١) | نهـاق(س) (س ← -١⁺) = نهـاق(س) (س ← -١⁻) = ق(-١)

٤ = ٤ = ٤ | ٦ ≠ ٤

ق(س) متصل عند س = ١ | ق(س) غير متصل عند س = -١

٩) ق(س) = { (٣ - س)/(س - ٣) ، س ≠ ٣ ؛ م س + ٢ ، س = ٣ }

و كان الاقتران ق متصلاً عندما س = ٣ جد قيمة الثابت م .

نهـا (س ← ٣) ق(س) = ق(٣)

-١ = ٣م + ٢

-٣/٣ = ~~٣~~م/~~٣~~

$\boxed{\text{م = -١}}$

١٠) هـ(س) = { س + أ ، س < ٢ ؛ ٨ ، س = ٢ ؛ ب س + ٦ ، س > ٢ }

و كان الاقتران متصلاً عند س= ٢ فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

نهـا (س ← ٢⁺) ق(س) = نهـا (س ← ٢⁻) ق(س) = ق(٢)

٢ب + ٦ = ٢ + أ

٢ب + ٦ = ٨ | ٢ + أ = ٨

٢ب/٢ = ٢/٢ | $\boxed{\text{أ = ٦}}$

$\boxed{\text{ب = ١}}$

١١) ل(س) = { أ س - ب ، س < ١ ؛ ٤ ، س = ١ ؛ أ س³ + ب + ٢ ، س > ١ }

و كان الاقتران ل متصل عند س = ١ جد قيمة الثابتين أ ، ب .

نهـا (س ← ١⁺) ق(س) = نهـا (س ← ١⁻) ق(س) = ق(١)

أ + ب + ٢ = أ - ب

أ + ب + ٢ = ٤ | أ - ب = ٤

أ + ~~ب~~ = ٢

أ - ~~ب~~ = ٤ بالجمع

~~٢~~أ = ٦/~~٢~~

$\boxed{\text{أ = ٣}}$ $\boxed{\text{ب = -١}}$

١٢) إذا كان الاقتران ق متصلاً عند س = ٢ و كانت نهـا (س ← ٢) (٢ق(س) + س) = ٦ جد قيمة ق(٢) .

٢ ق(٢) + ٢ = ٦

~~٢~~ق(٢)/~~٢~~ = ٤/٢

$\boxed{\text{ق(٢) = ٢}}$

١٣) ق(س) = س^{٣} + ٥س

هـ(س) = { ٥س ، س ≥ ٠ ؛ س^{٢} ، س < ٠ }

و كان ل(س) = (ق × هـ) (س) ابحث اتصال الاقتران ل عند س = ٠

ل(س) = { (س^{٣} + ٥س)(٥س) ، س ≥ ٠ ؛ (س^{٣} + ٥س)(س^{٢}) ، س < ٠ }

نهـا (س ← ٠+) ل(س) = نهـا (س ← ٠-) ل(س) = ل(٠)

٠ = ٠ = ٠

ل(س) متصل عند س= ٠

١٤) ق(س) = س^{٢} + ٢

هـ(س) = { س - ١ ، س ≥ ٣ ؛ ٥ - س ، س < ٣ }

ابحث اتصال (ق + هـ)(س) عند س = ٣

ل(س) = { (س^{٢} + ٢) + (س - ١) ، س ≥ ٣ ؛ (س^{٢} + ٢) + (٥ - س) ، س < ٣ }

نهـا (س ← ٣+) ق(س) = نهـا (س ← ٣-) ق(س) = ق(٣)

١٣ = ١٣ = ١٣

ل(س) متصل عند س= ٣

١٥) ق(س) = س^{٢} - ٤س + ٤

هـ(س) = { -٣ ، س ≥ ٢ ؛ ٣ ، س < ٢ }

أ) ابحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢

ق(س) متصل عند س = ٢ لأنه كثير حدود

نهـا (س ← ٢) ق(س) = ق(٢)

٠ = ٠

ب) ابحث اتصال الاقتران هـ عند س = ٢

نهـا (س ← ٢+) هـ (س) = نهـا (س ← ٢-) هـ (س) = هـ(٢)

٣ ≠ -٣ = -٣

هـ(س) غير متصل عند س = ٢

جـ) جد حاصل ضرب الاقترانين ق مفترضًا أن م(س) = ق(س) × هـ (س)

م = { (س^{٢}- ٤س + ٤)(-٣) ، س ≥ ٢ ؛ (س^{٢}- ٤س + ٤)(٣) ، س < ٢ }

د) ابحث اتصال الاقتران م عند س = ٢

نهـا (س ← ٢+) م(س) = نهـا (س ← ٢-) م(س) = م(٠)

٠ = ٠ = ٠

م(س) متصل عند س= ٢

١٦) ق(س) = س^{٢} + ١٥

هـ(س) = { س^{٢} ، س ≥ ٥ ؛ س^{٣} ، س < ٥ }

م(س) = (ق - هـ)(س) ابحث اتصال الاقتران م عند س = ٥

م(س) = { (س^{٢}+١٥) - (س^{٢}) ، س ≥ ٥ ؛ (س^{٢}+١٥) - (س^{٣}) ، س < ٥ }

نهـا (س ← ٥+) م(س) = نهـا (س ← ٥-) م(س) = م(٥)

٢٥ ≠ ١٥ ≠ ١٥

م(س) غير متصل عند س= ٥

* **ملاحظة** :

١) لا يمكن استخدام نظريات الاتصال إلا إذا كان أحد الاقترانين على الأقل غير متصل عند س = أ لذا نجري العملية المطلوبة على الاقترانين ثم نبحث في شروط الاتصال.

٢) الاقتران النسبي هو اقتران متصل لقيم س جميعها باستثناء أصفار المقام.

واجب

١٨) ق(س) = ٥س^{٢} + ٥س - ١

هـ(س) = { س^{٢}+ ٩ ، س ≥ ٢ ؛ ٥س + ١ ، س < ٢ }

و كان ل(س) = ٢ق(س) + هـ (س) ابحث اتصال ق(س) عند س = ٢ .

١٩) ق(س) = { ٥ - س ، س < ٥ ؛ س - ٥ ، س ≥ ٥ }

هـ (س) = (س - ٣) / (س^{٢} - ٢٥)

ابحث اتصال (ق × هـ)(س) عندما س = ٥

ل(س) = { $\boxed{-١}$ ~~٥ - س~~ × (س - ٣) / (~~(س - ٥)~~(س +٥)) ، س < ٥ ؛ ~~س - ٥~~ × (س - ٣) / (~~(س - ٥)~~(س +٥)) ، س ≥ ٥ }

نهـا (س ← ٥+) ل(س) = نهـا (س ← ٥-) ل(س) = ل(٥)

٢/١٠ ≠ -٢/١٠ ≠ ٢/١٠

ل(س) غير متصل عند س= ٥

فكر

٢٠) إذا كان (ق + هـ)(س) متصلًا عند س = أ فهل نستنتج أن كلًا من ق ، هـ متصل عندما س = أ ، برر إجابتك .

٢١) جد نقاط الانفصال في الاقتران (عدم الاتصال)

١) ل(س) = (س + ٢) / (س^{٢} - ١) + ٥ / س

س= {+١، -١، ٠}

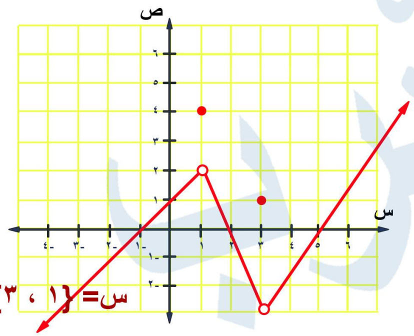
٢) ق(س) = (س^{٢} - ١) / (س - ٣)

س= {٣}

٣) م(س) = { س^{٣} + ٣ ، س < ٢ ؛ ٦ - س ، س ≥ ٢ }

س= {٢}

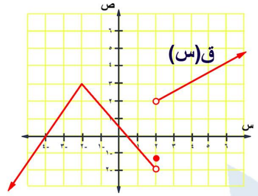
٢٢) اعتمادًا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ، حدد قيم س التي الاقتران ق عندها غير متصل .



س= {١ ، ٣}

أسـئـلة الـوحـدة

١) اعتمادًا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي :



أ) ق(٢)

ب) $\lim\limits_{\text{س}\to -1}$ ق(س)

جـ) $\lim\limits_{\text{س}\to 2}$ ق(س)

د) قيم س التي يكون عندها منحنى الاقتران ق غير متصل

هـ) $\lim\limits_{\text{س}\to 0}$ $((\text{ق(س)})^{2} - \text{س} + 2)$

---

٢) إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 1}$ $((\text{ق(س)})^{3} + 2) = 29$، $\lim\limits_{\text{س}\to 1}$ هـ (س) = ‎-٣، فجد قيمة كل مما يأتي :

أ) $\lim\limits_{\text{س}\to 1}$ (ق(س) + ٢هـ (س) + س)

ب) $\lim\limits_{\text{س}\to 1}$ (ق(س) × هـ (س))

---

٣) إذا كان

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} 2\text{أ س}^{2} + \text{ب} & \text{س} < 1 \\ 7 & \text{س} = 1 \\ \text{س}^{2} - 4\text{ب} - 6 & \text{س} > 1 \end{cases}$$

و كان الاقتران ق متصلًا عندما س = ١ ، فجد قيمة كل من الثابتين : أ ، ب .

---

٤) جد قيمة النهاية (إن وجدت) في كل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها :

أ) $\text{ق(س)} = \sqrt{3 - \text{س}} + \dfrac{\text{س} + 1}{\text{س}^{2} + 1}$ ، س ← ‎-١

ب) $\text{هـ (س)} = \dfrac{\text{س}^{2} - 5\text{س}}{2\text{س} - 10}$ ، س ← ٥

جـ) $\text{ل(س)} = \dfrac{\text{س}^{2} - 2\text{س} + 1}{12 - 3\text{س}}$ ، س ← ١

د) $\text{م(س)} = \dfrac{\text{س}^{3} - 27}{\text{س} - 3}$ ، س ← ٣

هـ) $\text{هـ (ك)} = \dfrac{\dfrac{1}{\text{س} - 2} - \dfrac{1}{2}}{2\text{س} - 8}$ ، س ← ٤

و) $\text{د(س)} = \dfrac{\sqrt{3\text{س} + 4} - 5}{\text{س}^{2} - 49}$ ، س ← ٧

---

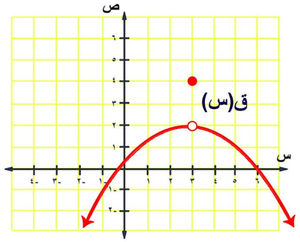
٥) إذا كان ق(س) = $\text{س}^{3} + 5\text{س}$ ،

$$\text{هـ (س)} = \begin{cases} 5\text{س} + 4 & \text{س} \leq 1 \\ 8 + \text{س}^{2} & \text{س} > 1 \end{cases}$$

و كان ل(س) = (ق + هـ) (س) ، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ١

---

٦) اعتمادًا على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ٣



---

٧) إذا كان كل من الاقترانين : ق ، هـ متصلًا عندما س = ٥ ، و كان هـ (٥) = ٤،

$\lim\limits_{\text{س}\to 5} \dfrac{\text{ق(س)} + \text{س}}{3\ \text{هـ (س)}} = 1$، فجد ق(٥)

---

٨) إذا كان

$\text{ق(س)} = \dfrac{1}{\text{س}} + \dfrac{\text{س} - 3}{\text{س}^{2} - 3\text{س}}$ ، فما قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلًا ؟

واجب

إذا كان ق(س) = س + ٣،

$\text{هـ (س)} = \dfrac{\text{س} - 3}{\text{س}^{2} - 9}$ ، و كان

ل(س) = ق(س) × هـ (س)، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ٣

---

٩) هذا السؤال يتكون من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل واحد منها فقط صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح :

(١) إذا كان م عددًا ثابتًا ، وكان $\lim\limits_{\text{س}\to 1}$ (م س^{2} - ٤س +٥) = ٥، فإن قيمة م هي :

أ) ١ ب) ‎-١ جـ) ٤ د) ‎-٤

(٢) $\lim\limits_{\text{س}\to -1}$ $(\text{س}^{2} - 4)^{3}$ تساوي :

أ) ‎-١٢٥ ب) ‎-٢٧ جـ) ١٢٥ د) ٢٧

(٣) إذا كان $\text{ق(س)} = \dfrac{\text{س}^{2} - 5\text{س}}{\text{س}^{2} - 3\text{س} + 2}$ ،

فإن قيم س التي لا يكون عندها الاقتران متصلًا هي :

أ) {٥، ٠} ب) {‎-٥، ٠}
جـ) {١، ٢} د) {‎-١، ‎-٢}

(٤) إذا كان

$$\text{هـ (س)} = \begin{cases} \text{س} - 1 & \text{س} \leq 2 \\ 3 & \text{س} = 2 \\ \text{س}^{2} & \text{س} > 2 \end{cases}$$

فإن $\lim\limits_{\text{س}\to 2}$ هـ (س)=

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) غير موجودة

(٥) إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 2}$ (٣ق(س)) = ٩، فإن قيمة $\lim\limits_{\text{س}\to 2}$ $(\text{ق(س)})^{2}$:

أ) ٩ ب) ٨١ جـ) ٢٧ د) ٢

إجابات أسئلة الوحدة

س١)

أ) ق(٢) = -١,٥

ب) نهـا ق(س) = ٢ (س ← -١)

جـ) نهـا ق(س) غير موجودة (س ← ٢)

د) ق غير متصل عند س = ٢

هـ) نهـا (ق(س))² + نهـا (- س + ٢) (س ← ٠)

= (١/٢)² + (٠ + ٢) = ١/٤ + ٢ = ٢ ١/٤

س٢) نهـا (ق(س))³ + ٢ = ٢٩ (س ← ١)

نهـا ق(س) = ∛٢٧ = ٣ (س ← ١)

أ) نهـا ق(س) + نهـا هـ(س) + نهـا س (س ← ١)

= ٣ + ٢ × -٣ + ١ = ٣ - ٦ + ١ = -٢

ب) نهـا (ق(س) × هـ(س)) (س ← ١)

= ٣ × -٣ = -٩

س٣) نهـا ق(س) = ق(١) (س ← ١⁻)

٢ × أ + ب = ٧ [٢ أ + ب = ٧]

نهـا ق(س) = ق(١) (س ← ١⁺)

١ - ٤ب - ٦ = ٧

-٤ ب = ٧ + ٥ = ١٢ ← ب = ١٢/-٤ = -٣

بالتعويض في :

٢أ + ب = ٧ ← ٢ أ + -٣ = ٧

٢أ = ٧ + ٣ = ١٠ ← أ = ١٠/٢ = ٥

س٤)

أ) نهـا ق(س) = (س ← -١)

نهـا √(٣ - س) + نهـا (س + ١)/(س² + ١) (س ← -١)

= √(٣ + ١) + (-١ + ١)/(١ + ١)

= √٤ + ٠/٢ = ٢ + ٠ = ٢

ب) نهـا هـ(س) = (س ← ٥)

نهـا س ~~(س - ٥)~~ / ٢ ~~(س - ٥)~~ = ٥/٢ (س ← ٥)

جـ) نهـا ل(س) = (س ← ٥)

(١ - ٢ + ١)/(١٢ - ٣) = ٠/٩ = صفر

د) نهـا م(س) = (س ← ٣)

نهـا (س - ٣)(س² + ٣س + ٩)/(س - ٣) (س ← ٣)

= ٩ + ٩ + ٩ = ٢٧

هـ) نهـا ل(س) (س ← ٤)

= (٢ - (س - ٢))/((س - ٢)(٢)(٢ س - ٨))

= نهـا (-١ ~~-س + ٤~~)/((س - ٢) (٢) ٢ ~~(س - ٤)~~) (س ← ٤)

= -١/(٢×٢×٢) = -١/٨

و) نهـا د(س) = (س ← ٧)

نهـا (√(٣س + ٤) - ٥)/(س² - ٤٩) × (√(٣س + ٤) + ٥)/(√(٣س + ٤) + ٥) (س ← ٧)

= نهـا (٣س - ٢١)/(~~(س - ٧)~~(س + ٧)(٥ + ٥)) (س ← ٧)، حيث ٣س - ٢١ = ٣ ~~(س - ٧)~~

= ٣/(١٤ × ١٠) = ٣/١٤٠

س٥) ق(س) متصل عند س =١ (كثير حدود)

هـ(١) = ٥ + ٤ = ٩

نهـا هـ(س) = ٥ + ٤ = ٩ (س ← ١⁻)

نهـا هـ(س) = ٨ + ١ = ٩ (س ← ١⁺)

هـ(١) = نهـا هـ(س) فيكون هـ متصلًا عند س = ١ إذا ل(س) متصل عند س = ١ لأنه ناتج جمع اقترانين متصلين.

س٦) ق(٣) = ٤ ، نهـا ق(س) = ٢ (س ← ٣)

ق(٣) ≠ نهـا ق(س) (س ← ٣)

فيكون ق غير متصل عند س = ٣

س٧) لأن ق، هـ متصلين عند س = ٥ فيكون

هـ(٥) = نهـا هـ(س) = ٤ (س ← ٥)

ويكون ق(٥) = نهـا ق(س) (س ← ٥)

(نهـا ق(س) + نهـا س)/(نهـا ٣ هـ(س)) = ١ (س ← ٥)

(نهـا ق(س) + ٥)/(٣ × ٤) = ١

نهـا ق(س) + ٥ = ١ × ١٢ = ١٢

نهـا ق(س) = ١٢ - ٥ = ٧ فيكون ق(٥) = ٧

س٨) نجد أصفار المقام

س = ٠

س² - ٣س = ٠

س (س - ٣) = ٠ ← س = ٠، ٣

ق غير متصل عند [س = ٠، ٣]

س٩)

١) نهـا (م س² - ٤س + ٥) = ٥ (س ← ١)

م × ١ - ٤ + ٥ = ٥

م + ١ = ٥ م = ٥ - ١ [م = ٤]

٢) نهـا (س² - ٤)³ = (١ - ٤)³ (س ← -١)

= (-٣)³ = [-٢٧]

٣) س² - ٣س + ٢ = ٠

(س - ٢) (س - ١) = ٠ ← س = ٢، ١

ق غير متصل عند [س = ١، ٢]

٤) نهـا هـ(س) = ٢ - ١ = ١ (س ← ٢⁻)

نهـا هـ(س) = (٢)² = ٤ (س ← ٢⁺)

نهـا هـ(س) غير موجودة. (س ← ٢)

٥) نهـا ٣ ق(س) = ٩ (س ← ٢)

نهـا ق(س) = ٩/٣ = ٣ (س ← ٢)

نهـا (ق(س))² = (٣)² = [٩] (س ← ٢)

نموذج (١)

بسم الله الرحمن الرحيم

المَمْلَكَةُ الأُردنيةُ الهاشميَّة
مدارس الأكاديمية العربية الحديثة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : الأدبي

امتحان مقترح لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ الدورة (الصيفية - الشتوية) الوحدة الأولى - منهاج جديد

مدة الامتحان : ١:٣٠ (د س)
اليوم والتاريخ :

ملحوظة : **اجب عن الأسئلة الآتية جميعها و عددها** (٥)، **علما بأن عدد الصفحات** (١).

السـؤال الأول :

أ - جد $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \dfrac{٢س^٢ - ١٠ س}{٢س^٣ - ٢٥٠}$

ب - $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \dfrac{(س + ٣) - ٤ \sqrt{س}}{س^٢ - ١}$

جـ - $\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}} \dfrac{١}{٣س^٢ - س - ١٤} \left(\dfrac{١}{س + ١} + \dfrac{١}{٢س + ٥} \right)$

السـؤال الثاني :

أ) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢س - أ & س < -٣ \\ أ س + ٢ ب & -٣ \leqslant س \leqslant ٣ \\ ب - ٥ س & س > ٣ \end{cases}$

إذا كانت $\underset{س \to -٣}{\text{نهـا}} ق(س)$ و $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} ق(س)$ موجودة ، جد قيمة الثابتين أ، ب .

ب) إذا كانت $ل(س) = \begin{cases} \dfrac{٣س^٢ - ٥س + ٢}{٢س^٢ - ٣س + ١} & س > ١ \\ ٢ س - ١ & س \leqslant ١ \end{cases}$ ،ابحث اتصال الاقتران ق(س)عند س= ١

جـ) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{٢٧س^٣ + ١}{٣س + ١} & س \neq \dfrac{-١}{٣} \\ ٥ & س = \dfrac{-١}{٣} \end{cases}$

أوجد $\underset{س \to \frac{-١}{٣}}{\text{نهـا}} ق(س)$

السـؤال الثالث :

أ) $ق(س) = \sqrt{٥س - ٦}$ ، جد $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \dfrac{ق(٣) - ق(س)}{٣ - س}$

ب) $\underset{س \to ٦}{\text{نهـا}} ق(س) = ٤$ ، $\underset{س \to ٦}{\text{نهـا}} هـ(س) = ٣$ ، جد قيمة $\underset{س \to ٦}{\text{نهـا}} (\sqrt[٣]{هـ(س) + ٥} - ٢ق(س)) -٢$

جـ) إذا كان ق(س) = ٣س - ١

$هـ(س) = \begin{cases} ٤س + ١ & س < ٢ \\ س^٢ + ٥ & س \geqslant ٢ \end{cases}$ ، ابحث اتصال ق(س) × هـ (س) عند س = ٢ .

السـؤال الرابع :

أ) إذا كان $ق(س) = \dfrac{٦ - ٣س}{س^٢ + ٣س - ١٠}$ أجب عما يلي :

١- جد قيمة (قيم) س التي تجعل ق(س) غير متصل .

٢- جد $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} ق(س)$.

ب) إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س = ٥ ، و كان هـ (٥) = ٤

$\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \dfrac{ق(س) + س}{٣ هـ(س)} = ١$، جد قيمة ق(٥) .

جـ) إذا كان $هـ (س) = \dfrac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ ، ابحث اتصال هـ (س) عند س = ٣

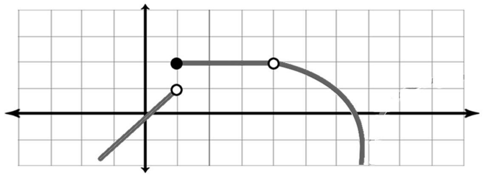
السـؤال الخامس :

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق جد كلا مما يلي :

١) مجموعة قيم أ حيث $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}} ق(س)$ = غير موجودة .

٢) مجموعة قيم أ حيث $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}} ق(س) = ١$.

٣) مجموعة قيم أ حيث $\underset{س \to أ}{\text{نهـا}} ق(س) = ٢$.



وفقكم الله .. هيثم حرب

نـموذج (٢)

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية

مدارس الأكاديمية العربية الحديثة

امتحان مقترح لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ الدورة (الصيفية - الشتوية) الوحدة الأولى - منهاج جديد

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث

الفرع : الأدبي

مدة الامتحان : ٣٠ : ١ (د س)

اليوم والتاريخ :

ملحوظة : اجب عن الأسئلة الآتية جميعها و عددها (٤)، علما بأن عدد الصفحات (١).

السؤال الأول :

أ - إذا كانت $\underset{\text{س} \leftarrow ٤}{\text{نهـا}} \sqrt{(\text{أ س} + ٥)} = ٥$ ، جد الثابت أ .

ب - جد $\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} \dfrac{٩ - (٢\text{س} - ٣)^{٢}}{٣ - \text{س}}$

جـ - $\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{س} + ٢} - \sqrt{٣\text{س} - ٤}}{\text{س} - ٣}$

د - جد $\underset{\text{س} \leftarrow -٤^{+}}{\text{نهـا}} \sqrt{\text{س}^{٢} - ١٦}$

السؤال الثاني :

أ) $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{أ س} - \text{ب} & \text{س} < ٢ \\ \text{ب س} - \text{أ} & \text{س} \geq ٢ \end{cases}$

و كانت $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \text{ق(س)} = ٥$ ، جد قيمة الثابتين أ، ب .

ب) إذا كان $\text{ق(س)} = ٣\text{ أ س} - \text{ب}$ ،

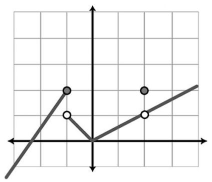
و كانت $\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} \text{ق(س)} = ١٢$ ، $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \text{ق(س)} = ٨$

فما قيمة الثابتين أ ، ب .

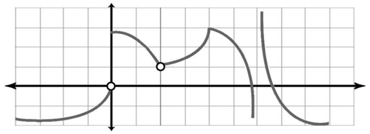
جـ) إذا كانت $\underset{\text{س} \leftarrow -٢}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{ق(س)} + ٥}{\text{س} + ٢} = ٩$

و كان ق(س) اقتران كثير حدود أوجد $\underset{\text{س} \leftarrow -٢}{\text{نهـا}} (\text{ق(س)} + ٢\text{س})$.

السؤال الثالث :



أ) من الشكل المجاور ما هي قيم أ التي عندها : $\underset{\text{س} \leftarrow \text{أ}}{\text{نهـا}} \text{ق(س)}$ = غير موجودة .



ب) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، ما القيم التي يكون عندها $\underset{\text{س} \leftarrow \text{أ}}{\text{نهـا}} \text{ق(س)}$ = غير موجودة .

السؤال الرابع :

أ) إذا كانت $\dfrac{٣}{٤} \underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـا}} \text{ق(س)} = ٦$ ،

و كانت $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـا}} \left(٣\text{ أ} - \dfrac{٣\text{ق(س)}}{٦} \right) = ١١$ ، جد قيمة الثابت أ .

ب) إذا كانت ق(س) = (س - ١)(س +٣) ، أوجد نقاط عدم الإتصال .

جـ) $\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{٢ - \sqrt{\text{س}}}{\sqrt{٢\text{س} + ١} - ٣} & \text{س} \geq ٤ \\ -\dfrac{١}{٣}\text{س} & \text{س} < ٤ \end{cases}$ ، ابحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٤ .

د) $\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{٦\text{س} - ٢٤}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٤} & \text{س} \neq ٤ \text{ ، س} \neq -١ \\ \text{م} + ١ & \text{س} = ٤ \end{cases}$

فما قيمة الثابت م التي تجعل ق متصلا عند س = ٤ .

وفقكم الله .. هيثم حرب

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج (٣)

المملكة الأردنية الهاشمية

مدارس الأكاديمية العربية الحديثة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث

الفرع : الأدبي

امتحان مقترح لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ الدورة (الصيفية - الشتوية) الوحدة الأولى - منهاج جديد

مدة الامتحان : ١ : ٣٠ د س

اليوم والتاريخ :

ملحوظة : اجب عن الأسئلة الآتية جميعها و عددها (٥)، علما بأن عدد الصفحات (١).

السـؤال الأول :

أ - إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{١}{٩} س^٣ + \frac{١}{٣} س^٢ + أ س - ١٥ \right) = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ .

ب - $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٤ + ٣س^٢}{س^٣ - ٤س}$

جـ - $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{٩}{٤س + ١} - \frac{٧}{٣س + ١}}{س - ٢}$

د - جد $\lim_{س \to ٢} \sqrt{(س - ٢)^٢}$

السـؤال الثاني :

أ) إذا كان $\lim_{س \to -٢} (٢ق(س) - ٣س) = -٤$ ،

فجد $\lim_{س \to -٢} (٢ق(س) + س^٢)$

ب) إذا كانت ق(س) = $\begin{cases} ٢س^٢ + ٥ & س \neq ٢ \\ ١٢ & س = ٢ \end{cases}$

أوجد $\lim_{س \to ٢} ق(س)$

د) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - أ س + ٣}{س - ١} = -٢$ ، فما قيمة الثابت أ .

السـؤال الثالث :

أ) إذا كانت ق(س) = $س^٣$ ، جد $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$

ب) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} (٢ق(س) + س) = \frac{س}{٢}$ ،

أوجد $\lim_{س \to ٢} (س^٢ ق(س) - ٢س)$

جـ) إذا كانت $\frac{٣}{٢} \lim_{س \to ١} ق(س) = ٦$

$\lim_{س \to ١} ع(س) = ٨$ ، أوجد $\lim_{س \to ١} \left(\frac{ق(س)}{ع(س)} + س - ٢ \right)$

السـؤال الرابع :

أ) ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^٢ + (٢ - أ) س}{س} & س > ٠ \\ ٦ & س = ٠ \\ ٥ - س + ب & س < ٠ \end{cases}$

إذا كان ق متصلا عند س = ٠ ، فما قيمة أ ، ب .

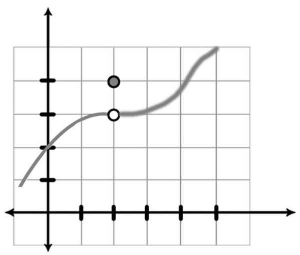
ب) إذا كانت ل(س) = $\frac{١ - ٢س}{س^٢ + ٩}$ ، أوجد نقاط عدم الاتصال .

جـ) إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين و كان ق(٢) = ٥ ،

$\lim_{س \to ٢} (ق(س) + ٤هـ(س)) = ٤١$ ، جد قيمة هـ (٢) .

السـؤال الخامس :

من خلال الرسم ابحث اتصال ق(س) عند س = ٢



وفقكم الله .. هيثم حرب