

الصف الثاني عشر
الفرعين العلمي والصناعي
الوحدة الثانية
التفاضل

- ١- معدل التغير
- ٢- المشتقة الاولى
- ٣- الاتصال والاشتقاق
- ٤- قواعد الاشتقاق ١
- ٥- قواعد الاشتقاق ٢
- ٦- المشتقات العليا
- ٧- مشتقات الاقترانات المثلثية
- ٨- قاعدة السلسلة
- ٩- الاشتقاق الضمني
- ١٠- اسئلة الوحدة وحلولها
- ١١- حلول جميع تدريبات واسئلة الكتاب
- ١٢- اسئلة الوزارة (٢٠٠٨ - ٢٠١٨) مع الحلول النموذجية
- ١٣- ورقة عمل على كل درس مع الحلول النموذجية



مع تحيات
ناجح الجمزاوي

المعلم : ناجح الجمزاوي ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧ ٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

الدرس الأول معدل التغير

الأقتران $(هـ, س) = ص$

مثال ③

① التغير في $ص$ رمز له بالرمز $\Delta ص$ إذا كان
وتقرأ دلتا $ص$ ← $\Delta ص = ص_2 - ص_1$
أو رمز لها بالرمز $هـ$
 $\Delta هـ = هـ$

$$\left. \begin{array}{l} |س + ٣| \quad |س > ٢| \\ [١ + ٣س] \quad |س < ٢| \end{array} \right\} = (هـ, س)$$

② التغير في الأقتران = التغير في إصدات
ورمز له بالرمز $\Delta هـ$ أي أن
 $\Delta هـ = هـ_2 - هـ_1$
 $= (هـ(س_2)) - (هـ(س_1))$

وتغيرت $ص$ من ١ إلى ٥، أو هـ
① $\Delta هـ =$ التغير في الأقتران

الحل

مثال ①
إذا كان $(هـ, س) = ص$ وتغيرت
 $ص$ من ١ إلى ٤ أو هـ
① التغير في إصدات

$$\Delta هـ = س_2 - س_1 = ٤ - ١ = ٣$$

$$\Delta هـ = (هـ(٤)) - (هـ(١))$$

الحل
 $\Delta هـ = س_2 - س_1 = ٤ - ١ = ٣$
 $= هـ(٤) - هـ(١)$

② مقدار التغير في $ص$

$$|س + ٣| - [١ + ٣س] =$$

الحل
 $\Delta هـ = هـ(٤) - هـ(١) = (٤ - ١) = ٣$
 $= ٤ - ١ = ٣$
 $= ٣$

$$|٤ + ٣| - [١ + ٣ \times ٤] =$$

$$٧ - [١ + ١٢] =$$

$$٧ - ١٣ = -٦$$

فعل التغير

هو خارج قسمة التغير في الأقران
على التغير في السيات
التغير في السيات = فعل التغير
التغير في السيات

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$v_2 - v_1 = \Delta v$$

$$v_2 + v_1 = \Delta v$$

$$v_2 + v_1 = \Delta v$$

مثال ①

إذا كان $v_1 = 0$ فما هو
فعل التغير للأقران عندما يتغير
من $v_1 = 1$ إلى $v_2 = 2$

الحل

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\Delta s = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Delta t = \frac{2 - 1}{2 - 1} \Delta t = \Delta t$$

مثال ②

إذا كان $v_1 = 1$ فما هو
فعل التغير في الأقران [١.٥]

الحل

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\Delta s = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Delta t = \frac{1.5 - 1}{2 - 1} \Delta t = 0.5 \Delta t$$

$$\Delta s = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Delta t = \frac{1.5 - 1}{2 - 1} \Delta t = 0.5 \Delta t$$

ملاحظة

① عندما يطلب في السؤال إيجاد مقدار
التغير في الأقران $v_2 - v_1$ نجد فقط

$$\Delta s = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Delta t$$

② فعل التغير للأقران $v_2 - v_1$ دائماً = صفر

③ فعل التغير للأقران الخطي

$$v_2 - v_1 = \Delta v = P + S + Q$$

$$P = \Delta v$$

$$\frac{(x+3) - x}{h} =$$

$$\frac{x+h+3-x}{h} = \frac{h+3}{h} = 1 + \frac{3}{h}$$

$$h+3 = \frac{h(h+3)}{h} =$$

مثال ٣

وإذا كان $v = 3s + 11$ احسب معدل التغير في الأمتار في s عندما $s = 5$ ، $s = 6$ ، $s = 7$

الحل

$$v = 3s + 11 \Rightarrow \frac{dv}{ds} = 3$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{v(s) - v(s_0)}{s - s_0}$$

$$\frac{v(6) - v(5)}{6 - 5} =$$

$$\frac{(3 \times 6 + 11) - (3 \times 5 + 11)}{6 - 5} = \frac{29 - 26}{1} = 3$$

$$\frac{v(7) - v(6)}{7 - 6} = \frac{(3 \times 7 + 11) - (3 \times 6 + 11)}{7 - 6} = \frac{32 - 29}{1} = 3$$

$$\frac{v(8) - v(7)}{8 - 7} = \frac{(3 \times 8 + 11) - (3 \times 7 + 11)}{8 - 7} = \frac{35 - 32}{1} = 3$$

مثال ٤

إذا كان $v = 5s^2 - 5s$ وكانت $s = 3$ احسب معدل التغير في v عندما $s = 5$ ، $s = 6$ ، $s = 7$

الحل

$$\frac{dv}{ds} = \frac{d(5s^2 - 5s)}{ds} = 10s - 5$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{v(s) - v(s_0)}{s - s_0}$$

$$10s - 5 = \frac{v(s) - v(s_0)}{s - s_0}$$

$$10 \times 5 - 5 = \frac{v(5) - v(3)}{5 - 3}$$

$$45 = \frac{v(5) - v(3)}{2} \Rightarrow v(5) - v(3) = 90$$

مثال ٥

إذا كان $v = 3s + 2$ احسب معدل التغير في الأمتار في s عندما $s = 3$ إلى $s = 4$

الحل

$$\frac{dv}{ds} = \frac{v(s) - v(s_0)}{s - s_0}$$

$$\frac{v(4) - v(3)}{4 - 3} =$$

مثال ٦

ليكن $v = 3s^2$ احسب معدل التغير في v عندما $s = 1$ إلى $s = 2$

الحل

$$\frac{dv}{ds} = \frac{v(s) - v(s_0)}{s - s_0}$$

← يتبع اكل

$$\begin{aligned} & \frac{\text{ظاه} + \text{ظأس} \text{ ظاه}}{\text{هو} (١ - \text{ظأس} \text{ ظاه})} = \\ & \frac{\text{ظاه} (١ + \text{ظأس})}{\text{هو} (١ - \text{ظأس} \text{ ظاه})} = \\ & \frac{\text{ظاه} \text{ قأس}}{\text{هو} (١ - \text{ظأس} \text{ ظاه})} = \end{aligned}$$

← تابع الحل

$$\begin{aligned} & \frac{\text{س} - \text{س} - \text{س}}{\text{س} - \text{س} - \text{س}} = \frac{\text{س} - \text{س} - \text{س}}{\text{س} - \text{س} - \text{س}} \\ & \frac{\text{س} + \text{س} - \text{س}}{\text{س} + \text{س} - \text{س}} = \frac{\text{س} + \text{س} - \text{س}}{\text{س} + \text{س} - \text{س}} \\ & \frac{\text{س} + \text{س} + \text{س}}{\text{س} + \text{س} + \text{س}} = \frac{\text{س} + \text{س} + \text{س}}{\text{س} + \text{س} + \text{س}} \end{aligned}$$

تدريب

إذا كان عداس = ظاس فابيت أن

$$\frac{\Delta \text{ه} - \text{ظاه} \text{ قأس}}{\Delta \text{س} \text{ هو} \text{ظاس} (\text{ظاس} + \text{ظاه})}$$

مثال ٧ من تعاريف مراجعته ص ٤٤

إذا كان عداس = ظاس فابيت أن عدل التغير للأقتران هو اس

يادي قأس ظاس هو (١ - ظاس ظاه)

مثال ٨

إذا كان عدل التغير للأقتران عداس في بقرة [٣١١] بيادي (٥) وكان عداس = س + عداس + ١ فاوره عدل التغير للأقتران هو اس في بقرة [٣١٢]

الحل

$$\frac{\Delta \text{ه} \text{ س} - \text{ه}}{\Delta \text{س} \text{ ه}} = \frac{\Delta \text{ه} (٣) - \text{ه} (١)}{١ - ٣} = ٥$$

← (٣) - (١) = ٢ × ٥ = ١٠

← يتبع اكل

الحل

$$\frac{\Delta \text{ه} \text{ س} - \text{ه}}{\Delta \text{س} \text{ ه}} = \frac{\Delta \text{ه} (٣) - \text{ه} (١)}{\Delta \text{س} \text{ ه}}$$

ظا (٣) - ظاس = ظا

لكن ظا = (٣ + ١) ظا

$$\frac{\Delta \text{ه} \text{ ظا} + \text{ظا} - \text{ظا}}{\Delta \text{ه} \text{ ظا} - ١} = \frac{\Delta \text{ه} \text{ ظا} + \text{ظا} - \text{ظا}}{\Delta \text{ه} \text{ ظا} - ١}$$

← ظاس + ظاه - ظاس

← ١ - ظاس ظاه

$$\frac{\Delta \text{ه} \text{ ظاس} + \text{ظاه} - \text{ظاس}}{\Delta \text{ه} \text{ ظاس} - ١} = \frac{\Delta \text{ه} \text{ ظاس} + \text{ظاه} - \text{ظاس}}{\Delta \text{ه} \text{ ظاس} - ١}$$

مسألة ١٠

إذا كان $(س) = (س + ٣) + (س)$

$$\left. \begin{aligned} ١ + ٣س &= (س) \\ ١ + ٣س &\geq ١ \\ ٥ \geq ٣س &\geq ١ \end{aligned} \right\} (س) = ١$$

أوجد مقدار التغير في الأقران $(س)$ في الفترة $[٥, ١]$

الحل

مقدار التغير في الأقران

$$\begin{aligned} \Delta س &= (س) - (٥) = (١١) - (٥) \\ &= (١١) - (٥) = (٦) \\ &= (١١) - (٥) = (٦) \\ &= (١١) - (٥) = (٦) \end{aligned}$$

مسألة ١١

إذا كان معدل التغير في الأقران $(س)$ في الفترة $[٣, ١]$ يساوي ١٢

$$\begin{aligned} (٥) \text{ وكان } (س) &= (٣) \times (١) = ٣ \\ \text{وكان } (س) &= \frac{١}{(س)} \end{aligned}$$

جد قيمة معدل التغير في الأقران $(س)$ في الفترة نفسها

الحل

$$٠ = \frac{(س) - (٣)}{١ - ٣} = \text{معدل التغير في } (س)$$

← يتبع اكل

← يتبع اكل
معدل التغير في $(س) = \frac{(س) - (٣)}{١ - ٣}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(١ + (٣)س) - (١ + (٣)س + ٣ \times ١)}{١ - ٣} \\ &= \frac{(١)س - ٣ - (٣)س + ٣}{١ - ٣} \\ &= \frac{٤ - (٣)س}{١ - ٣} = \frac{٤ - (٣)س}{٢} \end{aligned}$$

مسألة ٩

إذا كان $(س) = (س) + (س)$ وكان مقدار التغير في $(س)$ في الفترة $[٦, ٣]$ يساوي (٤) فجد معدل التغير في $(س)$ في الفترة $[٢, ١]$

الحل

$$\begin{aligned} \text{التغير في } (س) &= (٦) - (٣) = (٣) \\ \frac{\Delta س}{\Delta س} &= \frac{(٦) - (٣)}{١ - ٢} \\ &= \frac{(٦) - (٣) - (٤) + (٦)}{١} \\ &= \frac{(٦) - (٣) - (٤) + (٦)}{١} \\ &= (٣) + (٣)س - (٦)س \\ &= ٣ + ٣س - ٦س \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta \text{مد}}{\Delta \text{س}} \text{ في لِقْتَرِه [٥٦١]}$$

$$\frac{c\Delta}{\Delta} = \frac{\text{مد} (١١) - \text{مد} (٥)}{١ - ٥} =$$

$$\leftarrow \text{مد} (٣) - \text{مد} (١١) = ١٠$$

$$\text{معدل التغير هو (س)} = \frac{\text{مد} (٣) - \text{مد} (١١)}{١ - ٣}$$

$$= \frac{١}{٣} - \frac{١}{١١} = \text{كوسيد مَقَامَات}$$

$$= \frac{١}{٣} \times \frac{\text{مد} (٣) - \text{مد} (١١)}{\text{مد} (٣) \times \text{مد} (١١)}$$

$$= \frac{٥}{١٢} = \frac{١}{٣} \times \frac{١٠}{١٢}$$

مثال (١٣)

اذا كان معدل تغير (س) في [٥٦١] يساوي ٣، معدل تغير (س) في [٥٦٢] يساوي ٢ وكان (س) = ٥ (س) = ١١ عند (١)

الحل

$$\frac{\Delta \text{مد}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{مد} (١١) - \text{مد} (٥)}{١ - ٥} = ٣$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ١٢ \text{ --- ①}$$

$$\frac{\Delta \text{مد}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{مد} (٥) - \text{مد} (١١)}{٤} = ٢$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ٨ \text{ --- ②}$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨ \text{ --- ③}$$

$$\text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ١٢$$

$$\text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ١٢$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ٨$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

$$\text{مد} (٥) = \text{مد} (١١) + ٨$$

مثال (١٤)

اذا كان معدل التغير للأقتران في الفترة [٥٦٢] يساوي ٣ وفي لِقْتَرِه [٥٦٥] هو ٨ او معدل تغير في لِقْتَرِه [٥٦٥]

الحل في لِقْتَرِه [٥٦١] ←

$$\frac{\Delta \text{مد}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{مد} (١١) - \text{مد} (٥)}{١ - ٥} = ٣$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ٣ \text{ --- ①}$$

$$\frac{\Delta \text{مد}}{\Delta \text{س}} \text{ في لِقْتَرِه [٥٦٥]}$$

$$= \frac{\text{مد} (٥) - \text{مد} (١١)}{٣} = ٨$$

$$\leftarrow \text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ٢٤ \text{ --- ②}$$

جمع ① + ②

$$\text{مد} (٥) - \text{مد} (١١) = ٢٧$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{9-6P} - (11-6P)}{P-6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{9-6P} - 1}{P-6}$$

ضربنا بالبادي

$$\frac{P+6}{3} = \frac{\sqrt{9-6P} - 1}{3}$$

$$P+3 = \sqrt{9-6P}$$

نربع الطرفين

$$(P+3)^2 = (9-6P)$$

$$P^2 + 6P + 9 = 9 - 6P$$

$$P^2 + 12P = 0$$

$$P(P+12) = 0$$

$$P = 0 \text{ or } P = -12$$

$$P = -12$$

$$P = -12$$

$$\frac{10}{2} = P$$

تحقق

سؤال 14) سألنا عن مسائل من $\sqrt{9-6P}$
 اذا كان عدداً صحيحاً $P = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60$
 وكان عدداً يتغير للأعداد P
 في الفترة $[3, 60]$ ياوي 3
 هو الناتج P ؟

الحل

$$P = \frac{(3) - (1)}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$(P+3)^2 = (9-6P)$$

$$P^2 + 6P + 9 = 9 - 6P$$

$$P^2 + 12P = 0$$

$$P = 0 \text{ or } P = -12$$

سؤال 15)

اذا كان $\sqrt{9-6P}$ عدداً صحيحاً $P \geq 3$
 عند ما يتغير P من صفر الى 3
 ياوي P في الفترة $[3, 60]$
 هو الناتج P ؟

فاوجد قيمة P (حيث $P \leq 60$) التي تجعل
 عدداً يتغير من $[3, 60]$
 ياوي $\frac{1}{3}$ ؟

الحل

$$\frac{(3) - (1)}{P-6} = \frac{2}{P-6}$$

سؤال 16)

اذا كان عدداً يتغير من $[3, 60]$
 عند ما يتغير P من صفر الى 3
 ياوي P في الفترة $[3, 60]$
 هو الناتج P ؟

$$P = \frac{(3) - (1)}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$P = \frac{P}{3+0} - \frac{P}{3+3}$$

← يتبع اكل

سؤال ١٨

اكتب قيمة فعل لتغير
في حجم ملعب من الثلج عندما
يوضع في الشمس حيث
تتغير طول ضلعه من ٣ سم إلى
١ سم في الدقيقة

اكل

صنا يجب تكون العلاقة
وهي حجم الملعب

$$\text{مدا (س)} = \text{س} = \text{حجم الملعب}$$

$$\text{س} = ١ \quad \text{س} = ٣$$

$$\text{توسط لتغير} = \frac{\text{مدا (١)} - \text{مدا (٣)}}{٣ - ١}$$

$$= \frac{١ - ٣}{٣ - ١} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

ملاحظة

عني لا سئلة لي لا تقضي
العلاقة هنا يجب تكون
علاقة العلاقة حسب
القول من قوانين الكيمياء
والاحياء

← تابع اكل

$$\frac{P}{c} - \frac{P}{o} = - \quad \text{توسط فقط}$$

$$\frac{P}{c} - \frac{P}{o} = - \quad \text{توسط فقط}$$

$$c = P \leftarrow$$

سؤال ١٧

اذا كان فعل تغير مدا في [٥٦٤]
ياوي (٦-) وكان مدا (٥) + مدا (٥) = ع
معدل تغير ل (٥) = (٥) + (٥) = (٥)
في [٥٦٤]

اكل

$$\text{معدل تغيره} = \frac{\text{مدا (٥)} - \text{مدا (٥)}}{٥ - ٥} = -$$

$$\leftarrow \boxed{\text{مدا (٥)} - \text{مدا (٥)} = ١٨}$$

$$\text{معدل تغير ل} = \frac{\text{ل (٥)} - \text{ل (٥)}}{٥ - ٥} =$$

$$= \frac{(٥) + (٥) - (٥) + (٥)}{٥ - ٥} =$$

$$= \frac{٣٥ + (٥) - ١٤ - (٥)}{٣} =$$

$$= \frac{١٤ - ٣٥ + (٥) - (٥)}{٣} =$$

$$= \frac{٧ + (٥) - (٥) + (٥)}{٣} =$$

$$= \frac{٧ + \frac{٤}{٣} \times ١٨ - ١٧}{٣} =$$

مثال ١٩

أجب معدل التغير في مساحة مربع عندما تتغير طول ضلعه من ٥ سم إلى ٣ سم.

الحل

مساحة المربع = $m(س) = س^2$

معدل التغير = $\frac{m(٣) - m(٥)}{٣ - ٥}$

$= \frac{٩ - ٢٥}{٣ - ٥} = \frac{-١٦}{-٢} = ٨$

مثال ٢٠

صفحة معدنية مربعة الشكل تتدد بالحرارة محافظاً على شكلها إذا زاد طول ضلعها من ٥ سم إلى ٣ سم بمقدار $س$ ، التغير في مساحتها.

الحل

$س = ٣$

التغير في مساحة = ٥Δ

$س(٣) - س(٥) =$

$٩ - ٢٥ =$

$-١٦ = ٥ \Delta$

مثال ٢١

أجب معدل التغير في مساحة دائرة عندما تتغير نصف قطرها من ٤ سم إلى ٦ سم.

الحل

$س(س) =$ مساحة الدائرة

$= \pi \times ر^2$

معدل التغير = $\frac{س(٦) - س(٤)}{٦ - ٤}$

$= \frac{\pi \times ٦^2 - \pi \times ٤^2}{٦ - ٤}$

$= \frac{\pi \times ٣٦ - \pi \times ١٦}{٢} =$

$\pi \times ١٠ =$

مثال ٢٢

إذا كان $ل(س) = س + ١$ وكان معدل التغير للأقتران $ل(س)$ في $س = ٤$ يساوي ١٢، $ل(٤) = ٥$ ، اوجد قيمة $ل(٣)$.

الحل

معدل التغير = $\frac{ل(٤) - ل(٣)}{٤ - ٣} = ١٢$

$١٢ = \frac{٥ - ل(٣)}{١}$

$١٢ \times ١ = ٥ - ل(٣) + ١$

$١٢ = ٦ - ل(٣)$

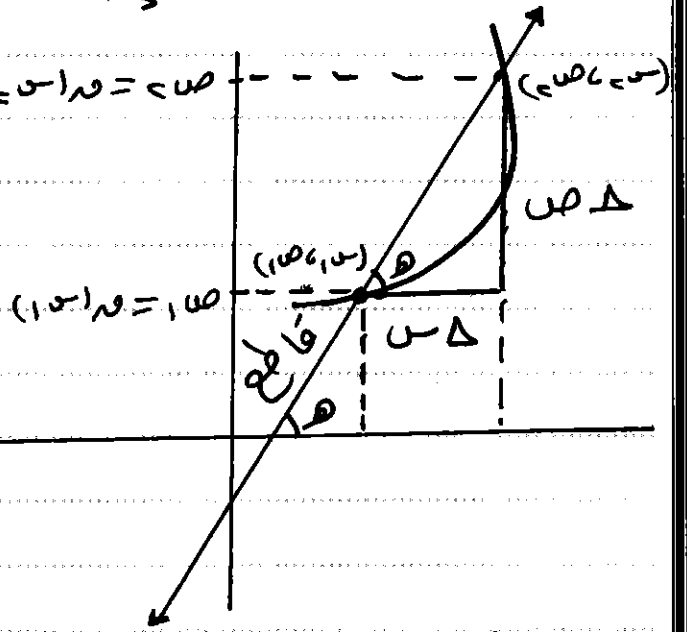
$١٢ = ٦ - ل(٣) \Rightarrow ل(٣) = ٦ - ١٢ = -٦$

التفسير الهندسي لمنوال التغير

$$\frac{(11 \text{ م} - 3 \text{ م})}{3 - 1} = \frac{(100 \text{ م} - 200 \text{ م})}{100 - 200}$$

$$\frac{(11 - 3) - (100 - 200)}{3 - 1} = \frac{(100 - 200) - (100 - 200)}{100 - 200}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{0}{-100} = \frac{0}{-100}$$



مثال ٥
 اذا كان القاطع يمر بالنقطتين
 (٢٠٠ م، ١٠٠ م) و (٣٠٠ م، ١٠٠ م)
 زاوية ٩٠ مع الاتجاه الموصف
 لمحور السينات في متوسط التغير
 للأقتران (١٠٠ م، ١٠٠ م) عندما تتغير
 س من ١٠٠ م إلى ٣٠٠ م

$$\text{ميل القاطع} = \frac{100 - 100}{300 - 100} = \frac{0}{200} = 0$$

$$\text{ظا ه} = \frac{100 \Delta}{200 \Delta} = \frac{1}{2}$$

سبب ه : الزاوية التي يصنعها
 القاطع مع محور السينات الموصف
 مصادرة القاطع هي
 $100 - 100 = 0 = (100 - 100)$

الحل
 متوسط التغير = ميل القاطع
 $ظا = 90$
 $ظا = 90$
 $ظا = 90$

مثال ٣
 اذا كان (١٠٠ م، ١٠٠ م) و (٣٠٠ م، ١٠٠ م)
 وكان ميل القاطع المار بالنقطتين
 (١٠٠ م، ١٠٠ م) و (٣٠٠ م، ١٠٠ م)
 ٦ فاوجد قيمة P
 يتبع اكل ←

مثال ١
 ميل القاطع المواصل بين النقطتين
 (٣٠٠ م، ١٠٠ م) و (١٠٠ م، ١٠٠ م) المنحنى
 الأقران (١٠٠ م، ١٠٠ م) = $س = ١٠٠ + ٢٠٠$
الحل
 ميل القاطع = متوسط التغير

التفسير الفيزيائي لمووط التغير

ليكن $f(x)$ اقتران المسافة
في الفترة الزمنية $[x_1, x_2]$

السرعة الميوسطة = $\frac{\Delta f}{\Delta x}$

$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$

$\frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$

مسألة 1

تجرأ بمصباح إضاءة

$f(x) = x^2 - 1$ حيث

x الزمن بالسواحي، $f(x)$ المسافة
بالأمتار. احسب السرعة الميوسطة
عندما تتغير x من 1 إلى 2 ثانية

اكن $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$

$= \frac{(4 - 1) - (1 - 1)}{2 - 1}$

$= \frac{3 - 0}{1} = 3$

تابع اكل ←

ميل المقاطع = $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$

$= \frac{(4 - 1) - (1 - 1)}{2 - 1}$

$= \frac{3 - 0}{1} = 3$

$= 3$

$3 = 3$ أو $3 = 3$

مسألة 2

إذا كان ميل المقاطع المار بالنقطتين
(3, 3) و (5, 5) التي
تقع على مدار $P = 3x^2 + 5x + 1$
يصنع زاوية مقدارها 35° مع
محور السينات لموجد P ؟

الحل

ميل المقاطع = متوسط التغير = 35°

$= 35^\circ = 1 - 1 = 0$

$= \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3}$

$= \frac{(75 - 15) - (9 - 15)}{5 - 3}$

$= \frac{60 - (-6)}{2} = \frac{66}{2} = 33$

$= 33$

$\frac{33}{1} = 33$

مثال ٥

تجرّد جسم صلب العلاقة

$$f(n) = \begin{cases} n^2 & n \geq 1 \\ 2n - 3 & n < 1 \end{cases}$$

وكانت السرعة المتوسطة في
 الفترة الزمنية [٣، ١] تساوي
 ٩ م/ن فاوجد الثابت P ؟

الحل

$$9 = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1}$$

$$9 = \frac{(3^2) - P - 3 \times 3}{2}$$

$$18 = 9 - P - 9$$

$$11 = P \leftarrow 18 = P - 9$$

$$11 = P \leftarrow$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات و تمارين الكتاب

$$\frac{(5 - 10) - (5 - 10)}{2 - 2} =$$

تدريب 1 ص ٧٩

جد Δ من في الحالات الآتية

$$\frac{5 - 10}{2 - 2} = \frac{1 - 4}{1 - 1} = \frac{2 - 4}{1 - 1}$$

① $5 = 1, 4 = 2, 3 = 7$

$$\frac{1 - 4}{1 - 1} = \frac{2 - 4}{1 - 1}$$

Δ من $5 = 2, 7 = 4 = 3$

تدريب 3 ص ٨١

② إذا تغيرت s من $13 = 7$

إلى $s = 7 = 1 + 1$

إذا كان $s = 1$ في $[1 - s]$
 في معدل التغير في الأوقات s
 في الفترة $[3, 5]$

$\Delta s = 7 - 13 = -6$

$= 1 + 1 - 1 = 1$

الحل

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{7 - 13}{5 - 3} = \frac{-6}{2} = -3$$

تدريب 5 ص ٨٠

إذا كان $s = 0$ في $[0 - 5]$
 في معدل التغير في الأوقات s
 إذا تغيرت s من 5 إلى 10

$$\frac{[1 - 5 \times \frac{1}{5}] - [1 - 0 \times \frac{1}{5}]}{10 - 5} =$$

$$\frac{1 - 1}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

الحل

معدل التغير $\frac{\Delta s}{\Delta t}$

$\frac{10 - 5}{10 - 5} = \frac{5}{5} = 1$

تدريب ٥ ص ٨٢

إذا كان لقاطع الماء بالنقطتين
(١١هـ، ١١) و (٣هـ، ٣) يصنع
زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه
الموجب لمحور السينات وحيث
معدل تغير الأقران هو في
الفترة [٣، ١١] .

الحل

معدل تغير = ميل القاطع

$$= \text{ظا } 135^\circ = 1 - 1 = 0$$

ف (٤) - ف (١١)

$$= \frac{4 - 11}{3 - 11} = \frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$$

$$= \frac{19 - 65}{2} = \frac{19 - 65}{2} = \frac{-46}{2} = -23$$

$$11 = \frac{7 \times 3}{2} = 10.5$$

تدريب ٦ ص ٨٣

إذا كان معدل تغير في الأقران
هو في الفترة [٤، ١١] يادى ٦
وكان هو (١١) = ٣ - ١١ = ١٠ + ٢
في معدل التغير في الأقران هو
في الفترة [٤، ١١] .

الحل

$$7 = \frac{11 - 4}{11 - 4} = 1$$

$$18 = 11 - 4 = 7$$

$$\text{معدل تغيره} = \frac{11 - 4}{11 - 4} = 1$$

$$4 \times 3 - 11 + (4 - 11) = 12 - 11 - 7 = -6$$

$$= \frac{12 - 11 - 7}{3 - 11} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{9 + 11 - 11}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

تدريب ٥ ص ٨٣

بجاء جسيم على خط مستقيم من
العلاقة ف (١١) = ٣ - ٤ + ١٠ = ٩
حيث ف بعد جسيم بالافتراض عن
نقطة ثابتة (١٠) ، ان ارمس
بالنواحي ، اصب اسرع المتوسط
لجسيم في الفترة [٤، ١١] .

الحل

$$\frac{\Delta f}{\Delta n} = \text{السرعة المتوسطة}$$

تمارين ومسائل

المسألة الأولى

إذا كانت $س = س^٢ - ٣$ فجد مقدار التغير في قيمة الأثران $س$ إذا تغيرت $س$ من ٣ إلى ٤

⑤ ٣ إلى ٤

الحل

$$\Delta س = (س^٢ - ٤) - (س^٢ - ٣) = (٤ - ٣) - (٣ - ٣) = ١ - ٠ = ١$$

⑥ $س = ٣$ إلى $س = ٤$

$$\Delta س = (س^٢ - ٤) - (س^٢ - ٣) = (٤ - ٣) - (٣ - ٣) = ١ - ٠ = ١$$

$$٤ + ٣ + ٣ = ١٠$$

المسألة الثانية

إذا كانت $س = س^٢ - ٣$ فجد مقدار التغير في قيمة الأثران $س$ إذا تغيرت $س$ من ٣ إلى ٤

الحل

$$\Delta س = س^٢ - ٣$$

$$س = ٣ \rightarrow س^٢ - ٣ = ٦$$

$$س = ٤ \rightarrow س^٢ - ٣ = ١٣$$

$$\Delta س = ١٣ - ٦ = ٧$$

$$٣ + ٣ + ٣ = ٩$$

$$٣ + ٣ + ٣ = ٩$$

$$٣ + ٣ = ٦$$

السؤال الثالث

نفرض طول المضلع = س

المساحة = (المضلع)

$$س(س) = س^2$$

صمد التغير في المساحة بالنسبة

$$\frac{س \Delta}{س} = \text{المضلع} = س \Delta$$

$$س(س) - (س) = س(س) - (س)$$

$$س - س = ٠$$

$$\frac{س(س) - (س)}{س} = \frac{س(س) - (س)}{س} = س - س = ٠$$

$$س = \frac{س(س) - (س)}{س} = س - س = ٠$$

السؤال الخامس

إذا كان صمد التغير في الأفتزانة على الفترة [١, ٢] يساوي ٦,٥ نجد

صمد التغير في الأفتزانة

$$س(س) = س(س) - س(س)$$

على الفترة نفسها

الحل

$$س(س) - س(س) = س(س) - س(س)$$

$$س(س) - س(س) = س(س) - س(س)$$

تحرر جسيم في المستوى الاصدائي على خط مستقيم من النقطة P (س, س) الى النقطة Q (س, س) إذا كانت س = س, او س = س, او س = س

الحل

$$س = س - س = س - س = س - س$$

$$س = س - س = س - س = س - س$$

$$س = س - س = س - س = س - س$$

$$س = س - س = س - س = س - س$$

$$س = س - س = س - س = س - س$$

$$س = س - س = س - س = س - س$$

النقطة P (٤, ٤) و Q (٤, ٤)

السؤال الرابع

صفحة معدنية مربعة لكل

تحدد بالحرارة محافظتها على شكلها

إذا زاد طول ضلعها من ٦ سم

إلى ١٠ سم فجد صمد تغير

المساحة بالنسبة إلى طول

ضلعها

$$\frac{(20 - 10) - 30}{2} =$$

$$30 = \frac{20}{2} = 10 - 10 = 0$$

ن) السرعة المتوسطة للجسم بدلالة Δ ان اذا تغيرت Δ ن من صفر الى Δ ن

$$\frac{\text{السرعة المتوسطة} = \text{ف}(\Delta + \Delta) - \text{ف}(\Delta)}{\Delta}$$

$$\frac{\text{ف}(\Delta + 1) - \text{ف}(1)}{\Delta}$$

$$\frac{\text{ف}(\Delta) - \text{ف}(1)}{\Delta}$$

$$\frac{60 - 0 - \Delta \times 60}{\Delta} =$$

$$\frac{\Delta(60 - 60)}{\Delta} =$$

$$60 - 60 = 0$$

$$\frac{\text{هو}(\Delta) - \text{هو}(1)}{2 - 1} =$$

$$\frac{(2)4 - (1)4 - (2)3 - (1)3}{3} =$$

$$\frac{(1)3 + 4 - (2)3 - 16}{3} =$$

$$\frac{12 + (2)3 - (1)3}{3} =$$

$$11 = \frac{33 - 12}{3} = \frac{10 - 1}{2} =$$

السؤال السادس

قذف جسم رأسياً للأعلى بحيث يكون بعده (ف) بالأمتار عند سطح الأرض بعد ان (ن) ثانية معطى بالعلاقة ف(ن) = 60ن - 5ن²

ب) السرعة المتوسطة للجسم في الفترة [٥، ٦]

الحل

$$\frac{\text{السرعة المتوسطة} = \Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}}$$

$$\frac{\text{ف}(6) - \text{ف}(5)}{6 - 5} =$$

$$\frac{(6)6 - 5 \times 6 - (5)6 - 5 \times 5}{1} =$$

السؤال السابع

السؤال الثامن وزارة (٢٠١٦)

إذا كان معدل التغير في الأقران
وه على الفترة [٥, ٦] يؤول لـ
وكان معدل تغيره على الفترة
[٩, ٥] يؤول لـ ١٤، فجد معدل
تغيره على الفترة [٩, ٥]

إذا كان معدل التغير في الأقران
وه على الفترة [١, ٤] يؤول لـ ٣
وكان معدل (١) + معدل (٤) = ٦ فجد
معدل التغير في الأقران
هو (س) = ق (س) على [٤, ١]

الحل

الحل

معدل تغيره في [٥, ٦]
$$\frac{v(6) - v(5)}{6 - 5} = 14$$

معدل تغيره = $\frac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = 3$

ضرب بتبادلي

① $v(6) - v(5) = 14 \times 1 = 14$

$v(4) - v(1) = 3 \times 3 = 9$

معدل تغيره في [٩, ٥]
$$\frac{v(9) - v(5)}{9 - 5} = 14$$

معدل تغيره = $\frac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = 3$

$$\frac{v(4)^2 - v(1)^2}{4 - 1} = 3$$

② $v(9) - v(5) = 14 \times 4 = 56$

معدل تغيره = $\frac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = 3$

جمع ① + ②

$v(9) - v(5) = 56$

$$\frac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = 3$$

معدل تغيره على [٩, ٥]

$$\frac{v(9) - v(5)}{9 - 5} = 14$$

$$\frac{11}{3} = \frac{9 \times 4}{3} = 12$$

$7 =$

$11 =$

الحل

السؤال التاسع (٥.١٤)

عددك لتغير = $\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$

إذا كان المقام المار بالتقطين (١، ٤) و (٤، ٤) فواقعنا على فئتي الأقران من يصنع زاوية قياسها $\frac{13}{4}$ مع الاتجاه الموجب نحو السينات نجد (١)

$$= \frac{[1+4] - [13-13]}{3}$$

$$= \frac{1-0}{3} = \frac{1}{3}$$

الحل

ميل المقاطع = $\frac{13}{4}$

$$1 - \frac{4 - 1}{1 - 4}$$

$$4 - 1 = 1 - 1 = 0$$

السؤال الحادي عشر

إذا كان $f(x) = (x^2 + 2x)$ وكان مقدار التغير في قيمة الأقران f عند ما تتغير x من 1 إلى 3 يساوي $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$ فما قيمة x حيث $x > 2$

السؤال العاشر

إذا كان $f(x) = 13 - x^2$ } $f(3) > f(x) > f(1)$
 } $f(1) > f(x) > f(3)$

خذ عددك لتغير في الأقران f من 1 إلى 3

فقد (التغير = $f(3) - f(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$)

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x(x+2)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x+2}{x(x+2)} - \frac{1}{x(x+2)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x+2-1}{x(x+2)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x+1}{x(x+2)}$$

$$x(x+2) = 3(x+1)$$

$$x^2 + 2x = 3x + 3$$

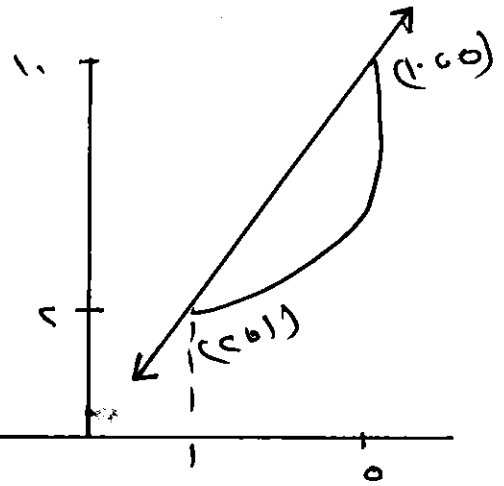
$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

 لأن $x > 2$

السؤال الثاني عشر

تمثل الشكل (٢-٤) منحني
الأقراص عد على المقترنة
[٥١٥] ميل المحوري
على المقاطع \vec{UP}



ميل المقاطع = \vec{UP}

$$= \frac{٥(٥) - ٥(١)}{١ - ٥}$$

$$= \frac{٢ - ١}{٤} = \frac{١}{٤}$$

ميل المحوري = $\frac{١}{٤}$



المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

١١) وزارة (١١) صيفيه

إذا كان حدس) كثير حدود من
الدرج (ن) وكان متوسط تغير
للأقتران حدس) دائما (٣)
فأوجد صيفي ن

اكل

متوسط تغير دائما يساوي (٣)
فان حدس) اقتران خطي درج أولي
ن = ١

١٢) وزارة (١١) شوية

إذا تحرك جسم في مستوى إبياني
عس منحني الأقتران حدس) من نقطة
ل (٣, ٢) إلى نقطة م (١, ٠) حدس)
وكانت سرعته متوسط بين
النقطتين ل, م هي ٥ سم/د
أوجد حدس)

اكل
$$٥ = \frac{٣ - ٢}{٢ - ٠} = \frac{١}{٢}$$

حدس) = ٣ - ١ = ٢
حدس) = ٢ - ٠ = ٢

١٣) وزارة (١١) صيفيه

إذا كان متوسط تغير في الأقتران
حدس) يساوي [٧, ٣] يساوي (٨)
أوجد متوسط تغير للأقتران حدس)
صيفي هو (٥) = ١ + ١/٢ حدس)

اكل

متوسط تغيره = $\frac{٣ - ٧}{٣ - ٧} = ١$

$$٣ < ٣ = (٣ - ٧)$$

متوسط تغيره = $\frac{٣ - ٧}{٣ - ٧} = ١$

$$= \frac{١ + \frac{١}{٢} حدس) - (١ + \frac{١}{٢} حدس)}{٢ - ٧}$$

$$= \frac{١ + \frac{١}{٢} حدس) - ١ - \frac{١}{٢} حدس)}{٢ - ٧}$$

$$= \frac{\frac{١}{٢} (حدس) - \frac{١}{٢} (حدس)}{٢ - ٧}$$

$$= \frac{\frac{١}{٢} \times ٣}{٢ - ٧} = \frac{٣}{١٠}$$

④ مسألة (٢٠١٢) متوينة

إذا كان متوسط تغيري الأقران n على الفترة $[a, b]$ يساوي ٣ وكان $n(a) + n(b) = ٢٠$ فأوجد متوسط التغيري هو $n(x) = ١٠ - ٢x$ على $[a, b]$

الحل

$$3 = \frac{n(a) - n(b)}{1 - 2} = \frac{n(a) - 2n(b)}{1 - 2}$$

$$4 = n(a) - 2n(b)$$

متوسط تغيره = $\frac{n(a) - n(b)}{1 - 2} = \frac{n(a) - 2n(b)}{1 - 2}$

$$= \frac{(n(a) - 2n(b)) (n(a) + 2n(b))}{1 - 4} =$$

$$7 = \frac{18}{3} = \frac{2 \times 9}{3} =$$

⑤ مسألة (٢٠١٤) صعبة

إذا كان متوسط تغيري الأقران $n(x)$ على $[a, b]$ يساوي ٥ وكان $n(a) + n(b) = ١٠$ فأوجد متوسط التغيري هو $n(x) = ٢٠ - ٤x$

الحل

$$5 = \frac{n(a) - n(b)}{1 - 2} = \frac{n(a) - 2n(b)}{1 - 2}$$

$$\leftarrow n(a) - 2n(b) = 10$$

متوسط تغيره = $\frac{n(a) - n(b)}{1 - 2}$

$$= \frac{(n(a) + 2n(b)) - (n(a) - 2n(b))}{1 - 4} =$$

$$= \frac{n(a) + 2n(b) - n(a) + 2n(b)}{1 - 4} =$$

$$= \frac{4n(b)}{1 - 4} =$$

$$5 = \frac{4n(b)}{1 - 4} \Rightarrow n(b) = \frac{5 \times (-3)}{4} = -\frac{15}{4}$$

⑥ مسألة (٢٠١٣) متوينة

إذا كان متوسط التغيري الأقران $n(x) = ١ - ٢x$ على الفترة $[a, b]$ يساوي ٤ أوجد $n(a)$

الحل

$$4 = \frac{n(a) - n(b)}{1 - 2} = \frac{n(a) - 2n(b)}{1 - 2}$$

$$4 = \frac{(1 - 2a) - (1 - 2b)}{1 - 2} = \frac{1 - 2a - 1 + 2b}{1 - 2} =$$

$$4 = \frac{2b - 2a}{1 - 2} = \frac{2(b - a)}{1 - 2} =$$

$$4 = \frac{2(b - a)}{1 - 2} \Rightarrow 4(1 - 2) = 2(b - a) \Rightarrow -4 = 2(b - a) \Rightarrow b - a = -2$$

٩) زيارة (٢٠١٤) صيف

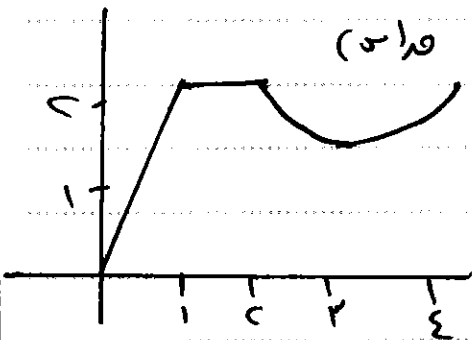
١- اذا كان $s = (s + s)$ =
 نجد $s = 1$ - التقريبي $s = 1$ $s = 1$
 اذا $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$
 اي $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 1 - 1 = 0$$

$$\Delta s = (s_2 + 1) - (s_1 + 1) = 0$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0}{1} = 0$$

١٠) زيارة (٢٠١٥) شتوي



بالاعتماد على الشكل أوجد متوسط
 التقريبي القدره [٤٥٠]

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{2 - 2}{4 - 1} = 0$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

٧) زيارة (٢٠١٣) صيف

تجزء $s = 1$ على $s = 1$ $s = 1$
 العلاقة فان $s = 1 - 1 = 1$
 اوجه $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$
 الزمنية [٣٥١]

اكل

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = 0$$

$$\Delta s = (s_2 + 1) - (s_1 + 1) = 0$$

$$s_2 - s_1 = 1 - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

٨) زيارة (٢٠١٤) شتوي

اذا كان $s = 1$ - بالنقطة
 (١١٥) $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$
 صياها $(\frac{\pi}{2})$ راديان مع الاتجاه
 اعوجب نحو $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$

اكل

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = 0$$

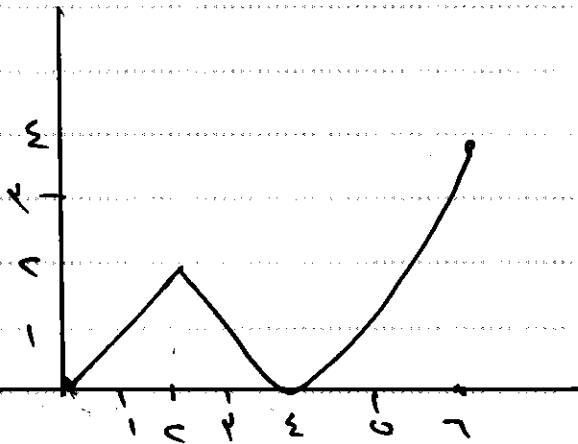
$$s_2 - s_1 = 1 - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 = 0$$

١٣) وزارة (٢٠١٧) شتوية

بالاعتماد على الشكل المجاور
 أوجد متوسط التغير على الفترة
 [٦٠٤]



$$\frac{f(7) - f(6)}{7 - 6} = \text{معدل التغير}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{2 - 0}{2} =$$

١١) وزارة (٢٠١٦) شتوية

إذا كان متوسط التغير في الأمتحان
 حراس) على الفترة [٥٠٤] لياوي ٧
 وكان متوسط تغيره في الفترة [٩٠٥]
 لياوي ١٤، فمتوسط تغيره حراس)
 في الفترة [٩٠٤]

أجل

متوسط تغيره في [٥٠٤]

$$7 = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} \Rightarrow 7(5 - 0) = f(5) - f(0)$$

ع) مع الفترة [٩٠٥]

$$14 = \frac{f(9) - f(0)}{9 - 0}$$

$$14(9 - 0) = f(9) - f(0)$$

بج (١) + (٢)

$$77 = f(9) - f(0) \Rightarrow$$

د) مع الفترة [٩٠٤]

$$\frac{f(9) - f(0)}{9 - 0} =$$

$$11 = \frac{77}{7} =$$



وزارة (٢٠١٨) بيضاء

إذا كان متوسط تغير الأقران
 (هـ) = $P = 1 + 2S$ في الفترة
 $[-1, 6]$ لياوي (٣) فان قيمة
 الثابت P لاي

٢٦ ١ (٢. ١ - (٥ ٣ - (P

الحل

$$P = \frac{(6) - (1)}{6 - 1} = \frac{5}{5} = 1$$

$$P = \frac{(1 + 2 \cdot 6) - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$P = \frac{13 - 1}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

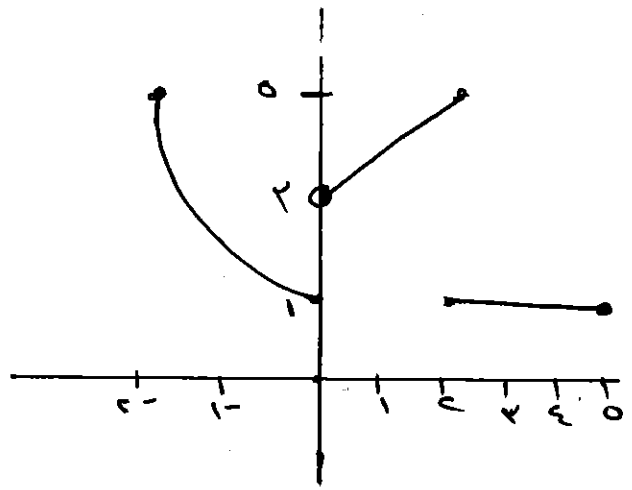
$$4 = P$$

$$P = 4$$

(P)

وزارة (٢٠١٧) بيضاء

على الشكل المجاور فنحن
 الأقران (هـ) = S في الفترة $[-5, 5]$
 به معدل تغير في الأقران
 (هـ) في الفترة $[-5, 0]$



الحل

$$\text{معدل تغير} = \frac{(1) - (5)}{0 - (-5)} = \frac{-4}{5}$$

$$\frac{-4}{5} = \frac{0 - 1}{c} =$$

$$c = 5$$



وزارة (٢٠١٨) حنوية

وزارة (٢٠١٨) صيفية

اذا كان هو (س) = ٢ + ٥ + ٤ + ١
 وكان متوسط تغير الأقران هو
 في الفترة [٣ ١] يادي ٥
 فان متوسط تغير الأقران
 هو (س) في الفترة نفس

اذا كان معدل تغير الأقران
 هو (س) في الفترة [٣ ١] يادي
 ٤ ، وكان معدل تغيره في الفترة
 [٥ ٣] يادي ٨ ، فان معدل
 تغير الأقران هو (س) في
 الفترة [٥ ١] يادي

١٠ (٢) ١٤ (٥) ١٨ (٤) ١٢ (٥)

١٢ (٢) ١٦ (٤) ٢٠ (٥) ٢٤ (٥)

الحل

الحل

$$0 = \frac{2(3) - (1)}{1-3} = \frac{4}{2} = 2$$

$$12 = \frac{2(5) - (1)}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$10 = (3) - (1)$$

$$\frac{2(3) - (1)}{1-3} = \frac{4}{2} = 2$$

$$8 = \frac{2(5) - (1)}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$16 = (3) - (1) \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{2(3) + (1) - (1) - (3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$4 = \frac{2(1) - (3)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{2(3) + (1) - (1) - (3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$8 = (1) - (3) \quad \text{--- (2)}$$

جمع (1) + (2)

$$8 + (2(1) - (3)) = 8 + (2 - 3) = 7$$

$$4 = (1) - (5) \quad \text{--- (3)}$$

$$\frac{8}{2} = 4 + 1 \times 2 = 6$$

$$\frac{2(5) - (1)}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \quad [061]$$

١٤ = ٦
 الجواب (٥)

$$6 = \frac{4}{2} = 2$$

ورقة عمل معدل التغيير

السؤال الأول

١) إذا كان معدل تغيره
 حيث $(s) = \sqrt{1+s}$ في

[٥٠] ياي $\frac{1}{2}$ حزمة ن ؟

٢ $\geq s$ [١-٥] }
 (٢) $(s) =$ }
 ٢ $< s$ [١+٥]

٢) إذا كان معدل تغيره حيث
 $(s) = ٢ - s + ٣$ في

[٢٣٦٤] ياي ١١ مما قيمة
 ؟ P

اوجد معدل لتغيره عند $s = ١$ - مفر
 ٥ = ٥

٣) إذا كان $(s) = s + ٣$
 حد معدل تغيره عند $s = ١$
 تتغير من ٢ الى $٤ + ٥$

٤) إذا كان معدل تغيره
 $(s) = ٤ - s - ٢$ في

[٢٥٥] ياي (-٤) اوجد
 قيمة ن ؟

٤) إذا كان معدل لتغيره في
 في الفترة [٤, ٦] ياي ٣
 وكان $(١) = ٢$ حد (-٤)

السؤال الثالث

١) إذا كان معدل لتغيره للأقتران
 في الفترة [٣, ١] ياي لا وفي

الفترة [٧, ٣] ياي ٤ ما اوجد
 معدل لتغيره للأقتران في
 الفترة [١, ٧]

السؤال الثاني

١) إذا كان معدل تغيره في

[٢٦٤] ياي ٦ في حد معدل
 تغيره
 ل $(s) = s + ٣$ في [٢, ٤]

السؤال الرابع

تابع السؤال الثالث

Ⓐ إذا كان معدل التغير في الفترة [١,٥] ياي لا وكان يمر بالنقطة (١,٢) في معدل تغير ل(س) في [٥,١]

Ⓐ إذا كان معدل التغير في الفترة [١,٥] ياي لا وكان يمر بالنقطة (١,٢) في معدل تغير ل(س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

Ⓑ إذا كان معدل التغير في الفترة [١,٥] ياي لا وكان يمر بالنقطة (١,٢) في معدل تغير ل(س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

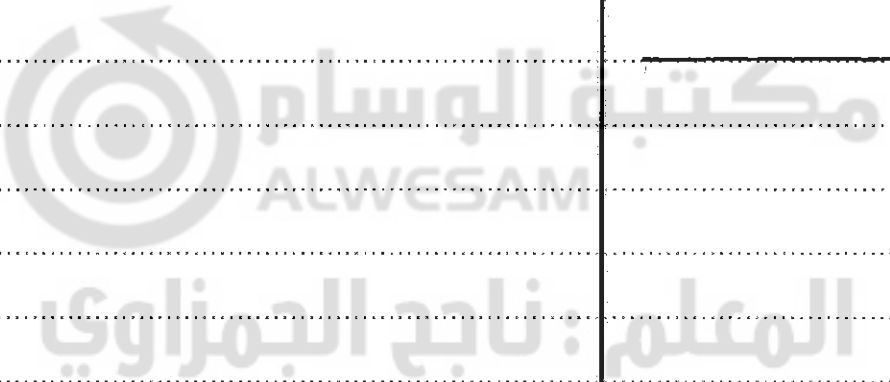
Ⓑ إذا كان معدل التغير في الفترة [١,٥] ياي لا وكان يمر بالنقطة (١,٢) في معدل تغير ل(س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

Ⓒ إذا كان معدل التغير للأقتران هو (س) في الفترة [١,٥] ياي لا وكان معدل التغير للأقتران هو (س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

Ⓒ إذا كان معدل التغير للأقتران هو (س) في الفترة [١,٥] ياي لا وكان معدل التغير للأقتران هو (س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

Ⓓ إذا كان معدل التغير للأقتران هو (س) في الفترة [١,٥] ياي لا وكان معدل التغير للأقتران هو (س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢

Ⓓ إذا كان معدل التغير للأقتران هو (س) في الفترة [١,٥] ياي لا وكان معدل التغير للأقتران هو (س) في [٥,١] فمعدل التغير للأقتران هو (س) = ٣ - ١ = ٢



السؤال الخامس

السؤال السادس

١٠) إذا كان معدل تغير $f(x)$ في $[٥٠٠٠]$ يساوي ٦ ، وكان $f(٢) = ٥٠ + ٢٠ = ٧٠$ في معدل تغير $f(x)$ من ٧ إلى ٥٠٠٠ في $[٥٠٠٠]$

١١) مثلث متساوي الساقين زاوية رأسه ٩٠ طول ضلع الساق من ٦ جد معدل تغير مساحته عندما يتغير طول ضلعه من ٢ إلى ٤

مساحة: $س = \frac{1}{2} \times \text{الضلع} \times \text{الضلع}$

$\frac{1}{2} \times \text{الضلع} \times \text{الضلع} = \text{زاوية}$

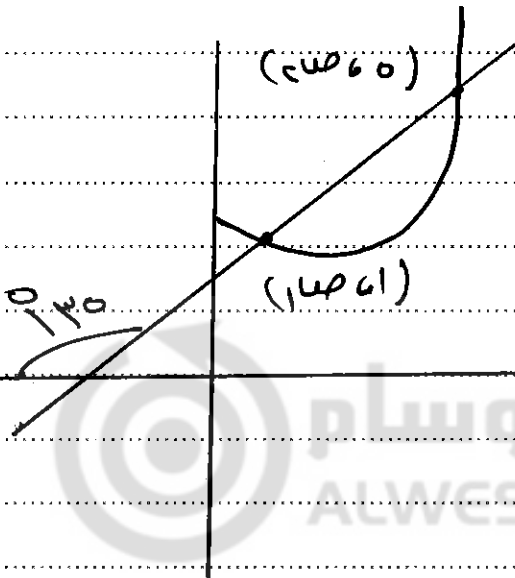
١٢) إذا كان معدل التغير في $f(x)$ من ٤ إلى ٥٠٠٠ في الفترة $[٣٠٠٠]$ وكان

$f(٣) = (٣)^2 + (٣) \times (٣) + (٣) = ١٠$
 ما هو متوسط تغير $f(x)$ من ٣ إلى ٥٠٠٠

١٣) إذا كان المقامع المار بالنقطتين $(٢, ٥٠)$ و $(٤, ١٠)$ زاوية قياسها ١٥ مع محور السينات الموجه في معدل تغيره إذا تغيرت x من ٢ إلى ٤

١٤) بالاعتماد على الشكل المجاور جد معدل تغير $f(x)$ في الفترة $[٥٠٠٠]$

في الفترة $[٥٠٠٠]$



هلول ورقة عمل معدل التغير

السؤال الأول

(P) $f(x) = (x-1)^2$ $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ x < 2 \end{array} \right.$ اذا كان $f(x) = x^2 + 3x$ Δ من 0
 او $f(x) = x^2 + 11x + 1$ Δ من 0
 عند معدل تغير $f(x)$ عند $x=2$ Δ من 0
 عند معدل تغير $f(x)$ عند $x=2$ Δ من 0

الحل

الحل

$$\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{(x^2 + 3x) - (2^2 + 3 \cdot 2)}{x - 2}$$

$$\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{(x^2 + 11x + 1) - (2^2 + 11 \cdot 2 + 1)}{x - 2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x - 4 - 6x - 6}{x - 2} = \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 2}$$

$$= \frac{x^2 + 11x + 1 - 4 - 22 - 11}{x - 2} = \frac{x^2 + 11x - 26}{x - 2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = \frac{(x+5)(x-2)}{x-2} = x+5$$

$$= \frac{x^2 + 11x - 26}{x - 2} = \frac{(x+13)(x-2)}{x-2} = x+13$$

$$= \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = x + 5$$

$$= \frac{x^2 + 11x - 26}{x - 2} = x + 13$$

$$= \frac{(3 + 5 + 5)}{5} = \frac{13}{5}$$

$$= \frac{13}{5}$$

$$\frac{عدد\ تغير\ ل(٢) - ل(١)}{٢ - ١} =$$

$$\frac{٤ \times (٢) - ٤ \times (١)}{٢ - ١} =$$

$$\frac{٤ \times (٢) - ٤ \times (١)}{٢ - ١} =$$

$$\frac{٤ \times (٢ - ١)}{٢ - ١} =$$

ج) اذا كان عدد التغير هو (٣) في الفترة [٤, ١] يساوي ٣ وكان عدد (١) = ٤ عدد (٢) = ٤

الحل

$$\frac{عدد\ لتغير = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{٤ - (١)}{٢ - ١} =$$

$$\frac{٣ - ١}{٢ - ١} = ٣$$

$$٣ = ١٥ - ٢ = ١٣$$

$$\leftarrow ١٣ = ١٥ - ٢ = (٢ - ١) = ١٣$$

السؤال الثاني

د) اذا كان عدد التغير هو (٣) في الفترة [٢, ١] يساوي ٦ عدد التغير

$$\frac{ل(٣) - ل(١)}{٣ - ١} =$$

الحل

$$\frac{عدد\ تغير\ هو = \frac{ل(٣) - ل(١)}{٣ - ١} =$$

$$\frac{٦ - ١}{٣ - ١} = \frac{٥}{٢}$$

$$\boxed{٥ = (٣ - ١) - (١) = ٢}$$

٥) $\frac{عدد\ لتغير = \frac{ل(١) - ل(٠)}{١ - ٠} =$

$$\frac{١ - ٠}{١ - ٠} =$$

$$\frac{١}{١} = \frac{١ - ٠}{١ - ٠}$$

$$١ = ١ - ٠ = ١$$

$$١ + ٠ = \sqrt{١ + ٠} = ١$$

$$(١ + ٠) = (١ + ٠) \times ١$$

$$\begin{aligned} ١ + ٠ &= ١ + ٠ \\ ١ &= ١ \\ ١ &= ١ \end{aligned}$$

السؤال الثالث

السؤال الثاني (تابع)

(P) متوسط تغيره في [3.61]
$$v = \frac{(1)w - (3)w}{1 - 3} =$$

$$v = \frac{(1)w - (3)w}{1 - 3} =$$

(1) --- 14 = (1)w - (3)w ←

متوسط تغيره في [7.63]
$$\Sigma = \frac{(3)w - (7)w}{3 - 7} =$$

$$\Sigma = \frac{(3)w - (7)w}{3 - 7} =$$

(16) --- 17 = (3)w - (7)w

جمع (1) + (16)

3. = (1)w - (7)w ←

متوسط تغيره في [1.64]
$$0 = \frac{2.}{7} = \frac{(1)w - (7)w}{1 - 7} =$$

$$0 = \frac{2.}{7} = \frac{(1)w - (7)w}{1 - 7} =$$

(D) معدل تغيره
$$11 = \frac{(P)w - (P3)w}{P - P3}$$

$$11 = \frac{(P3 + (P)C) - P3 \times 3 + (P3)C}{P3}$$

$$P3C = P3 - P3C - P9 + P18$$

$$= P3C - P7C + P17$$

$$= P17 - P17C$$

$$= (1 - P)P17$$

$$1 = P \quad P = P$$

$$1 = P$$

(S) معدل تغيره
$$\Sigma = \frac{(b)w - (c)w}{b - c}$$

$$(P - (b)E) - P - (c)E$$

$$bE + a =$$

$$bE + a = P + bE - P - 17$$

$$= \frac{cE}{E} - \frac{bE}{E} + \frac{cE}{E}$$

$$= 7 - b + c$$

$$= (c - b)(3 + b)$$

$$c = b \quad \frac{3 + b}{3 - b}$$

← نتائج السؤال الثالث

١) معدل تغيره = $\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

← $10 = f(1) - f(0)$

معدل تغيره (س) = $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{(3) - (0)}{3 - 0} = 1$

$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(3 - 2) + (1 - 0)}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$

$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{4 + (1) - (0)}{4 - 1} = \frac{5}{3}$

$\frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{9 + (1) - (0)}{5 - 1} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$8 = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{9 + 10}{2}$

٢) معدل تغيره = $\frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(\pi)}{\frac{\pi}{2} - \pi} = \frac{\pi - \pi}{\frac{\pi}{2} - \pi} = 0$

$\frac{\pi(1 + \sqrt{3}) - \pi(1 - 1)}{\frac{\pi}{2} - \pi} = \frac{\pi(1 + \sqrt{3})}{-\frac{\pi}{2}} = -2(1 + \sqrt{3})$

$\frac{c - 1}{\pi} = \frac{1 - c}{\frac{\pi}{2}} = \frac{c - 1}{\frac{\pi}{2}}$

٥)

ميل المماس = $\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$c = 1$

السؤال الرابع

١) معدل تغيره = $\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

← $8 = f(1) - f(0)$

معدل تغيره (س) = $\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$1 = f(1) - f(0)$

$1 = f(1) - f(0)$

← $7 = f(1) - f(0)$

$7 = f(1) - f(0)$

$7 + 8 = f(1) + 8 = (1) + 8 = 9$

$24 =$

معدل تغيره = $\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$8 = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$

$$\frac{\text{معدل تغيره} = (3)u - (1)u}{1 - 2}$$

$$\frac{(1)u - (1)u - (3)u - (3)u}{\epsilon} =$$

$$\frac{(1)u + (1)u - (3)u - (3)u}{\epsilon}$$

$$\frac{(3)u - (1)u + (1)u - (3)u}{\epsilon}$$

$$((1)u + (3)u)(1)u - (3)u =$$

$$\frac{((3)u + (1)u)((3)u - (1)u) +}{\epsilon}$$

$$\frac{3 \times 3 - 1 \times 1}{\epsilon} =$$

$$7 = \frac{3\epsilon - \epsilon - 17}{\epsilon}$$

Ⓚ

$$\epsilon = (3)u$$

$$\textcircled{1} \quad \epsilon = u + P \Rightarrow \epsilon = u + c \times P$$

$$\Delta = \frac{(13)u - (5)u}{13 - 5} = \frac{8u}{8}$$

$$\Delta = \frac{u \times 13 - u + 5P}{13 - 5}$$

$$\boxed{\Delta = P} \quad \Delta = \frac{(13 - 5)P}{13 - 5}$$

تعيينها في Ⓚ

$$\epsilon = u + \Delta \times c$$

$$13 - 5 = u \quad \epsilon = u + 17$$

$$13 - 5 = (5)u$$

Ⓛ

$$\text{معدل تغيره} = \frac{(1)u - (3)u}{1 - 2} \quad \epsilon =$$

$$\boxed{17 = (1)u - (3)u} \leftarrow$$

$$\text{معطيات} \quad \boxed{1 = (1)u + (3)u}$$

$$\text{معدل تغيره} = \frac{(1)u - (3)u}{1 - 2} = 0$$

$$\boxed{0 = (1)u - (3)u} \leftarrow$$

$$\boxed{3 = (1)u + (3)u}$$

معطيات

السؤال الخامس

Ⓚ معدل تغير $\varepsilon = \frac{(1) - (3)}{1 - 3}$

$\Delta = (1) - (3)$

معدل تغير $\varepsilon = \frac{(1) - (3)}{1 - 3}$

$\sqrt[3]{(1)} - \sqrt[3]{(3)}$
المرافعة

$(\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)}) \times (\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)}) + (\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)}) \times (\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)})$
 $(\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)})^2 + (\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)})^2 + (\sqrt[3]{(1)} + \sqrt[3]{(3)})^2$

$\frac{\Delta}{\Delta t} = \frac{\Delta}{1 \times c} =$

بإضافة
مرافعة $(1 + \sqrt[3]{(1)} - \sqrt[3]{(3)}) = 1 - 3$
المتكسر
سرعاً

Ⓛ معدل تغير $\varepsilon = \frac{(5) - (0)}{2 - 0}$

$\Delta = (5) - (0)$

معدلات $\varepsilon = (5) + (0)$

معدل تغير $\varepsilon = \frac{(5) - (0)}{2 - 0}$

$(5) \times (2) + (0) \times (2) =$
 $10 + 0 =$

$(5) \times 2 - 10 - (0) \times 2 + 0 =$

$10 + (5) \times 2 - (0) \times 2 =$

$10 + (5) \times 2 + (0) \times 2 =$

$10 + 10 =$

$10 = \frac{0 \times 1}{2} = \frac{10 + 10}{2}$

سابع حل السؤال الخامس

(٥)

معدل تغير = ظا ١٥

$\frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(٧)

معدل تغير = $\frac{ص(١١) - ص(٥)}{١ - ٥}$

= $\frac{ظا(١٣٥) - ظا(١٨٠)}{١ - ٥}$
الزاوية مع محور السينات الموجبة

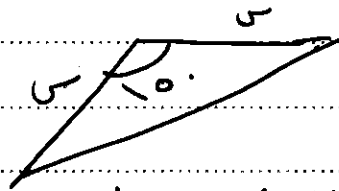
= $\frac{ظا٤٥}{١ - ٥} = ١$

السؤال السادس

(٨)

معدل تغير مساحته بالنسبة لـ طول

ضلع



$١٥ = \sqrt{س^2 + س^2} \Rightarrow س = \frac{١٥}{\sqrt{2}}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times س \times س = \frac{1}{2} \times \left(\frac{١٥}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{٢٢٥}{٢} = \frac{٢٢٥}{٤}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times س \times س \Rightarrow س = \frac{1}{\sqrt{2}}$

معدل تغير = $\frac{ص(٤) - ص(١٥)}{٤ - ١٥}$

= $\frac{\frac{1}{2} \times ٤ - \frac{1}{2} \times ١٥}{٤ - ١٥} = \frac{٢ - ٧.٥}{-١١} = \frac{-٥.٥}{-١١} = \frac{١.١}{٢.٢}$

= $\frac{٤ \times \frac{1}{2} - ١٦ \times \frac{1}{2}}{٤ - ١٦} = \frac{٢ - ٨}{-١٢} = \frac{-٦}{-١٢} = \frac{١}{٢}$

= $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

المشتقة الأولى

قوانين المشتقة الأولى باستخدام التعريف

$$\textcircled{1} \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\textcircled{2} \quad f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

ع ← س ع - س

يفضل استخدام الأمتريانات لكسره والتكبير

ملاحظة

إذا كانت نهاية متوسط التغير موجودة فإن $f'(x)$ موجودة ويقال إن $f'(x)$ قابل للأشتقاق

وإذا كانت نهاية متوسط التغير غير موجودة فإن $f'(x)$ غير موجودة ويقال إن $f'(x)$ غير قابل للأشتقاق

رموز المشتقة الأولى

إذا كان $v = f(x)$ فإن رموز المشتقة الأولى هي

$$v \quad \frac{dv}{dx} \quad f'(x) \quad \frac{df}{dx} \quad \frac{d}{dx} f(x)$$

تعريف المشتقة الأولى

$$\text{ميل القاطع} = \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\text{ميل المماس} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

يسمى ميل المماس بالمشتقة الأولى

المشتقة الأولى = نهاية متوسط التغير

يسمى معدل تغير v بالنسبة لـ x

$$= \frac{dv}{dx}$$

نفضل عند حساب المشتقة الأولى عند نقطة استخدام القانون

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ملاحظات هامة

① إذا كانت f موجودة فإن $f'(a)$ قابل للأشتقاق عند a حيث $f' \ni a$

أصله

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

② المشتقة غير موجودة عند الأطراف الفترات

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

③ عند نقاط التبعيب يكون الأفتترات قابلاً للأشتقاق إذا كانت المشتقة من اليمين تساوي المشتقة من اليسار

وهكذا

المشتقة الأولى عند نقطة

المشتقة الأولى للأفتزان $f'(a)$ عند النقطة $a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

$$① f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$② f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$③ f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

سؤال 11

و د ا س = س + ص + ع د ا س = ص + ع د ا س
 باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$\text{و د ا س} = \frac{\text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{1 - \epsilon} \quad \epsilon \leftarrow 1$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \epsilon + \text{و د ا س} - \text{و د ا س} - \epsilon}{1 - \epsilon} \quad \epsilon \leftarrow 1$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \epsilon + \text{و د ا س} - \text{و د ا س} - \epsilon}{1 - \epsilon} \quad \epsilon \leftarrow 1$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \epsilon + \text{و د ا س} - \text{و د ا س} - \epsilon}{1 - \epsilon} \quad \epsilon \leftarrow 1$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \epsilon + \text{و د ا س} - \text{و د ا س} - \epsilon}{1 - \epsilon} \quad \epsilon \leftarrow 1$$

$$9 = \text{و د ا س} + 1 \times \text{و د ا س} =$$

ملاحظة هامة

من أجل استخدام القانون

$$\text{و د ا س} = \frac{\text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{p - s} \quad p \leftarrow s$$

سؤال 10

و د ا س = س + ص د ا س = ص د ا س
 باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$\text{و د ا س} = \frac{\text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{\pi}{2} - s \quad \pi \leftarrow s$$

$$\text{و د ا س} = \frac{\text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{\frac{\pi}{2} - s} \quad \pi \leftarrow s$$

$$= \frac{\text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{\frac{\pi}{2} - s} \quad \pi \leftarrow s$$

$$\frac{\pi + \text{و د ا س} = s \leftarrow \frac{\pi}{2} - \text{و د ا س} = \text{و د ا س}}$$

$$\frac{\pi}{2} \leftarrow \text{و د ا س} \leftarrow \text{و د ا س}$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{\text{و د ا س}}$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{1 - \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{1 - \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\text{و د ا س} + \text{و د ا س} - \text{و د ا س}}{1 - \frac{\pi}{2}}$$

$$c = \frac{1}{-1} + 1 \times c =$$

طريقة أخرى

باستخدام

$$\frac{v^2}{e} = \frac{v^2}{e} - \left(5 + \frac{v}{e}\right) \frac{v}{e} \leftarrow e$$

أكل اكل

$$= \frac{(e^3 - v^3)}{e - v} + \frac{(e^2 - v^2)}{e - v}$$

$$= \frac{(e^2 + ev + v^2) + (e + v)}{e - v}$$

$$= \frac{e^2 + 2e + v^2 + v}{e - v}$$

$$= \frac{e^2 + v^2 + 2e + v}{e - v}$$

سؤال 4

و (س) = $\sqrt[3]{ص}$ حد و (س) باستخدام
تعريف لـ $\sqrt[3]{}$

اكل

$$\frac{v^2}{e} = \frac{v^2}{e} - \frac{(e - v)^2}{e - v}$$

سؤال 3

و (س) = $v^2 - 3v - 2$ اوجد و (س)
باستخدام تعريف لـ $\sqrt[3]{}$

$$= \frac{v^2 - 3v - 2}{e - v}$$

اكل

$$\frac{v^2}{e} = \frac{v^2}{e} - \frac{(e - v)^2}{e - v}$$

$$= \frac{(v^2 - 3v - 2) + (e - v)^2}{e - v}$$

$$= \frac{(v^2 - 3v - 2) + (e^2 - 2ev + v^2)}{e - v}$$

$$= \frac{e^2 - 2ev + 2v^2 - 3v - 2}{e - v}$$

$$= \frac{e^2 - 2ev + 2v^2 - 3v - 2}{e - v}$$

مثال ٥

اذا كان $\frac{c}{1+s} = (s)$ او $\frac{c}{1+s} = (1)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$\frac{c}{1+s} = (s) \Rightarrow \frac{c}{1+s} - (s) = 0$

$\frac{c}{1+s} - \frac{1 \times c}{1+s} = 0$

$\frac{c}{1+s} - \frac{c}{1+s} = 0$

$\frac{c - c}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

مثال ٦

$\frac{c}{1+s} = (s)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$\frac{c}{1+s} = (s) \Rightarrow \frac{c}{1+s} - (s) = 0$

$\frac{c}{1+s} - \frac{1 \times c}{1+s} = 0$

$\frac{c - c}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

$\frac{0}{1+s} = 0$

مسألة ٧

وهذا = $\frac{س + ع}{س - ع}$ او بصيغة (س)
 باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$\frac{س + ع}{س - ع} = \frac{س + ع}{س - ع} \quad \text{وهذا} = \frac{س + ع}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} = \frac{س + ع}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

مسألة ٨

اذا كانت $\frac{س}{س + ع} = \frac{س}{س + ع}$ باستخدام تعريف المشتقة

$$\frac{س}{س + ع} = \frac{س}{س + ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} - \frac{س + ع}{س - ع} = \frac{س + ع}{س - ع} - \frac{س + ع}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} - \frac{س + ع}{س - ع} = \frac{س + ع}{س - ع} - \frac{س + ع}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

$$\frac{س + ع}{س - ع} + \frac{س - ع}{س - ع} = \frac{س + ع + س - ع}{س - ع} = \frac{2س}{س - ع}$$

الحل

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

مسألة 11

إذا كان $ل(اس) = ل(ع) + ل(س)$
 باستخدام تعريف المشتقة اثبت أن
 $ل'(اس) = ل'(ع) + ل'(س)$

اكمل

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

← يتبع اكمل

مسألة 9

إذا كان $ل(اس) = ل(ع) + ل(س)$
 حيث $ل(اس) = ل(ع) + ل(س)$ اقتران متصل عند $س = ٢$
 استخدم تعريف المشتقة في اثبات ان
 $ل'(٢) = ل'(٢)$

الحل

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$\frac{ل(اس) - ل(ع) - ل(س)}{س - ع} = ل(اس) - ل(ع) - ل(س)$$

$$ل'(٢) = ل'(٢)$$

$$ل'(٢) = ل'(٢)$$

مسألة 10

إذا كان $ل(اس) = ل(ع) + ل(س)$ اثبت
 باستخدام تعريف المشتقة أن
 $ل'(اس) = ل'(ع) + ل'(س)$

ملاحظة هامة جداً

في أسئلة الاضافات والطرح نستطيع معرفتها من خلال وجود مقادير مقلوبين في الرموز
 س ع ، س ع ، ع س ، س ع ، س ع ، س ع
 وهكذا - - -

وتتم اضافة وطرح مقداً - بمقدّر
 واحد مثل س ع س ، أو ع س ع ، والعكس

مثال ١٤

انته ان

$$\frac{س ع س - ع س ع}{س - ع} =$$

$$= س ع س - ع س ع$$

اكمل

باضافة وطرح س ع س

$$= \frac{س ع س - ع س ع + س ع س - س ع س}{س - ع}$$

$$= \frac{س ع س - ع س ع}{س - ع} + \frac{س ع س - س ع س}{س - ع}$$

توحيد المقام

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (ع)}{س ل (س)}$$

$$ع ← س ل (ع) ل (س) (ع = س)$$

اضافة وطرح س ل (س)

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (س) + س ل (س) - س ل (ع)}{س ل (س)}$$

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (ع) + س ل (س) - س ل (ع)}{س ل (س)}$$

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (ع) - س ل (ع) + س ل (س)}{س ل (س)}$$

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (ع) - س ل (ع) + س ل (س)}{س ل (س)}$$

$$= \frac{س ع ل (س) - س ل (ع) - س ل (ع) + س ل (س)}{س ل (س)}$$

$$= \frac{س ل (س) - س ل (ع)}{س ل (س)}$$

$$\frac{1}{c-s} \times \frac{1+\sqrt{4}v-3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{1+\sqrt{4}v+3}{1+\sqrt{4}v+3} \times \frac{1}{(c-s)} \times \frac{1+\sqrt{4}v-3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{(1+\sqrt{4})-3}{(1+\sqrt{4}v+3)(c-s)} \frac{1+\sqrt{4}v^3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{1-\sqrt{4}-3}{(1+\sqrt{4}v+3)(c-s)} \frac{1+\sqrt{4}v^3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{\sqrt{4}-c}{(1+\sqrt{4}v+3)(c-s)} \frac{1+\sqrt{4}v^3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{c}{(1+\sqrt{4}v+3)(c-s)} \frac{1+\sqrt{4}v^3}{1+\sqrt{4}v^3} \text{ هنا} =$$

$$\frac{c}{0.4} = \frac{c}{(3+3)(3 \times 3)} =$$

$$\frac{c}{c \cdot 3} =$$

سؤال 15

إذا كان $v=3$ ، $c=4$ ، $v=2$ ، 0
 وكان $l(3) = (3 \text{ وحدة})$ ، $l(2) = (2 \text{ وحدة})$
 باستخدام تعريف المشتقة

أكل

$$l'(3) = \lim_{v \rightarrow 3} \frac{l(v) - l(3)}{v - 3}$$

← يسبق أكل

سؤال 13

إذا كان $v(3)$ قابلاً للاشتقاق عند $v=3$ فثبت أن

$$\lim_{v \rightarrow 3} \frac{v^3 - 3}{v - 3} = \lim_{v \rightarrow 3} \frac{v^3 - 3}{v - 3}$$

أكل

نضيف ونطرح $3v^2 + 9v + 27$

$$\lim_{v \rightarrow 3} \frac{v^3 - 3 + 3v^2 + 9v + 27 - 3v^2 - 9v - 27}{v - 3} =$$

$$\lim_{v \rightarrow 3} \frac{v^3 - 3v^2 + 3v^2 - 9v + 9v - 27 + 27}{v - 3} =$$

$$\lim_{v \rightarrow 3} \frac{v^3 - 3v^2 + 3v^2 - 9v + 9v - 27 + 27}{v - 3} =$$

سؤال 14

إذا كان $v(3) = \frac{1}{1+\sqrt{4}v}$ اوجد $v'(3)$
 باستخدام التعريف

أكل

$$v'(3) = \lim_{v \rightarrow 3} \frac{v(3) - v(3)}{v - 3}$$

$$\lim_{v \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{1+\sqrt{4}v} - \frac{1}{1+\sqrt{4} \cdot 3}}{v - 3} =$$

$$\textcircled{3} \frac{\text{كفاه (1) - (هـ + 1) هـ}}{\text{هـ}} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{اكل} = \text{هـ} = (1) \text{ هـ} = 3$$

$$\textcircled{4} \frac{\text{كفاه (1) - (هـ 2 + 1) هـ}}{\text{هـ}} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{اكل} \text{ نفرض } 9 = 3 \times 3 \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{كفاه (1) - (9 + 1) هـ} = \frac{9}{4}$$

$$9 = 3 \times 3 = (1) \text{ هـ} = 3$$

$$\textcircled{5} \frac{\text{كفاه (1) - (هـ - 1) هـ}}{\text{هـ}} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{اكل} = \frac{\text{كفاه (1) - (هـ - 1) هـ}}{\text{هـ}}$$

$$3 = 1 \times (1) \text{ هـ} = 3$$

$$\textcircled{6} \frac{\text{كفاه (1) - (هـ + 1) هـ} - \text{كفاه (1) - (هـ - 1) هـ}}{\text{هـ}} \leftarrow \text{هـ}$$

طرح داضافه هـ (1)

$$= \frac{\text{كفاه (1) - (هـ + 1) هـ} - (\text{كفاه (1) - (هـ - 1) هـ})}{\text{هـ}}$$

$$= \text{هـ} = (1) \text{ هـ} = 7$$

$$7 = 3 \times 2 = (1) \text{ هـ} = 7$$

$$\textcircled{1} \frac{\text{كفاه (1) - (س 3 + 1) س}}{\text{س - 3}} \leftarrow \text{س}$$

باضافه و طرح 4 هـ (1)

$$= \frac{\text{كفاه (1) - (س 3 + 1) س}}{\text{س - 3}} + \frac{\text{كفاه (1) - (س 4 + 1) س}}{\text{س - 4}}$$

$$= \frac{\text{كفاه (1) - (س 4 + 1) س}}{\text{س - 4}} + \frac{\text{كفاه (1) - (س 3 + 1) س}}{\text{س - 3}}$$

$$= \frac{\text{كفاه (1) - (س 3 + 1) س}}{\text{س - 3}} + \frac{\text{كفاه (1) - (س 4 + 1) س}}{\text{س - 4}}$$

$$= 9 \text{ هـ} (3) + 6 \text{ هـ} (3)$$

$$= 0 \times 4 + 6 \times 3 =$$

$$= 18 = 6 + 12$$

مسئله 16

اذا كانت هـ (1) = 3 حقيقة
كل ما يلي

$$\textcircled{1} \frac{\text{كفاه (1) - (س 1 + 1) س}}{\text{س - 1}} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{اكل} = (1) \text{ هـ} = 3$$

$$\textcircled{2} \frac{\text{كفاه (1) - (س 1) س}}{\text{س - 1}} \leftarrow \text{اكل}$$

$$= (1) \text{ هـ} = 3$$

سؤال (١٨)

إذا كان $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$ و $g(x) = 2x^2 - 5x + 3$
 حدد $f(x) - g(x)$

الحل

إضافة وطرح $f(x)$

$$f(x) - g(x) = (3x^2 - 4x + 6) - (2x^2 - 5x + 3)$$

$$= 3x^2 - 4x + 6 - 2x^2 + 5x - 3$$

$$= (3x^2 - 2x^2) + (-4x + 5x) + (6 - 3)$$

$$= x^2 + x + 3$$

$$= 18 + 12 = 30$$

سؤال (١٧)

استخدم تعريف المشتقة الأولى
 لإيجاد $f'(x)$ للأقران
 $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$

الحل
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3(x+h)^2 - 4(x+h) + 6) - (3x^2 - 4x + 6)}{h}$$

إضافة وطرح $f(x)$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 4x - 4h + 6 - 3x^2 + 4x - 6}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2 - 4h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h - 4)$$

$$= 6x - 4$$

$$= 6x - 4$$

$$= 6x - 4$$

$$= 6x - 4$$

سؤال ١٥

إذا كان $\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$

جد $\frac{1}{s}$ باستخدام تعريف المتسلسلة

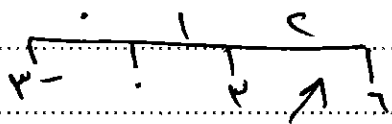
الحل

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$
 $\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s}$
 $0 = 1 - \frac{1}{s}$

تعريف $\frac{1}{s}$ الكبر والصحيح

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$

$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s}$



$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$
 $\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$
 $0 = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$

تدريب

إذا كان $\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$

جد $\frac{1}{s}$ باستخدام تعريف المتسلسلة

المسئلة

سؤال ١٩

ليكن $\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$ جد $\frac{1}{s}$ باستخدام تعريف

الحل

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$
 $\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s}$
 $0 = 1 - \frac{1}{s}$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$
 $\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s}$
 $0 = 1 - \frac{1}{s}$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s}$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$

$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$

قمة تركيبية

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$
 $\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$
 $0 = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$

$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$

$\frac{1}{s} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$

$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \dots$

المشتقة للأقران المتشعبة

لايجاد مشتقة اقران عند نقطة التسوية P

خذ نقطة من اليمين

$$\frac{f(P) - f(P+h)}{h} = f'(P)$$

خذ نقطة من اليسار

$$\frac{f(P) - f(P-h)}{-h} = f'(P)$$

أونستخدم لقانون الثاني

$$\frac{f(P) - f(P+h)}{h} = f'(P)$$

$$\frac{f(P) - f(P-h)}{-h} = f'(P)$$

① اذا كانت $f'(P) = f'(P)$

فان $f'(P)$ موجوده

② اذا كانت $f'(P) \neq f'(P)$

فان $f'(P)$ غير موجوده

مثال ①

$$\left. \begin{aligned} & \sqrt{x} + 1 \\ & \frac{1}{x} + 1 \end{aligned} \right\} = f(x)$$

اخذ قابلية $f(x)$ للاشتقاق
 عند $x=1$

اخذ

$$\frac{f(1) - f(1+h)}{h} = f'(1)$$

$$\frac{1 - \frac{1}{1+h}}{h} = \frac{1 - 1 + \frac{1}{1+h}}{h}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{1+h}}{h} = \frac{1 - \frac{1}{1+h}}{h} = \frac{1 - \frac{1}{1+h}}{h}$$

$$\frac{f(1) - f(1-h)}{-h} = f'(1)$$

$$\frac{1 - \sqrt{1-h}}{-h} = \frac{1 - \sqrt{1-h}}{-h}$$

$$\frac{1 - \sqrt{1-h}}{-h} = \frac{1 - \sqrt{1-h}}{-h}$$

$$\left. \begin{array}{l} c + s = c \\ c - s = c \\ c = s \end{array} \right\} = \text{وهذا هو (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} c + s = c \\ c - s = c \\ c = s \end{array} \right\} = \text{وهذا هو (س)}$$

١) على (c-s) وهذا هو (س) = c + s

وهذا هو (س) = هذا هو (ع) - (وهذا هو (س)) = هذا هو (ع) + (وهذا هو (س))

هذا هو (س) = $\frac{c-s}{c-s} = 1$

على (ع) (٤٦٤)

وهذا هو (س) = هذا هو (ع) - (وهذا هو (س)) = هذا هو (ع) + (وهذا هو (س))

هذا هو (س) = هذا هو (ع) - (وهذا هو (س)) = هذا هو (ع) + (وهذا هو (س))

$c = \sqrt{c} \times c = (c + s) \times c = \sqrt{c} \times c$

عند س = c (٣)

$1 = c \times c = (c) +$

$1 = (c) +$

$1 = (c) +$

$$\left. \begin{array}{l} c - s = c \\ c = s \end{array} \right\} = \text{وهذا هو (س)}$$

بجد موهوبه = س = (٤٦٤) = س
طرن قتره

← يتبع هذا $\frac{1-s}{1-s^2}$

هذا هو (س) = هذا هو (س) (1+s) (1-s) = هذا هو (س)

$\frac{1}{c} = \frac{1}{c \times c} =$

ويعا أن $\frac{1}{+} \neq \frac{1}{-}$

← وهذا هو (س) غير قابل للاشتقاق عند س = 1

سؤال ٥

$$\left. \begin{array}{l} c + s = c \\ c - s = c \\ c = s \end{array} \right\} = \text{وهذا هو (س)}$$

أي قابلية وهذا هو (س) للاشتقاق على محاله باستعمال تعريف المشتقة

الكل

بعد تعريف المشتقة

$$\frac{c+s}{c-s} = \frac{c+s}{c-s}$$

[س] طول الدرجه = $\frac{c}{c}$

$$\text{مثال ٣) } \frac{4 - 4 - (4 - 4)}{4 - 4} = 3$$

$$= \frac{4 - 4 - (4 - 4)}{4 - 4}$$

$$= (4 + 4) - 4 = 7$$

$$3 \neq 3 \text{ (مثال ٣)}$$

وإس) غير قابل للأستغناء عند $s = 3$

مثال ٣) اجب في قابلية الاستغناء للأقران
 وإس) = إس - 4 عند $s = 3$
 باستخدام التعريف .:

الحل
 نعيد تعريف الأقران

$$s - 4 = 0 \leftarrow s = 4$$

$$\begin{array}{r} s - 4 \quad s - 4 \quad s - 4 \\ + + + + \quad - - - - \quad + + + + \\ \hline 3 - \quad 3 + \end{array}$$

مثال ٤)

$$\text{وإس) = إس} \quad [s]$$

الحل

$$[s] \quad \begin{array}{c} 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \\ | \quad | \quad | \quad | \\ 1 \quad - \quad 1 \quad - \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - x^2 \geq 1 - 1 \geq 1 - 1 \\ x^2 \geq 0 \end{array} \right\} \text{وإس) =}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 1 \geq 1 - 1 \\ 1 \geq 1 \end{array} \right\} =$$

$$\text{مثال ٥) } \frac{0 - (0 - (0 - 0))}{0 - 0} = \text{صفر}$$

$$\text{مثال ٦) } \frac{0 - (0 - (0 - 0))}{0 - 0} = \text{صفر}$$

$$\leftarrow \text{مثال ٧) } = \text{صفر}$$

$$\left. \begin{array}{l} s - 4 \geq 3 \leq 3 \leq 3 \leq 3 \leq 3 \\ s - 4 \geq 3 \geq 3 \geq 3 \geq 3 \geq 3 \end{array} \right\} \text{وإس) =}$$

$$\text{مثال ٨) } \frac{4 - 4 - (4 - 4)}{4 - 4} = 3$$

$$= \frac{4 + 4 - 4 - 4}{4 - 4}$$

$$= \frac{(4 + 4) - (4 - 4)}{4 - 4}$$

$$3 + 3 =$$

$$6 =$$

مسألة ٥

إذا كان التغير في الأقران (s, t)
س Δs - $t \Delta s$ في (s, t)

الحل

$$s \Delta s = t \Delta s$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

مسألة ٦

النسبة ان (s, t)

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

الحل

بالنسبة كل من s و t

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$\frac{s \Delta s - t \Delta s}{s - t} = \frac{s \Delta s - t \Delta s}{s - t}$$

السطح
تقرض $s = t$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$\frac{s \Delta s - t \Delta s}{s - t} = \frac{s \Delta s - t \Delta s}{s - t}$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

المقام

تقرض $s = t$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

$$s \Delta s - t \Delta s = 0$$

سؤال ٥

معدل التغير

متوازي مستطيلات ارتفاعه

مثلا طوله ٦ وعرضه ٤ ذلك ارتفاعه

او بعد معدل التغير في حجمه بالنسبة

الى ارتفاعه عند ما يكون ارتفاعه

٤ كم

الحل

نفرس حجم متوازي المستطيلات = ح

وارتفاعه = س

المطلوب إيجاد $\frac{dH}{ds}$

$\frac{dH}{ds} = \frac{4}{s}$

ارتفاعه مثلا طوله

الطول = $\frac{1}{4} س$

العرض = $\frac{1}{4} س$

$ح = الطول \times العرض \times الارتفاع$

$ح (س) = \frac{1}{4} س \times \frac{1}{4} س \times س = \frac{1}{16} س^3$

$\frac{dH}{ds} = \frac{3}{16} س^2$

عند س = ٤

$\frac{dH}{ds} = \frac{3}{16} (٤)^2 = \frac{3}{4}$

عند س = ٤

$\frac{dH}{ds} = \frac{3}{16} (٤)^2 = \frac{3}{4}$

عند س = ٤

$\frac{dH}{ds} = \frac{3}{16} (٤)^2 = \frac{3}{4}$

عند س = ٤

$\frac{dH}{ds} = \frac{3}{16} (٤)^2 = \frac{3}{4}$

عند س = ٤

$\frac{dV}{ds} = \text{معدل تغيره بالنسبة لـ } s$

$\frac{dV}{ds} = \text{معدل تغيره بالنسبة لـ } s$

سؤال ١

جد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة الى طول ضلعه عند ما يكون طول ضلعه ٥ كم

الحل

نفرس من ٢ : مساحة المربع

س : طول ضلعه

المطلوب من (٥) حيث م (س) = س

من (٥) : $\frac{dA}{ds} = 2س$

عند س = ٥

$\frac{dA}{ds} = 2(٥) = ١٠$

عند س = ٥

$\frac{dA}{ds} = 2(٥) = ١٠$

عند س = ٥

مسألة ٣

صهنيه معدنيه وبتصله
الشكل تتعدد بانتظام حيث يبقى
طولها يادي ثلاثة افعال عرضها
مد معدل التغير في مساهة هذه
الصهنيه بالنسبه الى طولها
عند ما يكون طولها ١٥ م؟

الحل

نقروض ان م مساهة بتصل
س = طولها ← عرضها = $\frac{1}{3}س$

$$٨(س) = الطول \times العرض$$

$$= س \times \frac{1}{3}س = \frac{1}{3}س^2$$

المطلوب م (١٥)

$$م(١٥) = لها م(س) - م(١٥)$$

$$س \leftarrow ١٥ - ٥$$

$$= لها \frac{1}{3}س^2 - ١٥٠ \times \frac{1}{3}$$

$$س \leftarrow ١٥ - ٥$$

$$= لها \frac{1}{3}(س^2 - ٤٥٠)$$

$$١٥ - ٥$$

$$\frac{1}{3} لها (س^2 - ٤٥٠) (١٥ + ٥)$$

$$= \frac{1}{3} (١٥ + ٥) \times (١٥ + ٥) = ١٠$$

مسألة ٤

اطوانه دائرية قائمه حجرا ثابت
مد معدل تغير ارتفاعها بالنسبه
الى طول نصف قطر قائدها

الحل

$$٤ = \pi ر فاع$$

$$\leftarrow ٤ = \pi ر فاع$$

$$٤(س) = \frac{٤}{\pi} س$$

$$٤(س) = لها م(س) - م(٤)$$

$$م \leftarrow س - ٤$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} س - \frac{٤}{\pi} م$$

$$م \leftarrow س - ٤$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{1}{س - ٤}$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{٤}{س - ٤}$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{٤}{س - ٤}$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{٤}{س - ٤}$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{٤}{س - ٤}$$

$$= لها \frac{٤}{\pi} (س - ٤) \times \frac{٤}{س - ٤}$$

سؤال ٥

المطوية دائرية ارتفاعها ضعف نصف قطرها، حدد معدل تغير حجمها بالنسبة لنصف قطرها عندما يكون نصف قطرها ٥ سم

ع : حجم المطوية
س : نصف قطرها
ارتفاعها = ٢س

$$E = \pi (s)^2$$

$$= \pi \times s^2$$

$$= \pi s^2$$

المطلوب ع' (٥)

$$E' (٥) = \frac{d}{ds} (\pi s^2) = 2\pi s$$

← ٥ ← ٥ ← ٥

$$= \frac{2\pi s^3 - \pi s^3}{s - s}$$

← ٥ ← ٥ ← ٥

$$= \frac{2\pi (5^3 - 5^3)}{5 - 5}$$

← ٥ ← ٥ ← ٥

$$= \frac{2\pi (125 - 125)}{0} = \pi \times 10$$

سؤال ٦

مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثاله نصف قطر قاعدته، اوجد المخروط بالذوبان، حيث يحافظ على شكله حدد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة الى ارتفاعه عندما يكون نصف قطره ١٠ سم

اكل
ع : حجم المخروط
ع : الارتفاع = ٣س
لده : نصف قطره = $\frac{1}{3}س$
عند قاعدته = ١٠ = ع = ٣٠

المطلوب

$$E = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{s}{3}\right)^2 (3s) = \frac{1}{9} \pi s^3$$

$$= \frac{\pi s^3}{9}$$

المطلوب ع' (٣٠)

$$E' (٣٠) = \frac{d}{ds} \left(\frac{\pi s^3}{9}\right) = \frac{3\pi s^2}{9}$$

$$= \frac{3\pi (30)^2}{9}$$

← ٣٠ ← ٣٠ ← ٣٠

$$= \frac{3\pi (900)}{9} = \pi (300)$$

$$= \frac{3\pi (900 + 900 + 900)}{9} = \pi (900)$$

تدريبات وتمارين الكتاب

تدريب ① ص ٨٨

اجب عن كل ما يأتي

⑤ اذا كان $f(x) = 6x^2$ حدد

مماسه عند $x = 5$

$f'(5) = 12 \times 5 = 60$

① اذا كان $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ حدد

مماسه عند $x = 1$

⑥ نظرين $w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

⑦ حدد مماسه عند $x = 1$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

تدريب ⑤ ص ٨٩

اذا كان $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ حدد

مماسه عند $x = 1$

الحل

مماسه عند $x = 1$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

① اذا كان $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ حدد

مماسه عند $x = 1$

الحل

مماسه عند $x = 1$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

مماسه عند $x = 1$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

مماسه عند $x = 1$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

$w = 50$ \leftarrow $w = 50$ \leftarrow $w = 50$

مسألة تركيبية

مسألة تركيبية

مسألة تركيبية

مسألة تركيبية

مسألة تركيبية

مسألة تركيبية

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

⑤ مه (1)

حل
① مه فصل عند $x = 1$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا مه (1)} - \text{كفا مه (2)} - \text{مه (1)}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا مه (1)} - \text{كفا مه (2)}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

ع ان مه (1) مه (1) غير موجوده

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

تدريب (3) مه (9)

$$\left. \begin{matrix} \text{مه (2)} = x^2 + 5x + 4 \\ \text{مه (1)} = x + 1 \end{matrix} \right\}$$

مه مه (1) مه (1) ان مه مه
باستخدام التعريف

حل

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا مه (1)} - \text{كفا مه (2)}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = \text{كفا} \leftarrow \begin{matrix} x \\ -1 \\ \hline x^2 + 5x + 4 \end{matrix}$$

تدريب (ع) ص 93

$$\frac{س}{س + 8} = \text{إذا كان هـ (س)}$$

$$\frac{س + 8}{س + 8} =$$

مجرد هـ (س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$\text{هـ (س)} = \text{هـ (ع)} - \text{هـ (س)}$$

$$ع \leftarrow س - ع$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع}{س + 8} - \frac{ع}{س}$$

$$ع \leftarrow س - ع$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (س + 8) - ع (س)}{(س + 8) (س)}$$

$$ع \leftarrow س - ع$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (س + 8 - س)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{1}{س + 8} \times (س - 8)$$

صفحة معينة معينة معرفة لكل
تحدد بانتظام محافظ على شكلها
معدن التغيير في ساعة هذه
الصفحة بالنسبة الى طولها
عند ما يكون طولها 8 سم.

اكمل

$$\text{هـ (س)} = س$$

معدن التغيير = مشتقة الأقدان
عنه تلك التغير
والكلوب ايجاد هـ (س)

$$\text{هـ (س)} = \text{هـ (س)} - \text{هـ (س)}$$

$$ع \leftarrow س - ع$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

$$\text{هـ (س)} = \frac{ع (8)}{(س + 8) (س)}$$

تمارين ومسائل

صفحة (٩٥)

السؤال الأول

① م (س) = س^٣ + س^٢ - س = ١

الكل
م (١) = (١-١) = ٠
كفا = $\frac{١ - (١-١)}{١+١}$

كفا = $\frac{١ - (١-١) - (١-١)}{١+١}$

كفا = $\frac{١ - ١ - ١ + ١}{١+١}$

كفا = $\frac{٠ - ١ + ١ - ٠}{١+١}$

كفا = $\frac{٠ - ١ + ١ - ٠}{١+١} = ١$

استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لكل من الأقران اللاتبين عند قيمة (قيم) س أجبته ان اذ اكل منها .

② م (س) = ٨ - ٥س = ٣

الحل

م (٣) = ٣ = ٨ - ٥(٣)

٣ = ٨ - ١٥

كفا = $\frac{٨ - ١٥ - ٨ + ٥}{٣ - ٥}$

كفا = $\frac{٨ - ١٥ - ٨ + ٥}{٣ - ٥}$

كفا = $\frac{٨ - ١٥ - ٨ + ٥}{٣ - ٥} = ٠$

③ ل (س) = √(١-٥س) - ١ = ٥

ل (٥) = ٥ = √(١-٥(٥)) - ١

كفا = $\frac{٥ - (٥ - ١)}{٥ + ١}$

كفا = $\frac{٥ - ٤ + ١}{٥ + ١} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

$$\textcircled{4} \text{ لء (س) = اس - ٤ } \quad \text{س = ١ ، ٥ ، ٦}$$

$$\text{س - ٤ = س} \quad \text{س = ٤}$$

$$\begin{array}{r} \text{س - ٤} \\ \text{+} \\ \text{+} \\ \text{+} \\ \hline \text{س} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{لء (س) = اس - ٤} \\ \text{س = ١ ، ٥ ، ٦} \end{array} \right\}$$

$$\text{لء (١) = (١) = اس - ٤} \quad \text{س = ١}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ١}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٥) = (٥) = اس - ٤} \quad \text{س = ٥}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٦) = (٦) = اس - ٤} \quad \text{س = ٦}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٦}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٥) = (٥) = اس - ٤} \quad \text{س = ٥}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٥) = (٥) = اس - ٤} \quad \text{س = ٥}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٥) = (٥) = اس - ٤} \quad \text{س = ٥}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\textcircled{5} \text{ مع (س) = س - س} \quad \text{س = ١ ، ٥ ، ٦}$$

$$\text{عند س = ١ ، ٥ ، ٦}$$

الحل

$$\text{عند س = ١ ، لء (س) غير موجود}$$

$$\text{عند س = ٥ ، لء (س) غير موجود}$$

$$\text{عند س = ٦ ، لء (س) غير موجود}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (١٥) = (١٥) = اس - ٤} \quad \text{س = ١٥}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ١٥}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\text{لء (٣) = (٣) = اس - ٤} \quad \text{س = ٣}$$

$$\frac{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س} - ٤}$$

$$\textcircled{P} \quad \frac{4}{5} - \frac{9}{5} = \frac{4-9}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

الحل

$$\frac{4}{5} - \frac{9}{5} = \frac{4-9}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

$$\frac{4}{5} - \frac{9}{5} = \frac{4-9}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

$$\frac{4}{5} - \frac{9}{5} = \frac{4-9}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

$$\frac{1}{5-8} \times \frac{4-9}{5} = \frac{1}{-3} \times \frac{-5}{5} = \frac{1}{-3} \times -1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5-8} \times \frac{4-9}{5} = \frac{1}{-3} \times \frac{-5}{5} = \frac{1}{-3} \times -1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5} + \sqrt{9} = \frac{4}{5} + 3 = \frac{4+15}{5} = \frac{19}{5}$$

$$\textcircled{U} \quad \frac{7-\sqrt{49}}{5} = \frac{7-7}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\frac{7-\sqrt{49}}{5} = \frac{7-7}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\frac{7-\sqrt{49}}{5} = \frac{7-7}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\frac{7-\sqrt{49}}{5} = \frac{7-7}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\textcircled{Q} \quad \frac{5-2}{3+5} = \frac{3}{8}$$

$$5-2=3$$

الكل

$$\frac{5-2}{3+5} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{5-2}{3+5} = \frac{1}{1} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

$$\frac{1}{1+5} \times \frac{3+5+5}{3+5} = \frac{1}{6} \times \frac{13}{8} = \frac{13}{48}$$

$$\frac{1}{1+5} \times \frac{3+5+5}{3+5} = \frac{1}{6} \times \frac{13}{8} = \frac{13}{48}$$

$$\frac{1}{1+5} \times \frac{3+5+5}{3+5} = \frac{1}{6} \times \frac{13}{8} = \frac{13}{48}$$

$$\frac{13}{48}$$

السؤال الثاني من 95

بدون كل من الأقترانات
الآتية مستخدماً تعريف المتبة

$$\frac{\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27}}{8 - 27} =$$

← تبس اكل

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27}}{8 - 27} \times \frac{(\sqrt[3]{8})^2 + (\sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{27}) + (\sqrt[3]{27})^2}{(\sqrt[3]{8})^2 + (\sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{27}) + (\sqrt[3]{27})^2} =$$

$$\frac{(2 - 3)(8 + 6\sqrt[3]{6} + 27)}{(8 - 27)(8 + 6\sqrt[3]{6} + 27)} =$$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} =$$

$$\frac{1}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{1}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27}} = \frac{1}{8 - 27}$$

④ $\sqrt[3]{8} = 2$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$2 - 3 = 1$$

السؤال الثالث ص ٩٥

إذا كان ه اقل من انا قايلاً
للأشياء فها ه فها ه ان

⑤ $\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$

$$2 - 3 = 1$$

بإضافة وطرح ه ه

← تبس اكل

⑤ $\sqrt[3]{8} = 2$

$$\frac{2 - 3}{8 - 27} = \frac{1}{8 - 27}$$

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} + \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}}$$

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} + \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}}$$

بفرض و = هـ - هـ = و
و ← ع. ما هـ ←

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}}$$

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} + \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{و}}$$

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} + \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{و}}$$

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} + \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{و}}$$

٥) $\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}}$

ع ← س = ع - س = و (س) - س (هـ) (س)

الحل

بإضافة و طرح س من كلا الطرفين

$$\frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{ع} \leftarrow \text{س}} = \frac{\text{كها} \text{ (هـ) (س) (ع) (س)}}{\text{هـ}}$$

السؤال الخامس

إذا كان $h = (s)$ = $(P - s)$ ل (s) حيث h ل (s) افتراض فصل عند $s = P$ P ثابت فبين باستخدام تعريف المشتقة ان $h = (P)$ ل (P)

الحل

$$\frac{h(s) - h(s_0)}{s - s_0} = \frac{(P) - (s)}{P - s} \quad P < s$$

$$\frac{h(s) - h(s_0)}{s - s_0} = \frac{(P) - (s)}{P - s} = \frac{(P) - (s)}{P - s}$$

$$\frac{h(s) - h(s_0)}{s - s_0} = \frac{(P) - (s)}{P - s} = \frac{(P) - (s)}{P - s}$$

$$h = (P)$$

السؤال الرابع

إذا كان $h = (0)$ = 6 نجد

$$\frac{h(0) - h(0)}{0 - 0} = \frac{(0) - (0)}{0} = 0$$

بإضافة وطرح $h(0)$

$$\frac{h(0) - h(0) + h(0) - h(0)}{0 - 0} = \frac{(0) - (0) + h(0) - h(0)}{0} = 0$$

$$\frac{h(0) - h(0) + h(0) - h(0)}{0 - 0} = \frac{(0) - (0) + h(0) - h(0)}{0} = 0$$

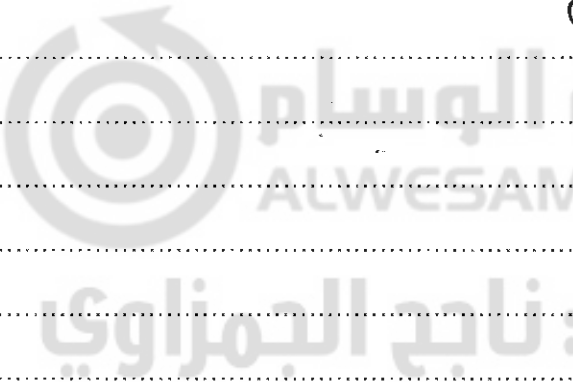
$h = 0$	$h = 0$
$h = 0$	$h = 0$
$h = 0$	$h = 0$
$h = 0$	$h = 0$

$$\frac{h(0) - h(0) + h(0) - h(0)}{0 - 0} = \frac{(0) - (0) + h(0) - h(0)}{0} = 0$$

$$\frac{h(0) - h(0) + h(0) - h(0)}{0 - 0} = \frac{(0) - (0) + h(0) - h(0)}{0} = 0$$

$$6 \times 6 - 6 \times 6 = 0$$

$$36 - 36 = 0$$



السؤال السادس

$$\frac{\pi c \sqrt{s} + \pi e - \pi a^2}{s - e}$$

$$\frac{\pi c \sqrt{s} + \pi e - \pi a^2}{s - e}$$

$$= \frac{\pi c (\sqrt{s} + 1) (s - 1)}{s - e}$$

$$= \pi c a = (a + e) \times \pi c =$$

السؤال السابع

إذا كان معدل التغير للأمتار هو
عند ما تتغير s من s إلى $s + \Delta s$
يأتي ($6s^2 - 2s^3$) حيث
معدل التغير لا يتغير كثيراً من بعض
القيم $(s - 1)$

$$v(s) = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 55 = h$$

$$v(s) = \frac{6s^2 - 2s^3}{h} = 55$$

$$= \frac{6s^2 - 2s^3}{h} = 55$$

$$v(s) = \frac{6s^2 - 2s^3}{h} = 55$$

البنوب من معدن اسطواني الشكل
يزيد ارتفاعه عن طول نصف قطر
قاعدته بمقدار واحدتين ، شخن
والبنوب بالحجارة فبدأ بالتعدد محافظاً
على شكله ، لم يبد معدل تغير مساحته
الجانبية بالنسبة الى طول نصف
قطر قاعدته عند ما يكون طول
نصف قطر قاعدته a كم .

الحل

م : المساحة الجانبية

ن : نصف قطر قاعدته = s

ع : ارتفاعه = $s + e$

المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times ارتفاعه

$$M(s) = \pi c \sqrt{s} (s + e)$$

$$= \pi c \sqrt{s} (s + e)$$

$$= \pi c \sqrt{s} (s + e)$$

المطلوب

م (6)

$$M(6) = \pi c \sqrt{6} (6 + e) = M(s)$$

$$= \pi c \sqrt{6} (6 + e)$$

$$= \frac{\pi c \sqrt{6} (6 + e) - \pi c \sqrt{6} (6 + e)}{6 - s}$$

السؤال التاسع

السؤال الثامن

ابينة ان معدل تغير حجم الكرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها (عند أي قيمة) يساوي مساحة سطحها

ملعب معدني يتجدد بانتظاماً محافظاً على شكله ما جد معدل تغير حجم الملعب بالنسبة إلى طول ضلعه عند ما يكون طول ضلعه ومعدلي طول

الحل

اكل

حجم الكرة = $\frac{4}{3} \pi r^3$

ع : الحجم س : طول الضلع

مساحة سطحها = $4 \pi r^2$

ع (س) = s^3

نفرنا نصف القطر = س

المطلوب ع (س)

ع (س) = $\frac{4}{3} \pi s^3$

ع (س) = $\frac{s^3 - s^3}{s - s}$

ع (س) : كما ع (س) - ع (س)

= $\frac{4}{3} \pi s^3 - \frac{4}{3} \pi s^3$

= $\frac{(s^3 - s^3)(s + s + s)}{s - s}$

= $\frac{4}{3} \pi s^3$

= $3s^2 = 3 + 3 + 3 = 9$

= $\frac{4}{3} \pi s^3$

= $\frac{4}{3} \pi s^3$

= $\frac{4}{3} \pi s^3$

ع (س) = $4 \pi r^2$

⑤ وزارة (٢٠٠٨) صيف

$$D(x) = \sqrt{x-3} + 1 = D(x)$$
 و $D(x)$ باستد اام التعريف

الحل

$$D(x) = \frac{D(x) - (D(x) - 1)}{x-3}$$

$$D(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1 - (\sqrt{x-3} + 1 - 1)}{x-3}$$

$$= \frac{\sqrt{x-3} + 1 - \sqrt{x-3} + 1}{x-3}$$

$$= \frac{2}{x-3}$$

$$= \frac{2}{x-3}$$

$$= \frac{2}{x-3}$$

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠٠٨) شوية

اذا كان $f(x)$ قابلاً للاشتقاق
 لجميع قيم x وكان $f'(x) = \frac{1}{x^2}$
 اوجد $D(x)$ باستد اام التعريف

الحل

$$D(x) = \frac{D(x) - (D(x) - 1)}{x-3}$$

$$= \frac{D(x) - (D(x) - 1)}{x-3}$$

بإضافة وطرح $D(x)$

$$= \frac{D(x) - (D(x) - 1) + (D(x) - 1) - (D(x) - 1)}{x-3}$$

$$= \frac{D(x) - D(x) + 1 + D(x) - 1 - D(x) + 1}{x-3}$$

$$= \frac{1}{x-3}$$

$$= \frac{1}{x-3}$$

$$= \frac{1}{x-3}$$



$$= \frac{\sqrt{c} + c - \sqrt{c} - c}{c - c} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{\sqrt{c} - c}{c - c} + \frac{c - c}{c - c} = \frac{\sqrt{c} - c}{c - c} + \frac{0}{0}$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{c} - c}{c - c} \times \frac{\sqrt{c} + c}{\sqrt{c} + c} = 1 + \frac{(\sqrt{c} - c)(\sqrt{c} + c)}{c - c}$$

$$= 1 + \frac{c - c^2}{c - c} = 1 + \frac{c(1 - c)}{c(1 - c)} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{1}{2} - 1 = \frac{1 - 2}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

⊙ وزارة (٢٠١٠) متوية

إذا كان حد (س) = $\frac{1}{\sqrt{c} + c}$ + $\frac{1}{\sqrt{c}}$
 حد (١) باستخدام التعريف

$$\text{كل} \quad \text{حد (١)} = \frac{\text{حد (س)} - \text{حد (س)}}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{c} + c} - 1 - \frac{1}{\sqrt{c}}}{1 - 1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{c} + c} - \frac{1}{\sqrt{c}}}{0}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{c} + c} + \frac{1}{\sqrt{c}} - 1}{1 - 1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c} + c}}{0}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{c} + c} + \frac{1}{\sqrt{c}} - 1}{1 - 1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c} + c}}{0}$$

⊙ وزارة (٢٠٠٩) متوية

إذا كان حد (س) = $c + \frac{1}{\sqrt{c}}$

حد (١) باستخدام التعريف

$$\text{كل} \quad \text{حد (١)} = \frac{\text{حد (س)} - \text{حد (س)}}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{c + \frac{1}{\sqrt{c}} - c - \frac{1}{\sqrt{c}}}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{c}}}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{\sqrt{c} - 1}{\sqrt{c} + 1} \times \frac{\sqrt{c} + 1}{\sqrt{c} + 1} = \frac{(\sqrt{c} - 1)(\sqrt{c} + 1)}{c - 1}$$

$$= \frac{1}{c} \times \frac{1}{\sqrt{c} + 1} \times \frac{\sqrt{c} + 1}{\sqrt{c} + 1} = \frac{1}{c(\sqrt{c} + 1)}$$

$$= \frac{1}{c} = \frac{1}{c(\sqrt{c} + 1)}$$

⊙ وزارة (٢٠٠٩) صيف

إذا كان حد (س) = $\frac{1}{\sqrt{c} + c}$ - $\frac{1}{\sqrt{c}}$
 حد (٤) باستخدام التعريف

$$\text{كل} \quad \text{حد (٤)} = \frac{\text{حد (س)} - \text{حد (س)}}{c - c} = \frac{0}{0}$$

وزارة (١١) مستوى

اذا كان $s = 3$ | $s = 3$ | $s = 3$
 فاحس قابلية اشتقاقه $s = 3$
 عند $s = 3$ باستخدام التعريف

الحل

$$\frac{s-3}{s} \quad \frac{s-3}{s} \quad \frac{s-3}{s}$$

$$\left. \begin{array}{l} s < 3 \\ s = 3 \\ s > 3 \end{array} \right\} = (s) \text{ في } s = 3$$

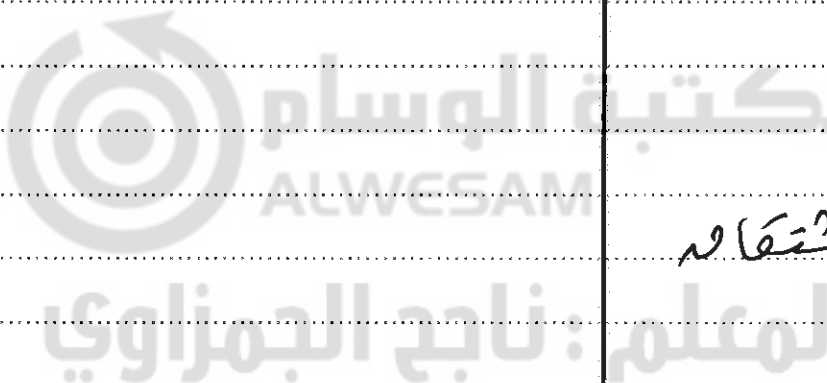
في $s = 3$ عند $s = 3$
 $\frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s}$

$$\frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s}$$

$$\frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s} = \frac{s-3}{s}$$

$$\frac{s-3}{s} \neq \frac{s-3}{s}$$

في $s = 3$ عند $s = 3$
 فاحس قابلية اشتقاقه



٧) وزارة (٠.١١) صيفيه

تابع لكل

اذا كان حداس = $\frac{c}{3-s} + 1$
 حد (١) باستدام التعريف

$$\frac{c}{3-s} + 1 = \frac{c}{3-s} + \frac{1-s}{1-s} = \frac{c + 1-s}{1-s}$$

الحل

حد (١) = $\frac{c + 1-s}{1-s}$

$$= \frac{c}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} = \frac{c}{1-s} + 1$$

$$= \frac{c}{1-s} + 1 = \frac{c}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} = \frac{c + 1-s}{1-s}$$

٦) وزارة (٠.١٠) صيفيه

اذا كان حداس = $\frac{3}{s} + 1$ حد
 حد (١) باستدام التعريف

كوصف مقام

$$= \frac{3}{s} + 1 = \frac{3 + s}{s}$$

$$= \frac{3 + s}{s} = \frac{3 + s}{s} \times \frac{1-s}{1-s} = \frac{(3+s)(1-s)}{s(1-s)}$$

$$= \frac{3 - 3s + s - s^2}{s(1-s)} = \frac{3 - 2s - s^2}{s(1-s)}$$

الحل

حد (١) = $\frac{3}{s} + 1 = \frac{3 + s}{s}$

$$= \frac{3}{s} + 1 = \frac{3}{s} + \frac{s}{s} = \frac{3+s}{s}$$

$$= \frac{3+s}{s} = \frac{3+s}{s} \times \frac{1-s}{1-s} = \frac{(3+s)(1-s)}{s(1-s)}$$

$$= \frac{3 - 3s + s - s^2}{s(1-s)} = \frac{3 - 2s - s^2}{s(1-s)}$$

المعلم: ناجح الجمزاوي

④ وزارة (٢٠١٢) صيف

إذا كان حد (س) = $\sqrt{1+5s} + c$
 حد (س) = $1 - c$ حد (س) باستخدام
 التعريف

اكمل
 حد (س) = $\frac{\text{حد (ع) - حد (س)}}{ع - س}$
 $\frac{1 - c - (\sqrt{1+5s} + c)}{ع - س}$

$\frac{\sqrt{1+5s} - c}{ع - س}$ حد =

$\frac{\sqrt{1+5s} + \sqrt{1+5s} \times \sqrt{1+5s} - \sqrt{1+5s} - \sqrt{1+5s}}{ع - س}$ حد =

$\frac{\sqrt{1+5s} + \sqrt{1+5s}}{ع - س}$ حد =

$\frac{1}{\sqrt{1+5s} + \sqrt{1+5s}} = \frac{1}{2\sqrt{1+5s}}$

① وزارة (٢٠١٣) شتوية

إذا كان حد (س) = $\sqrt{1+3s} + 1$ حد
 حد (س) باستخدام التعريف

اكمل
 حد (س) = $\frac{\text{حد (ع) - حد (س)}}{ع - س}$
 $\frac{1 - (\sqrt{1+3s} + 1)}{ع - س}$

يتبع ← اكمل

⑤ وزارة (٢٠١٤) شتوية

إذا كان حد (س) = $\frac{1}{1+\sqrt{5s}}$ حد
 حد (٩) باستخدام التعريف

اكمل
 حد (٩) = $\frac{\text{حد (س) - حد (٩)}}{س - ٩}$
 $\frac{1 - \frac{1}{1+\sqrt{5s}}}{س - ٩}$

$\frac{1}{1+\sqrt{5s}} - \frac{1}{1+\sqrt{5 \times 9}}$ حد =

$\frac{1}{س - ٩} \times \frac{1 - \sqrt{5s} - 1 + \sqrt{5 \times 9}}{1 - \sqrt{5s} - 1 + \sqrt{5 \times 9}}$ حد =

$\frac{1}{س - ٩} \times \frac{\sqrt{5s} + 3}{\sqrt{5s} + 3} \times \frac{\sqrt{5s} - 3}{\sqrt{5s} - 3}$ حد =

$\frac{1}{س - ٩} \times \frac{1 - 9}{(\sqrt{5s} + 3)(\sqrt{5s} - 3)}$ حد =

$\frac{1 - 9}{(3+3) \times (1+3)}$

$\frac{1 - 9}{1 \times 4} = \frac{1 - 9}{4 \times 4} =$

١٠) وزارة (٢٠١٤) متوية

اذا كان $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$

عبارة (٢٠١٤) باستخدم التعريف

اكل
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$

$\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$

$\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$

$\frac{1}{a+b} \times \frac{3 \times (a-1)}{3 \times (a-1)}$
 $\frac{1}{a+b} \times \frac{3 \times (a-1)}{3 \times (a-1)}$

$\frac{1}{a+b} \times \frac{(a+b)(c+a)}{3 \times (a-1)}$
 $\frac{1}{a+b} \times \frac{(a+b)(c+a)}{3 \times (a-1)}$

$\frac{1}{a+b} = \frac{c-a}{3 \times (a-1)}$
 $\frac{1}{a+b} = \frac{c-a}{3 \times (a-1)}$

$\frac{c^3 - 1}{c-1} =$

$\frac{c^3 - 1}{c-1} =$

$\frac{(c^2 + c + 1)(c-1)}{c-1} =$
 $c^2 + c + 1 =$

١١) وزارة (٢٠١٣) صيفيه

اذا كان $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$ باستخدم التعريف

اكل
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a-1}$

$\frac{c^2 + c - 1}{c-1} =$

$\frac{c^2 + c - 1}{c-1} =$

$\frac{1}{c+1} + c =$

$\frac{1}{c+1} + c =$

$\frac{1}{c+1} + c =$

١٤) وزارة (٢٠١٥) شتوي

١٣) وزارة (٢٠١٤) صيفية

هنا $s = \sqrt{c}$ = هـ (٤) باستخدام التعريف
 هـ (٤) $\sqrt{c} + s = \sqrt{c} + \sqrt{c} = 2\sqrt{c}$

هنا $s = \frac{c}{\sqrt{c}}$ = هـ (١) باستخدام التعريف
 هـ (١) $\frac{c}{\sqrt{c}} + s = \frac{c}{\sqrt{c}} + \frac{c}{\sqrt{c}} = \frac{2c}{\sqrt{c}}$

اكل
 هـ (٤) $\frac{2\sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}} = \frac{2\sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}}$

اكل
 هـ (١) $\frac{2c}{1 + \sqrt{c}} = \frac{2c}{1 + \sqrt{c}}$

هـ $\frac{2\sqrt{c} - \sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}}$

هـ $\frac{2c - c}{1 + \sqrt{c}} = \frac{c}{1 + \sqrt{c}}$

هـ $\frac{\sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}} + \frac{2 - \sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c} + 2 - \sqrt{c}}{2 - \sqrt{c}} = \frac{2}{2 - \sqrt{c}}$

هـ $\frac{c}{1 + \sqrt{c}} + \frac{1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} = \frac{c + 1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}}$

$\frac{2}{2 - \sqrt{c}} \times \frac{2 + \sqrt{c}}{2 + \sqrt{c}} = \frac{2(2 + \sqrt{c})}{4 - c}$

$\frac{c + 1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} \times \frac{1 - \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} = \frac{(c + 1 - \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})}{1 - c}$

$\frac{2(2 + \sqrt{c})}{4 - c} = \frac{2(2 + \sqrt{c})}{4 - c}$

$\frac{(c + 1 - \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})}{1 - c} = \frac{(c + 1 - \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})}{1 - c}$

$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

$\frac{(c + 1 - \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})}{1 - c} = \frac{(c + 1 - \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})}{1 - c}$

١٥) وزارة (٢٠١٥) صيفية

$\frac{c}{1 - \sqrt{c}} + c = \frac{c}{1 - \sqrt{c}} + c$

هنا $s = \sqrt{c+1}$ = هـ (٣) باستخدام التعريف
 هـ (٣) $\sqrt{c+1} + s = \sqrt{c+1} + \sqrt{c+1} = 2\sqrt{c+1}$

$0 = 0$

← يتبع اكل

١٦) وزارة (٢٠١٦) صيف

$$\frac{u-4}{1-3u} = \text{إذا كان } u \text{ (س)}$$

$$\frac{1}{3} \neq u$$

صيغة (س) باستخدام التعريف

$$\frac{\text{اكل} \quad u(ع) - (ع) \quad u}{u - ع} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1-3u} - \frac{ع-4}{1-3ع} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4 + 3u(ع-4) - (ع-4) - 3ع(u-4)}{(1-3u)(1-3ع)} = \frac{u-ع}{u-ع}$$

$$\frac{1}{ع} \times \frac{u-ع}{(1-3u)(1-3ع)} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-ع}{(1-3u)(1-3ع)} =$$

$$\frac{u-ع}{ع(1-3u)} =$$

اكل

$$\frac{u(س) - (س) \quad u}{u - س} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1+5u} - \frac{u-4}{1+5u} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1+5u} - \frac{u-4}{1+5u} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1+5u} - \frac{u-4}{1+5u} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1+5u} - \frac{u-4}{1+5u} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{u-4}{1+5u} - \frac{u-4}{1+5u} = \text{صيغة (س)}$$

$$\frac{11}{ع} = \frac{3+ع+ع}{ع} =$$

وزارة (٢٠١٧) صيف

إذا كان $v(s) = \frac{1}{s}$ فما $v(s)$
 حد $v(s)$ باستخدام تعريف
 المشتقة

الحل

$$v'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(s+h) - v(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s+h} - \frac{1}{s}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s - (s+h)}{(s+h)s}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h(s+h)s}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(s+h)s}$$

متطابقة

$$= \frac{-1}{s(s+s)} = \frac{-1}{s^2 + 2s}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

وزارة (٢٠١٧) شتوي

إذا كان $v(s) = \frac{1}{s}$ فما $v'(s)$

حد $v(s)$ باستخدام تعريف
 المشتقة

الحل

بالإضافة وطرح $v(s)$

$$v'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(s+h) - v(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s+h} - \frac{1}{s}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s - (s+h)}{(s+h)s}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h(s+h)s}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(s+h)s}$$

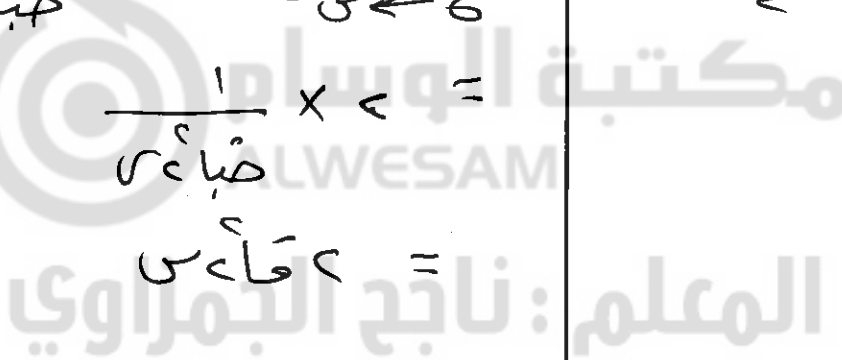
$$= \frac{-1}{s(s+s)} = \frac{-1}{s^2 + 2s}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$

$$= \frac{-1}{s^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}$$



وزارة (٢٠١٨) صيف

$$\frac{1+s^2}{3-\sqrt{e}} = \text{إذا كان } e(s)$$

جد $e(s)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$e(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e(s+h) - e(s)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + (s+h)^2 - (1+s^2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2s+h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + s^2 + 2sh + h^2 - 1 - s^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2sh + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + s^2 + 2sh + h^2 - 1 - s^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2sh + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + (s+h)^2 - (1+s^2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2s+h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + s^2 + 2sh + h^2 - 1 - s^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2sh + h^2}{h}$$

وزارة (٢٠١٨) شتوي

$$\frac{3}{2\sqrt{s}} - s^2 = \text{إذا كان } e(s)$$

جد $e(s)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$e(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e(s+h) - e(s)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{s+h}} - (s+h)^2 - \left(\frac{3}{2\sqrt{s}} - s^2\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{s+h}} - \frac{3}{2\sqrt{s}} - (s+h)^2 + s^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{s+h}} - \frac{3}{2\sqrt{s}} - (s^2 + 2sh + h^2) + s^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{s+h}} - \frac{3}{2\sqrt{s}} - 2sh - h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{s+h}} - \frac{3}{2\sqrt{s}} - 2sh - h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} + s =$$

$$\frac{1}{2\sqrt{s}} + s =$$



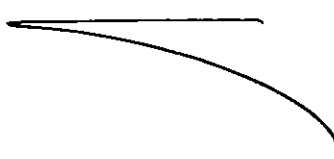
$$\frac{((3-\sqrt{c})+4) \times \sqrt{c} \times (\sqrt{c}-7)}{(3-\sqrt{c})^2 (\sqrt{c}-7)} =$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+4) \times \sqrt{c} \times (\sqrt{c}-7)}{(3-\sqrt{c})^2 (\sqrt{c}-7)} =$$

$$\frac{((3-7)+4) \times 7 \times c}{\Sigma (\sqrt{c}-7) \times 1} =$$

$$\frac{(9+4) \times 1c}{\Sigma 3 \times 11}$$

$$\frac{13c}{22} = \frac{13c}{22} =$$



زيارة (٢٠١٨) صيفي قديم

إذا كان $\Sigma (3-\sqrt{c}) = 0$ إذا كان $\sqrt{c} = 3$ $\Sigma (3-\sqrt{c}) = 0$ إذا كان $\sqrt{c} = 3$ $\Sigma (3-\sqrt{c}) = 0$ إذا كان $\sqrt{c} = 3$

الحل

$$\frac{1}{\Sigma (3-\sqrt{c})} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\Sigma (3-\sqrt{c})} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\Sigma 3} - \frac{1}{\Sigma (3-\sqrt{c})} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{3-\sqrt{c}} \times \frac{\Sigma (3-\sqrt{c}) - 11}{\Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+4)((3-\sqrt{c})-4)}{(3-\sqrt{c})^2 \Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+3)(3-\sqrt{c})-3}{\Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+3)(3-\sqrt{c})-3}{\Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+3)(3-\sqrt{c})-3}{\Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$

$$\frac{((3-\sqrt{c})+3)(3-\sqrt{c})-3}{\Sigma (3-\sqrt{c}) \times 11} = \frac{1}{3-\sqrt{c}}$$



الدرس الثالث

الاتصال والاشتقاق

نظرية : وزارة ٢٠١٦، ٢٠١١، ١٩٤٠٠٣٦ ملاحظات هامة

إذا كان f (د) قابلاً للاشتقاق عند a حتى يكون الاقتران قابل للاشتقاق $f'(a)$ فإنه فصل عند هذه النقطة a f (د) $\rightarrow f'(a)$ $\rightarrow f(a)$

هـ (P) هو هـ \rightarrow فصل عند $s = P$

ليس كل اقتران فصل قابل للاشتقاق (عند النظرية غير صحيح)

المطلوب :-

اثبات ان f (د) فصل عند $s = a$ -
اي اثبات ان $f'(a) = f'(a)$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$

الدهان :

$f'(a) - f'(a) = f'(a) - f'(a)$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$
 $f'(a) = \frac{f'(a) - f'(a)}{s - s}$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$
تأخذ خاصية الطرفين

سؤال على الملاحظة

$f'(a) = a - a$ فصل عند $s = a$
لكنه غير قابل للاشتقاق عند $s = a$

نظرية ٥

إذا كان f (د) غير فصل عند $s = a$ فإنه غير قابل للاشتقاق عند $s = a$

$f'(a) - f'(a) = f'(a) - f'(a)$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$
 $f'(a) = \frac{f'(a) - f'(a)}{s - s}$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$

$f'(a) - f'(a) = f'(a) - f'(a)$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$
 $f'(a) = \frac{f'(a) - f'(a)}{s - s}$ $\rightarrow f(a)$ $\rightarrow f'(a)$

١) f (د) قابل للاشتقاق \rightarrow فصل

٢) f (د) فصل \rightarrow قابل للاشتقاق

٣) f (د) غير قابل للاشتقاق \rightarrow غير فصل

٤) f (د) غير قابل للاشتقاق \rightarrow غير فصل

سؤال 1

إذا كان $v = (1)$ فـ $3 = 2 + 1$ فـ $14 = 11 + 3$
 او بد كذا $(\frac{v}{3} - \frac{3}{1+v})$

$s \leftarrow 1$

الحل

$2 = (1) \leftarrow 14 = (1) \leftarrow v$
 بما أن $v = (1)$ فـ $3 = 2 + 1$ فـ $14 = 11 + 3$
 متصل عند $s = 1$

\leftarrow كذا $v = (1)$
 $s \leftarrow 1$

\leftarrow كذا $v = (1)$
 $s \leftarrow 1$

\leftarrow كذا $(\frac{v}{3} - \frac{3}{1+v})$

$1 = 1 - 2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{1+v} =$

سؤال 2

$s \geq 2$ } $s - 1$
 $s < 2$ } $2 + s - 4$
 = (s)

أيضا قابلية (s) للاشتقاق عند $s = 2$

الحل

كذا $v = (s) = 1 = 2 + 2 \times 2 =$
 $s \leftarrow 2$

كذا $v = (s) = 3 = 1 - 2 =$
 $s \leftarrow 2$

\leftarrow $v = (s)$ غير متصل عند $s = 2$
 \leftarrow $v = (s)$ غير قابل للاشتقاق عند $s = 2$

سؤال 3

إذا كان $v = (3)$ فـ $4 = 3 + 1$ فـ $7 = 3 + 4$
 فاو بد كذا $(2 + (s) - 3)$
 $s \leftarrow 3$

الحل

بما أن $v = (3)$

\leftarrow $v = (3)$ قابل للاشتقاق عند $s = 3$

\leftarrow $v = (3)$ متصل عند $s = 3$ (نظري)

\leftarrow كذا $v = (3) = 4 = 3 + 1$
 $s \leftarrow 3$

كذا $0 = 3 - 4 \times 3 = 3 - 12 =$
 $s \leftarrow 3$

سؤال 4

$s < 1$ } $1 + s + 1$
 $s \geq 1$ } $\frac{2}{1+s}$
 = (s)

باستخدام تعريف اشتقاقه ايضا
 قابلية (s) للاشتقاق عند $s = 1$

الحل

$\frac{1 + s + 1}{1 + s} - \frac{2}{1 + s} = \frac{2 - s - 2}{1 + s} = \frac{-s}{1 + s}$

$s < 1$ } $1 + s + 1$
 $s \geq 1$ } $\frac{2}{1+s}$
 = (s)

الاسئلة
 يجب تبويبها

سؤال ٥
 اذا كان h اقترانا قابلا
 للاشتقاق عند $s = 1$
 وكان كفاه $(h+1) = 0$
 $h \leftarrow$
 هـ $h(1) = 1$

الحل

بما ان h قابل للاشتقاق
 \leftarrow هـ h متصل

$$h(1) = \text{كفاه}(h+1) = 0$$

$h \leftarrow$

$$h(x) = \frac{\text{كفاه}(h+1)}{h} \times h$$

$h \leftarrow$

$$h(1) = 0 \times 1 = 0$$

$$h(1) = \frac{\text{كفاه}(h+1) - h(1)}{h}$$

$h \leftarrow$

$$0 = \frac{\text{كفاه}(h+1) - h(1)}{h}$$

$h \leftarrow$

$$0 =$$

١) نبين اولاً بالارتصال عند $s = 1$

$$c = c + 0 \times 2 = c$$

$h \leftarrow$

$$c = \frac{c}{1+0} = c$$

$h \leftarrow$

$$c = c$$

\leftarrow هـ h متصل عند $s = 1$

٢) نجد مشتقه من اليمين واليسار
 باستخدام تعريف المشتقه

$$h'_+(1) = \frac{\text{كفاه}(s) - h(1)}{s - 1}$$

$h \leftarrow$

$$h'_+(1) = \frac{\text{كفاه}(s+1) - h(1)}{s - 1}$$

$h \leftarrow$

$$h'_+(1) = \frac{\text{كفاه}(s) - h(1)}{s - 1}$$

$h \leftarrow$

$$h'_+(1) = \frac{\text{كفاه}(s+1) - h(1)}{s - 1}$$

$h \leftarrow$

$$h'_+(1) = \frac{\text{كفاه}(s) - h(1)}{s - 1}$$

$h \leftarrow$

$$h'_+(1) \neq h'_-(1)$$

هـ h غير قابل للاشتقاق
 عند $s = 1$

الحل

④ $1 = (1) = 1$

← $\left\{ \begin{array}{l} \text{كفاه (س)} = 1 \\ \text{س} \leftarrow 1 \\ \text{كفاه (س)} = 1 \\ \text{س} \leftarrow 1 \end{array} \right.$

كفاه (س) = (س) = 1
 عند س = 1

⑤ $\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} = 1 - s + s^2 - s^3 + \dots$

كفا $\frac{1-s}{1+s} \times \frac{1+\sqrt{s}}{1+\sqrt{s}} = \frac{1-s}{1+s} \times \frac{1+\sqrt{s}}{1+\sqrt{s}}$

كفا $\frac{1-s}{(1+s)(1+\sqrt{s})} = \frac{1-s}{1+s+\sqrt{s}+s\sqrt{s}}$

⑥ $\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} = 1 + s + s^2 + s^3 + \dots$

كفا $\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} = 1 + s + s^2 + s^3 + \dots$

كفا $\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} = 1 + s + s^2 + s^3 + \dots$

كفا $\frac{1}{1-s} = 0$ موجوده

مسألة ٦

$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 2 \\ \text{س} < 2 \end{array} \right\} = \text{ه (س)}$

اجتبا قابلية الاشتقاق عند $s = 2$

الحل
 نتيجة في الاتصال عند $s = 2$

كفا $2 \times 2 + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4.5$
 س ← 2

كفا $3 = \sqrt{0+4} = \sqrt{4}$
 س ← 2

كفاه (س) غير موجودة
 س ← 2

ه (س) غير متصل عند $s = 2$
 ← ه (س) غير قابل للاشتقاق عند $s = 2$

مسألة ٧

$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 1 \\ \text{س} < 1 \end{array} \right\} = \text{ه (س)}$

اجتبا قابلية الاشتقاق ه (س)
 عند $s = 1$ باستخدام تعريف المشتقة

سؤال ٨

اكتب قابلية الاستقصاء

$$\frac{3 + [s]}{3 + s} = [s] \text{ عند } s = 3$$

عند $s = 3$

الحل

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 0 \\ 3 \\ 3 \\ \hline 6 \\ 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > s \geq 3 \quad \frac{3+s}{3+s} \\ 4 > s \geq 3 \quad \frac{4+s}{3+s} \end{array} \right\} = [s]$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > s \geq 3 \quad \frac{3+0}{3+s} \\ 4 > s \geq 2 \quad \frac{4}{3+s} \end{array} \right\} =$$

نتيجة في الاتصال عند $s = 3$

$$1 = \frac{7}{7} = (3)$$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = \frac{0}{4} \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

غير متصل عند $s = 3$

في (3) غير موجوده
غير قابل للاستقصاء عند $s = 3$

سؤال ٩

إذا كان $f(s) = s^2 + 3s + 1$

اكتب قابلية الاستقصاء لـ $f(s)$
عند $s = 0$

الحل

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 1 \\ - \quad - \quad - \\ \hline 1 \quad 3 \quad 1 \\ + \quad + \quad + \\ \hline 2 \quad 6 \quad 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{عند } (s) = 0 \quad s^2 + 3s + 1 \\ \text{عند } (s) < 0 \quad s^2 + 3s + 1 \end{array} \right\}$$

نتيجة في الاتصال عند $s = 0$
متصل عند $s = 0$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

$s = 0$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 1 \\ - \quad - \quad - \\ \hline 1 \quad 3 \quad 1 \\ + \quad + \quad + \\ \hline 2 \quad 6 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 1 \\ - \quad - \quad - \\ \hline 1 \quad 3 \quad 1 \\ + \quad + \quad + \\ \hline 2 \quad 6 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

صفر

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \\ \text{كفا } (s) = 1 \\ \text{ر } 3 \end{array}$$

تدريبات وتمارين الكتاب

تدريب ⑤ ص ١٠٢

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } c \geq 1 \\ \sqrt{1+c} = c \end{array} \right\} \text{وه (س)} \\ \left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } c < 1 \\ 1 - \sqrt{1-c} = c \end{array} \right\} \text{وه (س)}$$

١) اكتب قابلية ه للاستقاه عند س = ٤
س = ٤

اكل

ب) عند س = ٤ نبحث في الاتصال

$$\begin{aligned} \text{وه (س)} = 3 & \text{ هاه (س)} = 3 \\ \text{س} & \text{ هاه (س)} = \sqrt{3} \\ \text{س} & \text{ هاه (س)} = 3 \end{aligned}$$

ج) ه غير قابل للاستقاه عند س = ٤

د) عند س = ٤
ه متصل لأنه كثير عند س = ٤

$$\text{ها وه (س)} = \frac{\text{ه (س)} - \text{ه (٤)}}{\text{س} - 4} = \frac{\text{ه (س)} - 3}{\text{س} - 4}$$

$$\text{س} = 4 \Rightarrow \frac{10 - 3}{4 - 4} = \frac{7}{0}$$

$$\text{س} = 4 \Rightarrow \frac{17 - 3}{4 - 4} = \frac{14}{0}$$

$$\text{ه (س)} = \frac{\text{ه (س)} - \text{ه (٤)}}{\text{س} - 4} = \frac{\text{ه (س)} - 3}{\text{س} - 4} = 8$$

تدريب ① ص ١١١

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } 1 + \frac{c}{s} \leq 2 \\ \text{وه (س)} = 1 + \frac{c}{s} \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } 1 - \frac{c}{s} > 2 \\ \text{وه (س)} = 1 - \frac{c}{s} \end{array} \right\}$$

١) اكتب في اتصال وه عند س = ٤

اكل

$$\text{وه (س)} = 1 + \frac{c}{s} = 3$$

$$\text{ها وه (س)} = 1 + \frac{c}{s} = 3$$

$$\text{ها وه (س)} = 1 - \frac{c}{s} = 9$$

$$\text{وه (س)} \text{ غير متصل عند س} = 4$$

٢) وه (س) غير موجود

٣) وه (س) غير قابل للاستقاه عند س = ٤ لأنه غير متصل عند س = ٤

تمارين ومسائل

صفحة (١٠٤)

السؤال الأول

احد في ممالحة اشتقاقه كل من
الدفعات التالية عند قيمته
(عزم) س بينه اذا كل منها

Ⓐ $\frac{d}{ds} (s) = \frac{s}{1-s} \quad s=1$

الحل

هـ (س) غير متصل عند $s=1$
لأنه (١) غير معرفه
هـ (١) غير موجوده

صاع (س) = $s - s = 0$
 $\leftarrow s$

متصل عند $s=1$

ع (س) = $\frac{s}{s-1}$

ع (س) = $\frac{s}{s-1}$

ع (س) \neq ع (س)

ع (س) غير قابل للاشتقاق عند
 $s=1$

Ⓒ

Ⓚ ع (س) = $(s-1)$ [س]

$s=1$

ل (س) = $[3 - \sqrt{s}]$ $\frac{1}{4} = s, 1 = s$

$\left. \begin{aligned} s-1 &> 1 > s > 2 \\ (s-1) &> 2 > s > 2 \end{aligned} \right\}$

ع (س) = s^2

صاع (س) = s^2
 $\leftarrow s$

طول الدرجم = $\frac{1}{4}$
 $\left. \begin{aligned} 1 &> \frac{1}{4} > \frac{1}{4} \\ 1 &> \frac{1}{4} > \frac{1}{4} \\ 1 &> \frac{1}{4} > \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} = [3 - \sqrt{s}]$
 \leftarrow يقع لكل

عند $s = \frac{1}{2}$ هـ (س) = ٩
 هـ (س) = $\frac{1}{2}$ هـ (س) - هـ (س) = $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} - 5$

هـ = $\frac{9-9}{\frac{1}{2}-5}$ هـ = ٠

عند $s = 1$ هـ (س) = ١
 هـ (س) = ١ هـ (س) = ١

هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠
 هـ (س) = ٤ هـ (س) = ٤
 هـ (س) = ١ هـ (س) = ١
 هـ (س) = ١ هـ (س) = ١
 هـ (س) = ١ هـ (س) = ١

هـ (س) = ١ هـ (س) = ١
 هـ (س) = ١ هـ (س) = ١

(٥) هـ (س) = ٣
 هـ (س) = ٣
 هـ (س) = ٣

عند $s = 0$ هـ (س) = ٣
 هـ (س) = ٣ هـ (س) = ٣

عند $s = 0$ هـ (س) = ٠
 هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠
 هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠

عند $s = 0$ هـ (س) = ٠
 هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠

هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠
 هـ (س) = ٠ هـ (س) = ٠

عند $s = 3$

هـ (س) = ١٥ = ٣ - ٣ × ٦

هـ (س) = ١٥ = ٣ - ٣ × ٦
 هـ (س) = ١٥ = ٣ - ٣ × ٦

هـ (س) = ١٥ = ٦ + ٣
 هـ (س) = ١٥ = ٦ + ٣

هـ (س) = ٣

هـ (س) = ١٥ = ٣ - ٣ × ٦

هـ (س) = ١ = $\frac{3-3}{3-5}$

هـ (س) = ١٥ = ٣ - ٣ × ٦

هـ (س) = ٦ = $\frac{3-3}{3-5}$

هـ (س) = ٦ = $\frac{3-3}{3-5}$

هـ (س) = ٣ هـ (س) = ٣

$$\begin{aligned}
 & \text{هنا} = \frac{9 - \sqrt{6}}{(4 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{5})} \\
 & \text{هنا} = \frac{1}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} \\
 & \text{هنا} = \frac{1}{(3 + \sqrt{5})^2 (3 - \sqrt{5})} \\
 & \frac{1}{4 + 4\sqrt{5}} = \frac{1}{(3 + \sqrt{5})^2 (3 - \sqrt{5})} \\
 & \frac{1}{4} = \frac{1}{4 + 4\sqrt{5}} = \frac{1}{4(1 + \sqrt{5})} \\
 & \frac{1}{4} = \frac{1}{4(1 + \sqrt{5})} \iff \text{هنا (9)}
 \end{aligned}$$

السؤال الثالث

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} 1 \geq \sqrt{3} \\ 1 < \sqrt{3} \end{array} \right\} \text{هنا (9)} \\
 & \text{افتران قابل للاستقاه عند 9} \\
 & \text{فد قيمة الثابت 9؟} \\
 & \text{قابل للاستقاه عند 9} \\
 & \text{فصل عند 9} \\
 & \text{هنا} = 9 + \sqrt{3} \\
 & 1 = 9 + \sqrt{3} \\
 & 1 = 9
 \end{aligned}$$

السؤال الثاني

$$\left. \begin{array}{l} 9 \neq \sqrt{3} \\ 9 = \sqrt{3} \end{array} \right\} \text{هنا (9)}$$

هنا (9) إن وجدت

اكل

نبحث في اتصاله عند 9

هنا (9) = 7

$$\text{هنا} = \frac{9 - \sqrt{3}}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \frac{9 - \sqrt{3}}{3 - 5} = \frac{9 - \sqrt{3}}{-2}$$

$$7 = 3 + 3 = 3 + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6$$

فصل عند 9

$$\text{هنا (9)} = \frac{9 - \sqrt{3} - (9 - \sqrt{3})}{9 - \sqrt{3}} = \frac{0}{9 - \sqrt{3}} = 0$$

$$\frac{7}{1} - \frac{9 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{7(3 - \sqrt{5}) - (9 - \sqrt{3})}{3 - \sqrt{5}} = \frac{21 - 7\sqrt{5} - 9 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{12 - 7\sqrt{5} + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}}$$

السؤال الرابع ص 104

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - \text{ع} = \text{س} \\ \text{س} - \text{ع} = \text{س} \end{array} \right\} = \text{س} - \text{ع}$$

احبب في عالمنا الحديث الذقون والاشهاده على مجاله، والذق فاحده (س)

① س - د - ا

$$\frac{\text{س} - \text{ع} + \text{س} + \text{س}}{\text{س} - \text{ع}} = \text{س} - \text{ع}$$

$$= \frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

② ا - ل - س - د - ا

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = \text{س} - \text{ع}$$

$$= \frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$= \frac{\text{س} - \text{ع} + \text{س} + \text{س}}{\text{س} - \text{ع}} = \text{س} - \text{ع}$$

③ س - ك - ا

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = \text{س} - \text{ع}$$

$$= \frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

عند س = ا

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

فصل كس

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

عند س = ا

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

$$\frac{\text{س} - \text{ع}}{\text{س} - \text{ع}} = 1$$

السؤال الخامس

$$\left. \begin{aligned} \text{س} - \text{س} &= \text{س} \\ \text{س} - \text{س} &= \text{س} \end{aligned} \right\} = \text{س} \text{ (س)}$$

اجبت في ما يليه الأقران في الاستقاه عند س = 2

اكل

بفتح في الاتصال عند س = 2

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

متصل عند س = 2

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

س ← 2

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} \neq \text{س} - \text{س}$$

غير قابل للاستقاه عند س = 2

السؤال السادس

$$\left. \begin{aligned} \text{س} &\geq \text{س} \\ \text{س} &\leq \text{س} \end{aligned} \right\} = \text{س} \text{ (س)}$$

اجبت في ما يليه الأقران في الاستقاه على مجاله والتب فاده و (س)

اكل

① س > س متصل
$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

② (س) < س د س د س

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

$$\text{س} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \text{س}$$

تابع حل السؤال 1 من

② $s < 4$ قاعدة $s = 0$

هنا $\frac{1}{s-0} - \frac{1}{4-0}$
 $\leftarrow s$ $s - 4$

هنا $\frac{1}{s} \times \frac{s}{(s-0)(4-s)}$
 $\leftarrow s$

هنا $\frac{1}{s} \times \frac{(s-4)}{(s-0)(4-s)}$
 $\leftarrow s$

$0 \neq s \quad \frac{1}{(s-0)}$

③

عند $s = 0$

هنا $s = 0$

هنا $s = 0$ ، هنا $s = 0$

$0 = 0$

عند فصل عند $s = 0$

هنا $s = 0$ غير موجودة

④ عند $s = 4$

هنا $s = 4$ $\frac{1}{4-0} = 1$

هنا $s = 4$ $\frac{1}{4-0} = 1$

هنا $s = 4$ $4 - 0 = 4$

مصل عنه $s = 4$

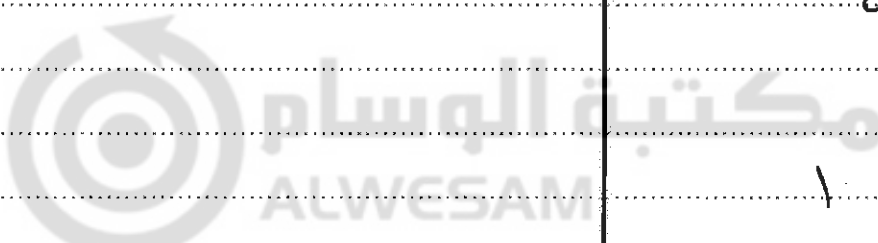
$1 + = \frac{1+}{1} = \frac{1+}{(4-0)} = (4)$

هنا $s = 4$

هنا $s = 4$ غير موجودة

هنا $s = 4$ $\frac{1}{(s-0)}$

هنا $s = 4$ $\frac{1}{(s-0)}$
 هنا $s = 4$ $\frac{1}{(s-0)}$
 هنا $s = 4$ $\frac{1}{(s-0)}$



السؤال السابع

$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s < 2 \\ 2 \leq s < 3 \\ 3 \leq s < 4 \end{array} \right\} \text{وهذا هو (س)}$
 أيّ حيزٍ قابليةٍ من الأشتقاقه
 على مجال \mathbb{R} وأكتب قاعدةً (س)

$$[s] = \begin{array}{c} 1 \\ | \\ \hline 2 \\ | \\ 3 \\ | \\ 4 \end{array}$$

$$1-s \quad 2-s \quad 3-s$$

$$\begin{array}{c} | \quad | \quad | \\ \hline 1 \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s < 2 \\ 2 \leq s < 3 \\ 3 \leq s < 4 \end{array} \right\} \text{وهذا هو (س)}$

⑥ (س) =

$$\text{قاعدة (س)} = \frac{1-s}{s} = \frac{1}{s} - 1$$

عند $s = 1$

⑦ (س) =

$$\text{قاعدة (س)} = \frac{2-s}{s} = \frac{2}{s} - 1$$

عند $s = 2$

$$\frac{3-s}{s} = \frac{3}{s} - 1$$

عند $s = 3$

$$1 = \frac{1-s}{s} = \frac{1-s}{s}$$

عند $s = 1$

③ (س) =

$$\text{قاعدة (س)} = \frac{2-s}{s} = \frac{2-s}{s}$$

عند $s = 2$

④ (س) =

$$\text{قاعدة (س)} = \frac{3-s}{s} = \frac{3-s}{s}$$

عند $s = 3$

قاعدة (س) =

$$\frac{4-s}{s} = \frac{4-s}{s}$$

عند $s = 4$

قاعدة (س) =

$$\frac{5-s}{s} = \frac{5-s}{s}$$

عند $s = 5$

⑤ (س) =

$$\text{قاعدة (س)} = \frac{6-s}{s} = \frac{6-s}{s}$$

عند $s = 6$

قاعدة (س) =

$$\frac{7-s}{s} = \frac{7-s}{s}$$

عند $s = 7$

قاعدة (س) =

$$\frac{8-s}{s} = \frac{8-s}{s}$$

عند $s = 8$

$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s < 2 \\ 2 \leq s < 3 \\ 3 \leq s < 4 \end{array} \right\} \text{وهذا هو (س)}$
 عند $s = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

السئلة الوزرة

وزارة (٢٠١٠)

إذا كان f و g دالتين قابلتين للاشتقاق عند a
 $f(a) = 3$ و $g(a) = 4$ وكانت
 كمال f و g عند $a = 2$ فما هي قيمة $f'(a)$ ؟
 $g'(a) = 5$

الحل

وه قابل للاشتقاق عند $a = 2$
 f و g متصل عند $a = 2$
 وبما أن $f(a) = 3$ فإن
 $f(2) = 3$
 $g'(a) = 5$
 $f'(a) = 3$
 $g'(a) = 5$
 $f'(a) = 3$
 $g'(a) = 5$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

إذا كان f و g دالتين قابلتين للاشتقاق عند a
 $f(a) = 3$ و $g(a) = 4$ وكانت
 f و g متصلتين عند $a = 2$
 $f'(a) = 3$ و $g'(a) = 5$
 فما هي قيمة $f'(a)$ ؟

الحل

$$\frac{f(a) - f(2)}{a - 2} = \frac{3 - 3}{a - 2} = 0$$

$$\frac{g(a) - g(2)}{a - 2} = \frac{4 - 4}{a - 2} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} f'(a) = 3 \\ g'(a) = 5 \end{aligned} \right\} \text{وه (د) =}$$

ثبت اتصال f و g عند $a = 2$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

$$f(2) = 3 = f(a) = f(2)$$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

اذا كانت $\frac{1}{x} = \frac{c}{s-4}$

وهذا $\frac{1}{x} = \frac{c}{s-4}$ ما وجد

هنا $\frac{s-4}{s-4} = \frac{c}{s-4}$

$\frac{s-4}{s-4} = \frac{c}{s-4}$

الحل

بإضافة وطرح (٢)

$\frac{s-4}{s-4} + \frac{s-4}{s-4} = \frac{c}{s-4} + \frac{c}{s-4}$

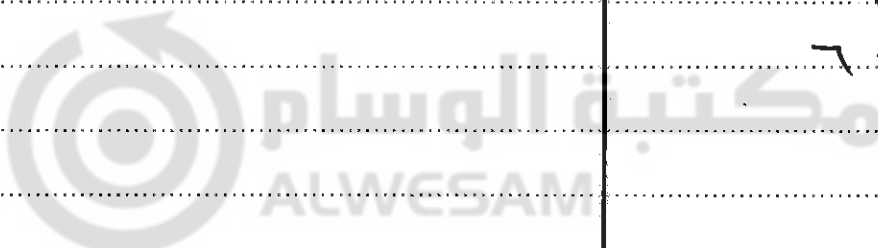
$\frac{s-4}{s-4} + \frac{1}{x} = \frac{c}{s-4} + \frac{1}{x}$

$\frac{s-4}{s-4} + \frac{1}{x} = \frac{c}{s-4} + \frac{1}{x}$

$\frac{s-4}{s-4} + \frac{1}{x} = \frac{c}{s-4} + \frac{1}{x}$

$\frac{s-4}{s-4} + \frac{1}{x} = \frac{c}{s-4} + \frac{1}{x}$

$\frac{s-4}{s-4} + \frac{1}{x} = \frac{c}{s-4} + \frac{1}{x}$



ورقة عمل تعريف المشتقة

① إذا كان التغير في الأقران (Δs) $\left. \begin{array}{l} \text{و } \Delta s = s_2 + s_1 \\ \text{أو } \Delta s = s_2 - s_1 \end{array} \right\} \text{هـ (اس)}$

② إذا كان متوسط التغير في الأقران (Δs) يساوي $(s_2 + s_1) - s_1$ حيث $h = \Delta s$ أو $h = (s_2) - s_1$ ؟

③ إذا كان (Δs) اقتربنا فأبداً للأستقامة عند s فثبت أن

④ إذا كان (Δs) اقتربنا فأبداً للأستقامة عند s فثبت أن

$$\frac{h_2 + h_1}{s} = \frac{h_2}{s} + \frac{h_1}{s}$$

وكانت $h = (s_2) - (s_1)$ أو $h = s_2 - s_1$

⑤ إذا كان (Δs) اقتربنا فأبداً للأستقامة عند s فثبت أن

$$\frac{h_2 + h_1}{s} = \frac{h_2}{s} + \frac{h_1}{s}$$

وكانت $h = (s_2) - (s_1)$ أو $h = s_2 - s_1$

⑥ إذا كانت (Δs) $\frac{1}{s_2 + s_1} \neq \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1}$ وكانت $h = (s_2) - (s_1)$ أو $h = s_2 - s_1$

⑦ $(\Delta s) = \text{قتاس } h$
و (Δs) باستخدام تعريف المشتقة

١٥) اذا كان $f(x) = x^2 - 7x + 10$ اوجد $f'(x)$ باستخدام التعريف

١٠) اذا كان $f(x) = x^2 + 3x - 5$ و $f'(x) = 2x + 3$ وكان $f(1) = 1$ أثبت أن $f'(1) = 2$ باستخدام تعريف المشتقة

١٦) اذا كان $f(x) = \frac{1}{x}$ اوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

١١) اذا كان $f(x) = x^2 - 2x + 1$ فبين ان $f'(1) = 0$ عند $x=1$

١٧) اذا كان $f(x) = \sqrt{x}$
 ١. بين ان $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ متصل عند $x=0$
 ٢. استخدم تعريف المشتقة لإثبات ان $f'(x)$ غير قابل للاشتقاق عند $x=0$

١٢) ليكن $f(x) = x^2 + 1$ حيث $x \in]0, \infty[$ احب قابلية الأعداد x للاشتقاق عند $x = \pi$ باستخدام تعريف المشتقة

١٨) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x > 1 \\ x^2 + 1 & x < 1 \end{cases}$ و $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$
 وكان $f'(1) = 2$ فاحب قابلية $f(x)$ للاشتقاق عند $x=1$

١٣) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ x^2 + 3 & x < 1 \end{cases}$ وكان $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ فاحب قابلية $f(x)$ للاشتقاق عند $x=1$

١٩) اذا كان $f(x) = x^2 - 6x + 10$ فاحب $f'(x)$ عند $x=1$

١٤) اذا كان $f(x) = x^2 - 4x + 4$ فاحب $f'(x)$ عند $x=2$

(٤٤) ابيت ان

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{(x-a)^2 + o(x-a)^2}{(x-a)^2} \rightarrow 1$$

(٤٤) اذا كان $f(x) = x^2 - 1$ متصلًا على \mathbb{R} فجد جميع قيم x التي لا يكون عندها الاقتران $f'(x) = 2x$ قابلاً للاشتقاق في $x=0$ السبب؟

(٤٥) اذا كان $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{x^3 - 3x^2 + 1 - (1 - 6(x-1) + 3(x-1)^2)}{(x-1)^2} \rightarrow 3$$

(٤٥) اذا كانت $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x$

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - (1 - 8(x-1) + 12(x-1)^2)}{(x-1)^2} = \frac{\pi}{3}$$

(٤٦) اذا كان $f(x) = x^3 - 7x^2 + 6x$ فجد

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{x^3 - 7x^2 + 6x - (1 - 14(x-1) + 21(x-1)^2)}{(x-1)^2} \rightarrow 6$$

(٤٦) اذا كان $f(x) = x^3 - 7x^2 + 6x$

جد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (مساعدة تعريف $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$)

(٤٧) اذا كانت $f(x) = x^3 - 8x^2 + 12x - 5$

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{x^3 - 8x^2 + 12x - 5 - (1 - 16(x-1) + 24(x-1)^2)}{(x-1)^2} \rightarrow 6$$

(٤٧) اذا كانت $f(x) = x^3 - 8x^2 + 12x - 5$

اوجد $f'(1)$ باستخدام التعريف اذا كانت $f'(1) = 6$ و $f(1) = 1$

(٤٧) اذا كانت $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 5$

$$\frac{f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)}{(x-a)^2} = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x + 5 - (1 + 6(x-1) + 5(x-1)^2)}{(x-1)^2} \rightarrow 6$$

(٤٧) اذا كان

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 5$ و كانت $f'(1) = 6$ و $f(1) = 1$ اوجد $f''(1)$ من

(٣١) استخدم تعريف المشتقة لإثبات
لايجاد مشتقة $\frac{1}{x}$ عند النقطة $x=5$

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad f(5) = \frac{1}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad f(5+h) = \frac{1}{5+h}$$

$$\textcircled{3} \quad f(5) - f(5+h) = \frac{1}{5} - \frac{1}{5+h}$$

$$\textcircled{4} \quad = \frac{5+h - 5}{5(5+h)} = \frac{h}{5(5+h)}$$

$$\textcircled{5} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{5(5+h)} = \frac{0}{5(5+0)} = 0$$

$$\textcircled{6} \quad f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = 0$$

$$\textcircled{7} \quad f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{5(5+h)} = \frac{1}{5(5+0)} = \frac{1}{25}$$

(٣٢)

إذا كانت $f(x) = 6x^3 - 5x^2 + 3x - 7$

فأوجد $f'(5)$

$f'(5) = 3$

(٣٣)

إذا كانت $f(x) = 8x^3 - 5x^2 + 3x - 7$
ما $f'(5)$

$f'(5) = 8(3) - 5(2) + 3 = 24 - 10 + 3 = 17$

$f'(5) = 17$

$f'(5) = 8(3) - 5(2) + 3 = 24 - 10 + 3 = 17$

$f'(5) = 17$

$f'(5) = 8(3) - 5(2) + 3 = 24 - 10 + 3 = 17$

$f'(5) = 17$

$f'(5) = 8(3) - 5(2) + 3 = 24 - 10 + 3 = 17$

$f'(5) = 17$

$f'(5) = 8(3) - 5(2) + 3 = 24 - 10 + 3 = 17$

$f'(5) = 17$

حلول ورقة عمل تعريف المشتقة

③
$$f'(x) = (x^2 + 3x + 2)' = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

④
$$f'(x) = (x^2 - 3x)' = 2x - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

①
$$f'(x) = (x^2)' = 2x$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x) = 2x$$

⑤
$$f'(x) = (x^2 + 3x)' = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

= - نظائس قتا س

$$\frac{2}{3-s} = \frac{2}{3-s} + \frac{(1-s) - (1-s)}{3-s} = \frac{2}{3-s} + \frac{1-s}{3-s} - \frac{1-s}{3-s}$$

① $\frac{1}{1-s} = [s]$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{1-s} &= \frac{1}{1-s} \\ \frac{1}{1-s} &= \frac{1}{1-s} \end{aligned} \right\} \text{نظائس قتا س}$$

$$\begin{aligned} 2 &= 2(1-s) + (1-s) \\ 2 &= 2 - 2s + 1 - s \\ 2 &= 3 - 3s \end{aligned}$$

نبتة اتصال عند س = 1
 (1) = صفر
 صاه (1) = صفر
 صاه (1) = صفر
 صاه (1) = صفر
 متصل

⑤ $\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{(1-s) - (1-s)}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s} + \frac{1-s}{1-s} - \frac{1-s}{1-s}$$

٧

$$\frac{\frac{f'(a)}{g} - \frac{f(a)}{g}}{g \leftarrow f - g}$$

$$= \frac{f'(a)g - f(a)}{g \times g \leftarrow f - g}$$

باضافة وطرح $f(a)$

$$= \frac{f'(a)g - f(a) + f(a) - f(a)}{g \leftarrow f - g}$$

$$= \frac{1}{g} \left(\frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f} + \frac{f(a)}{g \leftarrow f} \right)$$

$$\frac{1}{g} (f'(a) + \frac{f(a)}{g \leftarrow f})$$

$$= \frac{f'(a)}{g} + \frac{f(a)}{g \leftarrow f}$$

$$= \frac{f'(a)}{g} + \frac{f(a)}{g}$$

٨

$$\left. \begin{array}{l} \frac{f'(a)}{g} - \frac{f(a)}{g} \\ \frac{f'(a)}{g} - \frac{f(a)}{g} \end{array} \right\} = f'(a)$$

$$\frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{f'(a)}{g} - \frac{f(a)}{g} \\ \frac{f'(a)}{g} - \frac{f(a)}{g} \end{array} \right\} = f'(a)$$

$$\frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f} = f'(a)$$

$$\frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f} = f'(a)$$

$$= \frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f}$$

$$= \frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f}$$

$$= \frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f}$$

$$= \frac{f'(a)g - f(a)}{g \leftarrow f}$$

9

$$\text{فد (1)} = \frac{\text{فد (س)} - \text{فد (1)}}{1 - س}$$

$$\text{فد} = \frac{1}{س + 3} - \frac{1}{س + 3}$$

$$\frac{1}{1 - س} \times \frac{س + 3 - س + 3}{(س + 3)(س + 3)}$$

$$\frac{1}{1 - س} \times \frac{6}{(س + 3)(س + 3)}$$

$$2 = \frac{6}{(س + 3)(س + 3)}$$

$$2(س + 3)(س + 3) = 6$$

$$2س^2 + 12س + 18 = 6$$

$$2س^2 + 12س + 12 = 0$$

$$2(س + 3)(س + 3) = 0$$

$$س + 3 = 0 \Rightarrow س = -3$$



5 < س < 1

$$\text{فد (س)} = \frac{\text{فد (ع)} - \text{فد (س)}}{س - ع}$$

$$\text{فد} = \frac{3 - س + ع - س}{س - ع}$$

$$1 = \frac{س - ع}{س - ع}$$

3 عند س = 1
نبتتي الاتصال

$$2 = 3 + 1 - 3 = 1$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{3 - 1} = 2$$

فصل

$$\frac{1}{1 - س} = \frac{1}{1 - س} + \frac{1}{1 - س}$$

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1 - س}$$

$$\frac{1}{1 - س} = \frac{1}{س - 3} + \frac{1}{س - 3}$$

السؤال العاشر (10)

$$\frac{f'(x) = (x^2 + 5x - 6)' = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

السؤال الحادي عشر (11)

$$f(x) = x^2 + 5x - 6$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= x^2 + 5x - 6 \\ f'(x) &= 2x + 5 \end{aligned} \right\}$$

$$f'(x) = 2x + 5$$

$$f(x) = x^2 + 5x - 6$$

مفصل عند

$$f(x) = x^2 + 5x - 6$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

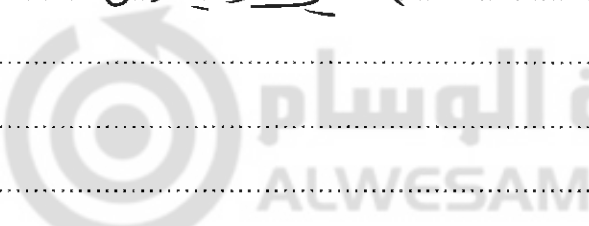
$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

$$\frac{f'(x) = 2x + 5}{f(x) = x^2 + 5x - 6}$$

فد (0) غير موجودة



المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال ١٦

$$f(s) = s | \cos s |$$

$$s \in]\pi, 6.0[$$

$$| \cos s | = \sqrt{\pi^2 - s^2}$$

$$f(s) = s \sqrt{\pi^2 - s^2}$$

$$f'(s) = \begin{cases} s \cos s \geq 0 & \pi \geq s \geq 0 \\ -s \cos s > 0 & \pi < s < \pi \end{cases}$$

$$f(\pi) = \text{صفر}$$

$$f'(s) = \text{صفر}$$

$$s \leftarrow \pi$$

$$f(s) = \text{صفر}$$

$$s \leftarrow \pi$$

معدل عند $s = \pi$

$$f''(\pi) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s} \Big|_{s=\pi} = \frac{1 - \pi \cos \pi}{\pi - \pi} = \frac{1 + \pi}{0}$$

$$f(\pi + \epsilon) = s \sqrt{\pi^2 - s^2}$$

$$s \leftarrow \pi$$

$$f(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s} \Big|_{s=\pi}$$

$$f(s) = \frac{(1 - s \cos s)(\pi + s)}{\pi - s}$$

$$f(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s}$$

$$f'(s) = \frac{1 - \pi \cos s}{\pi - s}$$

$$f''(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s}$$

$$f(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s}$$

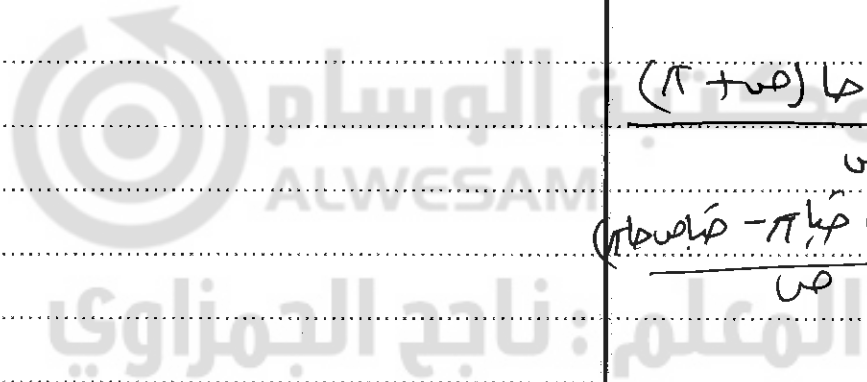
$$f(\pi + \epsilon) = s \sqrt{\pi^2 - s^2}$$

$$f(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s}$$

$$f(s) = \frac{1 - s \cos s}{\pi - s}$$

$$f''(\pi) \neq f''(\pi)$$

ف $f''(\pi)$ غير معرفة



السؤال (13)

$$\frac{صا س هـ (س) - صا س هـ (س) + صا س هـ (س) - ع}{1 - س}$$

$$صا س هـ (س) = \frac{صا س هـ (س) (س - 1) + صا س هـ (س) (س - 1)}{1 - س}$$

$$\begin{aligned} صا س هـ (1) + صا س هـ (1) \times (س + 1) &= \\ صا س هـ (1) + صا س هـ (1) \times (س + 1) &= \\ 1 + 1 + 1 + 1 &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - (س + 1) + (س + 1) - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (س) + صا س هـ (س) - صا س هـ (س) + صا س هـ (س)}{1 - س}$$

$$\left. \begin{aligned} صا س هـ (س) + صا س هـ (س) \\ صا س هـ (س) + صا س هـ (س) \end{aligned} \right\}$$

$$صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1$$

$$صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1$$

$$صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1$$

$$صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

$$\frac{صا س هـ (1) = صا س هـ (1) + صا س هـ (1) - 1 + 1 - 1}{1 - س}$$

السؤال ١٤

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{h}$$

إضافة وطرح $h(4)$

$$\frac{h(50+4) - (h(52-4) + h(4))}{h}$$

$$\frac{50h - 52h + 4h + 4h}{h}$$

$$\frac{0}{h} = 0$$

$$\frac{h(50+4) - (h(52-4) + h(4))}{h}$$

$$\frac{50h - 52h + 4h + 4h}{h}$$

$$\frac{0}{h} = 0$$

$$50h - 52h + 4h + 4h = 0$$

$$740 - 740 = 0$$

$$0 = 0$$

السؤال ١٥

$$h(s) = s\sqrt{s} - \sqrt{s}$$

$$\frac{h(8) - h(5)}{8 - 5}$$

$$\frac{8\sqrt{8} - 5\sqrt{5} - (\sqrt{8} - \sqrt{5})}{3}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

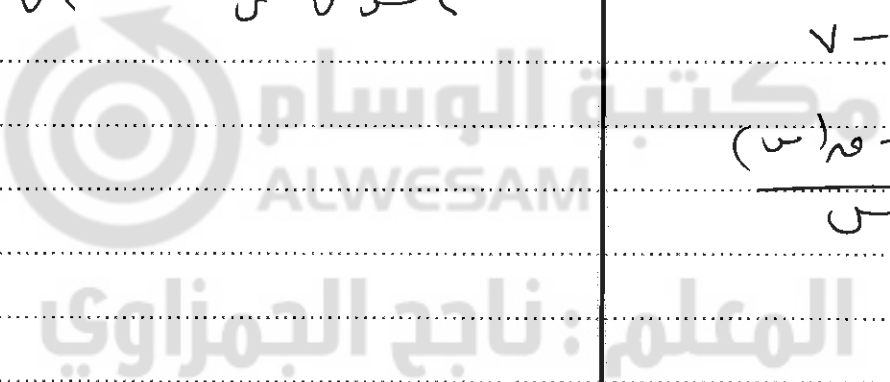
$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$

$$\frac{h(50+4) - h(52-4)}{50 - 52}$$



السؤال ١٧

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \text{هو (س)}$$

$$\text{عد (ا)} = \dots$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \text{صفر متصل}$$

$$\frac{\text{عد (ا)}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

عد (ا) غير موجوده

السؤال ١٨

$$\left. \begin{array}{l} 1-2 \text{ س} \\ 1-3 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{لا (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1-2 \text{ س} \\ 1-3 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{لا (س)}$$

السؤال ١٦

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \text{عد (س)}$$

$$\frac{\text{عد (س)}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

إضافة وطرح ع حاع

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ها}}{\text{س}} = \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} - \frac{\text{ها}}{\text{س}} + \frac{\text{ها}}{\text{س}}$$

$$\frac{(v - \sqrt{v^2 - 4}) - \text{هنا} =}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$\frac{(1 + \sqrt{v^2 - 4}) - \text{هنا} =}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$\frac{(v - 1 - \sqrt{v^2 - 4}) -}{1 + \sqrt{v^2 - 4}} =$$

$$\frac{(1 -) \neq (1 -)}{+}$$

هنا (1 -) غير موجود

هنا (1 -) غير قابل للاشتقاق عندنا

السؤال (19)

$$\frac{1 - \sqrt{v^2 - 4} + \sqrt{v^2 - 4} - 1}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$\frac{(1 -) \neq (1 -)}{+}$$

$$\frac{(1 -) \neq (1 -)}{+}$$

صحيح التي يكون عنها
هنا غير قابل للاشتقاق

{ - 2 2 }

نريد انصل الى (1 -) عند v = 1

$$c + 1 - \sqrt{c^2 - 1} = (1 -)$$

$$1 = c + c - 1 =$$

$$c + 1 - \sqrt{c^2 - 1} = (1 -)$$

$$c + c - 1 = 1 -$$

$$1 =$$

$$1 + 1 - \sqrt{1^2 - 1} = (1 -)$$

$$1 + 1 - 0 = 1 -$$

$$1 =$$

انصل عند v = 1

$$\frac{1 - \sqrt{v^2 - 4} + \sqrt{v^2 - 4} - 1}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$1 + \sqrt{v^2 - 4}$$

$$\frac{1 + \sqrt{v^2 - 4} + \sqrt{v^2 - 4} - 1}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$1 + \sqrt{v^2 - 4}$$

$$\frac{(1 + \sqrt{v^2 - 4}) (1 + \sqrt{v^2 - 4})}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$1 + \sqrt{v^2 - 4}$$

$$\frac{1 + \sqrt{v^2 - 4} + \sqrt{v^2 - 4} - 1}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$1 + \sqrt{v^2 - 4}$$

$$\frac{1 - \sqrt{v^2 - 4} + \sqrt{v^2 - 4} - 1}{1 + \sqrt{v^2 - 4}}$$

$$1 + \sqrt{v^2 - 4}$$

السؤال (٤٦)

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

السؤال (٤٧)

$$\frac{1-x}{1-x} = \frac{(1-x)}{(1-x)}$$

$$= \frac{(1-x)}{(1-x)}$$

$$= 1$$

$$\frac{1-x}{1-x} = \frac{(1-x)}{(1-x)}$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0}$$

السؤال (٤٨)

$$\frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)}$$

$$\frac{d}{dx} (5P - 3) = \frac{d}{dx} (5P + 3) - \frac{d}{dx} (3)$$

$5P - 3 = 0$ $\frac{9}{P} = 0$	$\frac{9}{P} = 0$ $9 = 0 \cdot P$ $9 = 0$
$\frac{d}{dx} (5P - 3) = \frac{d}{dx} (5P + 3) - \frac{d}{dx} (3)$	$\frac{d}{dx} (5P - 3) = \frac{d}{dx} (5P + 3) - \frac{d}{dx} (3)$
$5 \frac{dP}{dx} - 0 = 5 \frac{dP}{dx} + 0 - 0$	$5 \frac{dP}{dx} = 5 \frac{dP}{dx}$

$$\frac{d}{dx} (3) = \frac{d}{dx} (3) - \frac{d}{dx} (3)$$

$$\frac{d}{dx} (3) = \frac{d}{dx} (3) - \frac{d}{dx} (3)$$

$$3 \times 4 - 7 \times 7 = \frac{3}{2} - 37 = \frac{14}{2} = \frac{3}{2} - 37 = \frac{14}{2}$$

$$P + P = 2P$$

$$P = P$$

السؤال ٢٣

بالنسبة لـ $y = (x+3) - (x-3)$ من واقع نظرية التفاضل

$$\frac{d}{dx} (x+3) - \frac{d}{dx} (x-3) = \frac{d}{dx} (x+3) - \frac{d}{dx} (x-3)$$

$$1 - 1 = 0$$

السؤال ٢٥

$$\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = \frac{d}{dx} (x^2) - \frac{d}{dx} (1)$$

بالضرب و طرح $(x^2 - 1)$

$$\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = \frac{d}{dx} (x^2) - \frac{d}{dx} (1)$$

$$\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = \frac{d}{dx} (x^2) - \frac{d}{dx} (1)$$

$$\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = \frac{d}{dx} (x^2) - \frac{d}{dx} (1)$$

$$2x - 0 = 2x$$

$$2x = 2x$$

السؤال ٢٤

$$\frac{d}{dx} (5P - 3) = \frac{d}{dx} (5P + 3) - \frac{d}{dx} (3)$$

بالضرب و طرح $(5P - 3)$

السؤال ٥٦

$$\textcircled{1} \text{ فضا } (2) = \frac{1}{3+5} \times \frac{(2-1) - (2-1)}{2-1}$$

٢ ← ٥

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times (2) =$$

$$\textcircled{2} \text{ فضا } (2) = \frac{(2-1) - (2-1)}{(2+1) - (2-1)}$$

٢ ← ٥

$$\frac{1}{5} = 1 \times \frac{1}{(2)} =$$

السؤال ٥٧

$$\text{فوا } (3) = \frac{\text{فوا } (2) - \text{فوا } (1)}{3-2}$$

٣ ← ٥

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

٣ ← ٥

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

٣ ← ٥

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

$$\text{فوا } (3) = \frac{2P - 2E + 2P - 2E + 2P - 2E}{3-2}$$

السؤال ٥٨

بما أن (3) موجودة فيكون
فوا (3) وقصلاً عند $3 =$

$$\leftarrow \text{فوا } (3) = \frac{\text{فوا } (2) - \text{فوا } (1)}{3-2} = 1$$

٣ ← ٥

$$\text{فوا } (3) = \frac{\text{فوا } (2) - \text{فوا } (1)}{3-2}$$

٣ ← ٥

$$2 \times 7 - 1 \times 6 = 14 - 6 = 8$$

$$2 \times 8 - 1 \times 7 = 16 - 7 = 9$$



السؤال ٢٩

$\lambda = (3) \text{ ص } =$

① $\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

$\lambda = (3) \text{ ص } =$

② $\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

$\frac{9}{5} = \text{ص } \leftarrow \text{ص } 0 = 9$

$\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

$\frac{9}{5} \leftarrow$

$1 = \frac{9}{5} \times \frac{5}{5} = (3) \text{ ص } \frac{9}{5} =$

③ $\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

$\frac{9}{5} = \text{ص } \leftarrow \text{ص } 9 = 9$

$\frac{9}{5} \leftarrow$

$\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

$\frac{9}{5} \times 5$

$(3) \text{ ص } - \frac{9}{5} =$

$\frac{17}{5} = \lambda \times \frac{9}{5} =$

④ $\frac{\text{ص } 5}{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)} \leftarrow$

$\frac{1}{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)} \leftarrow$

$\frac{5}{\lambda} = \frac{1}{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)} \times 5 =$

⑤ $\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3) - (\text{ص } 5 - \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} \leftarrow$

بإضافة وطرح (ص) 5

$\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3) + (\text{ص } 5) - (\text{ص } 3)}{\text{ص } 5} =$

$\frac{3 - 5 - 3 + 5}{5} = \frac{0}{5} = 0$

$3 - 5 = -2$

$-3 + 5 = 2$

$\frac{\text{ص } (3) - (\text{ص } 5 + \text{ص } 3)}{\text{ص } 5} =$

$\frac{0}{5} =$

$(3) \text{ ص } =$

$(3) \text{ ص } = (3) \text{ ص } + (3) \text{ ص } =$

$17 = \lambda \times 5 =$

$$ع = \frac{ع + \sqrt{ع+5} + (\sqrt{ع+5})^2}{1-ع} = \frac{ع + \sqrt{ع+5} + (ع+5)}{1-ع}$$

$$\frac{ع + \sqrt{ع+5} + (ع+5)}{1-ع} = \frac{ع + \sqrt{ع+5} + ع + 5}{1-ع} = \frac{2ع + 5 + \sqrt{ع+5}}{1-ع}$$

$$\frac{0}{1ع} = \frac{(1-ع) \cdot 0}{1ع \cdot (1-ع)}$$

(٣)

$$\frac{ع-5}{ع+5} = \frac{ع-5}{ع+5}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq ع \leq 5 \\ 5 \leq ع \leq 0 \end{array} \right\} \text{و (اس) = 0}$$

و (اس) متصل عند ع = 0

و (اس) = 0

$$\frac{ع-5}{ع+5} = 0 \Rightarrow ع = 5$$

$$\frac{ع-5}{ع+5} = 0 \Rightarrow ع = 5$$

$$1 = \frac{ع-5}{ع+5} \Rightarrow ع = 0$$

$$\frac{ع-5}{ع+5} = 0 \Rightarrow ع = 5$$

$$1 = \frac{ع-5}{ع+5} \Rightarrow ع = 0$$

$$\frac{ع-5}{ع+5} \neq 0 \Rightarrow ع \neq 5$$

السؤال (٣)

$$\text{١) } ع = \frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع} = \frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع}$$

$$ع = \frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع}$$

$$ع = \frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع}$$

ع	ع	ع	ع	ع
ع	ع	ع	ع	ع
ع	ع	ع	ع	ع
ع	ع	ع	ع	ع

$$ع = \frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع}$$

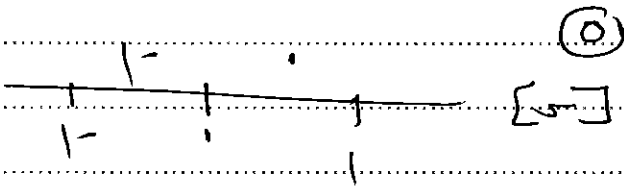
$$\frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع} = 1$$

$$\frac{ع - \frac{ع}{5} + ع^3}{ع - ع} = 1$$

$$\text{٢) } ع = 1 \Rightarrow ع = 1$$

$$\text{٣) } ع = 1 \Rightarrow ع = 1$$

تابع سؤال (3)



(5) $\left. \begin{array}{l} \text{عدد (س)} = \{ 1 \times 5, 2 \times 5, 3 \times 5, 4 \times 5, 5 \times 5 \} \\ \text{عدد (س)} = \{ 1 \times 5, 2 \times 5, 3 \times 5, 4 \times 5, 5 \times 5 \} \end{array} \right\}$
 - ايسر د
 - ايسر د
 - ايسر د
 - ايسر د
 - ايسر د

(6) $\left. \begin{array}{l} \text{صفر} = (0) \\ \text{صفر} = (0) \\ \text{صفر} = (0) \\ \text{صفر} = (0) \end{array} \right\}$
 - ايسر د
 - ايسر د
 - ايسر د
 - ايسر د

صفر = (0)

صفر = (0)

صفر = (0)

(6) $\frac{\pi}{c} = \frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

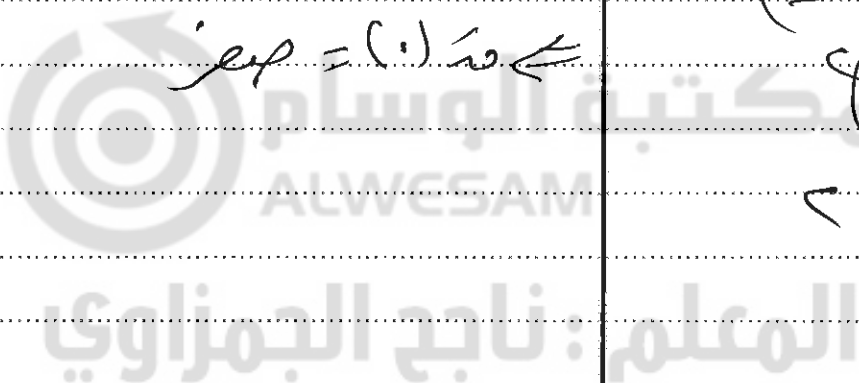
$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$

$\frac{\pi}{c} - 5 = 0$



⑦ $\frac{1}{\sqrt{5}} = (س) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = 2$

كها $(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}) - \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$

كها $\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$

كها $\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$

كها $\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$

$\frac{9}{16} = \frac{8}{16} + \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$

⑧

كها $\frac{1}{1 + \sqrt{5}} = (س) \Rightarrow \frac{1}{1 + \sqrt{5}}$

كها $\frac{1}{3} - \frac{1}{1 + \sqrt{5}} = (س) \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{1 + \sqrt{5}}$

كها $\frac{1}{3} \times \frac{1 + \sqrt{5} - 3}{1 + \sqrt{5} - 3} = \frac{1}{3} \times \frac{1 + \sqrt{5} - 3}{1 + \sqrt{5} - 3}$

كها $\frac{1}{9} \times \frac{1 + \sqrt{5} + 3}{1 + \sqrt{5} + 3} \times \frac{1 + \sqrt{5} - 3}{1 + \sqrt{5} - 3} = \frac{1}{9} \times \frac{1 + \sqrt{5} + 3}{1 + \sqrt{5} + 3} \times \frac{1 + \sqrt{5} - 3}{1 + \sqrt{5} - 3}$

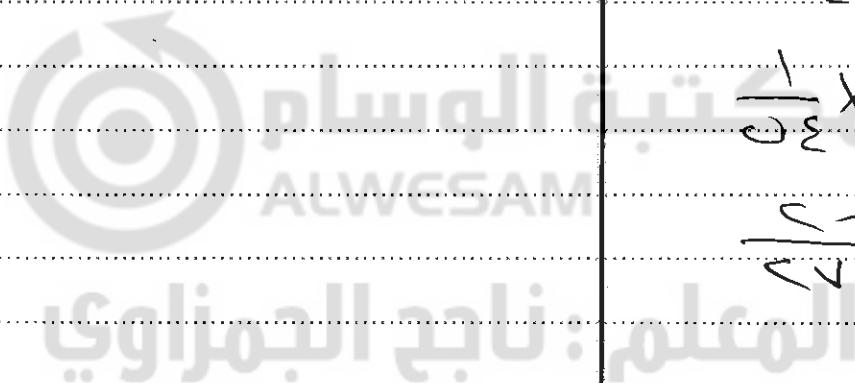
كها $\frac{1}{9} \times \frac{1}{6} \times \frac{(1 + \sqrt{5}) - 9}{(1 + \sqrt{5}) - 9} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{6} \times \frac{(1 + \sqrt{5}) - 9}{(1 + \sqrt{5}) - 9}$

كها $\frac{1}{30} \times \frac{1 - \sqrt{5} - 9}{1 - \sqrt{5} - 9} = \frac{1}{30} \times \frac{1 - \sqrt{5} - 9}{1 - \sqrt{5} - 9}$

كها $\frac{1}{52} \times \frac{5\sqrt{5} - 1}{5\sqrt{5} - 1} = \frac{1}{52} \times \frac{5\sqrt{5} - 1}{5\sqrt{5} - 1}$

كها $\frac{1}{52} \times \frac{5\sqrt{5} - 1}{5\sqrt{5} - 1} = \frac{1}{52} \times \frac{5\sqrt{5} - 1}{5\sqrt{5} - 1}$

$\frac{1}{52} = \frac{1}{52} = \frac{1}{52}$



الدرس الرابع

قواعد الاشتقاق

قواعد الاشتقاق ①

قاعدة (١)

إذا كان $u = f(x)$ ، حيث x ثابت
فإن $u'(x) = 0$

ومشتقة الثابت = صفر

البرهان

$$u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0$$

مثال ②

هو $u = 0$ قياس x
حيث $u' = \left(\frac{\pi}{e}\right)$

الحل

$$u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0 - 0}{h} = 0$$

هو $u = 0$ قياس x
 $0 = 0$
هو $u = 0$ قياس x

مثال ③

$u = \sqrt[3]{x^2} = x^{2/3}$ قياس x

الحل

$u = x^{2/3}$ قياس x
 $u' = \frac{2}{3} x^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

$u = \sqrt[3]{1} = 1$ قياس x

$u' = \frac{2}{3\sqrt[3]{1}} = \frac{2}{3}$ قياس x

مثال ④

هو $u = 14$ قياس x ← $u' = 0$ قياس x

هو $u = \frac{\pi^3}{e}$ قياس x ← $u' = 0$ قياس x

هو $u = \sqrt[2]{18}$ قياس x ← $u' = 0$ قياس x

هو $u = \frac{0}{9}$ قياس x ← $u' = 0$ قياس x

قاعدة (٢) وزارة (٢٠٠٢)

إذا كان $(س)$ = $س$ ن، $ن$ من عدد صحيح موجب فإن

$$س = (س) = ن - ١$$

البهان

$$س = (س) = س ن = س (س) - (س)$$

$$س \leftarrow س - س$$

$$س = س - س$$

$$س \leftarrow س - س$$

$$س = (س) = س + س + س + س + \dots + س$$

$$س \leftarrow س - س$$

$$س = س + س + س + س + \dots + س$$

$$س = س + س + س + \dots + س$$

عبر $ن$ مرة

$$س = س - ١$$

ملاحظة: عليه استخدام الصيغة

الطويلة للإيجاد

$$س - س$$

سؤال ١

إذا كانت $(س)$ = $س$ ١٨ ،
باستخدام تعريف المشتقة أن
 $(س) = ١٨$

الحل

$$س = (س) = س (س) - (س)$$

$$س \leftarrow س - س$$

$$س = س - س$$

$$س \leftarrow س - س$$

بالسمة الطويلة

$$س = (س) = س + س + س + س + \dots + س$$

$$س \leftarrow س - س$$

$$س = س + س + س + س + \dots + س$$

$$س = س + س + س + \dots + س$$

$$س = ١٨$$

سؤال ٢

$$س = س = س \leftarrow س = س$$

$$س = س = س \leftarrow س = س$$

$$س = س = س \leftarrow س = س$$

$$س = س = س \leftarrow س = س$$

$$س = س = س \leftarrow س = س$$

قاعدة ٣

إذا كانت $f = P \times Q$ هو (S) حيث Q هو (S) اقتران قابل للاشتقاق فان

$$f' = (P \times Q)' = P' \times Q + P \times Q'$$

وشتقة لها بتنا f' اقتران = اثنابا $P' \times Q + P \times Q'$ اثنابا

البرهان

$$f = P \times Q \text{ هو } (S) \\ f' = (P \times Q)' = P' \times Q + P \times Q'$$

$$f = P \times Q \text{ هو } (S) \\ f' = P' \times Q + P \times Q'$$

$$f = P \times Q \text{ هو } (S) \\ f' = P' \times Q + P \times Q'$$

$$f = P \times Q \text{ هو } (S) \\ f' = P' \times Q + P \times Q'$$

$$f = P \times Q \text{ هو } (S) \\ f' = P' \times Q + P \times Q'$$

أمثلة

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

مثال ٣

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

الحل

$$f = x^2 \times x^3 \text{ هو } (S) \\ f' = 2x \times x^3 + x^2 \times 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$$

ملاحظة هامة

١) $f = x^n$ اذا كان n زوجي

٢) اذا كانت n عدد زوجي فان

$$f = x^n \text{ هو } (S) \\ f' = n \times x^{n-1}$$

ملاحظة

مشتقة الإقران = $\frac{\text{مشتقة الإقران}}{\text{العدد نفسه}}$

مثال

$\frac{ص}{١} = ص \leftarrow \frac{ص}{١} = ص$

ملاحظة

صنالك فرق بين (١) و (١١)

$(١) =$ مشتقة (١) ثم نعوض $ص = ١$

$(١١) =$ نعوض ثم الاشتقاق = (عدد ثابت)

= صفر

مثال ٧

اذا كان $ل \times P = (١)$ و كان $ف = (٣)$ ما $ل \times P = (٣)$ بدلالة P .

الحل

$ف = (١) \times ل$

$ف = (٣) \times ل$

$٣ = \frac{١}{٣} = ل \leftarrow ل \times ٣ = ١$

قاعدة ٤

اذا كان $ف = ل + (١)$ فما $ف = ل + (١)$

فإن

$ف = ل + (١) = ل + (١)$

البرهان

$\frac{ف(١) - ف(٠)}{١ - ٠} = \frac{١ - ٠}{١ - ٠} = ١$

$\frac{ف(١) + ف(٠) - ل(١) - ل(٠)}{١ - ٠} = \frac{١ + ٠ - ١ - ٠}{١ - ٠} = ٠$

$\frac{ف(١) - ف(٠) + ل(١) - ل(٠)}{١ - ٠} = \frac{١ - ٠ + ١ - ٠}{١ - ٠} = ٢$

$ل(١) + ل(٠) = ٢$

وننفس الطريقة الطرح

مثال ٨

اذا كان $ف = ٤ - ٣$ او ٣

$(١) = (٢)$ $(٢) = (٣)$

الحل

$(١) = (٢) = ٤ - ٣ = ١$

$(٢) = (٣) = (١) = ٤ - ٣ = ١$

$(٣) = (٤) = ٤ - ٣ = ١$

$(٤) = (٥) = (٣) = ٤ - ٣ = ١$

مسألة 1

$$ص = س^3 + س^2 = ص \iff س^3 = س^2 + 3$$

$$ص = 3س^2 + س = ص \iff س = 3س^2$$

$$ص = 3س^2 - س = 1$$

$$ص = 3س^2 - س = 1$$

$$ص = 3س^2 - س = 1$$

مسألة 3

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص \iff س^3 + س^2 + 1 = 1$$

الحل

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

ملاحظة

$$ص = س + س^2 = ص \iff س = س^2$$

فستتقارن الأقران الخطية = معامل س

مسألة 5

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

الثابت P ؟

الحل

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س + 1)^3 = ص$$

مسألة 6

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

الحل

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$ص = (س^3 + س^2 + 1)^3 = ص$$

$$\begin{aligned} \text{ل' (س)} &= \text{م' (س)} - \text{ه' (س)} + \text{ك' (س)} \\ \text{ل' (١)} &= \text{م' (١)} - \text{ه' (١)} + \text{ك' (١)} \\ ٤ &= \text{م' (١)} - ٦ + ٦ \\ ٤ &= \text{م' (١)} \\ ٨ &= \text{م' (١)} \leftarrow \end{aligned}$$

سؤال ٥
اذا كانت $P = S - E + K = 0$
وكانت $Q = C = 0$ فما هي P ؟

الكل
 $P = S - E = ٤ - ٤ = 0$
 $٨ = C - P \times C = C - 0 = C$
 $٣ = P \leftarrow ١٢ = P \times ٤$

سؤال ٦
اذا كان
 $C = S - E + K = ٠$
وكانت $Q = C = ٣$ فما هي P ؟

الكل
 $C = S - E + K = ٠$
 $C = C - P \times C = ٣ \times ٨ - ٠ = ٢٤$
 $١٦ = ١٦ - ٦ = ١٦ - ٣ \times ٤ =$

سؤال ٧
اذا كانت $P = S - E + K = ١$
فما هي $Q = C - P \times C$ ؟

الكل
 $C = S - E + K = ١$
 $١ = C - P \times C = C - ٣ \times ٤ = C - ١٢$
 $١٣ = C$
 $Q = C - P \times C = ١٣ - ٣ \times ٤ = ١$
ايضا - $١ = ١٣ - ١٢$
فما هي Q ؟

سؤال ٨
اذا كان $L = M - H + K = ٠$
وكان $L = ٤$ فما هي M ؟

الكل
 $L = ٤ = M - ٥ + ٦ = M + ١$
 $٣ = M$



تدريبات وتمارين الكتاب

تدريب ① ص ١٠٩

تدريب ③ ص ١١١

جد مشتقة كل من الأقرانات الآتية

١) إذا كان $y = 2x^3 - 5x - 5$ (ص ١٠٩)
 نجد $y' =$

١) $y = 7$ (ص ١٠٩)
 نجد $y' =$

٢) $y = 4x - 5$ (ص ١٠٩)

الحل
 $y = 2x^3 - 5x - 5$
 $y' = 6x^2 - 5$

$y = 7$
 $y' = 0$

٣) $y = [3x + 1] + 15$ (ص ١٠٩)
 نجد $y' =$

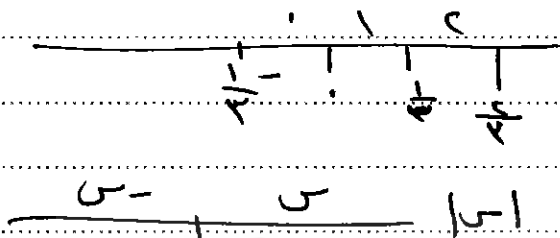
٣) $y = \frac{3x}{x^2}$ (ص ١٠٩)

$y = \frac{1}{x^3}$ (ص ١٠٩)

$[3x + 1]$

تدريب ⑤ ص ١١١

إذا كان $y = 5x^4 - 3x$ (ص ١٠٩)
 نجد $y' =$



الحل
 $y = 5x^4 - 3x$
 $y' = 20x^3 - 3$

$y = 20x^3 - 3$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

ص ١٠٩
 $y = 50x^4 - 5$

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

$y = 50x^4 - 5$ (ص ١٠٩)

تمارين ومائل

صفحة (١١٥)

السؤال الثاني

جد $\frac{ص}{س}$ مما يأتي

$$(أ) ص = س^2 + ٣س - ٤$$

$$\frac{ص}{س} = ٣ + س$$

$$(ب) ص = \frac{١}{٤}(س + ٨)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤}(س + ٨)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤}س + ٢$$

$$(ج) ص = \frac{٤}{٣}س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٤}{٣}$$

$$(د) ص = \frac{١}{٤}س + \frac{١}{٣}س - ٣س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٣} - ٣$$

السؤال الأول

جد $\frac{ص}{س}$ من الأولى لكل من الأقرانات التالية

$$(أ) ص = ٣س$$

$$\frac{ص}{س} = ٣$$

$$(ب) ص = ٤س^١$$

$$\frac{ص}{س} = ٤س$$

$$(ج) ص = ٤س^٢$$

$$\frac{ص}{س} = ٤س^٢$$

$$(د) ص = \left(\frac{١}{٣}\right)س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٣}$$

$$(هـ) ص = \frac{٤}{١٦}س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٤}{١٦}$$

السؤال الثالث

جد $f'(x)$ لكل من الأتي $f(x) = \frac{1}{x^2}$
عند قيمة x بحيث إذا اكل منها

(A) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ عند $x = 1$

عند $x = 2$

عند $x = -1$

(B) $f(x) = x^2 + 3x - 1$ عند $x = 2$

عند $x = 6$ اكل

عند $x = 7$

عند $x = 3$

عند $x = 4$

(C) $f(x) = [5 + \frac{1}{x}]^2 - 4x^2$

عند $x = 5$

اكل

عند $x = [4 + \frac{1}{x}]^2 - 4x^2$

عند $x = [5 + \frac{1}{x}]^2 - 4x^2$

عند $x = 7$

عند $x = 8$

عند $x = 8 - 4x^2$

عند $x = 19$

(D)

عند $x = 3 + [5 + \frac{1}{x}] - 1$

عند $x = 1$

عند $x = 1$

$f(x) = [5 + \frac{1}{x}] - 1$
عند $x = 1$ وعند $x = 2$ وعند $x = 3$

عند $x = 3 - 1 - 1$

عند $x = 3 - 1 = 2$

عند $x = 2$

عند $x = 1$

السؤال الرابع

إذا كان $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ فابحث عن المشتقة
وكان $f'(x) = 6x - 4$ عند $x = 3$
عند $x = 1$ عن أي شيء

(A) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ عند $x = 2$

عند $x = 7 - 1 - 1$

عند $x = 7 - 1 - 1$

$2 - 4x - 4x = 2 - 8x - 4x = 2 - 12x$

$3 = 7 + 2x$

(B) $f(x) = \frac{1}{x} + 3x + 1$

عند $x = \frac{1}{x} + 3x + 1$

عند $x = \frac{1}{x} + 3x + 1$

$14 + 3 - 4x = 17 - 4x$

$11 = 17 - 4x$

السؤال السادس

السؤال الخامس

$$\left. \begin{array}{l} \text{هـ (س)} = \text{م (ل اس)} \\ \text{ل (ا ج)} = (\text{س} - \text{ج}) \end{array} \right\} \text{س} \geq \text{ج}$$

وكان هـ (س) اقترانا مفصلا عند س = ج
 وكان ل (اس) اقترانا قابلا للاستقامة
 عند س = ج فاستنتج ان ل اقتران
 هـ قابلا للاستقامة عند س = ج
 ثم اوجد هـ (ا ج)

الدهان : هـ متصل عند س = ج
 $\text{هـ (ا ج)} = \text{ل (ا ج)}$

$$\text{هـ (ا ج)} = \text{ل (ا ج)}$$

$$\text{هـ (ا ج)} = \text{هـ (ا ج)}$$

هـ قابل للاستقامة عند س = ج

$$\text{هـ (ا ج)} = \text{ل (ا ج)}$$

اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{هـ (س)} = \text{پ (س) + س} \\ \text{س} \geq \text{ا} \\ \text{ا} < \text{س} \end{array} \right\}$$

وكانت هـ (ا) فوجد هـ (ا ج)

الحل

هـ (ا) فوجد هـ
 متصل عند س = ا

$$\text{پ} + \text{س} = \text{ا} + \text{س} - \text{ا}$$

$$\text{ا} = \text{س} - \text{ا}$$

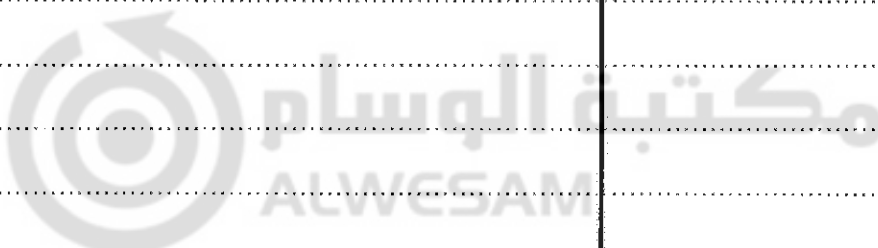
$$\text{هـ (ا)} = \text{هـ (ا)}$$

$$\text{ا} + \text{س} - \text{ا} = \text{پ} + \text{س} - \text{ا}$$

$$\text{ا} + \text{س} = \text{پ} + \text{ا} - \text{ا}$$

$$\text{پ} = \text{ا} - \text{ا}$$

$$\text{پ} = \text{ا}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس الخامس

قواعد الاشتقاق ٥

قاعدة الضرب

إذا كان u و v = $u \times v$ (س) فإن

$u' = u'v + u \times v'$ (س) =
 الاصل المشتق الثاني + الثاني لا مشتق الاصل =

ملاحظة

المشتقة لا توضع على الضرب

مثال ٥
 $u = (s+3) (s-2)$
 جد u'

اكمل $u' = s' = 1$

$u' = s' (s+3) + s (s-2)'$
 $u' = 1(s+3) + s(1) = s+3+s = 2s+3$

$u' = 2s + 3$

$u' = 2s + 3$

طريقه اخرى

$u = s^2 + 3s - 2s - 6 = s^2 + s - 6$

$u' = 2s + 1 - 0 = 2s + 1$

مثال ٣

إذا كان $u = (s^2 + 5) - (s+1)$
 وكان $u' = 4$ هـ (س) = ٨ جد u (س)

الحل

$4 = u' = (s^2 + 5)' - (s+1)'$

$4 = 2s + 0 - 1$

$4 = 2s - 1$

$4 + 1 = 2s$

$5 = 2s$

$s = 2.5$

مثال ١

$u = (s^2 - 4) (s)$
 الأول الثاني

الحل

$u' = (s^2 - 4)' (s) + (s^2 - 4) (s)'$

الأول لا مشتق الثاني + الثاني لا مشتق الأول

$u' = 2s(s) + (s^2 - 4)(1)$

$u' = 2s^2 + s^2 - 4$

طريقة اخرى قلد الأقواس

$u = s^3 - 4s$

$u' = 3s^2 - 4$

مسألة 4

هو (س) = (س) هـ (س) م (س) م
 وكان (س) = 11 = 3 - 6 م (س) م (س) م
 م (س) = 11 = 3 م (س) م (س) م = 1
 اوجد هـ (س) ؟

اكمل

هو (س) = (س) هـ (س) م (س) م
 الأول الثاني
 هـ (س) = (س) هـ (س) م (س) م + (س) م (س) م
 م (س) هـ (س) م (س) م + (س) م (س) م

مسألة 6

اذا كان (س) هـ (س) م (س) م + (س) م (س) م
 وكان (س) هـ (س) م (س) م = 3 وكان
 هـ (س) = (س) م (س) م = 2 هـ (س) م (س) م

اكمل

هـ (س) = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 هـ (س) = (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م
 2 + 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م =
 2 م (س) م (س) م = 2 + 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م

مسألة 7

اذا كان (س) هـ (س) م (س) م = 2
 هـ (س) = (س) م (س) م اذا كان (س) م (س) م = 1
 هـ (س) = (س) م (س) م = 2

اكمل

هـ (س) = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 هـ (س) = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 = 1 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م

↑ في هـ (س) و (س) م (س) م تعريف هـ (س) م (س) م
 في هـ (س) م (س) م الأصيل هـ (س) م (س) م = 2

1 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م
 1 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م
 1 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م + 2 م (س) م (س) م
 1 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م

لأن (س) م (س) م و (س) م (س) م حاصل ضرب
 هـ (س) = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 م (س) هـ (س) م (س) م + (س) م (س) م (س) م
 = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 = 2 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م = 2 م (س) م (س) م

مسألة 8 من في الكتاب

اذا كان (س) هـ (س) م (س) م = (س) م (س) م + (س) م (س) م
 اوجد هـ (س) م (س) م
 اكمل هـ (س) م (س) م = (س) م (س) م + (س) م (س) م
 هـ (س) م (س) م = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م
 هـ (س) م (س) م = (س) م (س) م + (س) م (س) م + (س) م (س) م

سؤال ٨

إذا كان $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$ ، اثبت أن $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$$

الحل

نضرب الطرفين على uvw ، نحصل على $w + v = u$

$$\frac{w}{u} + \frac{v}{u} = \frac{u}{u}$$

أي $\frac{w}{u} + \frac{v}{u} = 1$

$$\frac{w}{u} + \frac{v}{u} = 1$$

$$\frac{w}{u} + \frac{v}{u} = 1$$

تدريب

$$\frac{1}{p-q} + \frac{1}{q-r} + \frac{1}{r-p} = \frac{1}{p-q}$$

اثبت أن

$$\frac{1}{p-q} + \frac{1}{q-r} + \frac{1}{r-p} = \frac{1}{p-q}$$

سؤال ٩

إذا كانت $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$ ، اثبت أن $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$$

اكمل

$$u + v + w = \frac{uvw}{u}$$

$$(u + v + w) = \frac{uvw}{u}$$

$$u + v + w = \frac{uvw}{u}$$

$$u + (v + w) = \frac{uvw}{u}$$

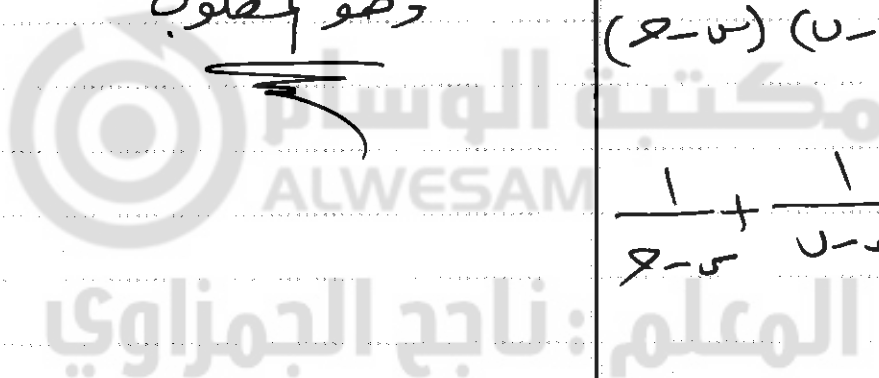
$$u + v + w = \frac{uvw}{u}$$

$$u + v + w = \frac{uvw}{u}$$

$$u + (v + w) = \frac{uvw}{u}$$

$$u + v + w = \frac{uvw}{u}$$

وهو المطلوب



قاعدة القسمة

إذا كان u و v (دالة) $\frac{u}{v} = \frac{u'}{v'}$ (دالة) $\neq 0$
 صيغته $u'v - uv' = (u'v - uv')$ (دالة)

$$\frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$= \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

المشتقة لتوزيع على القسمة

مثال 1

$$\frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2} = \frac{6x}{2x - 4}$$

الحل

$$\frac{6x(2x - 4) - 3x^2(2 - 4)}{(2x - 4)^2} = \frac{12x^2 - 24x - 6x^2 + 12x^2}{(2x - 4)^2}$$

$$= \frac{18x^2 - 12x}{(2x - 4)^2}$$

$$= \frac{18x^2 - 12x}{(2x - 4)^2}$$

مثال 2

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} \text{ حد } (x)$$

$$\frac{1 \cdot x - x \cdot 1}{x^2} = \frac{x - x}{x^2}$$

$$= \frac{0}{x^2}$$

$$\frac{0}{x^2} = 0$$

مثال 3

$$\frac{5 + x}{x^2 - 6} = \frac{1 + x}{x^2 - 6} \text{ اوجد حد } (x)$$

الحل

$$\frac{1 \cdot (x^2 - 6) - (5 + x)(2x - 12)}{(x^2 - 6)^2} = \frac{x^2 - 6 - 10x + 12x - 6x^2 + 72}{(x^2 - 6)^2}$$

$$\frac{x^2 - 6 - 10x + 12x - 6x^2 + 72}{(x^2 - 6)^2} = \frac{-5x^2 + 2x + 66}{(x^2 - 6)^2}$$

$$= \frac{-5x^2 + 2x + 66}{(x^2 - 6)^2}$$

$$= \frac{-5x^2 + 2x + 66}{(x^2 - 6)^2}$$

$$= \frac{-5x^2 + 2x + 66}{(x^2 - 6)^2}$$

مسألة ٤

$$\frac{P - S}{(S + 1)} = \text{إذا كان هو (س)}$$

وكان هو (١) = ٣ ، هو (١) = ٢
هو (١) = ٦ ، اوجد قيمة لثابت P.

الحل

$$\frac{P - S}{(S + 1)} = \frac{P - (S + 1) + 1}{(S + 1)}$$

$$\frac{P - 1}{(S + 1)} = \frac{P - 1 + 1}{(S + 1)}$$

$$\frac{P - 1}{9} = \frac{P - 1 + 1}{9}$$

$$P - 1 = P - 1 + 1 \Rightarrow 0 = 1$$

$$\frac{P \times (S + 1) - (S + 1) \times (S + 1)}{(S + 1)^2} = \frac{P \times (S + 1) - (S + 1)^2}{(S + 1)^2}$$

$$\frac{0}{9} = \frac{1}{9} = \frac{P \times 6 - 11 \times 6}{9} = \frac{6P - 66}{9}$$

مسألة ٥

$$\frac{3 + S - 4}{(S + 1)} = \text{هو (س)}$$

الحل

$$\frac{3 + S - 4}{(S + 1)} = \frac{3 + S - 4 + 1}{(S + 1)}$$

$$\frac{0}{9} = \frac{1}{9} = \frac{1 \times 8 \times (1 + 1) - 1 \times 8 \times (1 + 1)}{(1 + 1)^2}$$

$$\frac{0}{9} = \frac{1}{9} = \frac{8 \times (1 + 1) - 8 \times (1 + 1)}{(1 + 1)^2}$$

$$0 = 8 - 8 = 0$$

$$8 - 8 = 0$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

مسألة ٥

$$\frac{(S + 1)(1 - S)}{1 + S} = \text{هو (س)}$$

هو (١)

الحل

$$\frac{(S + 1)(1 - S)}{1 + S} = \frac{(S + 1)(1 - S) + 1 - 1}{1 + S}$$

$$\frac{1 - S + S - S^2 + 1 - 1}{1 + S} = \frac{1 - S^2}{1 + S}$$

سؤال ٧

إذا كان $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 5}$ وكان $f(2) = 6$ فما هو $f(3)$ ؟
 نجد $f(3) = ?$

الحل

$$f(2) = \frac{(2^2 - 3) - x(0 + 5)}{(2^2 + 5)} = 6$$

$$(4 - 3) - x(5) = 6(4 + 5)$$

$$1 - 5x = 6(9) = 54$$

$$c = 12 + (1 - c) \Rightarrow c = 12 + 1 - c$$

$$2c = 13 \Rightarrow c = \frac{13}{2}$$

$$c = 12 + (1 - c) \Rightarrow c = 13 - c$$

$$c = 12 + (1 - c) \Rightarrow c = 13 - c$$

$$c = 12 + (1 - c) \Rightarrow c = 13 - c$$

سؤال ٩

إذا كان $f(x) = \frac{x + p}{x^2}$ وكان $f(2) = 1$

اويرة قيمة الثابت p ؟

الحل

$$f(2) = \frac{2 + p}{2^2} = 1$$

$$2 + p = 4$$

$$p = 2$$

$$2 + p = 4$$

$$p = 2$$

$$2 + p = 4$$

$$p = 2$$

$$p = 2$$

سؤال ١٥

إذا كان $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ فاوجد $f(1)$

الحل

$$f(1) = \frac{1^2 + 1}{1^2 - 1} = \frac{2}{0}$$

$$f(1) = \frac{1^2 + 1}{1^2 - 1} = \frac{2}{0}$$

مسألة ١٠

إذا كان $f'(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ $f(x) \neq 0$

وكان كلا من $f(x)$ و $g(x)$ قابلًا للاشتقاق عند $x = P$ و $f'(P) \neq 0$

اثبت أن
$$\frac{f'(P)}{g'(P)} = \frac{f(P)}{g(P)}$$

الحل

نحل $f(x)$ موضع لفاون

$f(x) = f(x) \cdot g'(x)$

$f'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g''(x)$

نأخذ $x = P$ $f'(P) = f'(P) \cdot g(P) + f(P) \cdot g''(P)$

$f'(P) \cdot g(P) = f(P) \cdot g''(P)$

$$\frac{f'(P)}{g''(P)} = \frac{f(P)}{g(P)}$$

مسألة ١١

إذا كان $f'(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

عند $x = P$ $f'(P) = \frac{f(P)}{g(P)}$

اثبت أن
$$\frac{f'(P)}{g'(P)} = \frac{f(P)}{g(P)}$$

$f(x) = f(x) \cdot g'(x)$

نحل $f(x)$ موضع لفاون

$f'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g''(x)$

$f'(P) = f'(P) \cdot g(P) + f(P) \cdot g''(P)$

$f'(P) \cdot g(P) = f(P) \cdot g''(P)$

$$\frac{f'(P)}{g''(P)} = \frac{f(P)}{g(P)}$$



$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3}{x^3} = \frac{3}{x^3}$$

$$\frac{3}{x^3} = \frac{3 \times 3}{x^3 \times 3} = \frac{9}{3x^3}$$

$$\frac{9}{3x^3} = \frac{3}{x^3}$$

ملاحظة هامة

$$\textcircled{1} \quad \frac{0 + 5 + 4}{\sqrt{\quad}} = \frac{9}{\sqrt{\quad}}$$

$$\frac{0 + 5 + 4}{\sqrt{\quad}} = \frac{9}{\sqrt{\quad}}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{\quad}}{0 + 5 + 4} = \frac{\sqrt{\quad}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{\quad}}{9} = \frac{\sqrt{\quad}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{\quad}}{9} = \frac{\sqrt{\quad}}{9}$$

نتيجة ١

إذا كان $P = \frac{P}{(x)}$ هو (س) \neq

صيت هو (س) قابل للاشتقاق

$$\frac{P \times (x)}{(x)} = \frac{P}{(x)}$$

أي أن

$$\frac{\text{الثابت لا يتغير}}{\text{الاقتران}} = \left(\frac{\text{ثابت}}{\text{اقتران}} \right)$$

البرهان

$$\frac{P \times (x)}{(x)} = \frac{P}{(x)}$$

$$\frac{P \times (x)}{(x)} = \frac{P}{(x)}$$

سؤال ١٦

$$\textcircled{1} \quad \frac{4}{x-5} = \frac{4}{x-5}$$

$$\frac{4}{x-5} = \frac{4}{x-5}$$

$$\frac{4}{x-5} = \frac{4}{x-5}$$

$$\textcircled{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0} =$$

$$\textcircled{7} \text{ اذا كان ل (س) = (س هـ س) - } \frac{1}{\text{هـ س}}$$

الحل

$$\frac{1 - (س هـ س)}{\text{هـ س}} = س هـ س + (س هـ س) - س هـ س$$

$$\frac{1}{\text{هـ س}} + س هـ س = س هـ س + (س هـ س) - س هـ س$$

$$\frac{1}{س} + س + 1 - س =$$

$$\frac{13}{س} = \frac{1}{س} + س = \frac{1}{س} + س + 1 - س =$$

سؤال 14

اذا كان هـ س = س هـ س
وكان هـ س = 3 ، هـ س = 0
او هـ س = 1

الحل

$$= س هـ س + س هـ س + س هـ س$$

$$= س هـ س + س هـ س + س هـ س$$

في هـ س (تعريف هـ س) = 3

$$\frac{1}{3} = س هـ س + 1 = س هـ س + 1$$

$$= س هـ س + 0 + س هـ س$$

$$\frac{0}{3} = س هـ س$$

$$\frac{0}{9} = \frac{0}{3} = س هـ س$$

سؤال 13

اذا كان هـ س = 3 ، هـ س = 1
هـ س = 0 ، هـ س = 0 او هـ س = 1

$$\textcircled{8} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 13 = 1 \times 0 + 0 \times 3 =$$

$$\textcircled{9} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{13}{9} = \frac{1 - 0 - 0 \times 3}{9} =$$

$$\frac{13}{9} = \frac{1 - 0 - 0 \times 3}{9} =$$

$$\textcircled{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{13}{9} = \frac{1 - 0 - 0 \times 3}{9} =$$

$$\frac{13}{9} = \frac{1 - 0 - 0 \times 3}{9} =$$

$$\textcircled{4} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{13}{9} = \frac{1 - 0 - 0 \times 3}{9} =$$

$$\frac{10}{9} = \frac{0 \times 3 - 0}{9} = \frac{0 \times 3 - 0}{9} =$$

$$\textcircled{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{10}{9} = \frac{0 \times 3 - 0}{9} =$$

نتيجة ٩ (وزارة ٢٠١٥) سؤال ١٦

إذا كان $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$ و $h(x) = x^2 + 3x - 1$ و $k(x) = x^2 + 2x - 3$

١) $(f \cdot g)'(x) =$

$(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

$2x + 3 + (2x^2 + 3x - 1)(2x + 2) =$

$2x + 3 + 4x^2 + 10x - 2 =$

$4x^2 + 12x + 1 =$

٢) $(f + g)'(x) =$

$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x) = 2x + 3 + 2x + 2 = 4x + 5$

٣) $(f - h)'(x) =$

$(f - h)'(x) = f'(x) - h'(x) = 2x + 3 - (2x + 3) = 0$

$2x + 3 - (2x + 3) = 0$

٤) $\frac{(f \cdot g)'(x)}{(f \cdot g)(x)} =$

$\frac{4x^2 + 12x + 1}{(2x^2 + 3x - 1)(2x + 2)} =$

٥) $\frac{(f + g)'(x)}{(f + g)(x)} =$

إذا كان $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$ و $h(x) = x^2 + 3x - 1$ و $k(x) = x^2 + 2x - 3$

البرهان

نفرض ان $n = m$ و m صبيح m و n صبيح m

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

سؤال ١٥

١) $\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

٢) $\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

٣) $\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{m} = \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$

$$\begin{aligned} \text{حفاه (سد)} &= \text{حفا 1-3 س} = 2-1 = 1 \\ &\left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{س} \quad \leftarrow \text{آ} \\ \leftarrow \text{س} \quad \leftarrow \text{آ} \end{array} \right\} \\ \text{وه (سد)} & \text{عز فصل عند س} = 1 \\ & \leftarrow \text{وه (1)} \text{ عز موجوده} \end{aligned}$$

$$\text{وه (سد)} = \left. \begin{array}{l} \text{عز موجوده} \\ \text{عز موجوده} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3- \\ 0 \\ \text{س} \\ \text{س} \\ \text{س} \end{array}$$

هستفة الاقران المتشبهه

الخطوات

لايجاد هستفة اقران متشبه

① ننتقه كل قاعدة على حد اصب قواعد الاشتقاق

② نبحث في الاتصال عند نقط التثقيب
③ اذا كان غير متصل فهو غير قابل للاشتقاق عندها

④ اذا كان فصلاً فنقوم بايجاد المشتقة من اليمين والمشتقة من اليسار

مثال ⑤

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 1 \\ \text{س} < 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وه (سد)} \\ \text{وه (سد)} \end{array} = \begin{array}{l} \text{س} + \frac{1}{\text{س}} \\ \text{س} + 1 \end{array}$$

او وه وه (سد)
الحل :

نبحث في اتصال س = 1
حفاه (سد) = 2 + 1 × 1 = 3
 $\leftarrow \text{س}$

حفا وه (سد) = 3 + \frac{1}{1} = 4
 $\leftarrow \text{س}$

وه (1) = 2 + 1 × 1 = 3
فصل عند س = 1

وه (1) = 2
وه (1) = 2 + \frac{1}{1} = 3

س = 3 + \frac{1}{1} = 4

وه (سد) = \left. \begin{array}{l} \text{س} + \frac{1}{\text{س}} \\ \text{س} + 1 \end{array} \right\}

س = 1

س < 1

=

مثال ⑥

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 1 \\ \text{س} < 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وه (سد)} \\ \text{وه (سد)} \end{array} = \begin{array}{l} \text{س} - 1 \\ \text{س} - 5 \end{array}$$

او وه وه (1)

الحل

نبحث في اتصال وه (سد) عند س = 1
حفا وه (سد) = 2 - 5 = -3
 $\leftarrow \text{س}$

سؤال 3

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ s > 1 \end{array} \right\} = \text{فد (س)}$$

جد فـ (أ) ، فـ (ب)

اكمل

نبحث في الاتصال عند $s = 1$

$$\lim_{s \rightarrow 1} f(s) = 1 \times 4 = 4$$

$$f(1) = 1 + 1 = 2$$

غير متصل عند $s = 1$

فـ (أ) غير موجودة

عند $s = 1$

$$f(1) = 2 \neq 4 = \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$$

فصل عند $s = 1$

$$f(1) = 2 \neq 4 = \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$$

$$f(1) = 2 \neq 4 = \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$$

الحل

بما ان فـ (أ) موجودة

فـ (ب) متصل عند $s = 1$

$$\lim_{s \rightarrow 1} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1} (s+3) = 4$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} f(s) = 4$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} f(s) = 4$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} f(s) = 4$$

$$1 - 3 + 5 = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ s > 1 \end{array} \right\} = \text{فـ (س)}$$

لكن فـ (أ) = 2

$$f(1) = 2 \neq 4 = \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$$

$$f(1) = 2 \neq 4 = \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$$

بالقولين في 1

$$3 + 5 = 8$$

$$5 = 8 - 3$$

$$0 = 3$$

سؤال 4

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ s > 1 \end{array} \right\} = \text{فـ (س)}$$

وكانت فـ (أ) = 4

او جد التواني $f(1), \lim_{s \rightarrow 1} f(s)$ ؟

ملاحظة

تكون المشتقة غير موجودة في حالات التاني

1) اطراف الفترات المخلقة

2) عند نقط عدم الاتصال

3) المشتقة من اليمين \neq المشتقة من اليسار

مسألة ٥

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4 \geq x > 1 \\ x \leq 5 \end{array} \right\} = \text{عدد (س)}$$

عدد (س) ثم جد مجموعة قيم x التي يكون عندها $f(x)$ غير موجودة

الحل

نبت الاتصال عند $x=5$
 كما أنه $f(5) = 10$ ، كما أنه $f(5) = 10$
 $\leftarrow x$

$$x^2 + 4 = 10 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm \sqrt{6}$$

غير متصل عند $x=5$

عدد (س) غير موجود ٥

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4 \geq x > 1 \\ x \leq 5 \end{array} \right\} = \text{عدد (س)}$$

غير موجودة

قيم x هي $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

مسألة ٦

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 1 < x \neq 5 \\ x = 5 \end{array} \right\} = \text{عدد (س)}$$

عدد (س)

الحل

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i$$

غير متصل عند $x=5$
 عدد (س) غير موجودة

مسألة ٧

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 1 < x \neq 5 \\ x = 5 \end{array} \right\} = \text{عدد (س)}$$

عدد (س)

الحل

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i$$

متصل عند $x=5$

$$f(5) = 26$$

$$f(5) = 26$$

$$f(5) = 26 \neq 5$$

صل النهاية

Ⓒ قابلية ل (س) للاشتقاق عند س = 1 -

الحل
نضع الاقواسين

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 1 - 3s + s^2 + s^3 \\ 1 + s + s^2 + s^3 \end{array} \right\}$$

Ⓓ

$$\begin{aligned} \text{ل (1-)} &= 1 - 1 + 1 + 1 = 1 \\ \text{كذا (1)} &= 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \\ &\leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\text{كذا (1-)} = 1 - 3 - 1 = -3 \leftarrow 1$$

$$\leftarrow \text{كحال (س) = ل (1-)} = 1$$

لاستمر فصل عند س = 1

Ⓔ ل (س) = 1 + 1 = 2

ل (1) = 1 + 1 + 1 = 3

ل (س) = 1 + 1 = 2

ل (1-) = 1 + 1 + 1 = 3

ل (1-) ≠ ل (1-)

ل (1-) غير موجودة

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 1 - 3s + s^2 + s^3 \\ 1 + s + s^2 + s^3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 1 - 3s + s^2 + s^3 \\ 1 + s + s^2 + s^3 \end{array} \right\}$$

غير موجودة

مسألة 8

$$\left. \begin{array}{l} 2 \neq 5 \\ 3 = 5 \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} \frac{9-s^2}{3-s} \\ 6 \end{array} \right\} \text{جدوة (3)}$$

الكل

$$\left. \begin{array}{l} 2 \neq 5 \\ 3 = 5 \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} \frac{9-s^2}{3-s} \\ 6 \end{array} \right\}$$

6 = 3 + 3 =

$$\left. \begin{array}{l} 2 \neq 5 \\ 3 = 5 \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 3 + 5 \\ 6 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \neq 5 \\ 3 = 5 \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right\}$$

ل (3) = 1

مسألة 9

$$\left. \begin{array}{l} 1 > s \\ 1 < s \end{array} \right\} \text{اذا كان ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 3 - 5s^2 \\ 1 + s \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 > s \\ 1 < s \end{array} \right\} \text{ل (س) = } \left. \begin{array}{l} 3 + 5s^2 \\ 1 + s \end{array} \right\}$$

وكان ل (س) = ل (س) + ل (س) = 1
Ⓓ احب اتصال ل (س) عند س = 1

مشتقة أقران القيمة المطلقة

لأيجاد مشتقة أقران القيمة المطلقة يجب ان نعيد تعريف القيمة المطلقة ثم نبين في الاتصال والاستقاه .

ملاحظة هامة جداً

لأيجاد مشتقة أقران ليضمن قيمة مطلقة عند نقطة تعوض فنحصل على اهد اكالان :

① التعويض موجب نأخذ لقاعدته كما هي ثم نشتقه

② التعويض سالب فنكس لقاعدة (نضربها بالسالب) ثم نشتقه

③ التعويض صفر نعيد تعريف القيمة المطلقة ونبين في الاتصال ونبين مشتقة من اليمين ومن اليسار

مثال ①

$$f(x) = |x^3 - 7| \text{ اوجد } f'(x) \text{ و } f''(x)$$

الحل

عند $x = 2$ التعويض موجب

القاعدة كما هي

$$f(x) = x^3 - 7 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$f'(2) = 3 \times 2^2 = 12$$

$$f''(2) = 6 \times 2 = 12$$

عند $x = 1$ التعويض سالب

نضرب لقاعدة في سالب

$$f(x) = -(x^3 - 7) = -x^3 + 7$$

$$f'(x) = -3x^2$$

$$f'(1) = -3 \times 1^2 = -3$$

مثال ②

$$f(x) = |x^4 - 5x + 3| \text{ اوجد } f'(x) \text{ و } f''(x)$$

عند $x = 2$

التعويض انا فتح سالب

نكس القاعدة

$$f(x) = -(x^4 - 5x + 3) = -x^4 + 5x - 3$$

$$f'(x) = -4x^3 + 5$$

$$f'(2) = -4 \times 2^3 + 5 = -27$$

$$f''(x) = -12x^2$$

$$f''(2) = -12 \times 2^2 = -48$$

$$f''(2) = -48$$

سؤال ٣

عند $s = 10$ - $3 = 7$ $s = 10$
 او عند $s = 2$

الحل

التحويض عند $s = 10$ - $3 = 7$ $s = 10$
 القاعدة $10 - 3 = 7$
 التحويض $s = 2$ حوصبت في القاعدة
 $3 - 10 = -7$ $s = 2$
 $0 = 10 - 3 - 7 = 0$
 $2 = 10 - 3 - 7 = 0$
 $s = 2$ = صفر

عند $s = 10$ غير موجودة

عند $s = 10$ $s = 2$
 غير موجودة $s = 2$

سؤال ٥

اذا كان $s = 3$ - $3 = 0$ $s = 3$ فاحص
 عند $(\frac{3}{3})$

الحل

عند $s = \frac{3}{3}$ التحويض موجب
 $s = 3$ - $3 = 0$
 عند $s = 2$ $s = 2$ $s = 2$

سؤال ٤

عند $s = 10$ - $3 = 7$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$

الحل

$10 - 3 = 7$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$
 $10 - 3 = 7$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$

سؤال ٦

عند $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$
 ثم عند $s = 0$ ؟

الحل

$10 - 3 = 7$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$
 $10 - 3 = 7$ $s = 10$ $s = 10$ $s = 10$

عند $s = 0$ = صفر كما هو $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

عند $s = 0$ = صفر كما هو $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

عند $s = 0$ = صفر عند $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

عند $s = 0$ = صفر عند $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

عند $s = 0$ = صفر عند $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

عند $s = 0$ = صفر عند $s = 0$ $s = 0$ $s = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ \text{صفر} \\ \text{غير موجودة} \end{array} \right\} = \text{صفر (س)} \begin{array}{l} \text{س} > 0 \\ \text{س} < 0 \\ \text{س} = 0 \end{array}$$

سؤال ٧) $\text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)}$

الحل

$$\begin{aligned} \text{صفر (س)} &= \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} &= \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} &= \text{صفر (س)} \end{aligned}$$

سؤال ٩)

$$\frac{\text{صفر (س)} - \text{صفر (س)} + \text{صفر (س)}}{\text{صفر (س)} - \text{صفر (س)}} = \text{صفر (س)}$$

صفر (س) \in [صفر (س)] اوجد $\frac{\text{صفر (س)}}{\text{صفر (س)}}$ ؟

الحل

$$\text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} + \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \cdot \text{صفر (س)}$$

$$\begin{array}{r} \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \hline \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \end{array} \right\} = \text{صفر (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \end{array} \right\} = \text{صفر (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \end{array} \right\} = \text{صفر (س)}$$

صفر (س) \in [صفر (س)] غير موجودة لأنها طرف قبة يتبع الحل

سؤال ٨)

$$\text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} - \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)}$$

الحل

$$\begin{array}{r} \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} \\ \hline \text{صفر (س)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \end{array} \right\} = \text{صفر (س)}$$

$$\begin{aligned} \text{صفر (س)} &= \text{صفر (س)} \\ \text{صفر (س)} &= \text{صفر (س)} \end{aligned}$$

$$\text{صفر (س)} = \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)} \mid \text{صفر (س)}$$

سؤال ١٥

$$\text{وهذا} = |s^2 - 5s + 6| - |s^2 - 5s + 9|$$

او جد قيمة (1) ؟

الحل

$$\text{وهذا} = |s^2 - 5s + 6| - |s^2 - 5s + 9|$$

$$= |s^2 - 5s + 6| - |s^2 - 5s + 9|$$

عند $s = 1$

$$= |1^2 - 5 \cdot 1 + 6| - |1^2 - 5 \cdot 1 + 9|$$

$$= |1 - 5 + 6| - |1 - 5 + 9|$$

$$= |2| - |5|$$

$$= 2 - 5 = -3$$

وهذا = $2 - 5 = -3$

وهذا = $2 - 5 = -3$

$$\text{وهذا} = \frac{s^2 - 5s + 6}{s} - \frac{s^2 - 5s + 9}{s}$$

$$\text{وهذا} = \frac{s^2 - 5s + 6 - (s^2 - 5s + 9)}{s}$$

$$\text{وهذا} = \frac{-3}{s}$$

$$\text{وهذا} = \frac{1 \times (s^2 - 5s + 6) - 1 \times (s^2 - 5s + 9)}{s}$$

$$\text{وهذا} = \frac{1 \times (s^2 - 5s + 6) - 1 \times (s^2 - 5s + 9)}{s}$$

$$\text{وهذا} = \frac{3 - 5s + 6}{s} - \frac{3 - 5s + 9}{s}$$

غير موجودة $s = 3$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{وهذا} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

وهذا (3) غير موجودة



المعلم: ناجح الجمزاوي

نعوضها بدل [٣+٥]

$$\leftarrow \text{وهذا } (٥) = ٣س + ٢س$$

$$\text{وهذا } (٥) = ٣ + ٤س$$

$$\text{وهذا } (١٥) = ٣ + ٤ \times ١$$

$$٧, ٨ =$$

فشتقة اقتران الكبر عدد صحيح

① لايجاد فشتقة اقتران يتضمن أكبر عدد صحيح عند نقطة نعوض فنحصل على احدى الحالتين

④ لتعويض كسر، نأخذ صحيح هذا الكسر، ثم نشتقه

⑤ التعويض عدد صحيح نعيد التعريف ونبحث في الاتصال والاشتقاق

⑥ اذا طلبت (٥) بكل عام نعيد التعريف ونبحث في الاتصال والاشتقاق

مسألة ٥

$$\text{وهذا } (٥) = ٣س + ١٢ + ٥س - ٣$$

$$\text{اوهدد } (١٥)$$

الحل

$$\text{عند } ٥ = ٣س + ١٢ + ٥س - ٣$$

التعويض موجب

$$[٣-٥] = [٣-١, ٥] = [-١٥]$$

$$٢ =$$

$$\leftarrow \text{وهذا } (٥) = ٣س + (٢+٥) - ٣$$

$$= ٣س + ٦ + ١٠ - ٣$$

$$\text{وهذا } (٥) = ٣س + ١٢ + ٥س - ٣$$

$$\text{وهذا } (١٥) = ٣ + ١٢ \times ١ + (١٥) \times ٤$$

مسألة ١

$$\text{وهذا } (٥) = ٣س + [٣+٥]س$$

$$\text{اوهدد } (١٥)$$

الحل

$$\text{عند } ٥ = ٣س + [٣+١]س$$

$$= [٣, ٤] = ٣$$

←

ملاحظة هامة

الأقران البر عدد صحيح اذا كان لوحد فقط فان مستقيمة
 إما صفر أو غير موجودة

1. اذا كان ناتج التوفيق عدد صحيح
 فان لا غير موجودة

2. اذا كان ناتج التوفيق كسر
 فان لا = صفر

سؤال 3

اذا كان $(س) = [س + ٢]$
 $س \in [٣٠]$
 اوجد $(س)$ ؟

الحل

$س = ٢ - ا ك ب - طول البرم = ١$



- 0 \leq س \leq 1
- 1 \leq س \leq 2
- 2 \leq س \leq 3
- 3 = س

وهذا = 3 ، كما هو (س) ، كما هو (س) ، كما هو (س) = 2

كما هو (س) غير موجودة ← غير متصل
 عند س = 2

وهذا (1) ، وهذا (2) غير موجودة
 وهذا (3) غير موجودة اطراف قدره

- 0 \leq س \leq 1
- 1 \leq س \leq 2
- 2 \leq س \leq 3
- 3 \leq س \leq 4
- 4 \leq س \leq 5
- 5 \leq س \leq 6
- 6 \leq س \leq 7
- 7 \leq س \leq 8
- 8 \leq س \leq 9
- 9 \leq س \leq 10

سؤال 4

وهذا = $\frac{3س + [س]}{١س - ١١}$ حدد $(س)$

الحل

عند س = 1 ، 0 ← $[١, 0] = 1$

$١ < ١,٥ \times ١ - ١$ عو به

وهذا = $\frac{١ + ٣س}{١ - ٥س}$

وهذا = $\frac{٣ \times (١ + ٣س) - ٣ \times (١ - ٥س)}{٣(١ - ٥س)}$

وهذا = $\frac{٣ \times (١ + ١,٥ \times ٣) - ٣ \times (١ - ١,٥ \times ٣)}{٣(١ - ١,٥ \times ٣)}$

$\frac{0}{٤} =$

سؤال 5

اذا كان $f(x) = [x] + [x] - [x+1]$ = $[x] + [x] - [x+1]$
 حيث $x \in (-1, 0)$ حدد $f(x)$

الحل

وهنا $f(x) = [x] + [x] - [x+1]$
 وهنا $f(x) = [x] + [x] - [x+1]$
 عند $x = -1$ التعويض سابق

وهنا $f(x) = -1 - 1 = -2$
 وهذا هو الجواب $f(x) = -2$

سؤال 6

$f(x) = \frac{(x+5)(x^3+1)}{[x+6]}$ حدد $f(0)$

الحل

عند $x = 0$ التعويض في $f(x) = \frac{(x+5)(x^3+1)}{[x+6]}$
 $f(0) = \frac{(0+5)(0^3+1)}{[0+6]} = \frac{5 \times 1}{6} = \frac{5}{6}$

وهنا $f(x) = \frac{(x+5)(x^3+1)}{[x+6]}$

وهنا $f(x) = \frac{(x+5)(x^3+1)}{[x+6]}$
 وهذا هو الجواب $f(x) = \frac{5}{6}$

سؤال 7

$f(x) = \frac{x^3 - 3}{x - 1}$ حدد $f(2)$

الحل

عند $x = 2$ التعويض في $f(x) = \frac{x^3 - 3}{x - 1}$
 $f(2) = \frac{2^3 - 3}{2 - 1} = \frac{8 - 3}{1} = \frac{5}{1} = 5$

ملاحظة هامة

وهذا يكون غير موجوده في
 رسمه هنا عند الحالات التاليه

- 1) اطراف الفترات المخلقه
- 2) عند نقطه الانفصال 0 اذوار
- 3) عند الرؤوس المديبه

سؤال ٩

إذا كان $\frac{l}{(س)} = ٣$ حيث $ل$

$س \neq ٠$ وكانت $ل = ١١$ فما

$س = ١١$ ؟

ما $س = ١١$ ؟

الحل

$$\frac{ل \times (س)}{(س)} = (س)$$

$$\frac{ل}{(س)} = ٣ \iff \frac{ل}{(١١)} = ٣$$

$$\iff \frac{ل}{٣} = (١١)$$

$$\frac{ل \times (١١)}{(١١)} = (١١)$$

$$\frac{ل \times ١١}{(١١)} =$$

$$\frac{ل \times ١١}{(١١)} = ٣ \times ١١ = ٣٣$$

$$\frac{ل \times ١١}{(١١)} = ٣٣$$

$$\iff \frac{ل \times ١١}{(١١)} = ٣٣$$

سؤال ٨

$$\frac{[س - ٣] + [س + ٤]}{س} = (س)$$

ما $س = ٢$ ؟

الحل

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$[س + ١] = [س + ١]$$

$$[س - ٣] = [س - ٣]$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

$$\frac{س + ١}{س} = (س)$$

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ١١٥

$$ص(س) = (س - ٤)(س + ٣) + (س + ٣)$$

$$ص(س)$$

الحل

$$ص(س) = (س - ٤)(س + ٣) + (س + ٣)$$

$$= س^2 - ٤س + ٣س - ١٢ + س + ٣$$

$$= س^2 - ٤س + ٤س - ١٢ + س + ٣$$

تدريب ③ ص ١١٦

$$ص = \frac{٦س + ١}{س - ٤} + \frac{ص}{س} \quad | \quad ١ = س$$

$$\frac{ص(س - ٤) + ٦س + ١}{س(س - ٤)} = \frac{ص(س - ٤) + ٦س + ١}{س(س - ٤)}$$

$$\frac{١٤ - ١٨ - ٩ = ٩س - ٦س - ٣ - ١}{٩} = \frac{٤س - ٢ - ٤}{٩}$$

تدريب ③ ص ١١٧

$$ص(س) = \frac{ص}{س} \times \frac{٣س}{٤س}$$

$$١ = \frac{٣}{٤س}$$

$$\frac{٣س}{٤س} = \frac{١}{٤س}$$

$$٣س = ٤$$

$$ص = \frac{٤}{٣س}$$

$$ص = \frac{٤}{٣س} - \frac{٤}{٣س}$$

$$\frac{٤}{٣س} - \frac{٤}{٣س} = \frac{٤}{٣س} - \frac{٤}{٣س}$$

تدريب (٤) ص ١٤١

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 = s \\ 1 < s \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{x-1}{(1+s)^2} \\ \text{غير موجود} \\ 1 \end{array} \Rightarrow \text{فه } (s) =$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \geq s \\ 1 < s \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{x}{1+s} \\ 1+s \end{array} = \text{فه } (s) =$$

فأجبني في قابلية الأفتان فيه
للاستشارة على ح .

الحل

بجواب من الاتصال عند $s = 1$

$$\text{فه } (1) = \frac{x}{1} = x$$

$$\text{فأفهم } (s) = \frac{x}{1+s} \quad \text{فأفهم } (s) = \frac{x-1}{(1+s)^2}$$

فصل

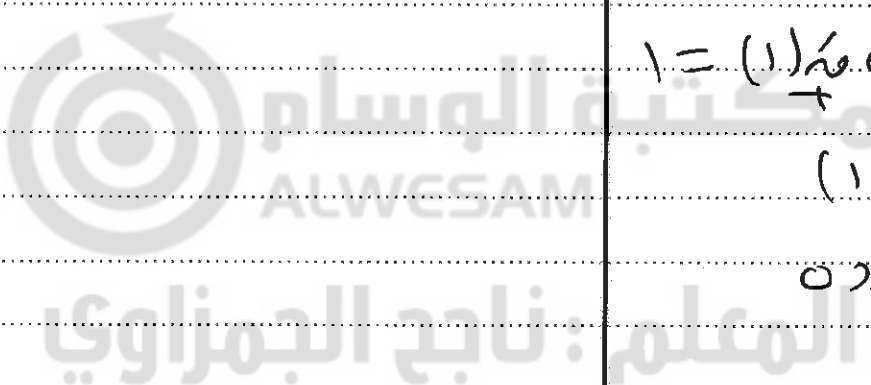
$$\frac{x-1}{(1+s)^2} = \text{فه } (s) =$$

$$\text{فه } (1) = \frac{x-1}{1} = x-1$$

$$\text{فه } (s) = 1 = \frac{x-1}{1} \Rightarrow \text{فه } (1) = 1$$

$$\text{فه } (1) \neq \text{فه } (1)$$

فه (1) غير موجود



تمارين ومسائل

صفحة (١٤١)

السؤال الأول

جد $\frac{دس}{دس}$ لكل مما يأتي

(٢) $ص = س^٢ (١ + س^٣)$

الكل

$ص = س^٢ + س^٥$

$\frac{دس}{دس} = س + س^٤$

(٣) $ص = (س^٣ - س^٤)(١ + س)$

$\frac{دس}{دس} = (س^٣ - س^٤)(١ + س) + ٤(١ + س - س^٢)$

(ج) $ص = \frac{س^٢}{١ - س}$

$\frac{دس}{دس} = \frac{(١ - س)س^٢ - س^٢(١ - س^٣)}{(١ - س)^٢}$

$= \frac{س^٢ - س^٢ - س^٢ + س^٥}{(١ - س)^٢}$

$= \frac{س^٥ - س^٢}{(١ - س)^٢}$

(٤) $ص = \frac{س^٤ - ١}{س + ٣}$

$\frac{دس}{دس} = \frac{س^٤(١ - س) - س(٣ + س)^٢}{(س + ٣)^٢}$

$= \frac{س^٤ - س^٥ - ٣س^٢ - ٢س^٣ - ٣س^٤ - س^٥}{(س + ٣)^٢}$

$= \frac{س^٤ - ٣س^٢ - ٢س^٣ - ٣س^٤ - س^٥}{(س + ٣)^٢}$

السؤال الثاني

جد $\frac{دس}{دس}$ لكل مما يأتي

(٢) $ص = س(س + ٤) - (س^٣ - س - ٦)$

الكل $\frac{دس}{دس} = (س + ٤)(س^٢ - س^٣ - ٦)$

جد $\frac{دس}{دس} = (س + ٤)(س^٢ - س^٣ - ٦) + (س + ٤)س$

يسع ←

$$\text{ج) } \frac{x^2 - x + 2}{x + 1} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\frac{(x^2 - x + 2) - (x + 1)(x + 1)}{x + 1} = \text{هـ (ب)}$$

$$\text{د) } \frac{|x^2 - x + 2|}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x + 2}{(x + 1)^2}$$

الحل

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2) = 1 - 8 = -7 < 0$$

$$\frac{x^2 - x + 2}{(x + 1)^2} > 0 \quad \forall x \neq -1$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 + x + 2}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

حلل واضمح

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 + x}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 - x}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{x^2 - 1}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

تتبع الحل ←

$$\text{و) } \frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\left. \begin{aligned} & (x + 1)^2 - 3 > 0 \\ & (x + 1)^2 - 3 < 0 \end{aligned} \right\} = \text{هـ (ب)}$$

$$\left. \begin{aligned} & x^2 + 2x - 2 > 0 \\ & x^2 + 2x - 2 < 0 \end{aligned} \right\} = \text{هـ (ب)}$$

$$\left. \begin{aligned} & x^2 + 2x - 2 > 0 \\ & x^2 + 2x - 2 < 0 \end{aligned} \right\} = \text{هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

هـ (ب) غير موجوده

$$\text{هـ (ب) } \frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$\text{هـ (ب) } \frac{(x + 1)^2 - 3}{(x + 1)^2} = (x + 1) \text{ هـ (ب)}$$

$$0 = (s) \text{ هـ} = 3s^2 - 5s$$

$$0 = (s) \text{ هـ} = 3s^2 - 5s + 12s - 12s$$

$$0 = (s) \text{ هـ} = 12s - 12s + 3s^2 - 5s$$

$$0 = 12s - 12s + 3s^2 - 5s$$

$$0 = 12s - 12s + 3s^2 - 5s$$

$$12s - 12s + 3s^2 - 5s = 0$$

$$\frac{1}{(s)} = (s) \text{ هـ} = (s) \text{ هـ}$$

$$\frac{1}{(s)} + \frac{1}{(s)} = (s) \text{ هـ} + (s) \text{ هـ}$$

$$\frac{1}{(s)}$$

$$\frac{1}{(s)} + \frac{1}{(s)} = (s) \text{ هـ} + (s) \text{ هـ}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{9} + 1 =$$

$$\frac{1}{9} =$$

$$\frac{1+s}{3} = (s) \text{ هـ}$$

$$4s^2 - 3s = (s) \text{ هـ}$$

$$4s^2$$

$$10s - 7s = (s) \text{ هـ}$$

$$9s$$

$$10+11 = 1-10-3 \times 7 =$$

$$11 = 9 \times 9 =$$

$$\frac{11}{27} = \frac{33}{81} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{s} \\ \frac{4}{s} \end{array} \right\} = (s) \text{ هـ}$$

$$\text{هـ} (s) \text{ هـ} = 4 = s$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{16} = (s) \text{ هـ}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{16} = (s) \text{ هـ}$$

(s) هـ غير موجودة

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{s} \\ \frac{4}{s} \end{array} \right\} = (s) \text{ هـ}$$

$$4 = s$$

السؤال الثامن

اذا علمت ان هـ (s) قابل للاختصار وان هـ (s) = 3، هـ (s) = 1 في هـ (s) في اس مما يأتي

$$(P) \text{ هـ} (s) = s \text{ هـ} (s)$$

$$\text{هـ} (s) = s \text{ هـ} (s) + (s) \text{ هـ} (s)$$

$$\text{هـ} (s) = 12s - 12s + 3s^2 - 5s$$

$$3 + 1 - 12 =$$

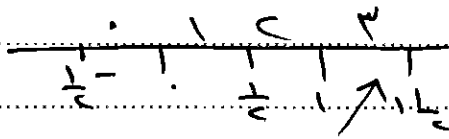
$$3 + 1 =$$

السؤال الخامس

جد $f'(s)$ في كل ما يأتي عند قيمة s من الميضية انما s من s .

(P) $f(s) = s - [1 + s]$ عند $s = 1$ و $s = 2$

$[1 + s]$

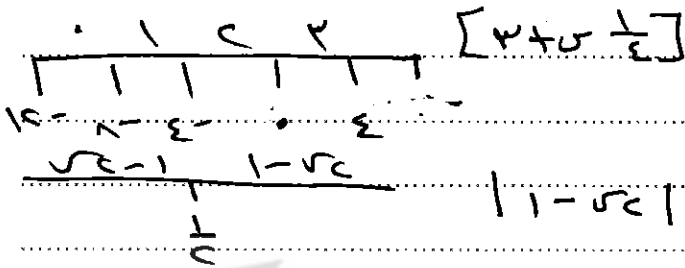


عند $s = 1$ $f'(s) = 1 - 1 = 0$

عند $s = 2$ $f'(s) = 1 - 1 = 0$

عند $s = 1$ و $s = 2$ $f'(s) = 1 - 1 = 0$

(Q) $f(s) = \frac{[3 + s \frac{1}{2}]}{11 - s}$ عند $s = 1$



عند $s = 1$ $f'(s) = \frac{3}{1 - 1} = \frac{3}{0}$

عند $s = 2$ $f'(s) = \frac{3}{2 - 1} = 3$

عند $s = 1$ و $s = 2$ $f'(s) = \frac{3}{2 - 1} = 3$

السؤال الرابع

اذا كان L و M اقليتين قابلتين

للاشتقاق وكان $L = (s-1)^3$

$L' = (s-1)^2$ و $M = (s-1)^2$

جد $f'(s)$ عند $s = 1$

عند $s = 1$ $f(s) = L \times M = (s-1)^3 \times (s-1)^2$

(P) $f(s) = (s-1)^3 \times (s-1)^2 = (s-1)^5$

$f'(s) = 5(s-1)^4$

$f'(1) = 5(1-1)^4 = 0$

$f'(1) = 0$

(Q) $f(s) = \frac{L \times M}{1 + (s-1)}$

$f'(s) = \frac{L \times M' + M \times L'}{(1 + (s-1))^2}$

$f'(s) = \frac{(s-1)^3 \times 2(s-1) + (s-1)^2 \times 1}{(1 + (s-1))^2}$

$f'(s) = \frac{2(s-1)^4 + (s-1)^2}{(1 + (s-1))^2}$

$f'(s) = \frac{(s-1)^2(2(s-1)^2 + 1)}{(1 + (s-1))^2}$

$f'(1) = \frac{1^2(2(1-1)^2 + 1)}{(1 + (1-1))^2} = \frac{1}{0}$

$f'(1) = \frac{1}{0}$

$f'(1) = \frac{1}{0}$

$f'(1) = \frac{0}{1} = 0$

السؤال السابع

اعتمد على نتيجته في سؤال (٦) لإثبات

$$\frac{c}{2s} (l(s)) = 3 (l(s)) \times l'(s)$$

الحل

$$\frac{c}{2s} (l(s) \times l(s) \times l(s))$$

$$= (l(s) \times l(s) \times l'(s)) + (l(s) \times l'(s) \times l(s)) + (l(s) \times l'(s) \times l(s)) + (l'(s) \times l(s) \times l(s))$$

$$= 3 (l(s) \times l'(s) \times l(s))$$

$$= 3 (l(s))^c \times l'(s)$$

السؤال الثامن

$$\left. \begin{matrix} 3 \leq s & 3 \leq s \\ s < 1 & s < 1 \end{matrix} \right\} = (s)$$

$$(s) = 1 + s^3$$

الحل في ما يليية الدقة ان في
للأشياء عند s = 1 ثم أكتب
قاعدة (s)

الحل

عند s = 1 نبي حتى الاتصال

$$f(1) = 1 + 1^3 = 2$$

$$f'(s) = 3s^2 = 3 \text{ عند } s = 1$$

مصل ← يسع كل

$$f(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 - s} = 1 + \frac{s + 1}{s^2 - s}$$

$$f'(s) = \frac{(s^2 - s) \times (1 + 1) - (s + 1) \times (2s - 1)}{(s^2 - s)^2}$$

$$f'(s) = \frac{(s^2 - s) \times 2 - (s + 1) \times (2s - 1)}{(s^2 - s)^2}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{2 - 1}{9} = \frac{1}{9}$$

السؤال السادس

إذا كان ل، م، ه اقتربنا ما به
للأشياء عند s، فاستخدم قاعدة
صحة حاصل ضرب اقتربنا لإثبات
أن

$$\frac{c}{2s} (l(s) \times m(s) \times h(s))$$

$$= (l(s) \times m'(s) \times h(s)) + (l(s) \times m(s) \times h'(s)) + (l'(s) \times m(s) \times h(s))$$

الحل

$$= (l(s) \times m(s) \times h(s)) + (l(s) \times m'(s) \times h(s)) + (l(s) \times m(s) \times h'(s)) + (l'(s) \times m(s) \times h(s))$$

$$= (l(s) \times m(s) \times h(s)) + (l(s) \times m'(s) \times h(s)) + (l(s) \times m(s) \times h'(s)) + (l'(s) \times m(s) \times h(s))$$

عند $s = 0$ ، نبحث الاتصال

$$f(0) = 0$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s) - f(0)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

السؤال التاسع

إذا كان $f(s) = (s^2 + 6s)$

اكتب في مجالتيه الأقران من اللاشيء

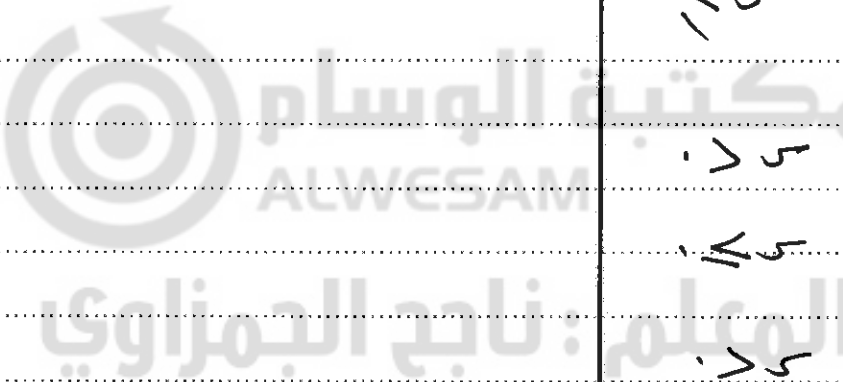
جميع قيم s حيث $s > 0$ ؟

$$f'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$

$$f'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s}$$



السؤال الخامس

$$\left. \begin{aligned} 2 > 3 \\ 2 < 5 \\ 2 < 5 \\ 2 < 5 \end{aligned} \right\} = (س)$$
 وكانه اقتراحاً قابلاً للأشعاعه
 عند $س = 2$ ، $س = 3$ ، $س = 4$ ، $س = 5$ ؟

$$3 = 2 \leftarrow$$

 نحوض $3 = 2$ في (ب)

$$= 4 - x + 2 = 2 - x + 2$$

$$= 4 - x = 2 - x$$

$$11 = \frac{2}{2} = 2 \leftarrow$$

الكل

له قابل للأشعاعه عند $س = 2$

$$\leftarrow$$
 متصل عند $س = 2$

خانه (س) = خانه (س)

$$س < 2$$

$$5c - 2 = 2c + 18 - 4$$

(1)
$$3 - 2 = 5c + 2c$$

$$(c) = (c) +$$

$$5 - 2c = 2 + 3c - 18$$

$$5 - 2c = 2 + 3c - 18$$

$$= 3c + 5 - 2 - 18 \leftarrow$$

(2)
$$= 5 + 2c$$

بإيقاف

$$3 - x = 5 + 2c$$

$$3 - x = 5 + 2c$$

$$1c = 5 + 2c - 3 - x$$

$$= 5 + 2c - 3 - x$$

$$1c = 5 - 2$$

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠٠٨) متوية

$$\frac{[1+s]}{s} = \text{إذا كان هو (س)}$$

$$\text{هو } \left(\frac{1}{3}\right) = 2 \text{ ، هو } \left(\frac{1}{3}\right) = 1 - \text{ فأوجد قيمة ل } \left(\frac{1}{3}\right)$$

الحل

$$\text{نعوض } s = \frac{1}{3} \text{ في } [1 + \frac{1}{3} \times c] = 1$$

$$\Leftrightarrow \text{هو (س)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \text{هو (س)} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right) \times c}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \text{هو } \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right) \times c}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$\text{لكه هو } \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{[1 + \frac{1}{3} \times c]}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Leftrightarrow c \times \left(\frac{1}{3}\right) = 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{c}$$

$$\Leftrightarrow \text{هو (س)} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \text{هو } \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$1 - \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\frac{1}{3}}$$

② وزارة (٢٠٠٨) صيفيه

$$\text{إذا كان } \frac{l(s)}{s+1} = \text{هو (س)}$$

$$\text{وكان هو (س)} = 1 \text{ ، هو } (2) = 3 \text{ فأوجد ل } (2) ?$$

الحل

$$\text{هو (س)} = \frac{(s+1) \times l(s) - l(s) \times s}{(s+1)^2}$$

$$\text{هو } (2) = \frac{2 \times (2) - (2) \times 2}{2^2}$$

$$\text{لكه هو } (2) = \frac{2 \times (2) - (2) \times 2}{2^2} \Leftrightarrow 1 - 2 = 0$$

نعوضها في ②

$$3 = \frac{2 \times 0 - (2) \times 0}{2^2}$$

$$70 = 2 + (2) \times 0$$

$$0 = 0 = (2) \times 0$$

$$\Leftrightarrow (2) = 11$$



معلم: ناجح الجمزاوي

③ وزارة (٢٠٠٩) شتوية

إذا كان $\left. \begin{matrix} 3s^2 + 2 \\ s \\ 1 = s \\ s > 1 \end{matrix} \right\} = (s)$ فجد $s = (1)$

اكمل

نبحث اتصاله عند $s = 1$

وهذا $0 = (1)$
 كما $0 = (s)$ ، كما $s = 1$
 $s \leftarrow 1$ ، $s \leftarrow 1$

غير متصل $s = (1)$ غير موجود

⑤ وزارة (٢٠١٠) شتوية

إذا كان $(s) = [s] - [s + v] = [s] + [s + 1] - [s + v]$
 صيغ $s \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$ جد $s = (3)$

اكمل

وهذا $(s) = [s] - [s + v] + [s + 1] + [s + 1]$

$v + [s + 1] =$

تحويل $s = 3$ في $(3 - x) = 1 - x$ سالب

\leftarrow وهذا $(s) = v - [s] = 3 - s$

وهذا $(s) = 3 - s$

وهذا $(3) = 3 - s$

④ وزارة (٢٠٠٩) صيفية

إذا كان $(s) = [s] \times [s + 1]$ فوجد $s \in (-3, 2)$ فوجد $s = (0)$

اكمل

$3 - s = [s] - [s + 1] = [s] - [s + 1]$

$1 - s = [s] - [s + 1] = [s] - [s + 1]$
 وهذا $(s) = 3 - s = [s] - [s + 1]$

وهذا $(s) = 3 - s$

وهذا $(0) = 3 - s$

⑥ وزارة (٢٠١١) شتوية

إذا كان $\left. \begin{matrix} s - 1 \\ s - 1 \\ 1 \neq s \\ 1 = s \end{matrix} \right\} = (s)$ فوجد $s = (1)$

اكمل

وهذا $(1) = 3 - s$ ، كما $s = 1$
 $s \leftarrow 1$ ، $s \leftarrow 1$

كما $3 = \frac{(s+1)(s-1)}{s}$
 $s \leftarrow 1$ ، $s \leftarrow 1$

غير متصل عند $s = 1$

وهذا (1) غير موجود

الكل

$$\frac{L(As) - S \times L'(As)}{L(As)^2} = \text{مؤ (As)}$$

مؤ (1) =
$$\frac{L(1) - S \times L'(1)}{L(1)^2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{9} = \frac{9 + C \times 3 -}{9} =$$

Ⓐ وزارة (2,13) متوية

إذا كان مؤ (As) =
$$\left. \begin{matrix} P \times 3 - S \times 3 - S \\ P \times 6 - S \times 6 - 1 - S \end{matrix} \right\}$$

اقتربنا قليلاً للاشتقاق عند س = 1
 به قيمة P, S

الكل
 مؤ (As) =
$$\left. \begin{matrix} P \times 3 - S \times 3 - S \\ P \times 6 - S \times 6 - 1 - S \end{matrix} \right\}$$

مؤ (1) = مؤ (1)

$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

①
$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

من فصل عند س = 1

كما
$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

$$P \times 3 - S \times 3 - S = P \times 6 - S \times 6 - 1 - S$$

Ⓛ وزارة (2,14) صيفيه

إذا كان مؤ (As) =
$$\left. \begin{matrix} P \times 6 + S \times 6 - 7 - S \\ P \times 5 + S \times 5 \end{matrix} \right\}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = 1
 اطلب P, S

الكل
 مؤ (As) =
$$\left. \begin{matrix} P \times 6 + S \times 6 - 7 - S \\ P \times 5 + S \times 5 \end{matrix} \right\}$$

مؤ (1) = مؤ (1)

①
$$P \times 6 + S \times 6 - 7 - S = P \times 5 + S \times 5$$

من فصل عند س = 1

كما
$$P \times 6 + S \times 6 - 7 - S = P \times 5 + S \times 5$$

$$P \times 6 + S \times 6 - 7 - S = P \times 5 + S \times 5$$

$$P \times 6 + S \times 6 - 7 - S = P \times 5 + S \times 5$$

①
$$P \times 6 + S \times 6 - 7 - S = P \times 5 + S \times 5$$

$$0 = 5 + 6 \times 6$$

$$0 = 5 + 16$$

$$11 = 5$$

② مؤ (As) =
$$\frac{S}{L(As)}$$

L(1) = 3 - مؤ (1) = 4 - مؤ (1)

④ ولاية (٢.١٣) صيغة

إذا كان $(س)$ = $(س)$ و $(س)$ = $(س)$ + ١
فاوجد (٢)

الحل

$(س) - (س) = ١$

$(س) = (س - ١)$

$\frac{١}{س - ١} = (س)$

$\frac{١ - س}{س} = (س)$

$(٢) = \frac{١}{١} = \frac{١}{س - ١} = ١$

وهذا (١) = $\frac{(١ - س) - (١ - س) + ١ - س}{(١ - س)}$

$٣ = \frac{(١ - س) + ١ - س}{٤} =$

$١٢ = (١ - س) - ٤ + ١ - س$

$١٢ = (١ - س) - ٤ - س$

$١٤ = (١ - س)$

$\frac{١٤}{٢} = \frac{١٤}{٤} = (١ - س)$

⑤ إذا كان $(س) = (س) + ٣$ و $(س) = (س) + ١٤$

وكانت (٢) موجودة فجد (٢) ؟

الحل
 $(س) = (س) + ٣$
 $(س) = (س) + ١٤$

$(٢) = (٢) = (٢)$

$١٤ + ٣ = ١ + ٤ \times ٣$

$١٧ = ١ + ١٢$

① $١٧ - ١ = ١٦$

وهذا $(٢) = ١٦$

← تبين اكل

① ولاية (٢.١٤) متوية

إذا كان $(س) = (س)$ و $(س) = (س) + ١$

وكانت $(١) = (١) - ٢$

$(١) = (١) = (١) - ١ = ١ - ٢ = (١) - ٣$

فجد (١)

الحل

$(س) = (س) + ١$ و $(س) = (س) + ١$

$(س) = (س) + ١$

$(١) = (١) = (١) - ٢ = (١) - ٣$

$$\begin{aligned}
 U - c \times P c &= P + c \times U^3 - \\
 U - P \varepsilon &= P + U^2 - \\
 &= P - U^2 + U - P \varepsilon \\
 \textcircled{1} - \dots &= U^2 + P^3
 \end{aligned}$$

هذه فصل عند $c = 0$

$$\begin{aligned}
 P + U^3 - U - P \varepsilon &= P + U^3 - \\
 &+ c \leftarrow \quad c \leftarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P c + U^2 - \varepsilon &= U c - P \varepsilon \\
 \textcircled{2} - \dots - \varepsilon &= U^2 + P c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c - x \cdot &= U^2 + P^3 \\
 3 \times \varepsilon &= U^2 + P c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= U^2 - P^3 \\
 1 c &= U^2 + P^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 c = U \cdot \varepsilon - \\
 \leftarrow U = 3 - \dots \text{تعويضاً في } \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 - x^2 + P^3 \\
 &= 3^3 - P^3 \\
 11 &= \frac{3^3}{\varepsilon} = P
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 c - U^2 + P^3 &= P + U^3 - \\
 &+ c \leftarrow \quad c \leftarrow \\
 1 c - U^2 + P \varepsilon &= U c + P^3 \\
 \textcircled{3} - \dots - 1 c &= U^2 - P \varepsilon
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c - x \cdot &= U^2 - P^3 \\
 1 c &= U^2 - P \varepsilon
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= U^2 - P^3 \\
 1 c &= U^2 - P \varepsilon \\
 1 c &= P^3 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 = P \text{ تعويضاً في } \textcircled{1} \\
 &= U^2 - P^3 \\
 1 = U \leftarrow &= U^2 - P^3
 \end{aligned}$$

١١) فإشارة (١٤.٢) صفة

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 P^3 - U^2 &= U^2 - P^3 \\
 P + U^3 - U - P \varepsilon &= U^2 - P^3
 \end{aligned} \right\} = (U^2 - P^3) \\
 \text{وكانت صفة (٢) موجودة أولاً} \\
 U, P
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 P^3 - U^2 &= U^2 - P^3 \\
 P + U^3 - U - P \varepsilon &= U^2 - P^3
 \end{aligned} \right\} = (U^2 - P^3) \\
 \text{كل} \\
 \text{صفة (٣) = صفة (٢) = صفة (١)}
 \end{aligned}$$

١٤) زيارة (٢٠١٥) شتوية

١) اثبت انه اذا كان $f(x) = x^n$ صفة $x \neq 0$ فان $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$ فان $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

اكل صفه (١٦) ادرسيه

٢) ليكن $f(x) = x^2$ احس $f'(x)$ حيث قابلية f للاشتقاق عند $x = \pi$

اكل احاسا $f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

حاشه $f(x) = x^2$ حاشه $f(x) = x^2$

حاشه $f(x) = x^2$ حاشه $f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$ احاسا $f'(x) = 2x$

٢) اذا كان $f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

اكل

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 2x$

$$\frac{1x(4+s) - 1 - xs}{s} = \text{م (س)}$$

$$\frac{4 - 1}{s} = \frac{4 - s + s - 1}{s} =$$

$$\frac{1 - 1}{s} = \frac{4 - 1}{s} = \text{م (4)}$$

$$\frac{1x(4-s) - 1xs}{s} = \text{م (س)}$$

$$\frac{4}{s} = \frac{4 + s - s}{s} =$$

$$\frac{1}{s} = \frac{4}{s} = \text{م (4)}$$

م (4) غير موجوده

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4 - 1}{s} \text{ ا د س د 4} \\ \frac{4}{s} \text{ ا د س د 4} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

١٣) فزارة (٢٠١٥) صيف

$$\frac{1x(4+s) - 1 - xs}{s(1-s)} =$$

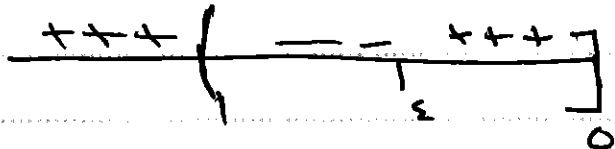
س د [١٥] او هدي ده ؟

الكل

$$1x(4+s) - 1 - xs =$$

$$1x(4+s) - 1 - xs = (1-s)(4-s)$$

$$4 + s - 1 - xs = 4 - 4s + s - s^2$$



$$\left. \begin{array}{l} \frac{1x(4+s) - 1 - xs}{s(1-s)} \text{ ا د س د 4} \\ \frac{1x(4-s) - 1xs}{s(1-s)} \text{ ا د س د 4} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

$$\frac{1x(4-s) - 1xs}{s(1-s)} \text{ ا د س د 4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4 + s - 1 - xs}{s} \text{ ا د س د 4} \\ \frac{4 - s - 1xs}{s} \text{ ا د س د 4} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

عند س = 4 م (4) = صيف
كما م (س) = كما م (س) = صيف
س + 4

صيف عند م = 4

وزارة (٢٠١٧) صيف

١٤) وزارة (٢٠١٦) صيف

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} 9 < 5 & \quad \left(\frac{1}{5} + P \right) \\ 9 > 5 & \quad U + \frac{5}{2\sqrt{c}} \end{aligned} \right\} = \text{عدد (س)}$$

وكانت عدد (٩) موجودة في صيغة كلا من U و P

الحل

عدد (٩) موجودة في صيغة عند $U = 9$

$$\left. \begin{aligned} \text{هنا عدد (س)} &= \text{هنا عدد (س)} \\ 9 < 5 &+ 9 < 5 \\ U + \frac{1}{2\sqrt{c}} &= (3 + P) \end{aligned} \right\}$$

أيضاً

$$\textcircled{1} \quad U + 3 = (3 + P) \iff$$

$$\text{عدد (٩)} = \text{عدد (٩)}$$

$$\left. \begin{aligned} 9 < 5 & \quad \frac{1}{2\sqrt{c}} + (3 + P) \\ 9 > 5 & \quad \frac{5}{2\sqrt{c}} \end{aligned} \right\} = \text{عدد (س)}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{2\sqrt{c}} + (3 + P) \cdot \frac{1}{2\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{3 + P}{2\sqrt{c}}$$

$$1 = P \iff c = 3 + P \iff$$

نعوضها في $\textcircled{1}$

$$U + 3 = (3 + 1)$$

$$1 = U \iff U + 3 = 4$$

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} 1 < 5 & \quad 8 - 5U + 5P \\ 1 > 5 & \quad c + 5U - 2P \end{aligned} \right\} = \text{عدد (س)}$$

وكانت عدد (١) موجودة في صيغة U و P ؟

الحل

$$\left. \begin{aligned} 1 < 5 & \quad U + 5P \\ 1 > 5 & \quad U - 2P \end{aligned} \right\} = \text{عدد (س)}$$

$$\text{عدد (١)} = \text{عدد (١)}$$

$$U - 2P = U + 5P$$

$$\textcircled{1} \quad \dots = 50 - P$$

في صيغة عند $U = 1$

هنا $U = 1$

$$8 - 5U + P = 8 - 5 \cdot 1 + P$$

هنا $U = 1$

$$c + U - P = c + 1 - P$$

$$c + U - P = 8 - 5U + P$$

$$\boxed{c = U} \quad 1 = 50$$

نعوضها في $\textcircled{1}$

$$1 = 50 - P$$

$$1 = P$$

وزارة (٢٠١٨) صيف

$$s(1+s)(3-s) = 1$$

$$s \geq 1 \Rightarrow [1, \infty)$$

حيث $s > 0$

$$\frac{3-s-1}{s} = \frac{3-s+1}{s} = \frac{3-s-1}{s}$$

$$s = 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3-s+1 = 3 \\ 3-s-1 = 3 \end{array} \right\} \text{حيث } s > 3$$

$$s \geq 3 \Rightarrow s \geq 3$$

$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 1 \\ c - \sqrt{c} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s > 3$$

$$s = 3 \Rightarrow s > 3$$

حيث $s = 3$ فصل عند $s = 3$

$$\text{حيث } s = 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 3 \\ c - \sqrt{c} = 3 \end{array} \right\} \text{حيث } s = 3$$

$$c = 3 \Rightarrow c = 3$$

$$c = 3 \Rightarrow c = 3$$

حيث $s = 3$ غير موجوده

$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 1 \\ c - \sqrt{c} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s > 3$$

$$s = 3 \Rightarrow s = 3$$

$$s = 3 \Rightarrow s > 3$$

وزارة (٢٠١٨) صيف

$$s = 1 \Rightarrow |s-1| = |s-1|$$

$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = 1 \\ s = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s = 1$$

$$\frac{s-1}{s} = \frac{s-1}{s} = \frac{s-1}{s}$$

$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s + \sqrt{s} = 1 \\ s - \sqrt{s} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s > 1$$

$$s < 1 \Rightarrow s - \sqrt{s} = 1$$

$$s \geq 1 \Rightarrow s - 1 = 1$$

$$s < 1 \Rightarrow s - 1 = 1$$

حيث $s = 1$ فصل عند $s = 1$

$$\text{حيث } s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 1 \\ c - \sqrt{c} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s = 1$$

$$c = 1 \Rightarrow c = 1$$

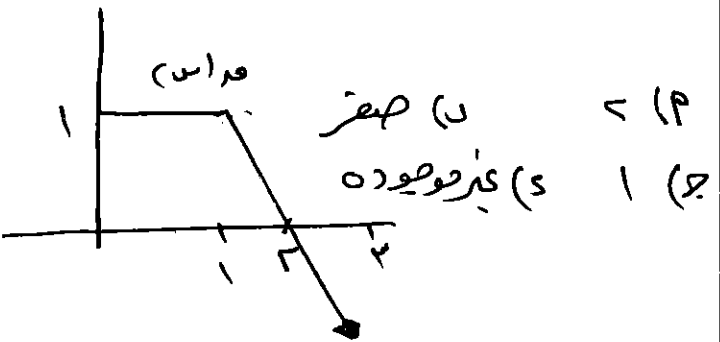
$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 1 \\ c - \sqrt{c} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s > 1$$

$$s = 3 \Rightarrow s < 1$$

$$s = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + \sqrt{c} = 1 \\ c - \sqrt{c} = 1 \end{array} \right\} \text{حيث } s = 1$$

$$\frac{11}{9} = \frac{1}{9} \times \frac{11}{1} = P \leftarrow$$

Ⓢ إذا كان لكل بجانب على
مخفى فد (س) المعرف على [٣٠٠]
فان فد (١) ساوي



الأجزاء Ⓢ لأن المشتق
فد (س) لا ساوي المشتق
من هنا -

وزارة (٢٠١٨) شتوي

$$\text{فد (س)} = \begin{cases} P + S^2 & 2 \leq S \\ S^3 + S^2 + 8 & 2 < S \end{cases}$$

وكانت فد (٢) موجودة

كل من P, S ؟

الحل

فد (٢) موجودة \leftarrow فد (س)
متصل عند $S = 2$

$$P + S^2 + S^3 = S^3 + S^2 + 8 \leftarrow$$

$$8 + P + 2 + 8 = 8 + P + 8$$

$$\text{Ⓢ} \quad \dots = 8 - 2 - P$$

انضاً

$$\text{فد (س)} = \begin{cases} P + S^2 & 2 \leq S \\ S^3 + S^2 + 8 & 2 < S \end{cases}$$

$$\text{فد (٢)} = \text{فد (٢)}$$

$$P + 2 + 8 = 8 + P + 8$$

$$P + 10 = 16$$

$$\text{Ⓢ} \quad \frac{11}{9} = P$$

$$= 8 - 2 - \frac{11}{9} \times 9$$

$$2 = \frac{4 \times 8}{9} - \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} = \frac{2}{9} = 2 \leftarrow 2 = \frac{11}{9}$$



ورقة عمل

قواعد الاشتقاق

٧) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟

٨) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟
الجواب $\frac{0}{0}$

٩) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟

احب ما يليه مرداس للاشتقاقه عند $s = 1$

١٠) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟
عند $s = 1$

وكان هو (١) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟
احب ما يليه مرداس للاشتقاقه عند $s = 1$

١١) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟
عند $s = 1$

تعريف اشتقاقه احب ما يليه مرداس للاشتقاقه عند $s = 1$

١) اذا كان مرداس = $\frac{0}{0}$ ، وكان $\frac{0}{0} =$ ؟
 $\frac{0}{0} = 1$

٢) اذا كان هو (س) = $\frac{0}{0}$ ، وكان مرداس = $\frac{0}{0}$ ، $\frac{0}{0} =$ ؟
مردسة (٢) ، $\frac{0}{0} = 3$

٣) اذا كان مرداس = $\frac{0}{0}$ ، $\frac{0}{0} =$ ؟
مردسة (١) ، $\frac{0}{0} = 3$ ، $\frac{0}{0} = 1$ ، $\frac{0}{0} = 1$ ؟

٤) اذا كان مرداس = $\frac{0}{0}$ ، $\frac{0}{0} =$ ؟
ع: غير موجوده

٥) اذا كان مرداس = $\frac{0}{0}$ ، $\frac{0}{0} =$ ؟
ع: غير موجوده

٦) $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ، $\frac{0}{0} =$ (مرداس) ؟
ع: غير موجوده

١٧) بدأ شخص بفتح بالون على شكل كرة ، بعد قاعدة عامة لحساب معدل تغير حجم البالون بالنسبة الى نصف قطره ، ثم حدد معدل تغير الحجم عند ما له = ١٠

١٢) اذا كان $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ غير قابل للاشتقاق عند $r = 10$ فما هو $\frac{dV}{dr}$ عند $r = 10$

١٣) اذا كان $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10$ اوجد $V'(3)$ احوال (٤٧)

١٨) $\left. \begin{aligned} &V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10 \\ &1 \leq r \leq 2 \\ &2 \leq r \leq 7 \end{aligned} \right\} = V'(r)$

١٤) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10$ اوجد $V'(4)$

اوجد $V'(r)$ لكل $r \in [6, 7]$

اوجد $V'(r)$

١٩) اذا كان $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10$ اوجد $V'(6.5)$ اوجد $V'(r)$

١٥) اذا كان $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10$ اوجد $V'(1)$

٢٠) اذا كان $\left. \begin{aligned} &V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10 \\ &1 \leq r \leq 2 \\ &2 \leq r \leq 7 \end{aligned} \right\} = V'(r)$ قابلاً للاشتقاق عند $r = 10$ حدد قيمة P, U, V $1 = U, 2 = P$

١٦) $\left. \begin{aligned} &V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10 \\ &1 \leq r \leq 2 \\ &2 \leq r \leq 7 \end{aligned} \right\} = V'(r)$ اوجد $V'(r)$

٢١) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r^2 + 5r + 10$ اوجد $V'(1)$

(٢٢)

$$\left[\left[\frac{5}{6} \right] \right] = \text{وهو (س)}$$

اوجد هـ (٣)

(٢٦)

$$\left[1 + \frac{3}{5} \right]$$

وهو (س) =

$$س \text{ هو (س) } + س$$

وكانت هـ (١) = ١ ، هـ (١) = ٣

اوجد هـ (١) ؟

(٢٣)

اطولنا دائرية قائمة ارتفاعها
ياوي ٤ ، عمال طول نصف قطر
قاعدتها ، جد معدل تغير في
حجمها بالنسبة لارتفاعها عندما
تكون مساحة القاعد = ٩ كم

(٢٧)

$$س \text{ هو (س)}$$

وهو (س) =

$$ل \text{ (س) } + س$$

وكان هـ (١) = ل (١) = ٣

ل (١) = هـ (١) = ٣

فاوجد هـ (١)

(٢٤)

$$\left. \begin{aligned} 1 < س < ٥ \\ ٥ < س < ١٠ \end{aligned} \right\} = \text{وهو (س)}$$

وكانت هـ (١) موجودة فاوجد هـ (١)

(٢٥)

$$\left[٤ + \frac{٥}{٦} \right] = \text{وهو (س)}$$

اوجد هـ (١)

قواعد الاشتقاق

حلول ورقة عمل

④ نبتة الاتصال عند $s = c$

هنا $f(c) = 2$

هنا $f'(c) = 1$ ، هنا $f'(c) = 2$
 $\leftarrow c \quad \leftarrow c$

عند اتصال $f(c) \neq f'(c)$ غير متصلة

①

$f'(c) = 3 + \frac{p}{c^2}$

$f'(3) = \frac{p}{9} + 3 = 2$

$\frac{p}{9} = -1 \Rightarrow p = -9$

⑤

هنا $f'(s) = s + [1 - f(s)] - 1$

$\frac{f'(s)}{s} = \frac{s + 1 - f(s) - 1}{s}$

$f'(s) = 1 - s = 1 - f(s)$

$1 - f(c) = c + 1 - f(c) = 1 - f(c)$

$f'(c) = f(c) = 1 - f(c) \Rightarrow f(c) = \frac{1}{2}$

⑤ $f'(s) = s + f(s)$

$f'(s) = s + f(s) \Rightarrow f'(c) = c + f(c)$

$f'(c) = c + f(c) \Rightarrow 1 = c + f(c)$

$f'(c) = c + f(c) \Rightarrow 1 = c + f(c)$

$f'(c) = c + f(c) \Rightarrow 1 = c + f(c)$

⑥

$f'(s) = [s] - \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3}$

$f'(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3}$

$f'(s) = \frac{1}{s^3} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s}$

③ $f'(s) = (s+1)(s^2 + (s+1)) - s(s+1)$

$f'(s) = (s+1)^2$

$f'(1) = (1+1)^2 = 4$

$f'(s) = (s+1)^2$

$f'(1) = (1+1)^2 = 4$

$\frac{0}{9} = \frac{c+1}{9} = \frac{c+1}{9}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} : \text{د س د ا} \\ \text{صفر} : \text{د س د ا} \\ \text{صفر} : \text{د س د ا} \end{array} \right\} \text{فه } (س) =$$

$$\begin{array}{l} \text{فه } (ا) = 1 \\ \text{فه } (س) = 1 \\ \text{فه } (د) = 1 \end{array}$$

⑦

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

$$\frac{0}{(س)} = 1 \leftarrow \frac{0}{(س)} =$$

$$0 = (س)$$

④

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

⑧

$$\frac{0 - 0 \times (س)}{(س)^2} =$$

$$\text{فه } (ا) = 1$$

$$\text{فه } (س) = 1$$

$$\text{فه } (د) = 1$$

$$\text{فه } (ا) = 1$$

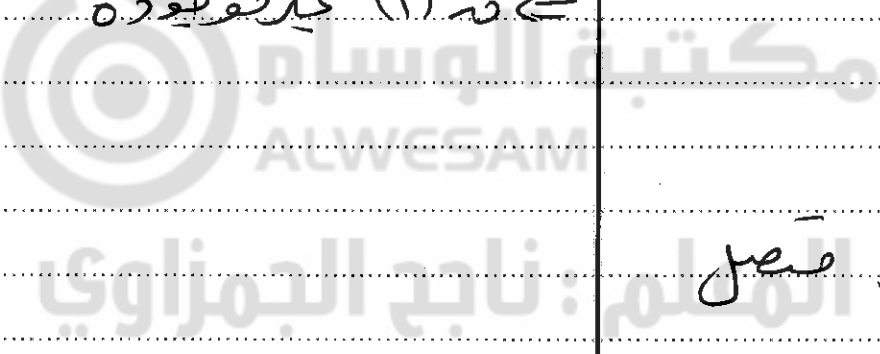
$$\text{فه } (س) = 1$$

$$\text{فه } (د) = 1$$

$$\text{فه } (ا) = 1$$

$$\text{فه } (س) = 1$$

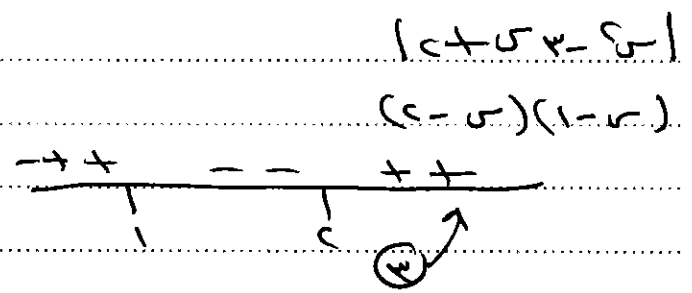
$$\text{فه } (د) = 1$$



$1 - 1 = 0$
 $1 - 2 = -1$
 $1 - 3 = -2$
 $1 - 4 = -3$
 $1 - 5 = -4$
 $1 - 6 = -5$
 $1 - 7 = -6$
 $1 - 8 = -7$
 $1 - 9 = -8$
 $1 - 10 = -9$

عند وجود $x = 5$ \rightarrow $1 - 5 = -4$

(13)



(15) $(x + \sqrt{3} - 5) = (x - 5)$

$9 \times (x + \sqrt{3} - 5) =$

$(3 - \sqrt{2})9 = (x - 5)$

$3\sqrt{2} = 3 \times 9 = (3 - 6)9 = (x - 5)$

(15) $x - 2 = 3 - 1$

$x - 2 = 2$

$x = 4$

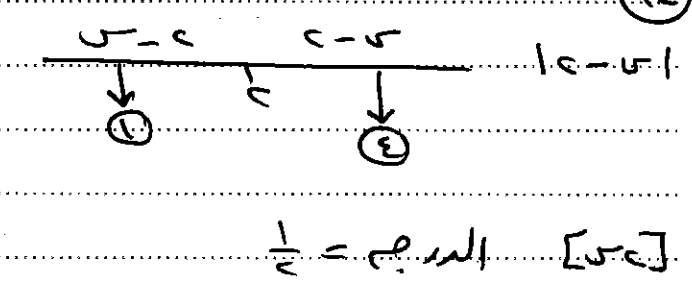
(1) \rightarrow

$x - 3 = (x - 5)$

$1 - 1 = (x - 5)$

$(1) \times (x - 5)$

(14)



$(1) \times (1) + (1) \times (1)$

$1 - x + 1 - x$

$2 - 2 = 0$

(16) $1 - 2 = 2 - 5$

$1 - 2 = -1$

$2 - 5 = -3$

$1 - 3 = -2$

$1 - 4 = -3$

$1 - 5 = -4$

$1 - 6 = -5$

$1 - 7 = -6$

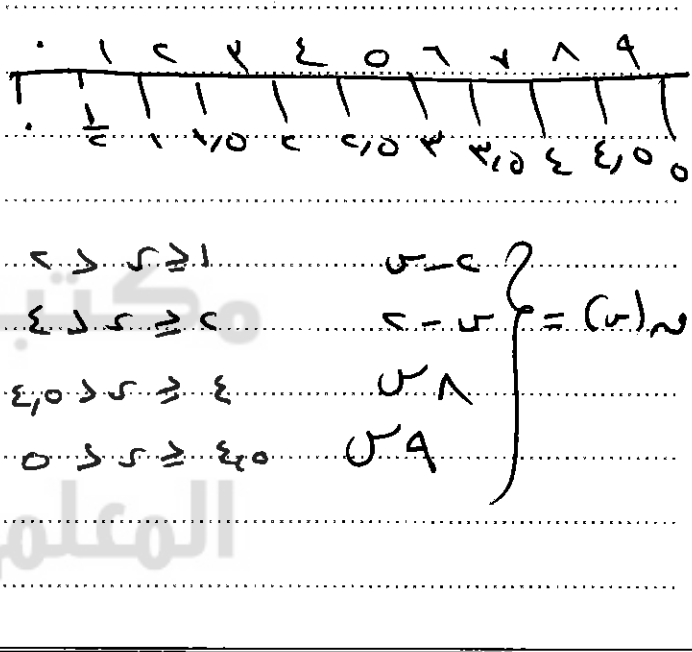
$1 - 8 = -7$

$1 - 9 = -8$

$1 - 10 = -9$

المعلم: ناجح الجمزاوي

يرتفع اكل



تابع ١٨

عند $s = 2$ غير متصل

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 3$ غير متصل

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

١٨

عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 1$ متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 1$ متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

١٩

عند $s = 2$ غير متصل

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

عند $s = 1$ متصل
عند $s = 2$ غير متصل
عند $s = 3$ غير متصل
عند $s = 4$ غير موجودة

١٩

$$\left. \begin{array}{l} 3 > 5 > 2 \\ 6 > 5 > 4 \\ 3 > 5 \end{array} \right\} = (س) \\ \begin{array}{l} 3 \\ 6 \\ 3 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \right. \\ \text{بخصوص ٥}$$

$$\begin{array}{l} = 6 + 5 - 3 \\ = (6-3)(3-5) \\ \begin{array}{l} 6+5-3 \\ 6+5-3 \\ 6+5-3 \end{array} \\ \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 3 \end{array} \end{array}$$

٢٠) من قابل للاستقامة عند $s = 1$
من متصل عند $s = 1$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \geq 5 > 4 \\ 6 \geq 5 > 4 \end{array} \right\} = \\ \begin{array}{l} 2 \\ 6 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right. \\ \begin{array}{l} 2+5-4 \\ 6+5-4 \end{array} \\ \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{صافه (س)} \\ \leftarrow 1 \end{array} = \begin{array}{l} \text{صافه (س)} \\ \leftarrow 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 + 5 = 8 + 1 \leftarrow \\ \textcircled{1} \quad 6 - 3 = 3 - 3 \leftarrow \\ \text{صافه (1)} = \text{صافه (1)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \geq 5 > 2 \\ 6 \geq 5 > 4 \end{array} \right\} = \\ \begin{array}{l} 3 \\ 6 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right. \\ \begin{array}{l} (3-5)(2-5) \\ (6-5)(4-5) \end{array} \\ \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 + 5 + 3 = 8 + 3 \\ 3 + 5 = 8 + 3 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \geq 5 > 2 \\ 6 \geq 5 > 4 \end{array} \right\} = \\ \begin{array}{l} 3 \\ 6 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right. \\ \begin{array}{l} 2+5-3 \\ 6-5 \end{array} \\ \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3 - 5 = 3 \\ 3 = 5 - 2 \\ 3 = 3 \leftarrow \boxed{3 = 5} \\ 3 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{متصل عند } s = 3 \\ \text{صافه (س)} = \frac{3}{3} \\ \frac{3}{3} = \frac{3}{3} = \text{صافه (3)} \\ \frac{3}{3} = \frac{3}{3} = \text{صافه (3)} \end{array}$$

صافه (3) بحد وجوده

(٢١)

$$\frac{1}{s} + [s] - [c+s]$$

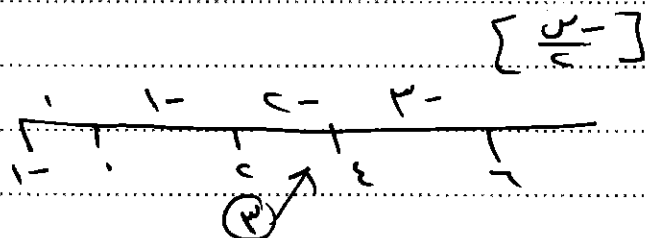
$$\frac{1}{s} + [s] = c + [s]$$

$$\frac{1}{s} + c = (s)$$

$$\frac{1}{s} = (s)$$

$$1 = (s)$$

(٢٢)



$$\frac{c-}{s-0} = \frac{[c-]}{s-0} = (s)$$

$$\frac{1-c-}{c(s-0)} = (s)$$

$$\frac{c-}{c(s-0)} =$$

$$\frac{c-}{2} = \frac{c-}{c(2-0)} = (3)$$

$$\frac{1}{s} =$$

(٢٣)

ع: الحجم س = الارتفاع

$$\frac{ص}{2} = نصف قطرها$$

$$ع = \pi \text{ نصفها}$$

$$ص \times \left(\frac{ص}{2}\right) \pi =$$

$$ع \frac{\pi}{16} = (س)$$

$$ص \times \frac{\pi}{16} = \frac{ع}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ع}{ص} \Rightarrow \pi A = \text{مساحة بقائه}$$

مساحة بقائه = مساحة دائره نصف قطر س

$$\pi A = \left(\frac{ص}{2}\right) \pi =$$

$$A = \frac{ص}{16}$$

$$16 \times A = ص \quad 16 \times \frac{ص}{16} = ص$$

$$4 \times 3 =$$

$$12 =$$

$$12 \times \frac{\pi}{16} = \frac{ع}{س}$$

$$\pi \times 12 = ع$$

(٥٥)

$$\begin{aligned} & \cdot = v_0 + v_1 \\ & \cdot = (v_0 + v_1) \cdot \\ & \frac{v_0 + v_1}{0} \end{aligned}$$

$$\left[\varepsilon + \frac{v}{c} \right]$$

$$\sum X (v_0 + v_1) = (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$(v_0 + v_1) \varepsilon =$$

$$(0 + v_1) \varepsilon = (v_1) \varepsilon$$

$$c \lambda = (0 + v_1) \varepsilon = (v_1) \varepsilon$$

(٥٦)

$$\left[1 + v \frac{v}{c} \right]$$

$$\frac{c}{\lambda} = \text{طول المزم}$$

$$\left[1 + v \frac{v}{c} \right] = (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$v_0 + (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$\frac{c}{\lambda} = (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$(c + v_1) \varepsilon = (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$(c + v_1) \varepsilon = (v_0 + v_1) \varepsilon$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(c + v_1) \varepsilon}{(c + v_1) \varepsilon} = (1) \varepsilon$$

(٥٤)

في (١) موصولة فصل عند $v = 1$

$$\begin{aligned} & \text{هنا } P = v_0 + v_1 - v_2 = 0 + v_1 - v_2 \\ & \text{هنا } P = v_0 + v_1 + v_2 = 0 + v_1 + v_2 \end{aligned}$$

$$1 + v_1 + v_2 = 0 + v_1 - v_2$$

$$1 = 0 - v_2 + 1 + v_1 + v_2 - v_2$$

$$(1) - 1 = v_1 + v_2 - v_2$$

$$0 - v_2 = (v_1) +$$

$$v_1 + v_2 = (v_1) -$$

$$(1) = (1) +$$

$$v_1 + v_2 = 0 - v_2$$

$$(1) - 1 = v_1 + v_2 + v_2$$

$$\varepsilon - \lambda \cdot = v_1 + v_2 - v_2$$

$$\cdot = 0 + v_1 + v_2$$

$$\cdot = c \lambda - v_1 + v_2$$

$$\cdot = 0 + v_1 + v_2$$

$$\cdot = c \lambda = v_1 + v_2$$

$$\frac{1}{v} = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{c} = 1$$

في (١) موصولة فصل عند $v = 1$

في (١) أو (٥)

٢٧

و.ا.س. =

$$\frac{(ل.ا.س. + ع.ع.) (س.س. \times ه.ا.س. + ه.ا.س. \times ع.ع.)}{(س.س. \times ه.ا.س. + ه.ا.س. \times ع.ع.)} - (س.س. \times ه.ا.س. + ه.ا.س. \times ع.ع.)$$

$$\frac{(ل.ا.س. + ع.ع.) (س.س. \times ه.ا.س. + ه.ا.س. \times ع.ع.)}{(س.س. \times ه.ا.س. + ه.ا.س. \times ع.ع.)}$$

$$\frac{(ع.ع. + (1)) (ع.ع. + (1))}{(ع.ع. + (1))} - (ع.ع. + (1))$$

$$\frac{(ع.ع. + (1))}{(ع.ع. + (1))}$$

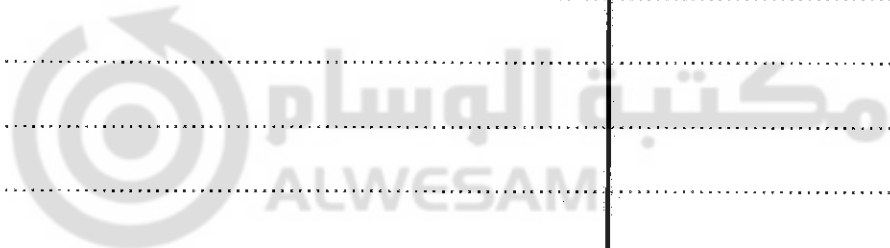
$$\frac{ع.ع. - (ع.ع. + (1)) \times \sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.} = \frac{ع.ع. - (ع.ع. + (1)) \times \sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.}$$

$$\frac{ع.ع. - ع.ع. + (1) \times \sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.} = \frac{(1) \times \sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.}$$

$$\frac{\sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.} = \frac{1}{\sqrt{ع.ع.}}$$

~~$$\frac{\sqrt{ع.ع.}}{ع.ع.} = \frac{1}{\sqrt{ع.ع.}}$$~~

$$\frac{1}{\sqrt{ع.ع.}} = \frac{1}{\sqrt{ع.ع.}}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس السادس

المشتقات العليا

مثال ①

$$f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 6x + 5$$

اوجد $f^{(4)}(x)$ ؟

الحل

$$f'(x) = 6x^5 - 20x^4 + 12x^3 - 15x^2 + 14x - 6$$

$$f''(x) = 30x^4 - 80x^3 + 36x^2 - 30x + 14$$

$$f'''(x) = 120x^3 - 240x^2 + 72x - 30$$

$$f^{(4)}(x) = 360x^2 - 480x + 72$$

إذا كان $f(x) = x^2 + 3x - 5$ اوجد $f'(x)$

المشتقة الثانية $f''(x) = 2$

المشتقة الثالثة $f'''(x) = 0$

$$f^{(4)}(x) = 0$$

أو يمكن $f^{(4)}(x) = 0$

ملاحظة

مثال ②

$$f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

اقل

$$f'(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$f''(x) = 12x^{-5} = \frac{12}{x^5}$$

$$f'''(x) = -60x^{-6} = -\frac{60}{x^6}$$

$$f^{(4)}(x) = 360x^{-7} = \frac{360}{x^7}$$

$$f^{(5)}(x) = -2520x^{-8} = -\frac{2520}{x^8}$$

$$f^{(6)}(x) = 20160x^{-9} = \frac{20160}{x^9}$$

إذا كان $f(x) = x^2 + 3x - 5$ اوجد $f'(x)$ من الدرجة n على الصورة

$$f^{(n)}(x) = 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} x^{n-2}$$

فإن المشتقة لثانية $f''(x) = 2$!

أما المشتقة رشم $(n+1)$ وما

بعدها = صفر

سؤال ٣

وهـ (س) = (س - ٣) (س + ٤) هـ (س - ٢)

الحل

وهـ (س) = ٣س + س٢ - ٦س - ١٢

هـ (س) = ٦س + س٢ - ٨س - ٦

هـ (س) = ٨ + س٢ + ١٢س

هـ (س) = ٨ + ١٢س = ٨ + ١٢س

٢٢ =

سؤال ٤

وهـ (س) = ٣س + س٣ - ٢س هـ

١ هـ (س) = (س + هـ) - هـ (س)

هـ ← هـ

٢ هـ (س) = (١ - هـ) - هـ (١ - هـ)

هـ ← هـ

الحل

١ هـ (س) = (س + هـ) - هـ (س) هـ ← هـ

وهـ (س) = ٣ + س٢

وهـ (س) = ١٢ + س٢ هـ (س) = ١٢

٢ هـ (س) = (١ + هـ) - هـ (١ - هـ)

هـ ← هـ

$\frac{1}{12} = \frac{1}{(1-h)^2} =$

سؤال ٥

إذا كان هـ (س) = $\frac{٢}{٣س}$ البت أن

هـ (١) = ٤ × هـ (٢)

الحل

وهـ (س) = $\frac{٢}{٣س}$

هـ (س) = $\frac{٢}{٣س} = \frac{٢}{٣س} = \frac{٢}{٣س} = \frac{٢}{٣س}$

هـ (١) = $\frac{٢}{٣} = ٢ -$

٤ × هـ (٢) = $\frac{٢}{٣} = ٤ -$

هـ (٢) × ٤ = ٢ -

٢ - = ٢ -

سؤال ٦

إذا كان هـ (س) = ٣س هـ (١) = ١ -

هـ (١) = ٢ × هـ (٢) هـ (١)

الحل

هـ (١) = (١) هـ (١) = (١) هـ (١) + (١) هـ (١) × هـ (١)

وهـ (س) = ٣س هـ (١) = ٦س

هـ (١) = ٣ هـ (١) = ٦

هـ (١) هـ (١) = ٢ × ٣ + ٦ × ١ =

٦ - ٦ =

صفر =

مسألة ٩

إذا كان $(س)$ = $٣س - \frac{٣}{س} + ٤$ وكانت $(١) = ١١$ نجد $(٢) = ؟$

الحل

$(س) = ٣س - \frac{٣}{س} + ٤$

$(١) = ٣ - \frac{٣}{١} + ٤ = ١١$

$(١) = ١١$

$١١ = ٣ - \frac{٣}{س} + ٤$

$٢ = س$

مسألة ٧

إذا كان $(٤) = ٥$ ، $(٤) = ١$ فما قيمة $(\frac{٤}{٤})$ ؟

الحل

$\frac{(٤) \times (٤) - (٤) \times (٤)}{(٤) \times (٤)} = (\frac{٤}{٤})$

$١ - ١ = \frac{٤ \times ٥ - ١ \times ١}{٤ \times ٤}$

مسألة ١٠

جد قاعدة كثير حدود من الدرجة الثانية حيث يكون $(١) = ١$ ، $(١) = ٢$

الحل

تفرض ان $(س) = س + س + س + س$

$(١) = ١ = ١ + ٠ + ٠ + ٠$

$١ = ١ + س$

$(س) = س + س + س + س$

$(١) = ١ = ٠ + س + س + س$

$(س) = س + س + س + س = ١$

$١ = س + س + س + س$

نجد $(١) = ١$

$١ = س + س + س + س$

$١ = س + س + س + س$

$(س) = س + س + س + س = ١$

مسألة ٨

إذا كان $(س) = س + ن$ ، $(١) = ١٠$ ، $(١) = ١$ فما قيمة $(١) = ؟$

الحل

$١ + ن$

$(س) = س + ن$
 $(١) = (١) = (١ + ن) (١ + ن) = ١٠$
 $(١) = (١) = (١ + ن) (١ + ن) = ١٠$

$١٠ = (١ + ن) (١ + ن) (١ + ن)$

$١٠ = ٥ \times ٦ \times ٧$

$٥ = ن$

٣ اعداد متتالية حاصل ضربها = ١٠

$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩$

سؤال 11

إذا كانت $\frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S}$ فما قيمة N ؟

الحل

$$\frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S} \implies \frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S} \implies S(N-2) = N(S-2)$$

$$SN - 2S = NS - 2N \implies SN - NS = -2N + 2S \implies 0 = -2N + 2S \implies 2N = 2S \implies N = S$$

وهذا =

$$\frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S} \implies \frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S} \implies \frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S}$$

وهذا فصل عند $S=2$

وهذا (س) =

$$\left. \begin{array}{l} S=2, N=1 \\ S=1, N=1 \\ S=1, N=2 \end{array} \right\}$$

ملاحظة

إذا كانت $\frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S}$ غير موجودة فإن $\frac{N-2}{S-2} = \frac{N}{S}$ غير موجودة دون حل

وهذا (س) =

$$\left. \begin{array}{l} S=2, N=1 \\ S=1, N=1 \\ S=1, N=2 \end{array} \right\}$$

وهذا (س) =

$$\left. \begin{array}{l} S=2, N=1 \\ S=1, N=1 \\ S=1, N=2 \end{array} \right\}$$

سؤال 12

وهذا (س) = $\frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2}$

الحل

$$\frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2} \implies \frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2}$$

وهذا (س) =

$$\left. \begin{array}{l} S=1, N=1 \\ S=2, N=1 \\ S=2, N=2 \end{array} \right\}$$

سؤال 13

وهذا (س) = $\frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2}$

الحل

$$\frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2} \implies \frac{S-1}{S-2} = \frac{S-1}{S-2}$$

وهذا (س) =

$$\left. \begin{array}{l} S=1, N=1 \\ S=2, N=1 \\ S=2, N=2 \end{array} \right\}$$

تابع حل مثال ١٣

① $f'(0) = 0$
 خصاوة (س) = خصاوة (س) = صفر
 $\left. \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow - \end{array} \right\}$

وه فصل عند س = ٠

$f'(s) = \begin{cases} -3s^2 & s \geq 0 \\ 3s^2 & s < 0 \end{cases}$

وضعبنا صاواه لآن $f'(0) = 0$
 $f''(0) = f''(0) = 0$

② $f'(0) = \text{صفر}$

خصاوة (س) = خصاوة (س) = صفر
 $\left. \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow - \end{array} \right\}$
 وه (س) متصل عند س = ٠

$f''(s) = \begin{cases} -6s & s \geq 0 \\ 6s & s < 0 \end{cases}$

$f''(0) = 0$ = صفر لذلك وضعبنا صاواه

③ $f''(0) = \text{صفر}$

خصاوة (س) = خصاوة (س)
 $\left. \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow - \end{array} \right\}$

وه (س) متصل عند س = ٠

$f''(s) = \begin{cases} -6 & s > 0 \\ 6 & s < 0 \end{cases}$
 كيزفوفوده $f''(0) \neq f''(0)$

مسأل ١٤

اذا كان ل (س) = وه (س) لا هو (س)
 وه (س) = وه (س) ، وه (س) = وه (س)
 اثبت ان

ل (س) = ل (س)

الحل

ل (س) = وه (س) لا هو (س) + هو (س) لا وه (س)
 تيعوضين وه (س) = وه (س) ، وه (س) = وه (س)

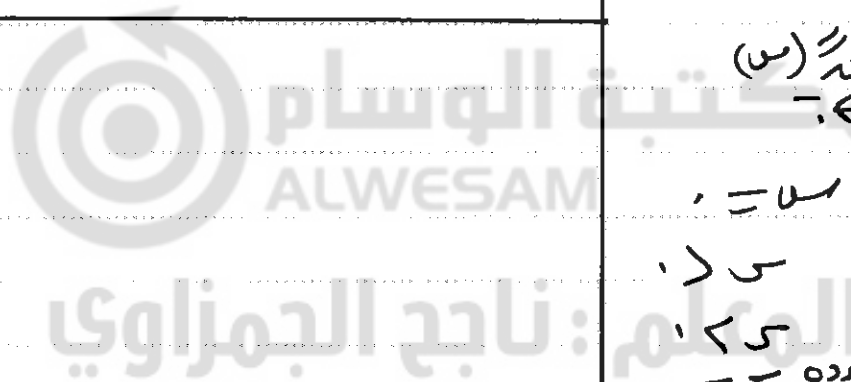
ل (س) = وه (س) لا وه (س) + هو (س) لا هو (س)
 ضرب ضرب

= ل (س)

وه (س) لا وه (س) + وه (س) لا وه (س) + هو (س) لا وه (س)
 هو (س) لا وه (س)

وه (س) لا وه (س) + وه (س) لا وه (س) + هو (س) لا وه (س)
 + هو (س) لا وه (س)

ل (س) = ل (س) = ل (س)



$$\left. \begin{array}{l} \text{مئة (اس)} = 26 \text{ حس}^2 + 1 \text{ س}^3 \\ 12 \text{ س} \end{array} \right\} P_c$$

$$\text{مئة (اس)} = \text{مئة (اس)} +$$

$$\text{③} \quad 26 = P_c - 12 \text{ س}$$

$$\text{①} - \text{②}$$

$$P_c - 12 \text{ س} = 26 - 12 \text{ س}$$

$$\text{④} \quad P_c - 12 \text{ س} = 26 - 12 \text{ س}$$

$$\text{⑤} \quad P_c - 26 = 12 \text{ س} - 12 \text{ س}$$

$$\text{⑥} \quad P_c - 26 = 0 \Rightarrow P_c = 26$$

$$P_c = 26$$

$$26 = 26 - P_c +$$

$$1 = 26 \Rightarrow 26 = 26$$

تعويضها في ③

$$26 = \frac{7}{3} = P_c \quad P_c = 1 \times 26$$

تعويضها في ①

$$1 - 1 = 3 + 3$$

$$1 - 1 = 3 + 3$$

$$1 - 1 = 3 - 3$$

مسألة 15

$$\left. \begin{array}{l} \text{حس}^3 - 1 \text{ س}^3 \\ 12 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{مئة (اس)}$$

مئة (اس) مئة (اس) موجودة او وجد
P حس P

الحل

$$\left. \begin{array}{l} \text{حس}^3 - 1 \text{ س}^3 \\ 12 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{مئة (اس)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حس}^3 - 1 \text{ س}^3 \\ 12 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{مئة (اس)}$$

مئة (اس) موجودة م متصل عند س = 1

$$\text{حس}^3 - 1 \text{ س}^3 = 1 - 1 \text{ س}^3 + 1 \text{ س}^3$$

$$\text{①} \quad 1 - 1 \text{ س}^3 = 1 - 1 \text{ س}^3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حس}^3 - 1 \text{ س}^3 \\ 12 \text{ س} \end{array} \right\} = \text{مئة (اس)}$$

$$\text{مئة (اس)} = \text{مئة (اس)} +$$

$$\text{②} \quad 1 - 1 \text{ س}^3 = 26 - 12 \text{ س}$$

سؤال ١٧

إذا كان $l = (as)$ = ne (اس) \times هو (س)
 وكانت $l' = (as)$ \times هو (س) = ne (اس)
 وكانت $l'' = (as)$ \times هو (س) = ne (اس)

$$\frac{l''}{e} + \frac{l'}{e} = \frac{l}{e}$$

الحل

$$l = ne \times h \leftarrow l' = ne \times h' + ne \times h''$$

$$l'' = ne \times h'' + ne \times h' + ne \times h = ne \times h' + ne \times h''$$

لكن $l' = ne \times h' + ne \times h'' = l''$

$$l = ne \times h + l'' = ne \times h + ne \times h' + ne \times h''$$

$$l = ne \times h + ne \times h' + ne \times h''$$

لكن $l' = ne \times h' + ne \times h'' = l''$ بالاشتقاق

$$l = ne \times h + l'' = ne \times h + ne \times h' + ne \times h''$$

$$l = ne \times h + ne \times h' + ne \times h''$$

بالاشتقاق على h

$$\frac{l''}{e} + \frac{l'}{e} = \frac{l}{e}$$

$$\frac{l''}{e} + \frac{l'}{e} = \frac{l}{e}$$

سؤال ١٦

$$P = \frac{u}{1-n} + n$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

الحل

$$P = \frac{u}{e} + n$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

بالضرب في e

$$= \frac{u}{e}$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

$$n(1-n) = \frac{u}{e} \times \frac{e}{e} = \frac{u}{e}$$

تدريبات الكتاب

تدريب ٥ ص ١٤٤

$$\text{مد (س)} = \frac{1}{1} \text{ ن} \text{ ، مكافئ}$$

$$\text{مد (س)} = \text{س} \text{ صيرت } \text{س}$$

الحل

$$\text{مد (س)} = \frac{\text{ن}}{1} \text{ ن-ن}$$

$$\text{مد (س)} = \frac{\text{ن}(\text{ن-ن})}{1}$$

$$\text{مد (س)} = \frac{\text{ن}(\text{ن-ن})(\text{ن-ن})}{1}$$

$$\text{س} = \frac{\text{ن}(\text{ن-ن})(\text{ن-ن})}{1}$$

$$\text{س} = \frac{\text{ن-ن}}{1}$$

$$\text{س} = \text{ن-ن}$$

$$\text{ن} = 0$$

$$0 = (0-0)(0-0) = \text{س}$$

$$0 = \text{س}$$

$$0 = \text{س}$$

$$\text{س} = 0$$

تدريب ٦ ص ١٤٤

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = (1-)$$

الحل

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = (\text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1)(\text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1)$$

$$\text{مد (س)} = (1-)$$

الحل

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$+$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} = \text{س}^2 - \text{س}^4 + \text{س}^6 + 1$$

$$\text{مد (س)} =$$

تدريب (3) صف 1

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

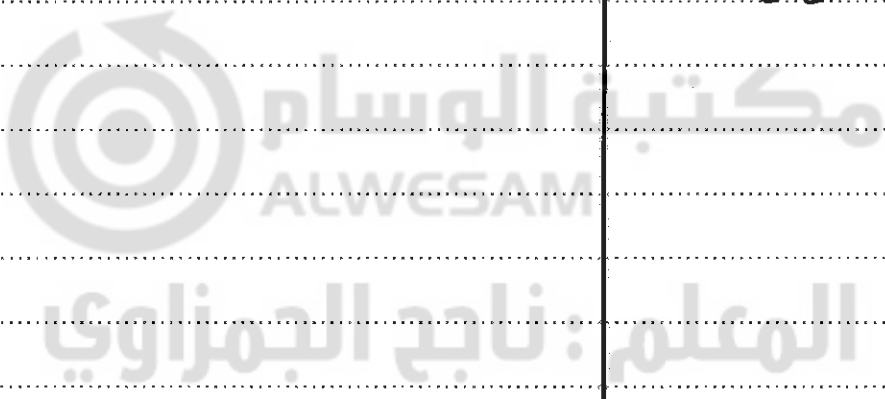
$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} = (5) = 0$$



تمارين ومسائل

السؤال الأول

جد المشتقة الثانية لكل من الدالتان
الآتية

$$f(x) = x^2 - 3x + 6$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f''(x) = 2$$

$$g(x) = \frac{1}{x} + x^2$$

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2x$$

$$g''(x) = \frac{2}{x^3} + 2$$

$$h(x) = \frac{1}{x^2} + x$$

$$h'(x) = -\frac{2}{x^3} + 1$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 6$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f''(x) = 2$$

$$g(x) = \frac{1}{x} + x^2$$

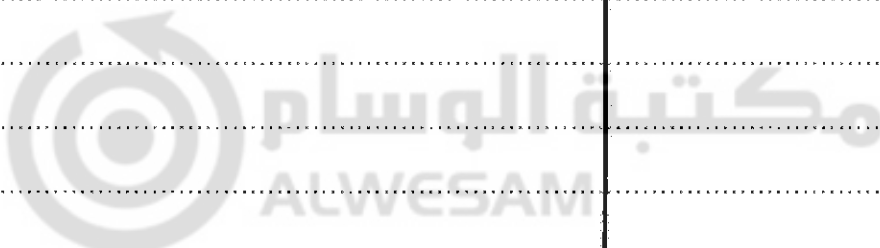
$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2x$$

$$g''(x) = \frac{2}{x^3} + 2$$

$$h(x) = \frac{1}{x^2} + x$$

$$h'(x) = -\frac{2}{x^3} + 1$$

$$h''(x) = \frac{6}{x^4}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني

$$P = n(n-1)(n-2)$$

$$= 4(4-1)(4-2)$$

$$= 4 \times 3 \times 2$$

$$= 24$$

$$P_n = (n-1)(n-2)(n-3) \dots (1)$$

$$= n^0 + n^1 + n^2 + n^3 + n^4 + \dots$$

$$P_n = n^0 + n^1 + n^2 + n^3 + n^4 + \dots$$

$$P_{n-1} = n^0 + n^1 + n^2 + n^3 + \dots$$

$$P_n - P_{n-1} = n^4 - n^3$$

السؤال الرابع

$$ص = \frac{2}{5} \neq 5 \text{ ، البتة}$$

$$ص = \frac{1}{5} = 5$$

الحل

$$ص = \frac{2}{5}$$

$$ص = \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$ص = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{5}$$

$$P_n = n^0 + n^1 + n^2 + n^3 + n^4 + \dots$$

$$P_{n-1} = n^0 + n^1 + n^2 + n^3 + \dots$$

$$= n^3$$

$$P_n - P_{n-1} = n^4 - n^3$$

$$= n^3(n-1)$$

السؤال الثالث

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$P_{n-1} = (n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

$$n-3 = 1 \iff n = 4$$

السؤال السادس

جد قيمة $\frac{1}{x}$ بالنسبة لكل من لإقتوانات الآتيه:

(A) $x^0 - x^3 = 10$

(B) $x^4 - x^3 + x^2 = 15$

(C) $x^4 - x^3 = 9$

(D) $x^4 + x^3 = 13$

(E) $x^4 + x^3 + x^2 = 15$

(F) $x^4 + x^3 + x^2 = 13$

(G) $x^4 + x^3 = 15$

(H) $x^4 = 13$

السؤال الخامس

جد x من $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$
جد قيم x التي تحققه

(A) $x = 0$

(B) $x < 0$

(C) $x > 0$

الحل

(A) $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$

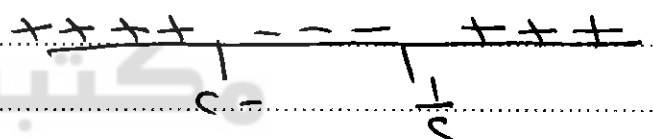
(B) $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$

(C) $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$

(D) $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$

(E) $x^4 + x^3 - x^2 - x = 0$

اصفا - اشفه ائبب = $\frac{1}{x} - 6$ ؟



(F) $x < 0$ [$\frac{1}{x} > 0$]

(G) $x > 0$ [$\frac{1}{x} < 0$]

السؤال السابع

جد قيمة كل مما يأتي

١. $\frac{d}{dx} (x^2 - 5x) = 2x - 5$

٢. $\frac{d}{dx} (x^2 - 6) = 2x$

٣. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

٤. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

٥. $\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = 2x$

٦. $\frac{d}{dx} (x^3 - \frac{1}{x}) = 3x^2 + \frac{1}{x^2}$

٧. $\frac{d}{dx} (x^4 - \frac{1}{x^2}) = 4x^3 + \frac{2}{x^3}$

٨. $\frac{d}{dx} (x^3 - x^2) = 3x^2 - 2x$

٩. $\frac{d}{dx} (x^2 - 1) = 2x$

١٠. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

١١. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

١٢. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

١٣. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

١. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

٢. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

٣. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

٤. $\frac{d}{dx} (x^2) = 2x$

السؤال الثامن

إذا كان كل من u و v دالة قابلة للاشتقاق عند x ، فكتاب
 $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u' \cdot v + u \cdot v'$
 جد $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^3)$ ، $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^4)$

١. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^3) = 2x \cdot x^3 + x^2 \cdot 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$

٢. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^4) = 2x \cdot x^4 + x^2 \cdot 4x^3 = 2x^5 + 4x^5 = 6x^5$

٣. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^3) = 2x \cdot x^3 + x^2 \cdot 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$

٤. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^4) = 2x \cdot x^4 + x^2 \cdot 4x^3 = 2x^5 + 4x^5 = 6x^5$

٥. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^3) = 2x \cdot x^3 + x^2 \cdot 3x^2 = 2x^4 + 3x^4 = 5x^4$

٦. $\frac{d}{dx} (x^2 \cdot x^4) = 2x \cdot x^4 + x^2 \cdot 4x^3 = 2x^5 + 4x^5 = 6x^5$

السؤال الخامس

جد قاعدة افتقار كثير حدود
 من من لدرجتها الثانية الذي فيه
 $c = (1) = 3$ ، $c = (1) = 2$
 $c = (1) = 2$

الحل

$c = (1) = 3$
 $c = (1) = 2$

① $c = 3 = 2 + 1$

$c = (1) = 2 + 1$

$c = (1) = 2$

② $c = 2 = 1 + 1$

$c = (1) = 2$

$c = (1) = 2$

$c = 2 = 1 + 1$ ، $c = 3 = 2 + 1$ ، $c = 2 = 1 + 1$

في ① و ②

$c = 3 = 2 + 1$

③ $c = 2 = 1 + 1$

$c = 2 = 1 + 1$

$c = 2 = 1 + 1$

④ $c = 2 = 1 + 1$

$c = 2 = 1 + 1$

⑤ $c = 2 = 1 + 1$

السؤال التاسع

إذا كان x من الاقترانين له ما
 قابلاً للأضيقه مرتين فثبت
 أن

$(x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2)$

الحل

$(x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2) = (x)$

$(x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2) = (x)$

$(x^2) = (x) + (x^2)$

السؤال الثاني عشر

إذا كانت L مفرقة، هـ افتراضات قابله
للاشتقاق هـ في L تنه L ذاته
وكانت

$(L) = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س) } = \text{ (س) } \text{ (س)}$

$\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
الحل

$\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$

$L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $+ \text{ (س) } \text{ (س)}$

$\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $+ \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)} = \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$

$\text{هـ} \text{ (س) } = L \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $+ \text{ (س) } \text{ (س)}$

السؤال الحادي عشر

إذا كانت L من الافتراضات L هـ
قابلاً للاشتقاق هـ هـ
فأثبت انه

$L \text{ (س) } \text{ (س) } - L \text{ (س) } \text{ (س)}$

$\frac{L}{L} = L \text{ (س) } \text{ (س) } - L \text{ (س) } \text{ (س)}$

الحل

حاصل ضرب L حاصل ضرب L
 $\frac{L}{L} = L \text{ (س) } \text{ (س) } - L \text{ (س) } \text{ (س)}$

$L \text{ (س) } \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $- L \text{ (س) } \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$

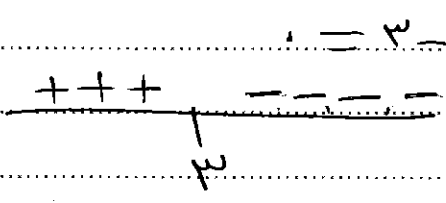
$L \text{ (س) } \text{ (س) } + \text{ (س) } \text{ (س)}$
 $- L \text{ (س) } \text{ (س) } - \text{ (س) } \text{ (س)}$

$L \text{ (س) } \text{ (س) } - L \text{ (س) } \text{ (س)}$

السؤال الرابع عشر

إذا كان
 $\frac{17}{5} + \frac{P}{S} = 9$
 وكان $\frac{P}{S} = 4$
 جد قيمة الثابت م التي تحصل
 منه $(S) > 0$

منه $(S) = 8 - 4 = 4$
 منه $(S) = 8 - 4 = 4$



$4 \Rightarrow (3, 000)$

السؤال الثالث عشر

إذا كان $\frac{17}{5} + \frac{P}{S} = 9$
 وكان $\frac{P}{S} = 4$

الحل

منه $(S) = 8 - 4 = 4$

منه $(S) = 8 - 4 = 4$

منه $(S) = 8 - 4 = 4$

منه $(S) = 8 - 4 = 4$

منه $(S) = 8 - 4 = 4$

$\frac{17}{5} - P = 4$

$7 - P = 4$

$7 = P + 4$

$3 = P$

$3 = P$



ورقة عمل المشتقات العليا

لن $f(x) = |x^2 - 3x|$
 اوجد $f'(x)$

لن اذا كان $f(x) = \frac{1}{x}$ لن
 وكانت $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
 نجد قيمة $f'(x)$

لن $f(x) = x^2 + 5x + 2$
 $f'(x) = 2x + 5$
 اوجد $f'(x)$ التي تجعل $f'(x) = 0$
 صيغة

لن اذا كان $f(x) = x^3$ ضايفته
 $f'(x) = 3x^2$
 $f''(x) = 6x$

لن $f(x) = x^2 + 5x + 10$
 $f'(x) = 2x + 5$
 اوجد $f'(x)$ ؟

لن اذا كان $f(x) = x^2$ و $f'(x) = 2x$
 $f''(x) = 2$
 فاوجد ما يلي

① $f'(x) = 2x$
 ② $f''(x) = 2$

③ $f(x) = x^3 + 4x^2 + 1$

لن اذا كان $f(x) = x^3 + 4x^2 + 1$
 فاوجد $f'(x)$ علما بان $f'(x) = 3x^2 + 8x$
 $f''(x) = 6x + 8$

لن اذا كان $f(x) = \frac{3}{x}$
 فاوجد $f'(x)$
 علما بان $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$
 $f''(x) = \frac{6}{x^3}$

ملول ورقة عمل المشتقات العليا

ن-ع

$$f'(x) = (x^3)' = 3x^2 = 6x$$

$$f''(x) = (6x)' = 6$$

$$f'''(x) = (6)' = 0$$

(1)

$$f'(x) = (x^3)' = 3x^2$$

$$f''(x) = (3x^2)' = 6x$$

$$f'''(x) = (6x)' = 6$$

$$f^{(4)}(x) = (6)' = 0$$

$$f^{(5)}(x) = (0)' = 0$$

$$f^{(6)}(x) = (0)' = 0$$

$$10 = 4 \times 5 \times 6$$

$$7 = n$$

(2)

$$(1) \quad (f(x))' = (x^3)' = 3x^2$$

$$(2) \quad (f(x))'' = (3x^2)' = 6x$$

$$2 \times 1 + 1 \times 3 =$$

$$1 = 2 - 3 =$$

$$(3) \quad (f(x))''' = (6x)' = 6$$

$$6 = (1) \times 3 = 3$$

$$\frac{0}{1} = \frac{1 \times 2 - 2 \times 1}{1} =$$

$$(4) \quad (f(x))^{(4)} = (6)' = 0$$

$$1 \times 6 + 6 \times 1 = 12$$

$$7 =$$

(3)

$$f'(x) = (x^3)' = 3x^2$$

$$f''(x) = (3x^2)' = 6x$$

$$f'''(x) = (6x)' = 6$$

(٤)

$$\text{عد (س)} = \text{س} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{س}^2$$

$$\begin{aligned} \text{عد (س)} &= \text{س} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{س}^2 \\ \text{عد (س)} &= \text{س} \times 6 + \text{عد (س)} \times 6 + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{س}^2 \\ \text{عد (س)} &= 6\text{س} + 6\text{عد (س)} + \text{س}^2 \\ 1 \times 6 + 1 - \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{س}^2 &= 9 \end{aligned}$$

بالعويض في ①

$$\begin{aligned} \text{عد (س)} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{س}^2 &= \frac{7}{3} \\ 4 - \text{عد (س)} + 1 - \text{س}^2 + 5 \times 9 - \text{عد (س)} \times 1 + 7 &= \\ 6 = 18 - \text{عد (س)} + 18 - 3 - \text{عد (س)} - 39 + \text{عد (س)} &= \\ 6 = 39 - \text{عد (س)} &= \\ \text{عد (س)} = 33 &= \end{aligned}$$

(٥) عد (س) = $\frac{3}{\text{س} \times \text{عد (س)}}$

$$\text{عد (س)} \times \text{عد (س)} = \frac{3}{\text{س}}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{\text{س}} &= (\text{س} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س}) \\ \frac{3}{\text{س}} &= \text{عد (س)} \times \text{س} + \text{عد (س)} \times \text{س} \\ \frac{3}{\text{س}} &= 2 \times \text{عد (س)} \times \text{س} \\ \frac{3}{\text{س}} &= 2 \times \text{عد (س)} \times \text{س} \end{aligned}$$

(٦)

$$\begin{aligned} \text{س} - \text{س}^3 &= \text{س} \\ \text{س} - \text{س}^3 - \text{س} &= \text{س} - \text{س} \\ 1 + \text{س} &= \text{س}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \hline \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{س} - \text{س}^3 &= \text{س} \\ \text{س} - \text{س}^3 - \text{س} &= \text{س} - \text{س} \\ 1 + \text{س} &= \text{س}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س} - \text{س}^3 - \text{س} &= \text{س} - \text{س} \\ 1 + \text{س} &= \text{س}^2 \\ \text{عد (س)} &= \text{س} \\ \text{عد (س)} &= \text{س} \end{aligned}$$

← تباع

$$\begin{aligned} \text{عد (س)} &= \frac{3}{\text{س} \times \text{عد (س)}} \\ \text{عد (س)} &= \frac{3}{\text{س}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{\text{س}} &= (\text{س} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س}) \\ \frac{3}{\text{س}} &= \text{س} \times \text{عد (س)} + \text{عد (س)} \times \text{س} \\ \frac{3}{\text{س}} &= 2 \times \text{عد (س)} \times \text{س} \\ \frac{3}{\text{س}} &= 2 \times \text{عد (س)} \times \text{س} \end{aligned}$$

(5)

$$\frac{0 - 5s}{2 - 5s} = 1$$

$$\frac{0 - 5s}{2 - 5s} = 1$$

$$\frac{0 - 5s}{2 - 5s} = 1$$

$$\frac{0 - 5s}{2 - 5s} = 1$$

أو حل آخر

$$\frac{0 - 5s}{2 - 5s} = 1$$

$$0 - 5s = 2 - 5s$$

$$0 - 5s = 2 - 5s$$

$$0 - 5s = 2 - 5s$$

سابع

$$\left. \begin{aligned} 1 &= 2 - 5s \\ 1 &= 2 - 5s \end{aligned} \right\} = (s)$$

(6)

مادة (س) موعودة مادة (ع) موعودة

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

$$C = E$$

4
س

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \frac{٥ \times ٥ - \sqrt{٥}}{٤س} = \text{م (س)}$$

$$٥ > ١٥ \quad \frac{٥ \times ٥ + \sqrt{٥}}{٤س}$$

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{١ - \sqrt{٥}}{٤س} \\ \frac{١ + \sqrt{٥}}{٤س} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

$$٥ > ١٥ \quad \frac{١}{٤س}$$

$$س = ٥ + \sqrt{٤ - س} \\ = (١ - س)(٥ - س)$$

$$\frac{س = ٥ + \sqrt{٤ - س} \quad ٥ - \sqrt{٤ - س} = ٥ + \sqrt{٤ - س}}{1 \quad 0}$$

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{(٥ - س)(٥ - س)}{٤س} \\ \frac{(٥ - س)(٥ - س)}{٤س} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

$$٥ > ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{(٥ - س)(٥ - س)}{٤س} \\ \frac{(٥ - س)(٥ - س)}{٤س} \end{array} \right\}$$

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{٥ - س}{٤س} \\ \frac{٥ + س}{٤س} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{١ - ٥}{٤س} \\ \frac{١ + ٥}{٤س} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

$$س < ٥ \leq ١٥ \quad \left. \begin{array}{l} \frac{٥ + ٥}{٤س} \\ \frac{٥ - ٥}{٤س} \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

م (س) عند فصل عند س = ٥



اسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠١١) صفيه

اذا كان n عدد صحيح موجب وكان $n^2 = p$ p من جد صيغة ؟

الحل

م^١ (س) = ن^{١-١} س

م^٢ (س) = ن (ن-١) س

م^٣ (س) = ن (ن-١) (ن-٢) س

$p = n$

$n = 3 \leftarrow 1 = 3 - n$

$p = 4(1-4)(4-4)$

$9 = p \leftarrow 9 = 3 \times 3 \times 3$

② وزارة (٢٠١٢) صفيه

هـ (س) = ن حيث ن عدد طبيعي وكانت هـ (س) = ١٢٠ من ٣ نما صيغة ن

الحل

م^١ (س) = ن^{١-١} س

م^٢ (س) = ن (ن-١) س

م^٣ (س) = ن (ن-١) (ن-٢) س

$120 = n(n-1)(n-2)$

③ وزارة (٢٠١٦) صفيه

اذا كان هـ (س) = $\frac{1}{4} س$ ن و ٤ وكان

هـ (٤) (س) = (١+٢) س^٣ جد صيغة الثالث م

الحل

م^١ (س) = $\frac{1}{4} ن$ س^{١-١}

م^٢ (س) = $\frac{1}{4} ن (ن-١) س$

م^٣ (س) = $\frac{1}{4} ن (ن-١) (ن-٢) س$

م^٤ (٤) (س) = $\frac{1}{4} ن (ن-١) (ن-٢) (ن-٣) س$

$1+2 = (1+2) س$

$n = 4 \leftarrow 2 = 4 - n$

$1+2 = \frac{1}{4} (4-1)(4-2)(4-3)$

$3 = \frac{1}{4} \times 3 \times 2 \times 1$

$12 = 4$

$p = 9$

وزارة (٢٠١٨) شتوية

هـ (س) = $\frac{1}{p}$ س ن ، وكان هـ (س) = $0 = 0$
 فان قيمته ثابت p كما في

١٢ - ٥ = ٥ (٥) ٥ (٥) ١٢ (٥) ١٢ - ٥
اكل

هـ (س) = $\frac{2-ن}{p}$

هـ (س) = $\frac{ن(١-ن)}{p}$

هـ (س) = $\frac{ن(١-ن)(٢-ن)}{p}$

٥ = ٣ - ن ٥ = ن

٥ = $\frac{ن(١-ن)(٢-ن)}{p}$

٥ = $\frac{٥(١-٥)(٢-٥)}{p}$

٥ = $\frac{٣ \times ٤ \times ٥}{p}$

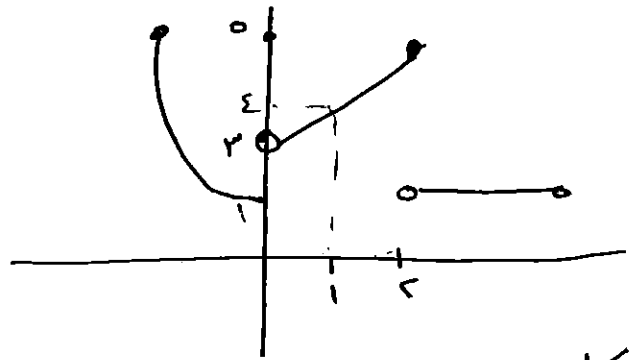
١٢ = ٣ ≤ ٣ = ٦

(٢)

وزارة (٢٠١٧) صيفية

تمثل الشكل الجوارر صحنى الأقران
 هـ (س) ، س ∈ [٥ ، ٢] هـ ما
 يأتي .

(٣) (هـ × هـ) (١)



اكل

هـ (١) = $\frac{٤-٥}{١-٥} = ١$ على المستقيم العار بالتقطين
 (١) (٤) (٥) (٥)

١ = $\frac{٤-٥}{١-٥} = ١$
 هـ (١) = ٤

هـ (٢) = $\frac{٣-٥}{٢-٥} = ١$

هـ (١) (١) + هـ (١) (١) = ١ + ١ = ٢

١ × ١ + ٠ × ٤ = ١

هـ (١) = ١ = صفر
 لأنه الخط المستقيم
 مستقيمته = صفر

الدرس السابع

مشتقة الاقترانات الدائرية

قاعدة ①

إذا كان $u = f(x)$ فإن
 $u' = f'(x)$

البرهان

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

قاعدة ②

إذا كان $u = f(x)$ فإن
 $u' = f'(x)$

البرهان

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

$$u = f(x) \Rightarrow u' = f'(x)$$

قاعدة ٣

إذا كان u و v (س) = $u \cdot v$
 و u (س) = $u \cdot v$

الدهان

$\frac{u}{v}$ (س) = $u \cdot \frac{1}{v}$

$$\frac{1 - \frac{1}{u}}{v} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u \cdot v}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{u}}{v} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u \cdot v}$$

$$u \cdot v - \frac{1}{u \cdot v} = \frac{u^2 v^2 - 1}{u \cdot v}$$

قاعدة ٥

إذا كان u و v (س) = $u \cdot v$
 و u (س) = $u \cdot v$

الدهان

$\frac{1}{u}$ (س) = $\frac{1}{u} \cdot v$

$\frac{1}{u}$ (س) = $\frac{1}{u} \cdot v$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{u + v}{u \cdot v}$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{u} \cdot v$$

$\frac{1}{u}$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{u + v}{u \cdot v}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{u}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{u}} = u$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{u}}$$

قاعدة ٤

إذا كان u و v (س) = $u \cdot v$
 و u (س) = $u \cdot v$

الدهان

$\frac{1}{u}$ (س) = $\frac{1}{u} \cdot v$

قاعدة ٦

إذا كان u و v (س) = $u \cdot v$
 و u (س) = $u \cdot v$

ملاحظة هامة

$ح\text{ا} - ح\text{ا} = ح\text{ا} - ح\text{ا} = ح\text{ا} - ح\text{ا}$
 $ح\text{ا} + ح\text{ا} = ح\text{ا} + ح\text{ا} = ح\text{ا} + ح\text{ا}$
يكون

ظا - ظا ، ظا - ظا ، ظا - ظا
 قا - قا ، قا - قا ، قا - قا
 نقوم بتحويلها بدلالة ح، ا، حبا
 ومن ثم نوحيد المقام

ح(اس)	ح(اس)
حبا	حبا
حبا - حبا	حبا
قا	قا
قبا	قبا
قاس	قاس
قبا - قبا	قبا

مثال ٥

إذا كان ح(اس) = ظاس حد
 ح(اس) باستخدام تعريف المستطيق

تذكير

ح(س) + حبا = ا
 ا + ظا = قا
 ا + قبا = قبا
 ح(س) = ح(س) حبا
 حبا = حبا - حبا
 ا - ا = ح(س)
 ح(س) حبا = ا

الحل
 $ح(س) = ح(س) - ح(س)$

$ح(س) - ح(س) = ح(س) - ح(س)$
 $ح(س) - ح(س) = ح(س) - ح(س)$

نوحيد مقامات

$ح(س) - ح(س) = ح(س) - ح(س)$
 $ح(س) - ح(س) = ح(س) - ح(س)$

لكن ح(س) = ح(س) حبا - حبا

← ليضع الحل

$$\frac{1}{ع-س} \times \frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

$$\frac{1}{ع-س} \times \frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

$$\frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

$$ع-س = ع-س$$

$$ع-س = ع-س$$

$$\frac{1}{ع-س} \times \frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

نضرب من = ع-س
ع ← س ، ص ←

$$\frac{1}{ع-س} \times \frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

$$\frac{ع-س}{ع-س} = \frac{ع-س}{ع-س}$$

مسألة ٤

استخدم تعريف المشتقة لإيجاد
هـ (س) للأفان هـ (س) = قاءس

$$\frac{هـ(س)}{س} = \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$\frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س} = \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$\frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س} = \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

لوحيد مقامان

مسألة ٣

هـ (س) = س هـ (س) استخدم تعريف
المشتقة لإثبات أن

$$هـ(س) = س هـ(س)$$

$$\frac{هـ(س)}{س} = \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$\frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س} = \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

نضيف ونطرح ع هـ (س)

← لتبع اكل

٣) $x = P + C + H$
 $x' = \text{صفر} - C$

٤) $x = H + C$
 اكل $x' = 1$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

٥) $x = H + C$ او $x' = 1$
 اكل $x' = 1 = \text{صفر}$

٦) $x = H + C$ او $x' = 1$
 اكل $x' = 1 = \text{صفر}$

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

مسألة ٧

$x = H + C$ او $x' = 1$
 او $x' = 1 = \text{صفر}$

الحل $x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

مسألة ٤

$x = H + C$ او $x' = 1$

الحل

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

$x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

مسألة ٩

١) $x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

٢) $x = H + C$
 $x' = 1 = \text{صفر}$

$\left. \begin{array}{l} \text{س حاس} \\ \text{س حاس} \end{array} \right\} = \text{وه (س)}$
 $\left. \begin{array}{l} \text{س حاس} \\ \text{س حاس} \end{array} \right\} = \text{وه (س)}$
 نبحث الاتصال عند $\pi = \text{س}$
 $\text{وه } (\pi) = \pi \text{ حاس} = \text{س حاس}$

$\text{س حاس} = \text{س حاس} = \text{س حاس} = \text{س حاس}$
 $\text{س حاس} = \text{س حاس}$

وه فصل عند $\pi = \text{س}$

$\left. \begin{array}{l} \text{س حاس} + \text{س حاس} \\ \text{س حاس} + \text{س حاس} \end{array} \right\} = \text{وه (س)}$
 $\left. \begin{array}{l} \text{س حاس} + \text{س حاس} \\ \text{س حاس} + \text{س حاس} \end{array} \right\} = \text{وه (س)}$
 $\text{وه } (\pi) = \pi \text{ حاس} + \text{س حاس}$
 $\pi = \text{س حاس}$

$\text{وه } (\pi) = \pi \text{ حاس} + \text{س حاس}$
 $\pi = \text{س حاس}$

$\text{وه } (\pi) \neq \text{وه } (\pi)$

غير قابل للاشتقاق عند

$\pi = \text{س}$

سؤال ١٧

اذا كانت $\text{وه} = \text{ق حاس}$ حيز
 $\text{وه} = \text{ق حاس}$ بدلالة وه ؟

الحل

$\text{وه} = \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} - \text{ق حاس} + \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} - \text{ق حاس} + \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} - \text{ق حاس} + \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} + \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} + \text{ق حاس}$

$\text{وه} = \text{ق حاس} - \text{ق حاس}$

سؤال ١٨

ليكن $\text{وه (س)} = \text{س | حاس}$
 $\text{س} \in]\pi < \text{وه} [$ احب قابلية
 الاقتران وه للاشتقاق عند $\pi = \text{س}$

الحل

$\text{حاس} \leftarrow \text{س حاس} = \text{س حاس}$

$\text{س} = \text{س حاس} + \text{س حاس}$

$\frac{\text{س حاس} + \text{س حاس}}{\pi}$

سؤال 12

$$ص = ح + ق$$
 اثبت ان

$$ص = 4$$

الحل

$$ص = ح - ق$$

$$(ح + ق) + (ح - ق) = 4 + 1$$

$$ح + ق - ح + ق = 4 + 1$$

$$2ق = 5$$

سؤال 13

$$ص = ح + ق$$
 اثبت ان $ص = 1$

الحل

$$ص = ح - ق$$

$$ص = ح + ق$$

$$ص = ح - ق + ح + ق = 2ح$$

$$ص = 1$$

سؤال 4

$$ص = ح + ق$$

اثبت ان

$$ص = 1$$

الحل

الطرف الايمن = $ص = 1$

$$(ح + ق) + (ح - ق) = 1 + 1$$

$$ح + ق - ح + ق = 1 + 1$$

$$2ق = 2$$

$$ق = 1$$

$$ص = 1$$

سؤال 10

اذا كان $ص = ح + ق$ اثبت ان

$$ص = 1$$

الحل

$$ص = ح - ق$$

$$ص = ح + ق$$

$$ص = ح + ق$$

$$ص = 1$$

فاذا كانت لقره موجب نعوض

$$s = 0.16264 \dots$$

واذا كانت لقره سالبه نعوض

$$s = 0.016264 \dots$$

سؤال (١٣)

اذا كانت $ص = قاس + ظاس$
 فاثبت ان $\frac{ص}{س} = \frac{قاس}{س} + \frac{ظاس}{س}$

الحل

$$\frac{ص}{س} = قاس + ظاس$$

$$\frac{1}{س} = \frac{قاس}{س} + \frac{ظاس}{س}$$

$$\frac{1}{س} = \frac{قاس + ظاس}{س}$$

$$\frac{1}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$1 = ص$$

سؤال (١٤)

مديقيم س التي تحقق المعادلة
 $ص = س + قاس$

١) $ص = س + قاس$

الحل

$$ص = س + قاس$$

$$ص = س + 1 - ص$$

$$2ص = س + 1$$

$$ص = \frac{س + 1}{2}$$

ن = 0 \rightarrow $ص = \frac{0 + 1}{2} = 0.5$

ن = 1 \rightarrow $ص = \frac{1 + 1}{2} = 1$

ن = 2 \rightarrow $ص = \frac{2 + 1}{2} = 1.5$

٢) $ص = قاس$

الحل $ص = قاس$

$$\frac{ص}{س} = \frac{قاس}{س}$$

$$ص = قاس$$

ن = 0 \rightarrow $ص = 0$

ن = 1 \rightarrow $ص = 1$

ن = 2 \rightarrow $ص = 2$

ملاحظة هامة

لايجاد حل المعادلة للاربع

١) حدد الربع الذي تقع فيه الزاوية

٢) نصف الدورة على اكل

$$ص \leftarrow \pi < ن$$

$$ص \leftarrow \pi < ن$$

$$ظ \leftarrow \pi < ن$$

تجربون قيم ن حسب لقره التي
 تحوي س (الزاوية)

تّوريات الكتاب

تدريب (3) ص 131

$$\textcircled{1} \quad \text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\text{ص} = \frac{1 \times \text{ح}}{\text{ح} \times \text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

$$\frac{1}{\text{ح}^2} \times \text{ح} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$= \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\text{ص} = \frac{1 \times \text{ح}}{\text{ح} \times \text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

$$\frac{1}{\text{ح}^2} \times \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

$$= \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\text{ص} = \frac{1 \times \text{ح} - \text{ح} \times 1}{\text{ح}^2} = \frac{\text{ح} - \text{ح}}{\text{ح}^2} = \frac{0}{\text{ح}^2} = 0$$

$$= \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\frac{1}{\text{ح}^2} = \frac{1}{\text{ح}^2} \times \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

تدريب (1) ص 129

$$\text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}} \quad \text{و} \quad \text{ص} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

اكل

$$\text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

$$\frac{1}{\text{ح}^2} \times \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

$$= \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

تدريب (5) ص 131

$$\text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}} \quad \text{و} \quad \text{ص} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

اكل

$$\text{ص} = \text{ق} = \frac{1}{\text{ح}}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ح}^2}$$

$$\frac{1}{\text{ح}^2} \times \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}^3}$$

تدريب ٤ ص ١٣٢

$$\text{وهـ اس} = \text{فـ اس} + \text{طـ اس} \\ \text{هـ فـ} \left(\frac{\Delta}{\Delta} \right)$$

$$\text{وـ اس} = \text{فـ اس} + \text{طـ اس} + \text{قـ اس}$$

$$\text{وـ فـ} \left(\frac{\Delta}{\Delta} \right) = \frac{1}{\frac{\Delta}{\Delta}} + \frac{1}{\frac{\Delta}{\Delta}} \times \frac{1}{\frac{\Delta}{\Delta}} = \left(\frac{\Delta}{\Delta} \right)$$

$$\left(\frac{\Delta}{\Delta} \right) + \frac{1}{\frac{\Delta}{\Delta}} \times \frac{\Delta}{\Delta} =$$

$$\frac{\Delta}{\Delta} = \frac{\Delta}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta} =$$

$$\Delta =$$

تمارين ومسائل

السؤال الأول

جد $\frac{y}{x}$ لكل من الأقرانات الآتية

(٢) $y = 2x - 3$

$\frac{y}{x} = 2 - \frac{3}{x}$

(٣) $y = x^2$

$\frac{y}{x} = x$

(٤) $\frac{y}{x} = \frac{x}{x^2}$

$\frac{y}{x} = \frac{1}{x}$

$\frac{y}{x} = \frac{2x + 3}{x}$

$\frac{y}{x} = 2 + \frac{3}{x}$

(٥) $y = \sqrt{x}$

$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

(٦) $y = x^2 + 3x$

$\frac{y}{x} = x + 3$

(٧) $y = x^2 - 3x$

$\frac{y}{x} = x - 3$

(٨) $y = (x^2 + 3x) - (x^2 - 3x)$

$y = 6x$

السؤال الثاني

$y = 6x + 6$
بدلالة x

الحل

$y' = 6$

$y' = 6$

$y' = 6 + 6 = 12$

$y' = 6$

$y' = 6$

$$(n) \text{ ح (س) } = \text{ قاس} = \text{ قاس}$$

$$\text{و (س) } = \text{ قاس} = \text{ قاس} = \text{ قاس}$$

$$= \frac{\text{قاس}}{\text{قاس}} \times \frac{1}{\text{قاس}}$$

$$= \frac{\text{قاس}}{\text{قاس}^2}$$

$$\leftarrow \text{قاس} = \text{قاس}$$

$$(1) \text{ ح } = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} + \text{ص} = \text{ حياس} - \text{ حياس} = \text{ صفر}$$

$$(2) \text{ ح } = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} = \text{ حياس}$$

$$\text{ص} + \text{ص} = \text{ حياس} - \text{ حياس} = \text{ صفر}$$

السؤال الخامس

$$\pi \cdot n + \pi = \text{ص} \quad \pi \cdot n + \cdot = \text{ص}$$

$$n = \text{صفر} \quad \cdot = n$$

$$\leftarrow \pi = \text{ص} \quad \leftarrow \cdot = \text{ص}$$

$$n = 1 \quad n = 1$$

$$\leftarrow \pi = \text{ص} \quad \leftarrow \pi = \text{ص}$$

$$\leftarrow \pi = \text{ص}$$

$$\{ \pi - 6 \pi \cdot \cdot \} = \text{ص}$$

جد قيم س في الفترة $[\pi \cdot 6 \pi \cdot]$
التي تحقّق لها علاقة مع (س) =

$$(P) \text{ ح (س) } = \text{ص} + \text{ حياس}$$

$$\text{و (س) } = 1 - \text{ حياس} = \text{ص}$$

$$\text{حياس} = 1$$

$$\pi \cdot n + \frac{\pi}{c} = \text{ص}$$

$$1 - n = \text{ص}$$

$$\frac{\pi}{c} = \text{ص}$$

$$\pi \cdot c - \frac{\pi}{c} = \text{ص}$$

$$c = 1 = \text{ص}$$

$$\frac{\pi \cdot \text{ص}}{c} = \alpha \pi \cdot c + \frac{\pi}{c}$$

$$\left\{ \frac{\pi \cdot \text{ص}}{c} - 6 \frac{\pi}{c} \right\} = \text{ص}$$

$$ص^٣ = ق٣ + ق٣$$

$$ص = س - ح٣ - ع٣$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{س - ح٣ - ع٣}{س} = ١ - \frac{ح٣}{س} - \frac{ع٣}{س}$$

$$= - س٣ + ح٣ - ع٣$$

$$= - س٣ - ح٣$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{س - ح٣ - ع٣}{س} = ١ - \frac{ح٣}{س} - \frac{ع٣}{س}$$

$$= - س٣ + ح٣$$

$$= - س٣ + ح٣$$

السؤال الثامن

ح٣ ح٣
إذا كان (س) = س + ح٣

جد قيمة كل من ح٣، ح٣ التي تجعل الأفتان في قابلية الأشتقاق عند س = ح٣



الحل: من فصل عند س = ح٣

$$ص = ح٣ + ح٣ = ح٣ + ح٣$$

تبع الكل

السؤال السادس

$$ص = ح٣ + ح٣$$

مع ابيث ان

$$ص + ح٣ = ح٣ + ح٣$$

$$ص = ح٣ - ح٣$$

$$ص = (ح٣ - ح٣) + (ح٣ + ح٣)$$

$$ص = ح٣ - ح٣ + ح٣ + ح٣$$

$$ص = ح٣ + ح٣ + ح٣ + ح٣$$

$$ص = (ح٣ + ح٣) + (ح٣ + ح٣)$$

$$ص = ح٣ + ح٣$$

$$ص = ح٣ + ح٣$$

السؤال السابع

جد ح٣ من أجل ح٣ أي

$$ص = ح٣$$

$$ص = ح٣ + ح٣$$

$$ص = (ح٣ + ح٣) + (ح٣ + ح٣)$$

← هـ (π) غير موجوده

$$صبا = x.p + n$$

$$\boxed{n = 1}$$

السؤال الخامس من ١٣٤

$$صبا = (n) = (n) +$$

إذا كان هـ (n) = حاس - حاس - 1/2
 n ∈ [π, 6] نجد هـ (نم)
 n التي تجعل الحاس لعن هـ
 افصياً
 الحاس الافصياً

$$p = حاس -$$

$$حاس = p ← p = حاس -$$

السؤال التاسع من ١٣٤

$$هـ (n) = حاس = حاس$$

هـ (n) = |حاس| ايت في

$$هـ (n) = حاس - 1/2 = حاس - 1/2$$

عند n = π
 قابلية الاقران هـ للاشعافه

$$← حبا n = 1/2$$

$$\begin{matrix} \pi < n < \frac{\pi}{2} & \pi < n < \frac{\pi}{2} \\ \pi < n < \frac{\pi}{2} & \pi < n < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$$

$$\frac{حاس - حاس}{\pi}$$

$$\left. \begin{matrix} \pi < حاس \\ \pi > حاس \end{matrix} \right\} حاس - حاس$$

$$\begin{matrix} n = 1 \\ \frac{\pi}{2} = حاس \\ n = 1 \\ \pi < حاس < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$$

متصل عند n = π

$$\left. \begin{matrix} \pi < حاس \\ \pi > حاس \end{matrix} \right\} حاس - حاس = (n)$$

$$\begin{matrix} حبا = x.p + n \\ حبا = \pi = 1 - 1 \\ حبا = \pi = 1 - 1 \end{matrix}$$

اسئلة لوزارة

① وزارة (٢٠٠٩) متوية

فأس = $\frac{1}{\text{حاس}}$ فإوجد فأس

اكل
فأس = $\frac{1 - \text{حاس}}{\text{حاس}}$

= $\frac{1}{\text{حاس}} \times \text{حاس}$

= $\text{حاس} - \text{حاس}$

② وزارة (٢٠٠٩) متوية

$\frac{c - \frac{\pi}{2} \text{حاس}}{\text{حاس}}$ او $\frac{c}{\text{حاس}}$ = $\frac{1}{\text{حاس}}$

اكل
 $\frac{\text{حاس} \times (c - \frac{\pi}{2} \text{حاس}) - c}{\text{حاس}}$ = $\frac{1}{\text{حاس}}$

= $\frac{c - c - \frac{\pi}{2} \text{حاس}}{\text{حاس}}$

= $\frac{-\frac{\pi}{2} \text{حاس}}{\text{حاس}}$

= $c = \frac{\pi}{2} \text{حاس}$

④ وزارة (٢٠١٠) صيف

فأس = $\frac{c + \text{حاس}}{\text{حاس}}$ او $\frac{\pi}{4}$

اكل
فأس = $\frac{\text{حاس} + (\text{حاس} + 1) - (\text{حاس} + 1) \times \text{حاس}}{\text{حاس}}$

فأس = $\frac{\pi}{4} = \frac{\text{حاس} + \frac{\pi}{4} \text{حاس} - (\frac{\pi}{4} \text{حاس} + \frac{\pi}{4})}{\text{حاس}}$

= $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}) - (\frac{1}{2} + 1)$

= $\frac{\frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}}{\frac{\pi}{4}}$

⑤ وزارة (٢٠٠٩) صيف

فأس = $\frac{\pi}{\text{حاس}}$ او $\frac{\pi}{7}$

اكل
فأس = $\frac{\pi}{1} = \frac{\pi}{\text{حاس}}$

فأس = $\pi - \pi \text{حاس}$

فأس = $\frac{\pi}{7} = \pi - \pi \text{حاس}$

= $\frac{\pi}{7} = \frac{1}{7} \times \pi$

٧) وزارة (٢٠١٦) صيف

$$\frac{\text{حاس}}{1 + \text{قباس}} = \text{صا}$$

اثبت ان

$$\frac{\text{حاس}}{(1 + \text{قباس})^2} = \text{صا}$$

اكل

$$\frac{\text{صا} - (\text{قباس} + \text{قباس}^2) - \text{حاس} - \text{حاس}^2}{(1 + \text{قباس})^2} = \text{صا} + (\text{قباس} + \text{قباس}^2) + (\text{حاس} + \text{حاس}^2)$$

$$\frac{\text{قباس} + \text{قباس}^2 + \text{حاس} + \text{حاس}^2}{(1 + \text{قباس})^2} =$$

$$\frac{1 + \text{قباس}}{(1 + \text{قباس})^2} =$$

$$\frac{1}{1 + \text{قباس}} =$$

$$\frac{\text{صا} - 1 - \text{حاس}}{(1 + \text{قباس})^2} =$$

$$\frac{\text{حاس}}{(1 + \text{قباس})^2} =$$

٥) وزارة (٢٠١٤) شتوية

$$\text{صا} = \text{حاس} - \text{قباس}$$

اثبت ان

$$\text{صا}^2 = \text{حاس}^2 - \text{قباس}^2$$

الحل

$$\text{صا} = \text{قباس} + \text{حاس}$$

↔

$$\begin{aligned} & \text{قباس}^2 + \text{قباس}^2 + \text{حاس}^2 + \text{حاس}^2 \\ & - \text{قباس}^2 - \text{حاس}^2 + \text{قباس}^2 + \text{حاس}^2 \\ & \text{قباس}^2 + \text{قباس}^2 + \text{حاس}^2 + \text{حاس}^2 \\ & \text{قباس}^2 + \text{قباس}^2 + \text{حاس}^2 + \text{حاس}^2 \end{aligned}$$

٦) وزارة (٢٠١٥) شتوية

لكيه $\text{صا} = \text{حاس}$

$\text{صا} \in]\pi, \infty[$ اكل

قابلية الاقتران في الاستقفاه عند $\text{صا} = \pi$

اكل: مثال ٨) صيف الدوسيه

وزارة (٢٠١٨) صيفية

وزارة (٢٠١٨) شتوية

ص = س حيا س - ع حيا س
 فا حيا س عند س = π تاوي

اذا كانت $\left. \begin{aligned} & \text{س حيا س} + 1 \geq \frac{\pi}{2} \text{ د س} \geq 0 \\ & \text{س} - \text{س حيا س} \cdot \text{د س} \geq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} = \text{ه (س)}$

(٢) - π (١) - (٣) - (٤) - (٥) - (٦) - (٧) - (٨) - (٩)

حان ه (١) تاوي

الحل

(٢) صفر (١) - (٣) غير موجوده

(٤) ١

صا = س - س حيا س + ع حيا س - ع حيا س

الحل

صا = س - س حيا س - ٣ حيا س

ه (١) = ١

صا = س - س حيا س + ع حيا س - ١

كما ه (س) = صفر

صا = س - ٣ حيا س

كما ه (س) = ١

صا = س - س حيا س - ٣ حيا س

صا = س - س حيا س + ٢ حيا س

غير متصل عند س =

صا = $\frac{1}{\pi} (\pi - \pi \times \text{حيا س} + \pi \times ٢)$

ه (١) غير موجوده

صا = $\frac{1}{\pi} (\pi - \pi \times ١ + ٢ \pi)$

(٢)

صا = $\frac{1}{\pi} (\pi)$

(٥)



ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

ورقة عمل
2

مشتقة لإقترانان الدائري

السؤال الأول

(٤) $\frac{1}{\cos} + \frac{1}{\sin} = \text{ص}$

(٥) $\frac{1 + \cos}{1 - \cos} = \text{ص}$

(٦) $\frac{\sin + \cos}{\sin} = \text{ص} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$

١. إذا كان $\sin = \cos$ فتاه \sin فإوجد \cos باستخدام تعريف المثلث

٢. إذا كان $\sin = 3\cos$ جد \cos باستخدام تعريف المثلث

السؤال الثالث

(٧) إذا كان $\sin = \cos$ فتاه \sin فإوجد \cos باستخدام تعريف المثلث

$\pi = \sin$

٣. إذا كان $\sin = 1 + \cos$ جد \cos باستخدام تعريف المثلث

السؤال الثاني

جد \sin للإقترانان التالية

(١) $\sin = \cos + \frac{1}{\sin}$

(٢) $\sin = \frac{\cos - 1}{\cos + 1}$

(٣) $\sin = \frac{\cos}{1 + \cos}$

(٨) إذا كان $\sin = 3\cos$ فتاه \sin فإوجد \cos باستخدام تعريف المثلث

$\frac{\pi}{4} = \sin$

(٩) إذا كان $\sin = \frac{1}{\cos}$ فتاه \sin فإوجد \cos باستخدام تعريف المثلث

صبي $\sin = \frac{\pi}{2}$ فتاه \sin فإوجد \cos باستخدام تعريف المثلث

⑤ $\left. \begin{array}{l} \text{س} + \text{ج} = \pi \text{ حيث } \pi \geq \text{س} > \\ \text{س} + \text{ج} = 1 \text{ حيث } \pi \geq \text{س} > \end{array} \right\} = \text{هـ (س)}$

⑥ إذا كان هـ (س) = قاس فجدر
حلول المعادلة هـ (س) = صفر
حيث س ∈ [π < 0

⑦ إذا كان هـ (س) = س + 1/2 ج
هـ (س) = س + س = 2س
التي عندها هـ (س) = هـ (س)

حد هـ (س)

السؤال الخامس

⑧ إذا كان هـ (س) = جاس

أو هـ (س) = (π - س)

① إذا كان هـ = $\frac{\text{جاس}}{\text{س}}$
أثبت ان س هـ + هـ = جاس

② أو هـ (س) = جاس + هـ - $\frac{\pi}{2}$ حيث $\frac{\pi}{2} \geq \text{س} >$
← هـ ← هـ

أثبت ان هـ $\frac{\text{س}}{\text{س}} + 1 = - \text{جاس}$

السؤال الرابع

③ إذا كانت هـ = قاس + طاس

④ إذا كان هـ (س) = طاس - $\frac{\pi}{3}$ حيث $\frac{\pi}{3} \geq \text{س} >$

أثبت ان $\frac{\text{هـ}}{\text{س}} = 1 - \frac{\text{جاس}}{\text{س}}$

جدر حلول المعادلة هـ (س) = صفر
حيث س ∈ [π < 0

⑤ هـ = 3 قاس أثبت ان

صه = صه طاس - $\frac{\text{هـ}}{9}$

حلول ورقة عمل مشتقة الاقترانات المثلثية

السؤال الأول

$$(u) \quad \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) + \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{2 \sin(2x) \cos(x)}{2 \sin(x) \sin(2x)}$$

$$= \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$

$$(p) \quad \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) + \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) + \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) + \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) + \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$(d) \quad \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

$$= \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\cos(3x) - \cos(x)}$$

السؤال الثاني

جدي من
دس

$$\frac{(1+x^2)(1-x) - (1+x)(1-x^2)}{(1+x)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x)^2}$$

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2}$$

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2}$$

$$\frac{1+x}{1-x^2} = \frac{2}{1-x^2} \quad (5)$$

$$\frac{(1-x)(1+x) - (1-x^2)}{(1-x)^2} = \frac{1-x^2}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1-x^2 - (1-x^2)}{(1-x)^2} = \frac{1-x^2}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1-x^2}{(1-x)^2} = \frac{1-x^2}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1+x}{1-x} = \frac{2}{1-x^2} \quad (6)$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

← يتبع كل

$$1) \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x} = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x} = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x} = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\frac{1-x}{1-x^2} = \frac{2x}{1-x^2} \quad (7)$$

$$\frac{(1-x)(1+x) - 2x(1-x)}{(1+x)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x)^2}$$

$$\frac{1-x^2 - 2x(1-x)}{(1+x)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x)^2}$$

$$\frac{1-x^2 - 2x + 2x^2}{(1+x)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x)^2}$$

$$\frac{1-x^2 - 2x + 2x^2}{(1+x)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x)^2} \quad (8)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس} (1 + \text{حاس} \text{حاس}) - (\text{حاس} + \text{حاس}) \text{حاس}}{(\text{حاس})^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < \pi \\ \text{س} > \pi \end{array} \right\} = \text{س} \text{ حاس} + \text{حاس} \times 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < \pi \\ \text{س} > \pi \end{array} \right\} = \text{س} \text{ حاس} - \text{حاس}$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} \text{ حاس} = \text{حاس}$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = 1$$

ص = حاس غير موجود

$$\text{ص} = \frac{\frac{1}{2\pi} (\pi + \frac{\pi}{2}) - (1 \times \frac{1}{2\pi} + 1) \frac{1}{2\pi}}{(\frac{1}{2\pi})^2}$$

$$= \frac{1 \times \frac{\pi}{2\pi} - 1 + \frac{1}{2\pi}}{\frac{1}{4}}$$

$$= \left(\frac{\pi}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \right) \times 4$$

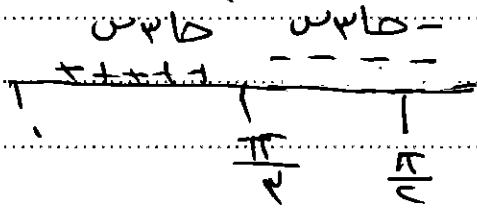
السؤال الثاني

⊙

حاس = 1

$$\pi = 1 \quad \pi = 2 \quad \pi = 3 \quad \pi = 4 \quad \pi = 5$$

$$\frac{\pi}{2} = 1 \quad \frac{\pi}{3} = 1$$



$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

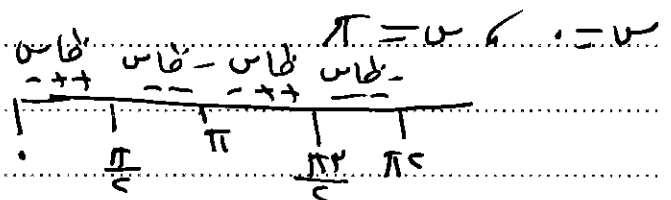
$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

ص = حاس غير موجود

⊙

$$\text{حاس} = 1$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < \pi \\ \text{س} > \pi \end{array} \right\} = \text{س} \text{ حاس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < \pi \\ \text{س} > \pi \end{array} \right\} = \text{س} \text{ حاس}$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{(\pi)}{\pi} = \text{حاس} = 1$$

④

$$\frac{1 \times s - \pi s - \pi s}{s} = \frac{1 - 2\pi}{1}$$

$$\frac{\frac{\pi}{c} - \frac{\pi}{c} \times \frac{\pi}{c} - \frac{\pi}{c}}{\left(\frac{\pi}{c}\right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{c}}{1}$$

$$\frac{c}{\pi} - \frac{\pi}{c} = \frac{c^2 - \pi^2}{c^2}$$

وهذا ($\frac{\pi}{c}$) غير موجود

$$\frac{1 \times \frac{\pi}{c} s}{s} = \frac{\pi}{c}$$

$$\frac{\pi}{c} = \frac{\pi}{c} - \frac{\pi}{c} \times \frac{\pi}{c} = \frac{\pi}{c} - \frac{\pi^2}{c^2}$$

$$\frac{\pi}{c} = \frac{c^2 - \pi^2}{c^2}$$

$$\frac{c^2 - \pi^2}{c^2} = \frac{c^2 - \pi^2}{c^2}$$

$$\frac{c^2 - \pi^2}{c^2} = \frac{c^2 - \pi^2}{c^2}$$

فصل عند $s = \frac{\pi}{c}$

$$\frac{1 \times s + \pi s - \pi s}{s} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{\frac{\pi}{c} + \frac{\pi}{c} \times \frac{\pi}{c} - \frac{\pi}{c}}{\left(\frac{\pi}{c}\right)} = \frac{1 + \frac{\pi}{c}}{1}$$

$$\frac{c}{\pi} = \frac{c^2 + \pi^2}{c^2}$$

⑤

$$\left. \begin{aligned} 1 - \pi > s > 1 \\ \pi > s > 1 + \pi \end{aligned} \right\} = \frac{1 - \pi}{1}$$

نحو اتصال عند $s = 1$
 في $(1) = 1 + 1 = 2$

$$\frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$\frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$\frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$\frac{1 - 1}{1} = 0$$

وهذا (1) غير موجود

④ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

الأول $\cos^{-1} \frac{\pi}{2} = \cos^{-1} \frac{\pi}{2}$
 الرابع $\cos^{-1} \frac{\pi}{4} = \cos^{-1} \frac{\pi}{4}$

الثاني $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

الثالث $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{\pi}{4} = \cos^{-1} \frac{\pi}{4}$

$\cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}$

$\cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}$

⑤ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\frac{1}{\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}}} = \frac{1}{\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

⑥ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

⑦ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

⑧ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

السؤال الرابع

⑨ $\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$\cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{e}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{e}}$

$$ص \times (-حاس - حباس) + 1$$

$$كسره هن = حاس + حباس$$

$$1 + (حاس + حباس) (-حاس - حباس) =$$

$$1 + (حاس + حباس + حاس + حباس) =$$

$$1 + (حاس + حباس + 1) =$$

$$= حاس + حباس + 1$$

$$= حاس$$

(٣)

$$\frac{ص}{حس} = حاس + حباس$$

$$\frac{1}{حباس} + \frac{حاس}{حباس} =$$

$$\frac{حاس}{حباس} + \frac{1}{حباس} =$$

$$\frac{حاس + 1}{حباس} = حاس + 1$$

$$\frac{حاس + 1}{حباس} =$$

$$(حاس + 1)(حاس - 1)$$

$$\frac{1}{حاس - 1} =$$

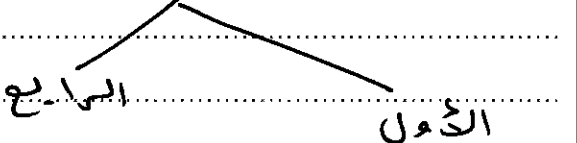
$$حباس - حباس =$$

$$حباس (حباس - 1) =$$

$$حباس = حباس \leftarrow حباس + حباس = حباس$$

$$حباس = حباس + حباس$$

$$\leftarrow حباس = حباس$$



$$حباس = حباس + حباس = حباس + حباس$$

السؤال الخامس

(١) هن = حاس ضرب بياديني

$$ص هن = حاس$$

$$ص \times حاس + حاس = حباس$$

$$ص حاس + حاس = حباس$$

$$ص \times حاس + حاس + حاس = حباس$$

$$ص حاس + حاس = حباس$$

(٥) هن = حاس + حباس

$$\frac{ص هن}{حس} = حاس - حباس$$

$$\frac{ص هن}{حس} = حاس - حباس$$

تعوونها في بطون

تابع لـ سوال الخامس

(٤)

$$ص = ٣ ع$$

$$ص = ٣ ع$$

$$ص = ٣ ع$$

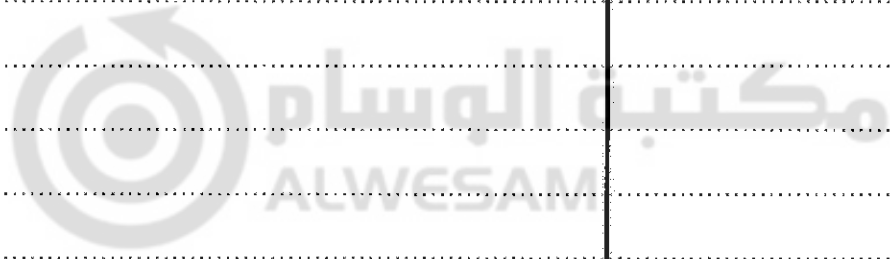
$$+ ع = ٣ ع + ع$$

$$ص = ٣ ع + ع$$

$$ص = ٣ ع + ع$$

$$ص = ٣ ع + ع$$

$$ص = ٣ ع + ع$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس الثامن

قاعدة السلسلة

اولاً مشتقة تركيب الاقترانان

القاعدة

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$$

مشتقة التركيب =

مشتقة الخارج مع نهايتها (داخل) \times مشتقة الداخل

امثلة

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(x) &= f'(g(x)) \times g'(x) \\ (f \circ h)'(x) &= f'(h(x)) \times h'(x) \\ (f \circ k)'(x) &= f'(k(x)) \times k'(x) \\ (f \circ l)'(x) &= f'(l(x)) \times l'(x) \end{aligned}$$

مثال 1

$$f(x) = x^2 + 3, \quad g(x) = x + 1$$

او صيد ما يلي

$$(f \circ g)'(x) =$$

اكمل

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x, \quad g'(x) = 1 \\ (f \circ g)'(x) &= f'(g(x)) \times g'(x) \\ &= 2(x+1) \times 1 \\ &= 2(x+1) \end{aligned}$$

تذكير

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$$

$$(f \circ h)'(x) = f'(h(x)) \times h'(x)$$

مثال

$$f(x) = x^2 + 3, \quad g(x) = x + 1$$

$$① (f \circ g)'(x) =$$

$$= f'(g(x)) \times g'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$$

$$② (f \circ h)'(x) =$$

$$= f'(h(x)) \times h'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$$

$$③ (f \circ k)'(x) =$$

$$= f'(k(x)) \times k'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$$

$$④ (f \circ l)'(x) =$$

$$(f \circ l)'(x) =$$

$$= f'(l(x)) \times l'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$$

$$2 + 3 = 5$$

$$⑤ (f \circ h)'(x) =$$

$$= f'(h(x)) \times h'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$$

$$= 2(x+1) = 2x + 2$$

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(a) &= (f \circ g)'(1) \\ &= f'(g(a)) \cdot g'(a) \\ &= f'(2) \cdot 3 \\ &= 3 \cdot 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad (f \circ g)'(1) &= f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ &= f'(2) \cdot 3 \\ &= 3 \cdot 3 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (f \circ g)'(2) &= f'(g(2)) \cdot g'(2) \\ &= f'(3) \cdot 4 \\ &= 4 \cdot 3 = 12 \end{aligned}$$

سؤال (3)

إذا كان $(f \circ g)'(1) = 3$
 وكان $g'(1) = 2$ ما هو $f'(2)$ ؟

$$\begin{aligned} (3) \quad (f \circ g)'(1) &= f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ &= f'(2) \cdot 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(1) &= f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ 3 &= f'(2) \cdot 2 \\ f'(2) &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

سؤال (4)

إذا كان $(f \circ g)'(1) = 6$ ، $g'(1) = 2$ ، فما هو $f'(2)$ ؟

الحل

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(1) &= f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ 6 &= f'(2) \cdot 2 \\ f'(2) &= \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

سؤال (5)

إذا كان $(f \circ g)'(1) = 8$ ، $g'(1) = 2$ ، فما هو $f'(2)$ ؟

الحل

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(1) &= f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ 8 &= f'(2) \cdot 2 \\ f'(2) &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

مسألة ٥

إذا كان $(س)$ = $س^٥$ \times $س$ إذا كان ٥ وكان
 $٤ = (٢)$ ، $٤ = (٢)$ ، $١ = (٢)$ فما
 قيمة (٥) ؟

الحل

$$\left. \begin{aligned} س^٥ &= س \\ س &= س \end{aligned} \right\} = (س)$$

$$(٥) = (٢) = (٢) \times (٢) = ٤$$

$$\begin{aligned} ١ &= (١) = ١ \times ١ = ١ \\ ٢ &= (٢) = ٢ \times ١ = ٢ \\ ٤ &= (٤) = ٤ \times ١ = ٤ \end{aligned}$$

مسألة ٧

إذا كانت $(٥) = (٢) = ٤$
 وكان $(٢) = ٣$ ، فما $(٣) = ٨$
 نجد $(٢) = ؟$

الحل

$$\begin{aligned} (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٣) &= (٢) = ٣ \times (٢) = ٨ \\ (٢) &= (٢) = ٢ \times (٢) = ٤ \\ \frac{١}{٢} &= \frac{٤}{٨} = (٢) \end{aligned}$$

مسألة ٨

إذا كان $(س) = س^٣$ ، $(٢) = ٣$
 $(٢) = (٢) = ٢$ ، $(٢) = ٥$ نجد
 $(٥) = (٢) = ؟$

الحل

$$\begin{aligned} (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٥) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

مسألة ٦

إذا كان $(س) = س^٢ - س$ وكانت
 $(٢) = ٦$ ، $(٢) = ٤٨$
 فما قيمة $(٢) = ؟$

الحل

$$\begin{aligned} (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \\ (٢) &= (٢) = (٢) \times (٢) = ٤ \end{aligned}$$

سؤال 11

ص = صه (ص + ص) = صه (3) = 0
 اوجد $\frac{ص}{ص}$ |
 $1 = 1$

الحل

$\frac{ص}{ص} = \frac{صه (ص + ص)}{ص}$
 $\frac{ص}{ص} = \frac{صه (3)}{ص}$
 $1 = 3 \times 0 = 0$

سؤال 12

اذا كان $صه = \left(\frac{ص-3}{ص}\right)$ = ص + ص + ص
 اوجد $صه (1)$ = 2

الحل

$\frac{صه (ص-3) - 3 - ص \times (ص-3)}{ص}$
 $1 + ص + ص = 3$

لكن $1 = \frac{ص-3}{ص} \Rightarrow 1 = 3 - 3 = ص$
 $\left(\frac{ص-3}{ص}\right) = 3 - 3 = 0 = 3 - 3 = 0$
 $ص = 3 - 3 = 0$
 $\boxed{1 = 3}$ بخصوص

$صه (1) = \frac{3 - 3 - 3}{1} = 1 + 3 + 3$
 $صه (1) = 7 = 3 - 3 = 7 = \frac{7}{3}$

سؤال 9

اذا كان $صه = ص + 1$
 هو $صه = 3 - ص$ ، عيّن $صه (1)$
الحل

$صه (ص) = صه (ص) \times (صه (ص))$
 $صه = 3 \times (3 - ص)$
 لكن $صه (ص) = 3 - ص$
 $3 = (3 - ص) \times 3$
 $3 = (ص) \times (3 - ص)$
 $3 = (3 - ص) \times 3$

$3 = (3 - ص) \times 3$
 $3 = (3 - ص) \times 3$
 $3 = (3 - ص) \times 3$
 $3 = (3 - ص) \times 3$

سؤال 13

اذا كان $صه$ قابلاً للتقسيم
 وكان $صه = 1 + ص + 6$
 اوجد $صه (0)$ ؟

الحل نتقده بطريقتين

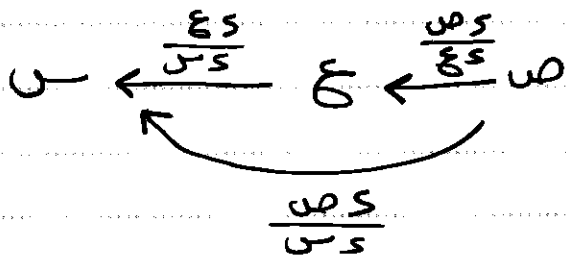
$صه (1 + ص + 6) = 7 + 6 = 13$
 $صه = 1 + 6 = 7$
 $صه = 1 + 6 = 7$
 $صه (0) = 7 + 6 = 13$
 $صه (0) = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

ثانياً

قاعدة السلسلة

إذا كان $v = f(u)$ و $u = g(x)$ فإن $v = f(g(x))$

v : موضع للقانون بدلالة x
 u : موضع للقانون بدلالة x



$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{dx}$$

مثال ١٣

إذا كان $v = \sin u$ و $u = \frac{1}{x}$
 حيث x في π اربع حدة $(\frac{\pi}{4})$

اكتب

فإن $v = \sin u = \sin(\frac{1}{x})$
 $\frac{dv}{dx} = \cos u \times \frac{du}{dx}$ (اربع لأول)

$$\frac{dv}{dx} = \cos(\frac{1}{x}) \times (-\frac{1}{x^2})$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\cos(\frac{1}{x})}{x^2}$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\cos(\frac{1}{\pi/4})}{(\pi/4)^2}$$

مثال ١٤

$v = \ln u$ و $u = 1 + x^2$
 حدد $\frac{dv}{dx}$ ؟

اكتب

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{u} \times \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{1}{1+x^2} \times 2x$$

فإن $\frac{dv}{dx} = \frac{2x}{1+x^2}$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$\frac{0}{1} = 0 \times \frac{1}{1} = 0 \times \frac{\pi^2}{4} =$$

سؤال ٥

اذا كان $l = \frac{4s}{1+s}$ ، $l = 6$ ، $s = ?$

اوجد $\frac{ds}{dl}$ ؟

سؤال ٤

اذا كان $\frac{ds}{dt} = 8$ ، $\frac{d^2s}{dt^2} = 0$

اوجد $\frac{d^2s}{dt^2}$ ؟؟

اكل

$$\frac{ds}{dt} \times \frac{dt}{ds} = \frac{ds}{ds}$$

$$\frac{\Delta}{0} = 8 \times \frac{1}{0} =$$

لان $\frac{d^2s}{dt^2}$ هي مقادير $\frac{ds}{dt}$

سؤال ٥

جد معدل تغير حجم كره بالنسبة
الي مساحة سطحها عندما يكون
قطرها ١٢ سم ؟

اكل

تفرض h : حجم كره ، M : مساحة سطحها
نصفه : نصف قطرها
 $h = \frac{\pi r^3}{3}$ نصف ٣ ، $M = \pi r^2$ نصف ٤

$$\frac{dh}{dt} \times \frac{dt}{dr} = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{1}{3} \times \pi r^2 \times \frac{dr}{dt} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{r} = \frac{dr}{dt} = 3$$

سؤال ٣

$s = \text{جان} ، \frac{ds}{dt} = \frac{1}{5}$

اوجد $\frac{ds}{dt}$ عندما $n = \frac{\pi^2}{3}$

اكل

$$\frac{ds}{dt} \times \frac{dt}{dn} = \frac{dn}{dt}$$

$0 \times \text{جان} =$

مسألة ٦

اسطوانة دائرية ارتفاعها ٥ م
نصف قطرها ١ ووجد معدل تغير حجمها
بالنسبة لماعتها الجانبية عندما
تكون نصف قطرها ٣ م ؟

الحل

ع : حجم الاسطوانة و ل : نصف القطر
ع : ارتفاع م : المساحة الجانبية

$$ع = \pi r^2 h \quad , \quad ع = \pi r^2$$

$$ع = \pi r^2 \times \frac{1}{r} = \pi r$$

$$ع = \pi r^2 \quad , \quad ع = \pi r^2$$

$$ع = \pi r^2 \times \frac{1}{r} = \pi r$$

$$\frac{ع}{م} \times \frac{ع}{م} = \frac{ع}{م}$$

$$\frac{1}{\pi r} \times \frac{ع}{م} =$$

$$\frac{2}{\pi} =$$

$$\frac{4}{\pi} = 3 \times \frac{3}{\pi} = \frac{ع}{م}$$

$$3 = م$$

مسألة ٧

$$ص = ن^3 + ٢ن \quad , \quad ع = \frac{ص}{ن}$$

$$جد \frac{دص}{دن} \text{ عندما } ن = ١$$

الحل

$$\frac{ص}{ن} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دن}$$

$$\frac{ص^2 + ٢ص}{ن^4} = \frac{1}{ن^2} \times (ص^2 + ٢ص) =$$

$$\frac{1}{ن^2} \times (ص^2 + ٢ص) - \frac{ص^2 + ٢ص}{ن^4} = \frac{دص}{دن}$$

لقد لا نستطيع ضرب $\frac{دص}{دن}$ في $\frac{دص}{دن}$

$$\frac{1}{17} = \frac{ع}{64} = \frac{٨ - ١ \times ١٤}{١ \times 64} = \frac{دص}{دن} \quad | \quad ن = ١$$

مسألة ٨

$$ص = حان \quad , \quad س = حبان$$

$$جد \frac{دص}{دس} \text{ عندما } ن = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{دص}{دس} \times \frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} \times \frac{دص}{دس} = \frac{1}{حان} \times حبان =$$

$$\frac{1}{حان} = \frac{1}{حان} \times \frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دس}$$

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} = \frac{دص}{دس}$$

ملاحظة هامة

لايجاد المشتقة الثانية باستخدام السلسلة نضرب $\frac{دس}{دس}$ بالنسبة لن ونضرب $\frac{دس}{دس}$ ب $\frac{دس}{دس}$ ؟

$$= \frac{دس^٧}{دس^٧} - \frac{دس^٧}{دس^٧} + \frac{دس^٧}{دس^٧} - \frac{دس^٧}{دس^٧} + \frac{دس^٧}{دس^٧} - \frac{دس^٧}{دس^٧} + \frac{دس^٧}{دس^٧} - \frac{دس^٧}{دس^٧} = ٠$$

مثال ١٠

$$\frac{دس}{دس} = \frac{دس}{دس} \quad \frac{دس}{دس} = \frac{دس}{دس}$$

اثبت ان $\frac{دس^٢}{دس} = دس$ ؟

الحل

$$\frac{دس^٢}{دس} \times \frac{دس}{دس} = \frac{دس^٢}{دس}$$

$$\frac{دس^٢}{دس} = \frac{دس^٢(١+١) - ١(١+دس)}{دس(١+دس)}$$

$$= \frac{دس^٢ - دس - ١}{دس(١+دس)}$$

$$= \frac{دس^٢ - دس - ١}{دس(١+دس)}$$

$$\frac{دس^٢(١+دس) - (١+دس)}{دس^٢(١+دس)} = \frac{دس^٢ - دس - ١}{دس(١+دس)}$$

$$\frac{دس^٢}{دس} \times \frac{دس}{دس}$$

داعمل اكل ؟

مثال ٩

اذا كانت $دس = دس^٣ - دس^٢ + دس$
 $دس = دس^٣ - دس^٢ + دس$ اثبت ان

$$\frac{دس}{دس} + \frac{دس}{دس} - \frac{دس}{دس} = دس^٧ - دس^٦ + دس^٥$$

الحل

$$\frac{دس}{دس} \times \frac{دس}{دس} = \frac{دس}{دس}$$

$$= دس^٣ - دس^٢ + دس$$

$$= دس^٣ - دس^٢ + دس$$

$$= دس^٣ - دس^٢ + دس$$

$$= دس^٣ - دس^٢ + دس$$

مشتقة اقرانان مرفوعة لقوة (هواس) ن

مثال 1

ص = (س٣ + س٥)٥

ص' = ٥(س٣ + س٥)٤ × (٣س٢ + ٥س٤)

مشتقة لقوس لا مشتقة ما داخله

ص = (٥/س + س/٥)٥

ص' = ٥(٥/س + س/٥)٤ × (-٥/س٢ + ١/٥)

ص = ١ / (٣ - س٤)٤

ص' = -٤(٣ - س٤)٣ × ٤س٣

ص' = -١٦س٣ / (٣ - س٤)٣

ص = ١ + س / (٣ - س٥)٥

ص' = (١ - ٥س) / (٣ - س٥)٥

ص' = (٣ - ١/س) × (٣ + ١/س)٤

اذا كان ص = (هواس) ن حيث ن عدد صحيح وكان هواس اقران قابل للأشتقاق فإن

ص' = (هواس) ن-١ × هواس'

مشتقة لقوس

= مشتقة لقوس لله لا مشتقة ما داخله

ص' = (القوس) ن-١ × مشتقة ما داخله

الرهان

نفرض ع = هواس ،

ص = ع ، ع' = هواس'

ص' = ع' × ص / ع

ص' = (هواس) ن-١ × هواس'

نكده ع = (هواس) ن

ص' = (هواس) ن-١ × هواس'

مسألة ٤

هواس) اقتران كثير حدود وكان
هوا = (١) هـ ، هـ = (١) هـ - ١
فاوجد هـ (١) ؟

الحل

هـ (١) = (١) هـ = (١) هـ × (١) هـ
هـ = (١) هـ × (١) هـ
١ - = ١ - × ١ =

مسألة ٥

إذا كان هـ (١) = هـ ما هـ (١) = $\frac{1}{2}$
اوجد $\frac{٤}{٥٥}$ هـ (١) هـ + (١) هـ^٢ عند
هـ = ١

الحل

$\frac{٤}{٥٥} = (١) هـ + (١) هـ^٢$

هـ (١) هـ + (١) هـ^٢ × (١) هـ^٢ = $\frac{٤}{٥٥}$
هـ + (١) هـ^٢ × (١) هـ^٢ = $\frac{٤}{٥٥}$
هـ + (١) هـ^٢ = $\frac{٤}{٥٥}$

هـ (١) هـ + (١) هـ^٢ = $\frac{٤}{٥٥}$
٩٦ - = ٨ × ١٢ =

مسألة ٥

إذا كان هـ = هـ (١) هـ
اثبت ان $\frac{٤}{٥٥}$ هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

الحل

تفرض هـ = هـ (١) هـ
هـ = هـ (١) هـ ، هـ = هـ (١) هـ
قاعدة الثلاثة

$\frac{٤}{٥٥} \times \frac{٤}{٥٥} = \frac{٤}{٥٥}$

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ

مسألة ٣

إذا كان هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ
فجد هـ (١) هـ ؟

الحل

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

هـ (١) هـ = هـ (١) هـ (١) هـ

صبت هوا (1) = هوا (1) = ٢
 احب في قابلية هـ اس للاشتقاق
 عند س = ١

الحل

$$\begin{array}{r} 1-س \quad 1-س \quad 1-س \\ \hline 1-س \quad 1-س \quad 1-س \end{array}$$

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

نبحث في افعال هـ اس عند س = ١

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢
 هـ اس = (1) = هوا (1) = ٢

سؤال ٦
 هـ اس = س + هوا (س) وكان
 هوا (1) = ٢، هوا (1) = ١ في
 هوا (1) ؟

الحل

هـ اس = س + هوا (س) = س + س = ٢س
 هوا (1) = ٢، هوا (1) = ١
 ١ = ٢ + ١ = ٣

سؤال ٧

ل (س) = هـ (س) + (١ - س) هوا (س) + (١ - س) هوا (س)
 وكانت هـ (١) = ٢، هـ (١) = ١
 اوجد ل (١)

الحل

ل (س) = هـ (س) + (١ - س) هوا (س) + (١ - س) هوا (س)
 ل (١) = هـ (١) + (١ - ١) هوا (١) + (١ - ١) هوا (١)
 = ٢ + ٠ + ٠ = ٢

سؤال ٨

هـ اس = س + هوا (س) + هوا (س)
 هـ اس = س + هوا (س) + هوا (س)
 وكان هوا (س) قابلاً للاشتقاق

ملاحظة

سؤال ٩) اذا كان $f(x)$ قابلاً للاشتقاق
 وكان $f'(x) = 1 + x^2$ فما وجد $f(4)$ $(f(x) = \frac{x^3}{3} + (f(0)))$

الحل
 $f'(x) = 1 + x^2$
 $f(x) = \int (1 + x^2) dx = x + \frac{x^3}{3} + C$
 $f(0) = 0 + \frac{0^3}{3} + C = C$
 $f(4) = 4 + \frac{4^3}{3} + C = 4 + \frac{64}{3} + C$
 $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$
 $f(4) = 4 + \frac{64}{3} + 1 = 5 + \frac{64}{3} = \frac{15 + 64}{3} = \frac{79}{3}$

ملاحظة
 اذا كان $f'(x) = 1 + x^2$
 وطلب إيجاد $f(3)$ فنلاحظ
 نعوض بدل $x = 3$ (هذه اخطأ)
 $f'(3) = 1 + 3^2 = 10$
 $f(3) = 10 \Rightarrow C = 10 - 3 = 7$
 $f(3) = 3 + \frac{3^3}{3} + 7 = 3 + 9 + 7 = 19$

سؤال ١٠)

اذا كان $f(x) = x^2 + 2x + 3$
 فما $f'(3)$ او جد $f(3)$ عندما $f'(3) = 1$

الحل
 $f(x) = x^2 + 2x + 3$
 $f'(x) = 2x + 2$
 $f'(3) = 2 \times 3 + 2 = 8$
 $f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 3 = 9 + 6 + 3 = 18$

$f(3) = 1 + \frac{3^3}{3} = 1 + 9 = 10$

سؤال على ملاحظة

اذا كان $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$
 او جد $f'(4)$ ؟

سؤال ١١)

ما $f'(0)$ اذا كان $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$
 فما $f(0)$ اذا كان $f'(0) = 1$

الحل
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$
 $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$
 $f'(0) = 3 \times 0^2 - 6 \times 0 + 2 = 2$
 $f(0) = 0^3 - 3 \times 0^2 + 2 \times 0 + 1 = 1$
 $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1 - 1 = 0$
 $f(0) = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$

الحل

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$
 $f'(4) = 3 \times 4^2 - 6 \times 4 + 2 = 48 - 24 + 2 = 26$
 $f(4) = 4^3 - 3 \times 4^2 + 2 \times 4 + 1 = 64 - 48 + 8 + 1 = 25$

مسألة ١٤

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

اكتب

$$P + S = 10$$

$$P + 3 = 7$$

$$S = 10 - P$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$10 - P + 3 = 7$$

$$13 - P = 7$$

مسألة ١٥

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

اكتب

$$P + S = 10$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$10 - P + 3 = 7$$

مسألة ١٦

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

اكتب

$$P + S = 10$$

$$P + 3 = 7$$

اكتب

$$P + 3 = 7$$

$$10 - P + 3 = 7$$

مسألة ١٧

لدينا $P + S = 10$ و $P + 3 = 7$ وكانت $P = 9$ فما قيمة S ؟

اكتب

$$P + S = 10$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$10 - P + 3 = 7$$

فنتقده صرة اخرى

$$P + S = 10$$

$$P + 3 = 7$$

$$P + 3 = 7$$

$$10 - P + 3 = 7$$

$$13 - P = 7$$

$$13 - P = 7$$

$$6 = P$$

مسألة ١٨

إذا كان $ص = سي ظاس + قاس$ فثبت

$$\frac{ص}{سي} - \frac{ص}{سي} = سي قاس = قاس$$

اكل

$$ص = سي قاس + ظاس \times ١$$

$$\frac{ص}{سي} = سي قاس + ظاس$$

$$ص = سي قاس + قاس$$

لكن $ص = سي ظاس$

$$ص = سي قاس + قاس$$

$$\frac{ص}{سي} = سي قاس + قاس$$

$$\frac{ص}{سي} - \frac{ص}{سي} = سي قاس = قاس$$

مسألة ١٦

إذا كان $ص = (ظاس + قاس) ن$
فثبت ان $\frac{ص}{سي} = ن$

اكل

$$\frac{ص}{سي} = ن (ظاس + قاس) \times$$

(قاس + قاس) ن
اخراج قاس عامل مشترك

$$ص = ن (ظاس + قاس) \times قاس$$

$$ص = ن (ظاس + قاس) \times قاس$$

$$ص = ن (ظاس + قاس) \times قاس$$

$$ص = ن (ظاس + قاس) \times قاس$$

مسألة ١٧

$$ص = \frac{١}{٣} ظاس + ظاس$$

اثبت ان $\frac{ص}{سي} = قاس$

اكل

$$\frac{ص}{سي} = \frac{١}{٣} ظاس + قاس$$

$$ص = ظاس قاس + قاس$$

$$ص = قاس (ظاس + ١)$$

$$ص = قاس \times قاس$$

$$ص = قاس$$



نتيجة هامة

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{ن-1} \end{matrix}$$

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{ن-1} \end{matrix} \times \text{حباس} \text{ بكل عام}$$

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{ن-1} \end{matrix} \text{ فان}$$

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{ن-1} \end{matrix} \times \text{حباس} \times \text{حواس}$$

مثال (١٦)

$$\text{ص} = \text{قاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \text{ عند ما} \\ \text{س} = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\text{ص} = 3 \text{ قاس} \leftarrow \text{قاس} \times \text{ص} \times \text{ص}$$

$$\text{ص} = 3 \text{ قاس} \leftarrow \frac{\pi}{4} \times \text{قاس} \times \frac{\pi}{4} \times \text{قاس} \times \frac{\pi}{4} \times \text{قاس}$$

$$6 \text{ قاس} \leftarrow \frac{\pi}{4} \times \text{قاس}$$

$$\text{حباس} = \frac{\pi}{4} = \frac{1}{6} \leftarrow \text{قاس} = \frac{\pi}{4}$$

$$6 = \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 6}$$

مثال (١٧)

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \text{ عند ما} \text{ ؟}$$

الحل

$$\text{ص} = \text{حباس} \leftarrow \text{قاس} \times \text{قاس} \times \text{قاس}$$

مثال (١٨)

$$\text{اذا كان} \text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \text{ نجد} \text{ص} \text{ عند ما} \\ \text{بذلالة} \text{ص} \text{ ؟}$$

الحل

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \times \text{حباس}$$

مثال (١٩)

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \begin{matrix} \text{س} \\ \text{س} \end{matrix} \text{ عند ما} \text{ ص} \text{ حسب} \text{س}$$

بالدرجات

الحل

$$\text{ص} = \frac{\text{حاس}}{\text{س}} = \frac{\pi \times \text{س}}{180} \leftarrow \frac{\pi}{180}$$

$$\text{ص} = \text{حاس} \leftarrow \frac{\pi}{180} \text{ س}$$

$$\text{ص} = \frac{\pi}{180} \text{ حباس} \leftarrow \frac{\pi}{180} \text{ س}$$

النهايات التي على صورة المشتقة

مثال ١

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

اكمل

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

مثال ٢

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

اكمل

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

طريقة اخرى

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x) = 0$$

$$= 0$$

مثال ٥

البيتا ان

$$\frac{c^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c}$$

الحل

بإضافة وطرح $(a+b)^2$

$$\frac{(a+b)^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c} = \frac{-(a-b)^2 - c^2}{c}$$

$$\frac{(a+b)^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c} = \frac{-(a-b)^2 - c^2}{c}$$

$$\frac{(a+b)^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c} = \frac{-(a-b)^2 - c^2}{c}$$

تقرن $9 = 9$ و $9 = 9$ و $9 = 9$

$$\frac{c^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c} = \frac{-(a-b)^2 - c^2}{c}$$

$$c^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2 = -(a-b)^2 - c^2$$

$$c^2 = (a-b)^2 + c^2$$

مثال ٣

مساوية $P = 3 + c$ وكانت

$$\frac{c^2 - (a-b)^2 - (a+b)^2 - c^2}{c} = 0$$

الحل

$$c^2 - (a-b)^2 - (a+b)^2 - c^2 = 0$$

$$\frac{c^2 - (a-b)^2 - (a+b)^2 - c^2}{c} = 0$$

$$c^2 - (a-b)^2 - (a+b)^2 - c^2 = 0$$

$$0 = 3 + 1 \times c = 1 + c$$

$$1 = -c \Rightarrow c = -1$$

مثال ٤

مساوية $c = 3$ ، بدعها $3 + a - b$

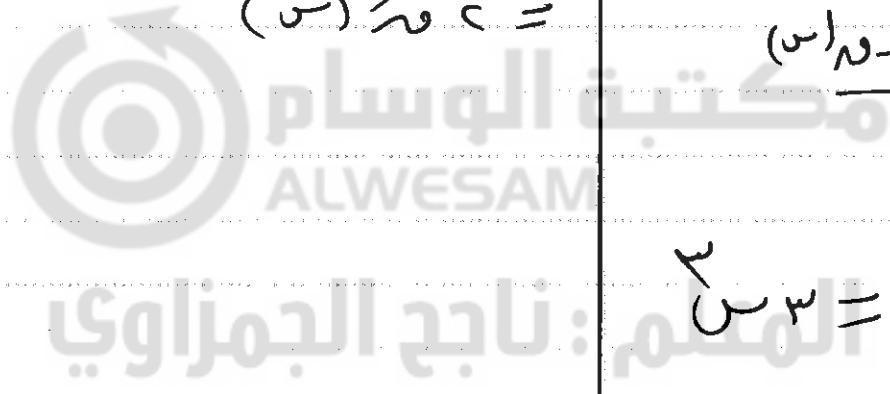
الحل

تقرن $9 = 9$ و $9 = 9$ و $9 = 9$

$$\frac{c^2 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - c^2}{c} = \frac{9 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - 9}{3}$$

$$\frac{9 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - 9}{3} = \frac{9 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - 9}{3}$$

$$\frac{9 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - 9}{3} = \frac{9 - (a+b)^2 - (a-b)^2 - 9}{3}$$



مسألة ١٥

$$\frac{3x - 3}{x - 5} = \frac{3}{x - 5}$$

اكل

$$\frac{1}{x - 5} = \frac{3}{(x - 5) \cdot 3}$$

$$1 = \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{1}{x - 5} = \frac{1}{x - 5}$$

$$\frac{3}{x - 5} = \frac{3}{x - 5}$$

ملاحظة

$$\frac{3x - 3}{x - 5} = \frac{3}{x - 5}$$

مسألة ١٦

إذا كان $P = 3 + 3$ و كانت $Q = 11 - 1$ اوجد قيمة P ؟

الحل

$$P = 3 + 3 = 6$$

$$Q = 11 - 1 = 10$$

$$P = 6 \Rightarrow Q = 10$$

مسألة ١٧

إذا كان $6 = 4$ فما $7 - 4$ ؟

اكل باصنافه وطرحه 4

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

سؤال 11

إذا كان $v = (1, 0)$ و $u = (0, 1)$ و $0 = (0, 0)$
 فاقم هنا $\frac{v - u}{v}$

الحل

$v = (1, 0)$ و $u = (0, 1)$ تعويضاً في المقام

$$\frac{v - u}{v} = \frac{(1, 0) - (0, 1)}{(1, 0)}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{v - u}{v} = \frac{(1, 0) - (0, 1)}{(1, 0)}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

سؤال 12

اوجد هنا $\frac{u - v}{u}$

$$\frac{u - v}{u} = \frac{(0, 1) - (1, 0)}{(0, 1)}$$

$$= \frac{-1}{1} = -1$$

$$= \frac{-1}{1} = -1$$

سؤال 9

إذا كان $u = (3, 0)$ و $v = (0, 3)$
 فاقم هنا $\frac{u - v}{u}$

الحل

بإضافة وطرح u و v

$$\frac{u - v}{u} = \frac{(3, 0) - (0, 3)}{(3, 0)}$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

سؤال 10

إذا كان $u = (1, 0)$ و $v = (0, 1)$
 فاقم هنا $\frac{u - v}{u}$

بإضافة وطرح u و v

$$\frac{u - v}{u} = \frac{(1, 0) - (0, 1)}{(1, 0)}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

سؤال 15

$$\frac{3c^3 - (c+5)^3}{\pi - 5}$$

عندما $\pi = 11$ ، $c = 7$

الحل

$$\frac{\pi}{1} = 5 \quad 3c^3 - (c+5)^3$$

$$3 \times 7^3 - (7+5)^3 = 10 \times 343 - 512 = 3430 - 512 = 2918$$

$$3 \times 11^3 - (11)^3 = 10 \times 1331 - 1331 = 13310 - 1331 = 11979$$

$$10 \times 11^3 - 11^3 = 11^3 \times (10 - 1) = 11^3 \times 9 = 1331 \times 9 = 11979$$

سؤال 13

$$\frac{3c^3 - (c+5)^3}{5}$$

الحل

ضابغة عادية ليست تعرف المشتقة
نستخدم لطايقه

$$\frac{3c^3 - (c+5)^3}{5}$$

$$\frac{3c^3 - (c+5)^3}{5} = \frac{1}{5} \times (3c^3 - (c+5)^3)$$

$$= \frac{1}{5} \times (3c^3 - (c+5)^3)$$

$$= \frac{1}{5} \times (3c^3 - (c+5)^3)$$

سؤال 14

$$\frac{3c^3 - (c+5)^3}{1-5}$$

اكل

$$= \frac{3c^3 - (c+5)^3}{1-5}$$

$$3c^3 - (c+5)^3 = 3 \times 3^3 - (3+5)^3 = 81 - 512 = -431$$



تدريبات الكتاب

تدريب ⑤ ص ١٣٨

إذا كان $v = (q + p)$
 فجد $\frac{dv}{ds} =$

الحل

$\frac{dv}{ds} = (q + p) = (q + p)$

$\frac{dv}{ds} = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} \right) \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} \right)$

$(1 + \frac{1}{s}) (1 + \frac{1}{s^2}) =$

$1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} =$

تدريب ⑥ ص ١٢٧

① $v = (s^3 - s)$ جد $\frac{dv}{ds} =$

الحل

$\frac{dv}{ds} = 3s^2 - 1$

② إذا كان $v = (s^3 + s)$
 فجد $\frac{dv}{ds} =$

الحل

$\frac{dv}{ds} = 3s^2 + 1$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2}$

③ $v = (s^2 + s)$ فجد $\frac{dv}{ds} =$

$\frac{dv}{ds} = \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} \right) \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} \right)$

$= \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} = 0$

تدريب ③ ص ١٤٠

جد $\frac{dv}{ds}$ إذا كان $v = (s^2 + s)$

① $v = (s^2 + s)$

$\frac{dv}{ds} = 2s + 1$

② $v = (s^3 + s^2)$

$\frac{dv}{ds} = 3s^2 + 2s$

③ $v = (s^3 + s^2 + s)$

$\frac{dv}{ds} = 3s^2 + 2s + 1$

تدريب (٤) ص ١٤١

اذا كان

$$v = 1 - \frac{1}{u} = \frac{u-1}{u}$$

جد v (٧)

$$v = \frac{u-1}{u} = \frac{u-1}{u} \times \frac{u}{u} = \frac{u^2 - u}{u^2}$$

$$u = \frac{1}{1-v} \Rightarrow v = 1 - \frac{1}{u} = \frac{u-1}{u}$$

$$u = \frac{1}{1-v} \Rightarrow v = \frac{u-1}{u}$$

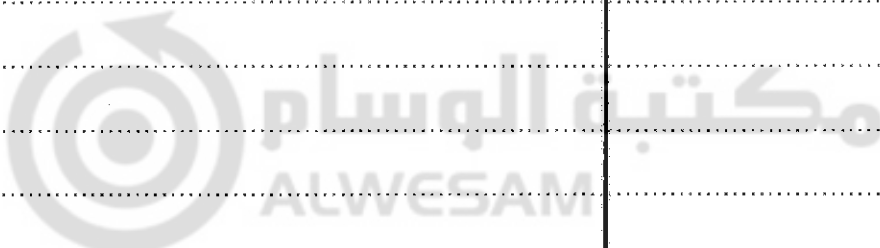
$$v = \frac{u-1}{u} = \frac{u-1}{u} \times \frac{u}{u} = \frac{u^2 - u}{u^2}$$

$$v = \frac{u-1}{u} = \frac{u-1}{u} \times \frac{u}{u} = \frac{u^2 - u}{u^2}$$

$$\frac{12}{3} = \frac{17}{3} - \frac{1}{3} = \frac{16}{3} = \frac{16}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{1}{19} \times \frac{14}{2} = \frac{14}{38} = \frac{7}{19}$$

$$\frac{14}{38} = \frac{7}{19}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

تمارين ومسائل

صفحة (١٤٩)

السؤال الأول

$$\frac{5x^5 - x^4(1-x^3) + (1-x^2)x^4}{x^5}$$

$$= \frac{x^5}{x^5} + \frac{x^4}{x^5(1-x^3)} = \frac{x^4}{x^5(1-x^3)}$$

استخدم قاعدة لـ لايبنيز
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$\textcircled{4} \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{1-x^3} \right) = \frac{4x^3(1-x^3) - x^4(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{1-x^3} \right) = \frac{4x^3(1-x^3) + 3x^6}{(1-x^3)^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{1-x^3} \right) = \frac{4x^3(1-x^3) + 3x^6}{(1-x^3)^2}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1+x^2} \right) = \frac{0(1+x^2) - 1(2x)}{(1+x^2)^2} = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$$

$$\frac{d}{dx} (1+x^2) = 2x$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^7}{1+x^2} \right) = \frac{7x^6(1+x^2) - x^7(2x)}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{7x^6 + 7x^8 - 2x^8}{(1+x^2)^2} = \frac{7x^6 + 5x^8}{(1+x^2)^2}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{1-x^3} \right) = \frac{4x^3(1-x^3) - x^4(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

الكل

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{1-x^3} \right) = \frac{4x^3(1-x^3) + 3x^6}{(1-x^3)^2}$$

السؤال الثاني صفحة ١٤٤

إذا كان $h(x) = x^2 - x^3$
 و $g(x) = x^3 + 1$ جد $h \circ g$

$$\textcircled{8} \quad h \circ g(x) = h(g(x)) = (x^3 + 1)^2 - (x^3 + 1)^3$$

$$h(1) = 1^2 - 1^3 = 0$$

$$h(8) = 8^2 - 8^3 = 64 - 512 = -448$$

$$h(16) = 16^2 - 16^3 = 256 - 4096 = -3840$$

$$h(27) = 27^2 - 27^3 = 729 - 19683 = -18954$$

$$h(64) = 64^2 - 64^3 = 4096 - 262144 = -258048$$

← يتبع

السؤال الرابع من ١٤٤

١) (هـ ٥ هـ) (١) = هـ (١١ هـ) (١١ هـ) (١)

إذا كان هـ (١) قابلاً للاختصار
عند هـ ما وكان هـ = ح (١ هـ)
حيث ن عدد صحيح فأثبت ان

هـ (١ -) × =
= صفر

ن - ١
هـ = ن ح (١ هـ) ح (١ هـ) (١ هـ)

السؤال الثالث من ١٤٤

إذا كان هـ ، هـ اقترابيه وعرضين
على ح وقابلين للاختصار على
حاليهما وكان هـ (٢) = ٣ هـ (٣) = ٤ هـ (٤)
هـ (٤) = ٦ - هـ (٤) = ٦ - هـ (٤)

الحل

نفر من ح = هـ (١ هـ)

هـ = ن ح (١ هـ)
ح = هـ (١ هـ)

هـ = هـ × ح = هـ × ح

٢) (هـ ٥ هـ) (٢) = هـ (٢ هـ) (٢ هـ) (٢)

= هـ (٣) × هـ (٣)

= ٦ - هـ = ٦ - هـ

ن - ١
هـ = ن ح (١ هـ) × ح (١ هـ) × هـ (١ هـ)

٣) هـ (٣) عند هـ = ٣ هـ (٣)

هـ (٣) × هـ (٣) =

هـ = ن ح (١ هـ) × ح (١ هـ) × هـ (١ هـ)

هـ (٣) × هـ (٣) = ٣ هـ (٣) × هـ (٣)

السؤال الخامس من ١٤٤

هـ هـ في كل ما يأتي

٤) هـ = ح (١ هـ) × ح (١ هـ) × هـ (١ هـ)

هـ = هـ × ح = هـ × ح

= ح (١ هـ) × ح (١ هـ)

= ح (١ هـ) × ح (١ هـ)

تابع السؤال الخامس

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} \text{ص} &= \text{ل} + \text{ل} & \text{ل} &= \sqrt{1 + \text{ل}^2} \\ \frac{\text{ص}}{\text{ل}} &= \frac{\text{ل}}{\text{ل}} + \frac{\text{ل}}{\text{ل}} & & \\ \frac{\text{ص}}{\text{ل}} &= \frac{\text{ل}}{\text{ل}} + \frac{\text{ل}}{\text{ل}} & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{ل}}{\text{ل}} + \frac{\text{ل}}{\text{ل}} \\ &= \frac{\text{ل} + \text{ل}}{\text{ل}} \\ &= \frac{\text{ل} + \sqrt{1 + \text{ل}^2}}{\text{ل}} \end{aligned}$$

السؤال السادس

إذا $\text{ص} = \text{ح} + \text{س} + \frac{\text{ك}}{\text{ج}}$

فأثبت أن $\text{ص} + \text{ص} = \text{ص}$

الحل

$$\text{ص} = \text{ح} + \text{س} + \frac{\text{ك}}{\text{ج}} \quad \text{ح} = \text{ص} - \text{س} - \frac{\text{ك}}{\text{ج}}$$

$$\text{ص} = \text{ح} + \text{س}$$

$$\text{ص} = \text{ح} + \text{س}$$

$$\text{ص} + \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + \text{س} + \text{س}$$

$$= \text{ص} + \text{ص}$$

السؤال السابع

$$\text{ص} = \text{ظ} + \frac{1}{3} \text{ظ} + \text{ظ}$$

$$\text{برهن أن } \frac{\text{ص}}{\text{ظ}} = \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}}$$

الحل

$$\frac{\text{ص}}{\text{ظ}} = \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{1}{3} \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}}$$

$$= \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{1}{3} \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}}$$

$$= \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}} + \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}}$$

$$= \frac{\text{ظ}}{\text{ظ}}$$

السؤال الثامن

تعال للقرآن بأنه زوجي

إذا كان $\text{ص} = (\text{س} - \text{ه} + \text{د})$ لجميع

قيم س ، وأنه فردي إذا كان

$\text{ص} = (\text{س} - \text{ه} - \text{د})$ لجميع قيم س

أثبت ما يأتي

(P) إذا كان $\text{ص} = (\text{س} - \text{ه} + \text{د})$ فنتي أن ص زوجي

قابلاً للاستقاه فانه $\text{ص} = (\text{س} - \text{ه} + \text{د})$

اقترا في زوجي

← يتبع الكل

السؤال التاسع ص ١٤٣

جد $\frac{ds}{dt}$ لكل من $t = 1$ و $t = 2$ حيث $s = \frac{\pi}{9}t^2$

(أ) $s = 5$ حاسب $t = \frac{\pi}{9}$

$\frac{ds}{dt} = 2 \times \frac{\pi}{9} \times 5 = \frac{10\pi}{9}$

$\frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{9} \times 2 \times 7 = \frac{14\pi}{9}$

$\frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{9} \times 2 \times 7 = \frac{14\pi}{9}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{4} \times 7^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

الدهان

وه (س) فردى ←

وه (س) = - وه (س) باستقاه الطرمسة

وه (س) $x - 1 = -$ وه (س)

- وه (س) = - وه (س)

وه (س) = وه (س) ←

وه (س) زوجي

Ⓚ اذا كان وه (س) اقترانا زوجيا كابلًا للاستقاه فان وه (س) اقتران فردى

الدهان

وه (س) اقتران زوجي

وه (س) = وه (س)

استقاه الطرمسة

- وه (س) = وه (س)

وه (س) = - وه (س)

وه (س) فردى ←

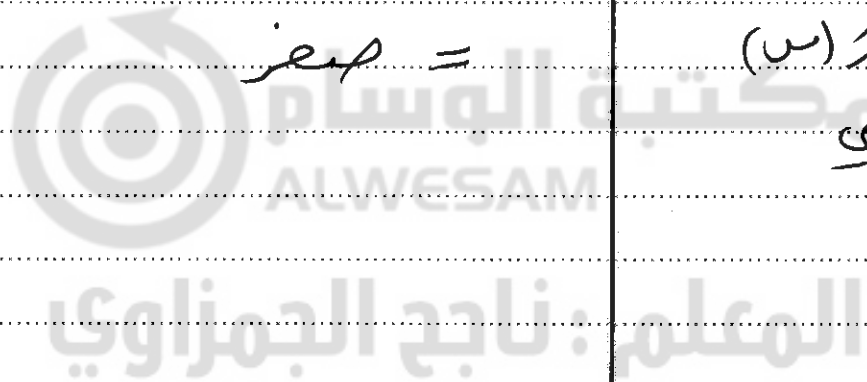
Ⓚ $1 = 5^4 (1 + s) = 4$

$\frac{ds}{dt} = 4 (1 + s)^3 (1 - 1) = \frac{ds}{dt}$

$4 = 4 (1 + 1)^3 (1 - 1) =$

$4 = 4 \times 8 \times 4 =$

$=$ صفر



السؤال الخامس

جد ص

(P) ص = س ظا (1/س)

ص = ص × قأ (1/س) × (1/س)

+ ظا (1/س) × ١

= 1/س قأ (1/س) + ظا (1/س)

ص = (1/س) × (1/س) قأ (1/س) + ظا (1/س) × (1/س)

= 1/س قأ (1/س) ظا (1/س)

(Q) ص = س حبا س

ص = س × س حبا س - حبا س

= س × س حبا س - حبا س

ص = س × (س حبا س + حبا س) - (س حبا س - حبا س) × س

من آخر

ص = حبا س / س ضرب بيادوي

س ص = حبا س

س × ص = ص × ١ + ص × س - حبا س

س × ص = ص × ١ + ص × س - حبا س

س × ص = ص × س + حبا س - حبا س

س × ص = حبا س - حبا س

ص = حبا س - حبا س / س

= حبا س - حبا س / س

السؤال الثاني عشر من 143

السؤال الحادي عشر من 143

$$0 = (3) \cdot \frac{1}{s} = (s + s) \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s} = 1$$

إذا كان $\frac{1}{s}$ قابلاً للاختصار وكان $(s + s) = 2s$ فمعنى $\frac{1}{s} = 1$ هو $s = 1$

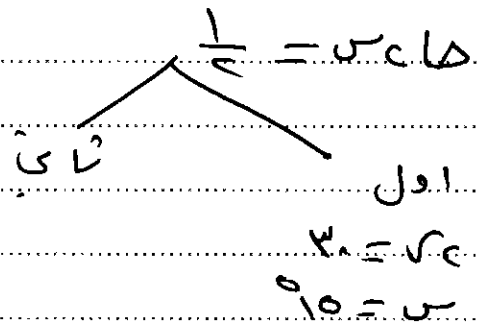
اكل $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \Rightarrow (s + s) \cdot \frac{1}{s} = 2$

اكل $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \Rightarrow (s + s) = 2s$
معنى $\frac{1}{s} = 1$ هو $s = 1$

اكل $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \Rightarrow (3) \cdot \frac{1}{s} = 3$

$3 = 3 \Rightarrow s = 1$

السؤال الثالث عشر من 143



$$s = \frac{1}{s} \Rightarrow (s + s) \cdot \frac{1}{s} = 2$$

معنى $\frac{1}{s} = 1$ هو $s = 1$

$3 = 3 \Rightarrow s = 1$

اكل $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \Rightarrow (s + s) \cdot \frac{1}{s} = 2$

معنى $\frac{1}{s} = 1$ هو $s = 1$

اكل $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \Rightarrow (3) \cdot \frac{1}{s} = 3$

$3 = 3 \Rightarrow s = 1$

السؤال الرابع عشر

إذا كان

$$ص(٤س) = \frac{٤}{٣س} (٣+٤س)$$

جد ص(٤)

الحل

$$ص(٤س) = ٤س$$

$$ص(٤س) = ٤٤س = ٤$$

$$٤ = ٤س \iff ٤ = ٤س$$

$$ص(٤) = ٤ \times (١ \times ٤) = ٤$$

$$ص(٤) = \frac{٤}{٤} = \frac{٤}{٤}$$

السؤال الخامس عشر

إذا كان ص(س) = ٣س + ٤

جد ص(١١) محلياً

Ⓐ ص(١١) = ١١

$$ص(١١) = ٣(١١) + ٤ = ٣٧$$

$$ص(٣) = ٣ + ٤ = ٧$$

$$ص(٦) = ٦ + ٤ = ١٠$$

$$ص(٩) = ٩ + ٤ = ١٣$$

$$ص(١٢) = ١٢ + ٤ = ١٦$$

Ⓑ

$$ص(١٥) = ١٥ + ٤ = ١٩$$

$$ص(١٨) = ١٨ + ٤ = ٢٢$$

$$١٠٨ = ٦ \times ١٨ = ٦ \times ٢٢ = ١٣٢$$

Ⓒ ص(١٥) = ١٩

$$ص(١٥) = ١٩ \times ص(٩) = ١٩ \times ١٣ = ٢٤٧$$

$$ص(١٨) = ٢٢ \times ١٠ = ٢٢٠$$

$$٤٢٤ = ٦ \times ٧٠ = ٤٢٠$$

Ⓓ ص(١٥) = ١٩

بداً أولاً ص(١٥) = ١٩

$$ص(١٥) = ١٩ \times ص(٩) = ١٩ \times ١٣ = ٢٤٧$$

حاصل ضرب

Ⓔ ص(١٥) = ١٩

$$ص(١١) = ١١ \times ص(٩) = ١١ \times ١٣ = ١٤٣$$

$$١٤٣ + ١١ = ١٥٤$$

$$ص(١٥) = ١٩$$

$$ص(١٨) = ٢٢ \times ١٠ = ٢٢٠$$

$$٢٢٠ + ٢٢ = ٢٤٢$$

$$٢٤٢ + ١٠٨ = ٣٥٠$$

سؤال ١٥ من ١٤٣

(هـ هـ هـ) (٣)

الحل

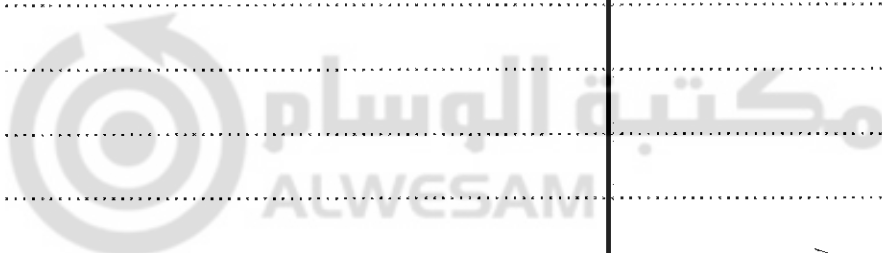
$$(هـ هـ هـ) (٣) = (هـ هـ هـ) (٣) \times (هـ هـ هـ) (٣)$$

$$= (هـ هـ هـ) (٣)$$

$$(هـ هـ هـ) (٣) + (هـ هـ هـ) (٣) \times (هـ هـ هـ) (٣)$$

$$\times (هـ هـ هـ) (٣) \times (هـ هـ هـ) (٣)$$

$$= ٦ \times ٦ \times ٦ + ٠ \times (١٨) = ٢١٦$$



ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

اسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠١٨) شتوية

① فد (س) = $(1+s)^3$ فد (١-)

اكل

فد (س) = $(1+s)^3 \times c$
 $6 = (1+s)^3$

فد (س) = $c \times (1+s)^3$

فد (١-) = $c \times (1-1 \times c)$

$2 = c \times 1 - c = c - c = 0$

② اذا كان (م) ل (س) = س

وكان م، ل حابلين للاشتقاق

فيتم (س) = $\frac{1}{س}$ ، س ≠ ٠

او بعد ل (س) =

اكل

م (ل) = (س) = م (ل) (س) = س

م (ل) (س) = ل (س) = ١

$\frac{1}{ل (س)} = ل (س) = ١$

← ل (س) = ل (س)

③ وزارة (٢٠١٨) صيفية

① فد (س) = $٦ + ٦$ فد (س)

فد (١-) = $٦ + ٦$ فد (س)

اكل

فد (س) = $٦ + ٦$ فد (س)

فد (س) = $٦ - ٦$ فد (س)

فد (١-) = $٦ + ٦$ فد (س)

$٦ - ٦ + ٦ + ٦$ فد (س)

$٦ + ٦$ فد (س)

④ اذا كان (س) = P فد (س)

فيتم ثابت $P \neq ٠$ فد (س) = $\frac{٣}{١+s}$

وكان (ه) فد (س) = $\frac{٣}{٣}$ فد (س)

عند مجموعة قيم P

اكل

فد (ه) = $\frac{٣}{٣} = ١$ فد (ه) = $\frac{٣}{٣} \times \frac{٣}{٣}$

فد (س) = $\frac{٣}{٣} \times P$ فد (س)

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

فد (س) = $\frac{٣}{٣} \times \frac{٣}{٣} = ١$

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

فد (س) = $٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

$٣ - ٣ = ٣ - ٣$ فد (س)

٣) وزارة (٩،٠) مستوى

هو (س) = س ظاس ، هو (س) = $\frac{P}{1+S}$

وكان (هو) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\frac{\lambda}{c_0} =$ صيغة P ؟

اكل

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\frac{\pi}{\epsilon}$

هو (س) = $\frac{c \times P -}{(1+S)}$

هو (س) = $\frac{Pc -}{c_0} = \frac{Pc -}{c_0}$

هو (س) = س قاس

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\epsilon = c \times c =$

$\epsilon \times \frac{Pc -}{c_0} = \epsilon \times (c) = \frac{\lambda}{c_0}$

$1 - = P \Leftarrow \frac{P\lambda -}{c_0} = \frac{\lambda}{c_0}$

٤) وزارة (٩،٠) صيغة

إذا كان هو (س) = س ظاس
هو (س) = P س (س - ٣) وكان
هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ = ٥٠ - او صيغة P

اكل
هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\frac{\pi}{\epsilon}$

هو (س) = س قاس

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\epsilon - = c \times c - =$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)$ $\epsilon - \times (c) =$

$\epsilon - \times P c = 0 -$

$\frac{1}{c} - = P \Leftarrow$

٥) وزارة (١٠،٠) مستوى

إذا كان هو (س) = س ظاس

هو (س) = $\frac{S}{1+S}$ صيغة $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$

اكل

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\frac{\pi}{\lambda} \times c =$

هو (س) = س قاس

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\frac{\pi}{\lambda} \times c =$

هو (س) = $\frac{c \times (1+S)}{c \times (1+S)}$

هو (س) = $\frac{1}{c} = \frac{c \times (1+S)}{c \times (1+S)}$

هو (س) = $\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)$ $\frac{1}{c} = 1 \times \frac{1}{c} =$

٨) وزارة (٢٠١٣) شتوية

١) اذا كان $v = 0$ صبا عس

$$\frac{v}{\pi} = \frac{v}{\pi} \text{ عند } v = 0 = \frac{\pi}{\pi}$$

اكل

$$\frac{v}{\pi} = -v \text{ عا عس } 4 \times$$

$$\frac{v}{\pi} = -v \text{ صبا عس } 16 \times$$

$$\frac{v}{\pi} = -v \text{ صبا عس } 16 \times \frac{\pi}{\pi}$$

$$16 + =$$

٢) $v = 0$ (ظا عس) وكان

$$\frac{v}{\pi} = 0 = \frac{v}{\pi} \text{ فاو هب } \frac{v}{\pi} \text{ عند } v = 0 = \frac{\pi}{\pi}$$

اكل

$$\frac{v}{\pi} = \frac{v}{\pi} \text{ (ظا عس) } \times \text{ قاس } c \times$$

$$\frac{v}{\pi} = \frac{v}{\pi} \text{ (ظا عس) } \times \text{ قاس } \frac{\pi}{\pi} \times c$$

$$c \times c \times (1) = \frac{v}{\pi}$$

$$c = 4 \times 0 = c$$

٦) وزارة (٢٠١١) شتوية

$$\frac{1}{1+s} = \text{ اذا كان } v = (s)$$

$$\text{ هو } (s) = \text{ ظا عس ايت ايت ايت } (s) = 1$$

اكل

$$\text{ هو } (s) = (s) \text{ (هو } (s) \text{) لا هو } (s)$$

$$= \text{ هو } (s) \text{ (ظا عس) } \times \text{ قاس}$$

$$= \frac{1}{1+s} \times \text{ قاس}$$

$$= \frac{\text{ قاس}}{\text{ قاس}} = 1$$

٧) وزارة (٢٠١٩) شتوية

اذا كان $v = (s)$ (هو هب) $c = 1$
 هو $(s) = -c = -1$ ، $v = (s) = c = 1$ فا
 صبة هو (s)

اكل

$$\text{ هو } (s) = (s) \text{ (هو } (s) \text{) } \times \text{ هو } (s)$$

$$c = (s) \text{ (هو } (s) \text{) } \times c = 1$$

$$c = (s) \text{ (هو } (s) \text{) } \times c = 1$$

$$v = \frac{c}{\pi} = \frac{1}{\pi}$$

③ إذا كان $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$ (أ) $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$

فاوجد $\sin^{-1}(x)$ ، $\cos^{-1}(x)$ ، $\tan^{-1}(x)$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

④ وزارة (٢٠١٤) متوسطة

إذا كان $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$ (أ) $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$

فاوجد $\sin^{-1}(x)$ ، $\cos^{-1}(x)$ ، $\tan^{-1}(x)$

الحل

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

←

④ وزارة (٢٠١٣) صيفية

① إذا كان $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$ ، $\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{6}$

فاوجد $\tan^{-1}(x)$ ، $\cot^{-1}(x)$ ، $\sec^{-1}(x)$ ، $\csc^{-1}(x)$

الحل

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\cot^{-1}(x) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

$$\sec^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sec\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$$

$$\csc^{-1}(x) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \csc\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$$

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

② $\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3}$ ، $\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{6}$ فاوجد $\tan^{-1}(x)$

الحل

$$\sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\cot^{-1}(x) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

١٢) وزارة (٢٠١٥) صيف

$$\frac{n-1}{n+1} = s \quad (n+1) = 4$$

او هو $\frac{y}{x}$ عند $s = 1$

اكل

$$\frac{2s}{s} \times \frac{y}{2s} = \frac{y}{s}$$

$$4(n+1) - 1 - 4(n+1) =$$

$$c(n+1)$$

$$\frac{c(n+1)}{c(n+1)} \times (n+1)c =$$

$$\frac{c(n+1) \times (n+1)c}{c} =$$

$$c(n+1) - =$$

$$1 - = \frac{c}{c} - \frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{c}$$

تابع حل (٢٠١٤)

$$c(3) = 2 \times \frac{\pi c}{9} \times \frac{\pi}{3} \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi^3 c}{9}$$

$$c(3) = (3) = \frac{\pi^3 c}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{\pi^3 c}{27}$$

$$\frac{\pi^3 c}{27} \times \frac{\pi^3 c}{18} =$$

$$\frac{\pi}{27} = \frac{\pi^3}{27 \times 18} =$$

١١) وزارة (٢٠١٤) صيف

اذا كان $s = 1$ (١-٥٣) = $\frac{1}{s} - \frac{1}{s}$

اثبت ان $c(0) = 0$

الحل

$$c(1) = 3 \times (1 - 5^3) = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$c(2) = 2 \times (1 - 5^3) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$0 = 1 - 5^3$$

$$1 = 5^3 \iff 1 = 5^3$$

$$c(0) = 2 \times (0) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$c(0) = 2 \times (0) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

$$c(0) = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

إذا كان h ، h اقترانين قابلين
للاشتقاق ، $(h \circ s) = s$
وكان
 $f(s) = 1 + (h \circ s)$ $f'(s)$

الحل

$$f(s) = 1 + (h \circ s)$$

$$f'(s) = 1 + (h \circ s)'$$

$$1 = f'(s)$$

$$1 = f'(s) = 1 + (h \circ s)' \Rightarrow (h \circ s)' = 0$$

فتكون

$$1 = (h \circ s)'$$

$$1 = (s + 1)'$$

$$\frac{1}{s+1} = f'(s)$$

(١٣) وزارة (٢٠١٦) شتوية

إذا كان h ، h اقترانين قابلين
للاشتقاق وكان

$$f(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s+1}$$

$$f'(s) = 1 - \frac{2}{s+1}$$

$$f'(1) = 0, f'(2) = 1, f'(3) = 2$$

الحل

اشتقاق الطرفين

$$f'(s) = \frac{(s^2 + 2s + 1)' - (s^2 + 2s + 1) \cdot (s+1)'}{(s+1)^2}$$

$$f'(s) = \frac{2s + 2 - (s^2 + 2s + 1) \cdot 1}{(s+1)^2}$$

$$f'(s) = \frac{2s + 2 - s^2 - 2s - 1}{(s+1)^2}$$

$$f'(s) = \frac{1 - s^2}{(s+1)^2}$$

$$f'(s) = \frac{1 - s^2}{(s+1)^2}$$

$$1 - s^2 = 3s$$

$$1 - s^2 - 3s = 0$$



مكتبة الوسام
ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) بيضاء

١) إذا كان الأقران هـ (س) قابلاً للأشعاع وكان

$$هـ(٣س + ٥) = ٣س + ٥$$

$$هـ(٣س + ٥) - (٣س + ٥) = ٥٥$$

الحل

$$\frac{هـ}{٥} = ٨$$

$$\Rightarrow هـ(٣س + ٥) = ٣س + ٥$$

$$\frac{١}{٣} (٣س + ٥) = \frac{١}{٣} (٣س + ٥)$$

$$٣ = ٣ \quad ٥ = ٥ + ٥$$

$$٣ = ٣ \quad ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{٣} (٨) = ١ \times ٦ \times (٨)$$

$$\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} = ٦ \times (٨)$$

$$\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} = (٨)$$

$$\frac{١}{٣} = (٨)$$

$$\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} = (٨) \times ٥$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{٤}{٦}$$

٢) إذا كان س = هـ (٣س) + $\frac{١}{٣}$

ص = هـ (٢س) + $\frac{١}{٣}$

هـ (٢س) - هـ (٣س) = $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٣}$

الحل

$$\frac{٢س}{٣} \times \frac{٣}{٢س} = \frac{٣}{٢س}$$

$$\frac{١}{٣} \times ٣س = ٣س - \frac{١}{٣}$$

$$= ٣س - \frac{١}{٣}$$

$$\frac{٢س}{٣} \times ٣س = ٣س - \frac{١}{٣}$$

$$\frac{١}{٣} \times ٣س = ٣س - \frac{١}{٣}$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{٣س - \frac{١}{٣}}{٣س}$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{٣س - \frac{١}{٣}}{٣س}$$

$$١ = \frac{٣س - \frac{١}{٣}}{٣س}$$

مكتبة الوسام
ALWASAM
العلم: ناجح الجمراوي

وزارة (2018) مستوى

① إذا كان $\frac{4}{s} = \frac{s + \left[\frac{1}{s} + s\right] + s}{s^2 - 4}$

هو $s = s^2 + 8$ فجد

$\frac{s}{s^2} = \frac{s}{s} \left(\frac{1}{s} + s \right) \Rightarrow 1 = s + \frac{1}{s}$

اكمل

عند $s = 1 \Rightarrow 1 = \left[\frac{1}{1} + 1 \right] = 2$

هو $\frac{4}{s} = \frac{s + (1 + s) + s}{s^2 - 4}$

هو $\frac{4}{s} = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 - 4} \Rightarrow \frac{4(s^2 - 4)}{s} = s^2 + 2s + 1$

هو $\frac{4s^2 - 16}{s} = s^2 + 2s + 1 \Rightarrow 4s^2 - 16 = s^3 + 2s^2 + s$

$\frac{16}{9} =$

هو $s = 3$ هو $s = 2$

هو $\frac{4}{s} = \frac{s + (1 + s) + s}{s^2 - 4} \Rightarrow \frac{4}{s} = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 - 4}$

$\frac{4}{s} = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 - 4} \Rightarrow \frac{4(s^2 - 4)}{s} = s^2 + 2s + 1$

$16 + 16 =$

$16 =$

② إذا كان هو $s =$

هو $s = \frac{1}{\sqrt{s}} - s$ فاحس

فان هو $\left(\frac{1}{s}\right)$ فاحس

12-3 (1) 3 (2) 3-1 (3) 1-3 (4) 1-3 (5)

الحل

هو $s = \frac{1}{\sqrt{s}} - s$ فاحس

هو $\left(\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{\sqrt{s}} - s$ فاحس

$\frac{1}{s} = \frac{1}{\sqrt{s}} - s$

$\frac{1}{s} = \frac{1}{\sqrt{s}} - s$

الاجابة ①

③ إذا كان هو $s = \frac{3}{5}$

هو $s \neq 1$ فان هو (1) فاحس

12-3 (1) 3 (2) 3-1 (3) 1-3 (4) 1-3 (5)

الحل

هو $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} - s$

$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} - s \Rightarrow s = 0$

هو $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} - s$

هو $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} - s$

الاجابة ②

وزارة (٢٠١٨) شتوية

① اذا كان $l(s) = \frac{\pi}{e^s}$ ، $l'(s) = -\pi$

$h'(s) = e$ فان $h(s) =$

(P) ٢ (٥) ٢- (٤) ٨ (٤) ٨- (٥)

اكمل

$l'(s) = \frac{-\pi \times e^s \times \pi - \pi \times e^s}{e^{2s}}$

$l'(s) = \frac{-\pi \times e^s \times \pi - \pi \times e^s}{e^{2s}}$

$-\pi \times e^s \times \pi - \pi \times e^s = -\pi \times e^s (\pi + 1)$

$-\pi \times e^s (\pi + 1) = -\pi \times e^s (\pi + 1)$

$-\pi \times e^s (\pi + 1) = -\pi \times e^s (\pi + 1)$

$-\pi \times e^s (\pi + 1) = -\pi \times e^s (\pi + 1)$

(P)

©

اذا كان $h(s) = s^2$ فان $h'(s) = 2s$ (١) تساوي

(P) ٧٢ (٥) ١٠٨ (٤) ٩٠ (٤) ١٣٥ (٥)

الحل

$h'(s) = 2s = 2 \times (١١) = ٢٢$

$h'(s) = 2s = 2 \times (٣) = ٦$

$h'(s) = 2s = 2 \times (٣) = ٦$
 $h'(s) = 2s = 2 \times (١١) = ٢٢$

اكو ان $١٨ \times ٤ = ٧٢$

(P)

(٣) $h'(s) = \frac{1}{3s^2} - \frac{1}{3s^2}$

فان $h'(s) = \frac{1}{3s^2} - \frac{1}{3s^2}$ تساوي

(P) ١٠ (٤) ٨ (٥) ١٠ (٤) ١٦ (٥)

اكمل

$h'(s) = \frac{1}{3s^2} + \frac{1}{3s^2}$ قياسا نظاس

$h'(s) = \frac{1}{3s^2} + \frac{1}{3s^2} = \frac{2}{3s^2}$

$2 + 1 = 3$

$3 = 3$

(P)

وزارة (٢٠١٨) صيف

① اذا كان

$$ص = س - حبا س - ع حاس$$

$$\text{فان } ع^2 \text{ هي عند } س = \pi$$

$$\pi - (٢ - ٣ - (٥ - ٢) \pi < (٥ - ٢) \pi$$

الحل

$$ص = س - حبا س - ع حاس$$

$$ص = س - حبا س + ع حاس$$

$$ص = س - حبا س + ع حاس$$

$$\pi = س - حبا \pi + ع حاس$$

$$\pi = س - حبا \pi + ع حاس$$

②

② اذا كان $ص = س - حبا س$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\pi - (٢ - ٣ - (٥ - ٢) \pi < (٥ - ٢) \pi$$

الحل

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

③

③ اذا كان $ص = س - حبا س$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\pi - (٢ - ٣ - (٥ - ٢) \pi < (٥ - ٢) \pi$$

الحل

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

$$\text{فان هنا } (٥ - ٢) \pi = س + ١$$

④

وزارة (0.18) صفيحة

Ⓐ إذا كانت $ص = ن^3$

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ص}{ن^3} \text{ فان } \frac{ص}{ص} = \frac{ن^3}{ن}$$

عند $ن = 1$ يا وي

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} \text{ (ج) } \frac{ص}{ن} = \frac{ن^2}{1} \text{ (د) } \frac{ص}{ن} = \frac{ن^2}{2}$$

اكل

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} = \frac{ن^2}{1}$$

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} = \frac{ن^2}{1}$$

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} = \frac{ن^2}{1}$$

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} = \frac{ن^2}{1}$$

$$\frac{ص}{ن} = \frac{ن^3}{ن} = \frac{ن^2}{1}$$

Ⓒ

Ⓑ إذا كان $ص = \sqrt{1+s}$

فان $\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$ فان $\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}} \text{ (ج) } \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}} \text{ (د) } \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$$

اكل

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{\sqrt{1+s}}$$

Ⓐ

Ⓒ إذا كان $ص = 6(س) + 1(س)$ اقل

قابلية للاشتقاق ص $ص = 6(س) + 1(س)$

$$ص = 6(س) + 1(س) = 7(س)$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{7(س)}{7(س)} = 1$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{7(س)}{7(س)} = 1$$

اكل

$$\frac{ص}{ص} = \frac{7(س)}{7(س)} = 1$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{7(س)}{7(س)} = 1$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{7(س)}{7(س)} = 1$$

Ⓒ

دائرة (0.18) مبرهن

① إذا كان $\frac{dx}{x} = 3n$

$\frac{dx}{x} = \frac{1}{n} \Rightarrow$ فإن $\frac{dx}{x} = 3n$ عند

$n = 3$ كما وي

14 (د) 14 (ج) 14 (ب) 14 (أ)

اكن

$\frac{dx}{x} \times \frac{x}{dx} = \frac{dx}{x}$

$3n \times n =$

$14n =$

$14n \times n =$ كما وي

$14n =$

②

$14 = \frac{dx}{x} \Rightarrow$

③

$v = (s^3 + s) \Rightarrow v = (s^3 + s)$

فإن $\frac{dv}{ds} = 3s^2 + 1$ كما وي

14 (د) 14 (ج) 14 (ب) 14 (أ)

اكن

$\frac{dv}{ds} = (3s^2 + s)$

$4 \times (s) = \frac{dv}{ds}$

$14 = 4 \times v = \frac{dv}{ds}$

④



المعلم: ناجح الجمزاوي

ورقة عمل

قاعدة السلسلة

السؤال الثاني

Ⓐ إذا كان $u = s^2 + 3$ هو $u = \frac{0}{s}$ فجد

(أ) $(u \circ s)$

(ب) $(u \circ s)'$

ⓑ إذا كان $u = (s)^3$ و $v = (s)^2$ فجد

(أ) $(u \circ v)$

Ⓒ إذا كان $u = s^2 + 3$ فجد u'

Ⓓ إذا كان $u = \frac{0}{s}$ فجد u'

Ⓔ إذا كان $u = \frac{0}{s}$ فجد u'

Ⓕ إذا كان $u = \frac{0}{s}$ فجد u'

السؤال الأول

Ⓐ إذا كانت $u = \sqrt{s} + 3$ و $v = s^3 - 1$ أثبت أن

$\frac{u}{v} = \frac{3 + \sqrt{s}}{s^3 - 1}$

ⓑ إذا كانت $u = \frac{s+2}{1-s}$

Ⓒ أثبت أن $\frac{u}{v} = \frac{s+2}{s-1}$

Ⓓ $u = \frac{1+s}{1-s}$ و $v = s^2 + 3$

Ⓔ $u = \frac{0}{s}$ عند $s = 1$

Ⓕ $u = \frac{0}{s}$ و $v = s^2 + 3$

وكانت $u < 0$ و $v > 0$ قابل

للاشتقاق عند $s = 1$ فاذا كان

$u = \frac{0}{s}$ فجد u'

Ⓖ $u = \frac{0}{s}$ فجد u'

السؤال الرابع

٤) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) - h(a, b)$ حيث h زاوية في الربع الأول $h > 0$

٥) إذا كانت $h = h_1 + h_2$
 $h = h_1$ وكانت h_2 عند h_1
 $h = 1$ المتساوي (11) أو $h = 2$ h_2 h_1

٦) إذا كانت $h = h_1 + h_2$ وكانت $h_1 = h_2$
 $h = h_1 + h_2 = h_1 + h_1 = 2h_1$
 $h = 1$ $h_1 = \frac{1}{2}$ $h_2 = \frac{1}{2}$

٧) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$ حيث h ان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 فاوجد $h(a, b)$
 $h = 3$

٨) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 3$ $h(b, a) = 1$
 فاوجد $h(a, b)$
 $h = \frac{2}{3}$

$h = \frac{2}{3}$

السؤال الثالث

١) $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 3$ $h(b, a) = 1$
 $h(a, b) = 3 - 1 = 2$

٢) $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$

٣) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 1$ $h(b, a) = 2$
 $h(a, b) = 2 - 1 = 1$

٤) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 وكانت $h(a, b) = 1$ $h(b, a) = 2$
 أو $h(a, b) = 5$

٥) إذا كانت $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 3$ $h(b, a) = 5$
 $h(a, b) = 5 - 3 = 2$

٦) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 3$ $h(b, a) = 1$
 $h(a, b) = 1 - 3 = -2$

٧) إذا كان $h(a, b) = h(b, a) + h(a, b)$
 $h(a, b) = 3$ $h(b, a) = 5$
 $h(a, b) = 5 - 3 = 2$

السؤال الخامس

Ⓐ إذا كانت $v = (4s + 3s^2)$
 اثبت ان $v' = 8s + 6s = 14s$

ⓑ (هـ اس) = c فتماس
 هو $v = (3 - 3s)$ وكان
 (هـ ص) $(\frac{\pi}{6}) = 0$ او $v = 0$

Ⓒ $v = 4s^2$ اثبت ان
 $v' = 8s = 16s$

Ⓓ (هـ اس) = $3s + 4$ وكانت
 (هـ ص) $(1) = 18$ او $v = 18$

Ⓔ اذا كان $v = (8s + 3s^2)$
 وكانت $v = (2s^2 - 4s + 5)$
 فتماس $v = 16s + 6s = 22s$

او $v = (2s)$ بدلالة $v = (2s)$

Ⓕ اذا كان $v = (4s^2)$ فتماس
 $v' = (8s)$

السؤال السادس

Ⓐ اذا كان $v = (6s^2 - 8s)$
 $v' = (12s - 8)$

ⓑ اذا كانت $v = 4s - \frac{1}{3}s^3$
 اثبت ان $v' = 4 - s^2$

Ⓒ اذا كانت $v = 3s^2 + 4s$
 اثبت ان $v' = 6s + 4$

Ⓓ $v = 4s^2$ اثبت ان

$v' = 8s = (4s + 1)(4s + 1)$

Ⓔ (هـ اس) $= (4s^2 - 1)$
 وكانت $v = (12 - 4s)$
 $v' = (24 - 4s)$

Ⓕ $v = 3s^2$ فتماس $v' = 6s$

بصيغة $v = 3s^2$ فتماس $v' = 6s$

المسؤول السادس

المسؤول السابع

٢) (هـ اس) قابل للاشتقاق وكان
 $(\text{هـ اس}) = \frac{\text{ح اس}}{2} - \frac{\text{ق با س}}{2} + \text{ج با س}$

٢) $\text{هـ ن} = \text{ع ن} = \text{س} = 3$
 حد $\frac{\text{هـ ن}}{\text{ع ن}}$

في حلول المعادلة $(\text{هـ اس}) = \text{ص ف}$
 حيث $\text{س} \in]\pi/6, \pi/2[$

٣) اذا كان $\text{هـ ن} = (\text{ق با س} + \text{ج با س})$
 فثبت ان $\frac{\text{هـ ن}}{\text{ع ن}} = \text{ن هـ ق با س}$

٤) $\text{هـ ن} = \text{ح ا} (1 - \text{ص پ}) + \text{ج با} (1 + \text{ص پ})$
 اثبت ان
 $\text{ص هـ} + \text{م هـ} = \text{ص ف}$

٤) $(\text{هـ اس}) = \text{ع س} + \text{ع هـ} (1 - \text{ص ل}) = 1 - \text{ص ل}$
 وكانت $\text{هـ ن} = (\text{هـ و}) (\text{اس})$
 حد $\frac{\text{هـ ن}}{\text{ع ن}}$
 $1 = \text{س}$

٥) $(\text{هـ اس}) = (\text{ك با س}) = \text{ق با س}$
 في $\text{هـ} (\frac{\pi}{3})$

٥) حد $\frac{\text{ك}}{\text{ع س}} (\text{هـ و}) (1 - \text{ص ل})$
 $1 = \text{س}$

٥) $\text{س} \in]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}[$ اثبت قابلية

عنا بان
 $\text{هـ و} = (1 - \text{ص ل}) = 1 - \text{ص ل} = 1 - \text{ص ل} = 1 - \text{ص ل}$

هـ للاشتقاق عند $\text{س} = \frac{\pi}{3}$

٥) $\text{هـ ن} = \text{ع ن} = \text{س} = \text{ط ن}$

اثبت ان $\frac{\text{هـ ن}}{\text{ع ن}} = \text{ج با ن}$

٥) $(\text{هـ اس}) = (\text{ق با س} + \text{ج با س}) = \text{ط با س} + \text{ق با س}$

حد $\frac{\text{هـ ن}}{\text{ع ن}}$ حيث $\text{س} \in]\pi/6, \pi/2[$



حلول ورقة عمل قاعدة الللة

السؤال الأول

$$\frac{c-1}{c-1} \times \frac{c-1}{c-1} =$$

$$\frac{18}{(c-1)(c-1)} =$$

$$\frac{18}{(c-1)(c-1)} =$$

$$\frac{18}{(c-1)(c-1)} =$$

$$\frac{18}{(c-1)(c-1)} =$$

$$\frac{1}{c} = \frac{18}{36} =$$

$$\frac{c}{c} \times \frac{c}{c} = \frac{c}{c}$$

$$c \times (c-1) =$$

$$c \times (c-1) =$$

نعوضها

$$c \times 4 + c \times 7 (c-1) =$$

$$c \times 4 + c \times 7 - c \times 7 =$$

$$c =$$

٥

$$\frac{c}{c} \times \frac{c}{c} = \frac{c}{c}$$

$$\left(\frac{1-1}{c-1}\right) \left(\frac{1+1}{c-1}\right) =$$

$$1 = c \leftarrow 2 = c \leftarrow 3 = c$$

$$\frac{c}{c} \times \frac{c}{c} = \frac{c}{c}$$

$$\frac{(c+1) - (c-1)}{c-1} \times \frac{(c+1) - 1}{c-1} =$$

السؤال الثاني

$$\frac{ص}{س} = \frac{ع}{س} \times \left(\frac{ع}{٤}\right) \times \left(\frac{٤}{٤}\right) = \frac{ص}{س}$$

$$٨ - = \frac{ع}{س} \times ٤ =$$

(P)

(١) $ص = (س) \times (ص) = (س) \times (ص)$

$$ص = (س)$$

$$\frac{ص}{س} = (س)$$

$$ص \times \left(\frac{ص}{س}\right) = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \times \left(\frac{ص}{س}\right) = \frac{ص}{س}$$

(هـ) $ص = (س) \times (ص) = (س) \times (ص)$

$$ص = (س) \times (ص)$$

$$\frac{ص}{(س+ص)} = \frac{ص}{(س+ص)}$$

(٤)

$$ص = (س) \times (ص) + (س) \times (ص)$$

(١)

$$ص \times (١) + (١) \times ص = (١)$$

$$ص = (١)$$

$$ص = (س) \times (ص)$$

$$١ \times ١ = (١) \times (١)$$

$$١ = (١) \times (١)$$

ل (س) متصل عند س = ١

$$٣ + (١) = ٥ + (١)$$

$$٥ - ٣ + ٦ = (١)$$

$$١٢ = (١) \times (١)$$

$$١٢ = (١) \times (١)$$

(١) $٣ = (١) \times (١)$

$$٥ \times ٢ + ٣ \times ٥ = (١)$$

$$٢٥ = ١٠ + ١٥ =$$

السؤال الثالث

Ⓟ
 $(٥٠٥) = (٥) \times (١٠١)$
 $(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(٥٠٥) = (٥) \times (١٠١)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$١٦ = ٤ \times ٤$

$٤ + \sqrt{٤} = (١)$

$٠ = ٤ + ١ \times ٤ =$

$(٥٠٥) = (٥) \times (١٠١)$

$٨٠ = ١٦ \times ٥ =$

Ⓟ
 $(٥٠٥) = (٥) \times (١٠١)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(٥٠٥) = (٥) \times (١٠١)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

Ⓟ
 $٦ + \sqrt{٤} = ٤ \times (١ + \sqrt{٤})$

$٦ + ١ \times ٤ = ٤ \times (١ + ١ \times ٤)$

$١٠ = ٤ \times (٥)$

$\frac{٥}{٢} = \frac{١٠}{٤} = (٥)$

Ⓟ

Ⓟ
 $(٣) \times (٣) = (٣)$

$٥ \times (٣) =$

$٥ = ٥ \times ١ =$

Ⓟ

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$(١٠١) = (١١) \times (٩)$

$٤ \times (١٠١) =$

$٦ \times (١٠١) =$

$٦ \times ٤ = ٤ \times ١ \times ٩ =$

$٢٤ = ٤ \times ٦ =$

Ⓟ

$(٣) \times (٣) = (٣)$

$(٣) \times (٣) = (٣)$

Ⓟ
 $(\frac{\pi}{٤}) \times (\frac{\pi}{٤}) = (\frac{\pi}{٤})$

$(١) \times (١) =$

$٩ = ٦ \times \frac{١٥}{٢} =$

$$0 = \frac{c \cdot x(1) - c - x(1)}{x_1}$$

$$0 = c - x(1)$$

$$\frac{0}{c} = \frac{x(1)}{c}$$

السؤال الرابع

(P) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$$x = \frac{1}{2} \leftarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} - 3$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 3 = \frac{1-1-12}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$\frac{1-1-12}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

(U)

$$11 = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} = \frac{2x^2 - 2x - x + 1}{x - 1} = \frac{2x(x-1) - 1(x-1)}{x-1} = 2x - 1$$

$$2x - 1 = 11 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$x = 6 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$2x(6+1) = 11$$

$$2 = 6 = 9 = 6 + 12 = 18$$

(S) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} = \frac{2x^2 + 2x - 3x + 1}{x - 1} = \frac{2x(x+1) - 1(x+1)}{x-1}$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f(3) = 3^2 + 2 \cdot 3 - 3 = 9 + 6 - 3 = 12$$

$$f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

(H) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

$$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

(Q) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -3$$

(هـ)

$$\frac{c \times (s) - s \times (c)}{(s-c)^2} = \frac{c \times (1) - s \times (1)}{(1-c)^2}$$

$$\frac{c - s}{(1-c)^2} = \frac{c - s}{9}$$

$$\frac{c - s}{9} = \frac{c - s}{9}$$

السؤال الخامس

(پ)

$$ص = ٤ (ح + ص) - (ح - ص)$$

$$ص = ٤ (ح + ص) - (ح - ص)$$

$$ص + ح = ٤ (ح + ص) - ح + ص$$

$$ص + ح = ٤ (ح + ص) - ح + ص$$

$$١٢ = ٤ (ح + ص) - ح + ص$$

(د)

$$\frac{c \times (s) + s \times (c)}{s+c} = \frac{c \times (1) + s \times (1)}{1+c}$$

$$\frac{c + s}{s+c} = \frac{c + s}{1+c}$$

$$c + s = c + s$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$c + s = c + s$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

(س)

$$ص = (1) \times (1) = 1$$

$$ص = (1) \times (1) = 1$$

$$ص + ح = 1 + 1 = 2$$

$$ص = 1 + 1 = 2$$

$$ص = 1 + 1 = 2$$

$$ص = 1 \times (1) = 1$$

$$ص = 1 \times 1 = 1$$

$$ص = \frac{ص}{1} = 1$$

$$= 16 + 17$$

$$- 16 + 17 = 1$$

$$16 + 17 = 1$$

$$16 + 17 = 1$$

5

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

$$18 = 1$$

6

$$0 = \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$0 = \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

(١) $ص' = ص \cdot ح' - ح \cdot ص'$

$ص' = ص(ح' - ح) = ص' \cdot ح - ح \cdot ص'$

(٢) $ص'' = ص'' - ح'' - ح''$

$ص'' = ص'' - ح'' - ح''$

$ص'' = ص'' - ح'' - ح''$

$ص'' = ص'' + ح'' + ح''$

$ص'' = ص'' + ح'' + ح''$

(٣) $ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

منه لنجاء ←

(٤) $ص' = ح' - ح' = ح' - ح'$

$ص' = ح' = ح' - ح'$

$ص' = ح' = ح' - ح'$

$ص' = ح' = ح' - ح'$

$ص' = ح' = ح' - ح'$

(٥) $ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

السؤال السادس

(٦) $ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$ص' = ح' \cdot ح + ح \cdot ح'$

$$0 = \text{ح}^5 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^2$$

السؤال الرابع

(أ)

$$\frac{25}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$$

$$\frac{1}{4} \times 4 = 1$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{1}{5} \times 5 = 1$$

$$\frac{5}{5} = 1$$

(ب)

ن-1

$$\frac{5}{5} = \text{ن} (\text{قاس} + \text{ضاس})$$

$$\times (\text{قاس} - \text{ضاس} - \text{قاس})$$

ن-1

$$= \text{ن} - \text{قاس} (\text{قاس} + \text{ضاس})$$

$$\times (\text{ضاس} + \text{قاس})$$

$$= \text{ن} - \text{قاس} (\text{قاس} + \text{ضاس})$$

$$= \text{ن} - \text{قاس} \times \text{ح}$$

(ج) $5 = \text{ح}^2 (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2)$

$$\text{ح}^2 = \text{ح}^2 (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2) \times (\text{ح}^2)$$

$$\text{ح}^2 = (\text{ح}^2) \times \text{ح}^2$$

$$3 = (\text{ح}^2) \times \text{ح}^2$$

$$8 = 2 \times 3 \times 8 =$$

(د)

$$\text{ح}^3 = (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 + (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3$$

$$\text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 = \text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 - \text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3$$

$$+ \text{ح}^3$$

$$\text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 + \text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 + \text{ح}^3$$

$$= \text{ح}^3 - \text{ح}^3 + \text{ح}^3 - \text{ح}^3 + \text{ح}^3$$

$$\text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 + \text{ح}^2 (\text{ح}^2 - 1) \times \text{ح}^3 + \text{ح}^3$$

$$= 9 - 9 + 9 = 9$$

$$9 - 9 + 9 = 9$$

$$9 - 9 + 9 = 9$$

$$9 - 9 + 9 = 9$$

$$9 = 9$$

$$\frac{9}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

(هـ)

$$\text{ح}^5 = \text{ح}^2 \times \text{ح}^3$$

$$\text{ح}^2 = \text{ح}^2 \times \text{ح}^3$$

$$\text{ح}^2 = \text{ح}^2 \times \text{ح}^3$$

$$\frac{\text{ح}^2}{\text{ح}^2} \times \frac{\text{ح}^3}{\text{ح}^3} = \frac{\text{ح}^5}{\text{ح}^5}$$

$$0 = \text{ح}^2 \times \text{ح}^2 \times \text{ح}^3 \times \text{ح}^3 \times \text{ح}^3$$

السؤال الثاني

(5)

$$= \text{م} (هـ - ع) (س - ع) \text{ ل} (ف - ع) (س - ع) = 7 - x$$

$$\frac{س}{س} = \frac{س}{س} \text{ م} (هـ - ع) (س - ع) \text{ ل} (ف - ع) (س - ع) = 7 - x$$

$$\text{م} (1) (س - ع) (س - ع) = 7 - x$$

$$1 \times 2 = 7 - x$$

$$\text{م} (س) = س^3 \times ح \times ح \times ح$$

$$- ح \times ح \times ح - ح - ح - ح =$$

$$س^3 \times ح + ح \times ح \times ح - ح - ح - ح =$$

$$س (س^3 \times ح + ح \times ح \times ح - ح - ح - ح) =$$

$$س (س^3 \times ح + ح \times ح \times ح - ح - ح - ح) =$$

$$س (س^3 \times ح + ح \times ح \times ح - ح - ح - ح) =$$

$$س (س^3 \times ح + ح \times ح \times ح - ح - ح - ح) =$$

$$س = 1 \text{ و } ح = 1$$

$$س = 1 + 1 = 2$$

$$س = 1 + 1 = 2$$

$$س = 1 + 1 = 2$$

(6)

$$س = ح + (1 - ح) + (1 + ح)$$

$$س = ح + 1 - ح + 1 + ح = 2 + ح$$

$$س = 2 + ح$$

$$س = 2 + ح$$

(7)

$$\frac{س}{س} \times \frac{س}{س} = \frac{س}{س}$$

$$= \frac{1}{س} \times \frac{س}{س} = \frac{1}{س}$$

$$= \frac{س}{س} \times \frac{س}{س} = \frac{س}{س}$$

$$= \frac{س}{س} \times \frac{س}{س} = \frac{س}{س}$$

السؤال الثاني

④

$$3 = (s) = \pi + 2 \times 3 \times s$$

$$3 = (\frac{\pi}{3}) = \pi + 2 \times 3 \times \pi$$

$$3 =$$

$$3 = (s) = \pi + 2 \times 3 \times s$$

$$3 = \pi + 2 \times 3 \times \pi = (\frac{\pi}{3})$$

$$(\frac{\pi}{3}) \neq (\frac{\pi}{3})$$

$$(\frac{\pi}{3}) \text{ غير معرف}$$

$$c = c \times (\pi + 2 \times 3 \times c)$$

$$\frac{\pi}{3} = \pi + 2 \times 3 \times c$$

$$\frac{\pi}{3} - \pi = 2 \times 3 \times c \Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{3} = 6c$$

$$\frac{\pi}{3} - 3\pi = 6c \Rightarrow c = \frac{\pi - 9\pi}{18} = \frac{-8\pi}{18} = -\frac{4\pi}{9}$$

$$1 \times c = c \times (\frac{\pi}{3})$$

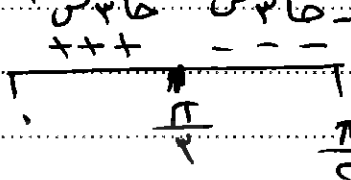
$$1 = (\frac{\pi}{3})$$

⑤

$$c = 3 \times s$$

$$\pi = 3 \times s \quad \cdot = 3 \times s$$

$$\frac{\pi}{3} = s \quad \cdot = s$$



$$1 = \pi = (\frac{\pi}{3})$$

$$c = s = \frac{\pi}{3}$$

$$c = s = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} = s$$

الدرس التاسع

الاشتقاق الضمني

خطوات الاشتقاق الضمني

- ① ننتقل طرفي المعادلة ونستخدم قواعد الاشتقاق
- من $ص$ ← قاعدة الضرب $\frac{ص}{س}$ ← قاعدة القسمة $(ص + ١) ← مشتقة لقوس$
- ② نجمع الحدود التي تحتوي على $ص$ أو $س$
- ③ اخراج $\frac{ص}{س}$ أو $ص$ عامل مشترك
- ④ القسمة على معامل $\frac{ص}{س}$ أو معامل $ص$

مقدمة

صننا ما يسمى بالعلاقة الصريحة والتي $ص$ فيها موضع القانون أي ان $ص$ بدلالة $س$.
 اما العلاقة الضمنية تكون فيها المتغيرات متداخله أو (أش) $ص$ ليس واحد.
 مثل $س = ص - س^٢$ - $س^٢ = ص$
 $\frac{ص}{س} = ٣ ص^٢ + س$

لذلك عند الانطلاق نحول العلاقة الضمنية إلى علاقة صريحة فالتنا مشتقة باليوب الاشتقاق الضمني ولكن عند مشتقة $ص$ نضرب في $\frac{ص}{س}$ أو $ص$
أقولة

مشتقة $ص^٢$ هي $٢ ص \frac{ص}{س}$
 مشتقة $\frac{ص}{س}$ هي $\frac{ص - س \frac{ص}{س}}{س^٢}$
 مشتقة $س^٣$ هي $٣ ص^٢ \frac{ص}{س}$

مثال
 $ص^٢ = س + ٢$
 $٢ ص \frac{ص}{س} = ١ + ٠$
 $\frac{٢ ص^٢}{س} = \frac{١}{س}$

سؤال ①

$$3x^2 = (x^2 + 5x)^0 \cdot \frac{dx}{5x}$$

اكل

لنتقنه ضمناً

$$3 \cdot \frac{dx}{5x} = (x^2 + 5x)^0 \cdot (x^2 + 5x)^{-1} \cdot 2x + 5$$

$$3 \cdot \frac{dx}{5x} = \frac{2x}{x^2 + 5x} + 5$$

$$3 \cdot \frac{dx}{5x} = \frac{2}{x+5} + 5$$

$$3 \cdot \frac{dx}{5x} = \frac{2}{x+5} + 5$$

$$\frac{3 \cdot \frac{dx}{5x}}{\frac{2}{x+5} + 5} = \frac{3 \cdot \frac{dx}{5x}}{\frac{2 + 5(x+5)}{x+5}} = \frac{3 \cdot \frac{dx}{5x}}{\frac{5x + 27}{x+5}}$$

سؤال ②

$$x^2 = \frac{1}{1+x} \cdot \frac{dx}{1+x}$$

اكل

$$x^2 \cdot (1+x) = 1 \cdot \frac{dx}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{1+x} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{1+x}$$

سؤال ③

$$3x^2 = 3x^2 + 4x^3 + 5x^4$$

الحل

$$3x^2 + 4x^3 + 5x^4 = 3x^2 + 4x^3 + 5x^4$$

$$3x^2 + 4x^3 + 5x^4 = 3x^2 + 4x^3 + 5x^4$$

$$3x^2 + 4x^3 + 5x^4 = 3x^2 + 4x^3 + 5x^4$$

$$\frac{3x^2 + 4x^3 + 5x^4}{3x^2 - 4x^3} = \dots$$

سؤال ④

$$8 = x^3 \cdot \frac{dx}{x^3} \text{ او } \frac{dx}{x^3}$$

الحل

$$8 = x^3 \cdot \frac{dx}{x^3} + \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

$$\frac{8}{x^3} = \dots$$

مسألة ٥

$$1 - c \text{ من حيثها (س) } \\ \frac{c}{c \text{ من حيثها (س) }} = \frac{c}{c}$$

فـ (ص) = (1 + ص) = س³ = س (0) = ٤
 فـ (هـ) = (0) = ٨ اوجد $\frac{ص}{س}$ عند ما هـ = ٤

اكمل

$$\frac{ص}{س} (1 + ص) = \frac{ص}{س} = ٣$$

عند ما هـ = ٤ ← فـ (٤) = س³ = ٨
 ← فـ (٥) = س³ = ٨ ←

← س = ٢

$$\frac{ص}{س} (1 + ٤) = \frac{ص}{س} = ٣$$

$$\frac{ص}{س} (0) = \frac{ص}{س} = ١٢$$

$$\frac{ص}{س} = ٣ \leftarrow \frac{ص}{س} = ١٢$$

مسألة ٧

اذا كان c من π + π حاهـ = πc
 جد $\frac{ص}{س}$ عند نقطة (١) $\frac{\pi}{c}$

الحل

$$c \text{ من } \pi + \pi = \pi c$$

$$c \text{ من } \pi + \pi = \pi c$$

$$c \text{ من } \pi + \pi = \pi c$$

$$\frac{\pi}{c} = \frac{\pi}{c}$$

مسألة ٨

س من هـ - ص من س = س اوجد $\frac{ص}{س}$ (٢٠١٦)

اكمل

$$س \text{ من } هـ - ص \text{ من } س = س$$

$$س \text{ من } هـ - ص \text{ من } س = س$$

$$س \text{ من } هـ - ص \text{ من } س = س$$

$$س \text{ من } هـ - ص \text{ من } س = س$$

مسألة ٩

حـ (س) = س اوجد $\frac{ص}{س}$

الحل

$$\frac{ص}{س} (س) = س$$

$$\frac{ص}{س} = ١$$

$$\frac{ص}{س} = ١$$

$$\frac{ص}{س} = ١$$

مسألة ٩

س = ظا ص حد $\frac{ص}{س}$ عندما $s = 3$

الحل

$$1 = \frac{ص}{س} \times \frac{س}{س}$$

$$\frac{1}{س} = \frac{ص}{س}$$

لكه $ص = 1 + ظا ص$

$$\frac{1}{س} = \frac{ص}{س} \iff \frac{1}{1 + ظا ص} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{4 + 1} = \frac{1}{3 + 1} =$$

مسألة ١١

إذا كان $s =$ حاصل $ص$ أثبت
ان $ص = ظا ص$

الحل

نستعمل الطرفين

$1 = ص \times ص$ نستعمله
اخرى

$$ص = ص \times ص + ص - ص$$

$$ص \times ص = (ص) \times ص$$

$$ص = (ص) \times \frac{ص}{ص}$$

$$لكه $ص = \frac{1}{ص} = ص$$$

$$ص = ص \times ظا ص$$

مسألة ١٥

س = $ص(1 + ص)$ $ص(0) = 2$
حد $\frac{ص}{س}$ عند $ص = 2$ ؟

الحل

$$1 = ص(1 + ص) \times ص$$

عند $ص = 2$ فان

$$1 = ص(0) \times ص \times ص$$

$$2 \times ص = 1 \iff ص = \frac{1}{2}$$



سؤال ١٦

إذا كانت $s = 1 - \frac{1}{n}$ أثبت
أن $s^3 = 1 + s$ صفر

الحل

$$s = 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow s + \frac{1}{n} = 1$$

$$\left(s + \frac{1}{n}\right)^3 = 1^3 = 1$$

$$s^3 + \frac{3s^2}{n} + \frac{3s}{n^2} + \frac{1}{n^3} = 1$$

$$s^3 = 1 - \frac{3s^2}{n} - \frac{3s}{n^2} - \frac{1}{n^3}$$

$$s^3 - 1 = -\frac{3s^2}{n} - \frac{3s}{n^2} - \frac{1}{n^3}$$

s^3

$$s^3 - 1 = -\frac{3s^2}{n} - \frac{3s}{n^2} - \frac{1}{n^3}$$

$$s^3 - 1 = -\frac{1}{n^3} \left(3s^2 n + 3s n^2 + 1 \right)$$

$$\left(s^3 - 1 \right) n^3 = -\left(3s^2 n + 3s n^2 + 1 \right)$$

$$s^3 n^3 - n^3 = -3s^2 n - 3s n^2 - 1$$

$$s^3 n^3 - n^3 + 3s^2 n + 3s n^2 + 1 = 0$$

سؤال ١٣

ن = س أثبت ان $\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$

الحل

$$n = s \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

سؤال ١٤

إذا كان $s = 1 - \frac{1}{n}$ أثبت ان $s^3 = 1 + s$

$$s = 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow s + \frac{1}{n} = 1$$

الحل

$$s^3 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^3 = 1 - \frac{3}{n} + \frac{3}{n^2} - \frac{1}{n^3}$$

$$s^3 - 1 = -\frac{3}{n} + \frac{3}{n^2} - \frac{1}{n^3}$$

$$s^3 - 1 = -\frac{1}{n^3} \left(3n^2 - 3n + 1 \right)$$

$$s^3 - 1 = -\frac{1}{n^3} \left(3n^2 - 3n + 1 \right)$$

$$s^3 - 1 = -\frac{1}{n^3} \left(3n^2 - 3n + 1 \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{s}$$

فَسْتَقَّةُ الْأَقْتِرَانِ الْكُسْرِيَّةِ

نظرية (وزارة ٢٠١١ ،

ملاحظة هامة

$$\frac{m}{n} = \frac{m}{n} \quad \downarrow \quad \downarrow$$

للاشتقاق للتعويض

إذا كانت $ص = س = \frac{m}{n}$ عند نبي

فان $\frac{ص}{س} = \frac{m}{n}$

البرهان

نتيجة

$ص = س = \frac{m}{n}$ برفع الاسد ن

$\frac{ص}{س} = \frac{m}{n}$ نستنتج ضمناً

إذا كان $ص = (هـ س)$ حيث $هـ (س)$ اقتران قابل للاشتقاق فان

$\frac{ص}{س} = \frac{1-م}{ن}$

$ص = \frac{م}{ن} (هـ س) \times هـ (س)$

$ص = \frac{م}{ن} = \frac{1-م}{ن}$ لكنه $\frac{ص}{س} = \frac{م}{ن}$

البرهان

نضرب ع = هـ (س)

$\frac{ص}{س} = \frac{1-م}{ن} = \frac{م}{ن}$

$ص = هـ (س) \times \frac{م}{ن} = هـ (س)$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{س}$

$\frac{ص}{س} = \frac{1-م}{ن} + \frac{م}{ن}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \times \frac{1-م}{ن} \times \frac{ن}{1-م}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \times \frac{1-م}{ن} \times \frac{ن}{1-م}$

سؤال 1

$$ص = س - \frac{1}{\sqrt{س}}$$

الحل

$$ص = س - \frac{1}{\sqrt{س}}$$

$$ص' = \frac{1}{\sqrt{س}} - \frac{1}{2\sqrt{س}^3}$$

$$ص' = \frac{2}{2\sqrt{س}^3} - \frac{1}{2\sqrt{س}^3}$$

ملاحظة

فنتقده من $\frac{1}{\sqrt{س}}$ هي $\frac{1}{س^{1/2}}$ م-ن

سؤال 2

$$\frac{س}{س^2} = \frac{1}{س}$$

سؤال 3

$$ص = \frac{3}{\sqrt{س}}$$

الحل

$$ص = \frac{3}{\sqrt{س}} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{س}}$$

سؤال 3

$$ص = \sqrt{س^2 + س}$$

الحل

$$ص = \sqrt{س^2 + س}$$

$$ص' = \frac{1}{2} \frac{2س + 1}{\sqrt{س^2 + س}}$$

سؤال 4

$$ص = \sqrt{س(س+٥)} = \sqrt{س^2 + ٥س}$$

جد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ١$

الحل

$$ص = \sqrt{س(س+٥)} = \sqrt{س^2 + ٥س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{\sqrt{س(س+٥)}}{س}$$

$$= \frac{\sqrt{س} \times \sqrt{س+٥}}{س} = \frac{\sqrt{س+٥}}{\sqrt{س}}$$

عند $س = ١$

$$\frac{ص}{س} = \frac{\sqrt{١+٥}}{\sqrt{١}} = \sqrt{٦}$$

$$\frac{1 \times \sqrt{6}}{\sqrt{1}} = \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6}$$

شقة الجذر التربيعي

سؤال

$$\sqrt[3]{x^3 - 27} = x$$

جد $\frac{dx}{x}$ عند $x = 0$

الحل

$$\sqrt[3]{x^3 - 27} = x$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{3x^2}{3(x^3 - 27)^{2/3}} \times 3x^2$$

$$\times (x+1)$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{9x^4}{3(x^3 - 27)^{2/3}}$$

$$\sqrt[3]{x^3 - 27}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{3x^4}{1-x^3} = \frac{3x^4}{(1-x^3)^2} = \frac{3x^4}{(1-x^3)^2}$$

اذا كان $x = 0$ = $\sqrt{0}$

حيث $x = 0$ افتراض قابل

للاشتقاق فان

$x = 0$ = $\sqrt{0}$

$$\sqrt{x}$$

شقة ما داخل الجذر

x جذر نفسه

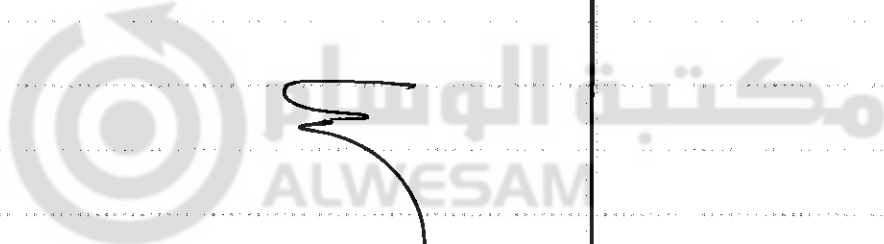
الدهان

$$\frac{1}{x} = (x^{-1})$$

$$\frac{1}{x} = (x^{-1}) \times \frac{1}{x} = (x^{-2})$$

$$\frac{dx}{x}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{1}{x^2}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

مسألة ٨

إذا كان $u = (x-1)$ و $v = (x-2)$ فـ $v = (x-1) - 1 = u - 1$

او $\frac{dv}{dx} = \frac{d(u-1)}{dx} = \frac{du}{dx}$ عند $u=1$

الحل

$$\frac{dv}{dx} = \frac{d(u-1)}{dx} = \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{d(u-1)}{dx} = \frac{du}{dx}$$

$$1 = \frac{dv}{dx} = \frac{du}{dx}$$

مسألة ٧

$$1 - u = \sqrt{u^2 - 4u + 3}$$

$$u - 1 = \frac{u^2 - 4u + 3}{\sqrt{u^2 - 4u + 3}}$$

$$u - 1 = \frac{u^2 - 4u + 3}{\sqrt{u^2 - 4u + 3}}$$

$$u - 1 = \sqrt{u^2 - 4u + 3}$$

$$u - 1 = \frac{u^2 - 4u + 3}{\sqrt{u^2 - 4u + 3}}$$

$$u - 1 = \sqrt{u^2 - 4u + 3}$$

مسألة ٩

إذا كان $u = (x-1)$ و $v = (x-2)$ فـ $v = (x-1) - 1 = u - 1$

او $\frac{dv}{dx} = \frac{d(u-1)}{dx} = \frac{du}{dx}$ عند $u=1$

عند $u=1$

مسألة ٩

$$\sqrt{v} - u = c$$

الحل

$$\frac{dv}{dx} = \frac{d(\sqrt{v} - u)}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dx}$$

الحل

$$\frac{1}{\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx} = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx} = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx} = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

$$0 = \frac{1}{\sqrt{v}} \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx}$$

مسألة ١١

بداية $1 = \sqrt{c}$ c عدد حقيقي

الحل

بالترتيب $\iff \sqrt{c} = 1$

$\sqrt{c} = 1 \iff \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{\sqrt{c}} = 1 \iff \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1} \iff \sqrt{c} = 1$

مسألة ١٢

بداية $\sqrt{6+c} = (c-1)$ c عدد حقيقي
 $\sqrt{6+c} = (c-1) \iff \sqrt{6+c} = (c-1)$

الحل

بداية $\sqrt{6+c} = (c-1)$ c عدد حقيقي

$\sqrt{6+c} = (c-1) \iff \sqrt{6+c} = (c-1)$

$\frac{1}{\sqrt{6+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{6+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{6+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{6+c}} = \frac{1}{c-1}$

مسألة ١٣

بداية $3 = \sqrt{11}$ c عدد حقيقي

الحل

$3 = \sqrt{11}$ c عدد حقيقي

$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{1}$

مسألة ١٤

بداية $\sqrt{3+c} = (c-1)$ c عدد حقيقي

$\sqrt{3+c} = (c-1)$ c عدد حقيقي

$\sqrt{3+c} = (c-1)$ c عدد حقيقي

الحل

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

$\frac{1}{\sqrt{3+c}} = \frac{1}{c-1}$

←

$$\begin{aligned} (١) \quad (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) \times (١) \text{ هو } (١) \\ (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) \times (١) \text{ هو } (١) \\ \frac{٥٥}{٢} &= \frac{١١}{٢} \times ٥ = \end{aligned}$$

← تابع الحل

$$\begin{aligned} ١ &= ١ \leftarrow ١ = ١ \\ \text{نكتب } ١ &= ١ = \frac{١}{١} \end{aligned}$$

مسألة ١٥

إذا كان $(١) = (١) - (١)$

$$\begin{aligned} (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \\ (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \end{aligned}$$

نضع $١ = ١$ و $١ = ١$

النقطة هي $(١, ١)$

مسألة ١٤

الحل

$$\begin{aligned} (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \\ (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \end{aligned}$$

نضع $١ = ١$ و $١ = ١$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

الحل

$$\begin{aligned} (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \\ (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \end{aligned}$$

نضع $١ = ١$ و $١ = ١$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

مسألة ١٦

إذا كان $(١) = (١) + (١)$

$(١) = (١) + (١)$

$(١) = (١) + (١)$

الحل

$$\begin{aligned} (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \\ (١) \text{ هو } (١) &= (١) \text{ هو } (١) - (١) \text{ هو } (١) \end{aligned}$$

نضع $١ = ١$ و $١ = ١$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

عند $١ = (١) = (١) = (١)$

الحل

$$\frac{1}{8} - \frac{2}{8} = 0 \leftarrow \text{عند } 8 = 0$$

$$\frac{1}{8} \leftarrow \frac{2}{8} \leftarrow 1 = \frac{2}{8} \leftarrow 8 = 8$$

$$8 = 8 \leftarrow 8 = 8$$

$$\leftarrow 8 = 8 \leftarrow 1 = 1 \leftarrow \text{ربيع (مقسوم)}$$

$$8 \times 5 = 1 \leftarrow 3 = 1 \leftarrow 5 = 1$$

$$\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{5}$$

$$(2 \times 7 + \frac{1}{7} \times 5) \times \frac{1}{8} + 8 =$$

$$(2 \times 7 + \frac{1}{7} \times 1 \times 4) \times (\frac{1}{8} + 5 \times 8) =$$

$$18 = 3 \times 6 = (5 + 1) \times 6 =$$

$$ل(5) = (3) \leftarrow ل(3) = (3) \leftarrow ل(3) = (3)$$

$$\frac{1}{2} \times (2) =$$

$$12 = 2 \times 3 \leftarrow 12 = \frac{1}{2} \times 24$$

$$2 = 2$$

سؤال (17)

إذا كانت $8 = 8$ (بالتالي)
 عند $8 = 8$ إذا علمت ان $ل(8) = 3$
 $ل(8) = 1$

الحل

$$8 = 8 \leftarrow ل(8) = 3 \leftarrow ل(3) = 1$$

$$1 \times (8) + \frac{1}{8} \times (3) \times 8 = (8)$$

$$8 = 3 + \frac{1}{8} \times 1 \times 4 =$$

سؤال (18)

$$\frac{1}{8} - \frac{2}{8} = 0 \leftarrow \text{عند } 8 = 0$$

$$8 = 8 \leftarrow 8 = 8$$

$$\frac{8}{5} \leftarrow \text{عند } 8 = 0$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

أعئلة على الأستئلة الئى ىطلب فئرها البرهان والابنات

مئال ١

حاهء = س س : زاوئء حاءة

$$\frac{1}{\sqrt{s-1}} = \frac{s}{s}$$

الحل

حاهء = س س اشتقاقه فئنى

$$\frac{s}{s} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-1}} = \frac{s}{s}$$

$$1 = \sqrt{s-1} + s$$

$$1 - \sqrt{s-1} = s$$

$$\sqrt{s-1} = 1 - s$$

فئنا البء ىرهل لأن س زاوئء حاءة

$$\frac{1}{\sqrt{s-1}} = \frac{s}{s}$$

$$1 = \sqrt{s-1} + s$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-1}} = \frac{s}{s}$$

مئال ٢

اذا كان ص = ظا (س ص) ائبء ان $\frac{ص}{س} = \frac{ص + ص^3}{س}$

$$1 - s(1 + s^2)$$

الحل

ص = ظا (س ص) اشتقاقه فئنى

$$ص = (س ص + 1) ص$$

$$ص = س ص + ص$$

$$ص - س ص = ص$$

$$ص(1 - س) = ص$$

$$1 - س(1 + س^2)$$

$$ص = ص(1 + س^2)$$

$$1 - س(1 + س^2)$$

$$1 - \sqrt{s-1} = s$$

$$ص = ص(1 + س^2)$$

$$1 - س(1 + س^2)$$

$$1 = \sqrt{s-1} + s$$

$$ص = ص(1 + س^2)$$

$$1 - س(1 + س^2)$$

$$ص + ص^3 =$$

$$1 - س(1 + س^2)$$

مسألة (3)

إذا كان $P = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$ حيث $P = \frac{r}{s}$ اثبت ان

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{\frac{r}{s} + \frac{r}{s}}$$

الحل

$$P = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

$$\frac{r}{s} + \frac{r}{s} = \frac{2r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$$

$$1 + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

$$\frac{1}{\frac{2r}{s}} = \frac{s}{2r}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{s}{2r}$$

لكن $\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$ اثبتناه

$$\frac{r}{s} + \frac{r}{s} = \frac{2r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

$$\frac{1}{\frac{r}{s}} \times \frac{r}{s} = \frac{r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{(r+r)}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{r}{s}$$

مسألة (4)

اثبت ان $\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

الحل

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{r}{s}$$

تبع كل

$$\frac{1}{c^{n+1}} = \frac{c^n}{c^{2n+1}}$$

$$\frac{c^n}{c^{2n+1}} \times \frac{1}{c^{n+1}} = \frac{c^n}{c^{2n+1}}$$

$$\frac{c^n}{c^{2n+1}} = \frac{c^n}{c^{2n+1}}$$

كن $c^n = \frac{c^n}{1+c}$

بالتربيع $c^n(1+c) = c^n$

$$c^n(1+c) = c^n$$

$$\frac{c^n}{c^{2n+1}} = \frac{c^n}{c^{2n+1}}$$

سؤال ٥

أثبت أن $\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

الحل

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

بالتربيع

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

سؤال ٥

إذا كانت $\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

الحل

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+c}$$

سؤال ٨

إذا كانت $\sqrt{a} + \sqrt{b} = c$

أثبت ان

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{c}{c^2}$$

أكل
ننتقل

$$= \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{a}\sqrt{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times \frac{c}{c} = \frac{c}{c\sqrt{a}\sqrt{b}}$$

$$\frac{c}{c\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{c}{c^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times (c) = \frac{c}{c^2} \times \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times c = \frac{c}{c^2}$$

س

تعوين

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times \left(\frac{c}{\sqrt{a}\sqrt{b}} + \frac{c}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \right) = \frac{2c}{\sqrt{a}\sqrt{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \left(\frac{c}{\sqrt{a}\sqrt{b}} + \frac{c}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \right) = \frac{2c}{\sqrt{a}\sqrt{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times \frac{c(\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{a}\sqrt{b})}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{2c}{\sqrt{a}\sqrt{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b}} \times \frac{c}{c} = \frac{c}{c^2}$$

تابع لكل

فنته مرة أخرى

$$\frac{c^2 - 1}{c(1-c)} = \frac{c^2 - 1}{c(1-c)}$$

$$\frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-c}$$

$$\frac{1}{1-c} \times c = \frac{c}{1-c}$$

$$\frac{c}{1-c} = \frac{c}{1-c}$$

$$\frac{c}{1-c} = \frac{c}{1-c}$$

سؤال ٩

أثبت أن $\sqrt{a} + \sqrt{b} = c$

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

أكل

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = c$$

بالترتيب

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$c^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

سؤال (١)

$$s = \sum_{k=1}^n k^2 \quad \text{البيّن أن}$$

$$s = \frac{(n+1)n}{2}$$

الحل

$$n^2 - (n-1)^2 = 1 \quad \text{فنتقّه}$$

$$n^2 - (n^2 - 2n + 1) = 1 \quad \leftarrow s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

$$2n - 1 = 1 \quad \text{عنا لعمرة على - } n = 1$$

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)} \times \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

$$s = \frac{(n+1)n}{2}$$

سؤال (٩)

إذا كانت $s = \sum_{k=1}^n k^2$

البيّن أن $s = \frac{n(n+1)}{2}$

اكمل

فنتقّه $s - (s-1) = n^2 = 1$

$s - (s-1) = n^2 = 1$

$$s = \frac{n(n+1)}{2} + (s-1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2}$$

نكسر $s = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2}$

$$s = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2}$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2}$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$



سؤال ١٦

إذا كان $s = \frac{1}{t}$ ، فما هو $\frac{ds}{dt}$ ؟

الحل

بالاشتقاق
 $1 = s \times t$

$$0 = \frac{ds}{dt} \times t + s \times 1$$

$$-s = \frac{ds}{dt} \times t$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{-s}{t}$$

$$= \frac{-1}{t^2}$$

$$= -\frac{1}{t^2}$$

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{t^2}$$

بإدراج

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{t^2}$$

سؤال ١٧

إذا كان $y = \frac{1}{x}$ ، فما هو $\frac{dy}{dx}$ ؟

$$y = \frac{1}{x}$$

الحل

بالاشتقاق

$$1 = y \times x$$

بالتفاضل على y

$$0 = \frac{dy}{dx} \times x + y \times 1$$

$$-y = \frac{dy}{dx} \times x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$$

$$= \frac{-1}{x^2}$$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

بالتعويض على $y = \frac{1}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}$$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}$$

$\frac{dy}{dx}$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ١٤٦

جد $\frac{y}{x}$ لكل ما يأتي

① $8 = 6 - 2x$

$7 - 5x = 8 - 2x$

$7 - 8 = -2x + 5x$
 $-1 = 3x$
 $x = -\frac{1}{3}$

② $2x + 5 = 3x - 1$

$2x - 3x = -1 - 5$

$-x = -6$

$x = 6$

$2(6) + 5 = 3(6) - 1$

$12 + 5 = 18 - 1$

$17 = 17$

③ $3x + 5 = 2x + 1$

$3x - 2x = 1 - 5$

$x = -4$

$3(-4) + 5 = 2(-4) + 1$

$-12 + 5 = -8 + 1$

$-7 = -7$

تدريب ② ص ١٤٨

جد $\frac{y}{x}$

① $2x + 5 = 3x - 1$

$2x - 3x = -1 - 5$
 $-x = -6$
 $x = 6$

$2(6) + 5 = 3(6) - 1$
 $12 + 5 = 18 - 1$
 $17 = 17$

② $3x + 5 = 2x + 1$

$3x - 2x = 1 - 5$

$x = -4$

$3(-4) + 5 = 2(-4) + 1$

$-12 + 5 = -8 + 1$

$-7 = -7$

$\frac{3x - 5}{2x + 1} = \frac{2x - 1}{3x + 5}$

$1 - 2x + 5 = 2x - 1$

$(3 - 2x) = 2x - 1$

$1 + 2x - 2x = 2x - 1$

تدريب (٣) ص ١٤٩

$$\frac{1}{3\sqrt{3n}} \times 3\sqrt{3n} =$$

$$3\sqrt{3n} = \frac{3\sqrt{3n}}{1} = \frac{3\sqrt{3n}}{3\sqrt{3n}}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{3n}} \times 3\sqrt{3n} = \frac{3\sqrt{3n}}{3\sqrt{3n}}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{3n}} \times \frac{1}{3\sqrt{3n}} = \frac{1}{9 \times 3n} = \frac{1}{27n}$$

$$\left(\frac{1}{3\sqrt{3n}}\right)^3 = \frac{1}{27 \times 3n} = \frac{1}{81n}$$

إذا كان جيب $s = \sqrt{1 - \cos^2 s}$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 s}} = \frac{1}{\sin s}$$

اقل

$$1 = \frac{\sin s}{\sin s}$$

$$\frac{1}{\sin s} = \frac{1}{\sin s}$$

$$1 = \sin s + \cos^2 s$$

$$1 = \sin^2 s + \cos^2 s$$

$$1 - \sin^2 s = \cos^2 s$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 s} = \cos s$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 s}} = \frac{1}{\cos s}$$

تدريب (٤) ص ١٤٩

إذا كان $s = \frac{\pi}{4}$ فإن $\cos s = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

الحل

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

تمارين ومسائل

صفحة (10)

السؤال الأول

جد $\frac{dy}{dx}$

$$(p) \quad 16 = x^2 + 4y^2$$

$$x^2 + 4y^2 = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-8y}{2} = -4y$$

$$(n) \quad \sqrt{x^2 + 3y^2} = 4$$

$$x^2 + 3y^2 = 16$$

$$2x = 6y$$

$$\frac{1}{x} \times \frac{3y^2 + x^2}{\sqrt{x^2 + 3y^2}} = \frac{1}{4}$$

$$3y^2 + x^2 = 16$$

$$6y = 2x \Rightarrow 3y = x$$

$$(9) \quad x^3 = y^3 + 3y^2$$

$$3x^2 = 3y^2 + 6y$$

$$x^2 = y^2 + 2y$$

$$2x = 2y + 2$$

$$x = y + 1$$

$$3x^2 = 3(y+1)^2 + 6(y+1)$$

$$6x = 6y + 6 + 6y + 6 = 12y + 12$$

$$x^2 - 2x = 3x^2 - 3$$

$$(5) \quad x^2 = (x+1)^2$$

$$x^2 = (x^2 + 2x + 1)$$

$$0 = 2x + 1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

السؤال الثاني

جد $\frac{dy}{dx}$

$$(p) \quad x^2 = 3y^2$$

$$2x = 6y$$

$$\frac{x}{3} = y$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6y}{2} = 3y$$

$$x = 3y$$

$$2x = 6y$$

$$x = 3y$$

← تباع اكل

$$ص'' = ص' - ص' \times ص' = ص' (ص' - ص')$$

$$ص'' = ص' + ص' \times ص' = ص' (ص' + 1)$$

$$ص'' = \frac{ص' \times ص' + ص'}{ص' + 1}$$

$$\leq ص'' + ص' \times ص' = ص' (ص' + 1)$$

$$ص'' (ص' + 1) = ص' (ص' + 1)$$

$$ص'' = \frac{ص' (ص' + 1) - ص' (ص' + 1)}{ص' + 1}$$

$$ص' + 1 = ص' + 1$$

$$ص' - 1 = ص' - 1$$

$$ص' = ص' (ص' - 1)$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) \times ص' = ص' (ص' - 1) \times ص'$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1)$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) + ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) + ص' (ص' - 1)$$

$$ص'' = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1)$$

$$ص' = \frac{ص' - 1}{ص' + 1}$$

$$ص' (ص' + 1) = ص' - 1$$

$$ص' (ص' + 1) = ص' - 1$$

$$ص'' = \frac{ص' + 1}{ص' + 1} = 1$$

$$\textcircled{1} \quad 16 = ص' + 1$$

$$ص' + 1 = ص' + 1$$

$$ص'' = \frac{ص' - 1}{ص' + 1}$$

$$\textcircled{2} \quad 1 + 1 = 2$$

$$ص' - 1 = ص' - 1$$

$$ص' = ص' (ص' - 1)$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) \times ص' = ص' (ص' - 1) \times ص'$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1)$$

$$ص' = ص' (ص' - 1) + ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) + ص' (ص' - 1)$$

$$ص'' = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1) = ص' (ص' - 1) - ص' (ص' - 1)$$

السؤال الثالث من ١٥

جد قيم $\frac{c}{s}$ لكل من العلاقات الآتية عند ليقط بيننا اكل نزل

$$P \quad \pi = \frac{c}{s} + \frac{c}{s} \quad (\frac{\pi}{c} \text{ و } \frac{\pi}{s})$$

$$= \frac{\pi \times s}{c} + \frac{\pi \times c}{s}$$

$$= \frac{\pi \times s^2}{c} + \frac{\pi \times c^2}{s}$$

$$= \frac{\pi \times s^2 + \pi \times c^2}{s}$$

$$= \frac{\pi (s^2 + c^2)}{s}$$

ج) $3 = \frac{c}{s} + \frac{c}{s} \quad (١٦٤)$

بوصف ارقام

$$3 = \frac{c + c}{s} \leftarrow$$

$$3s = c + c$$

$$3s = 2c$$

$$\frac{3s}{2} = c$$

السؤال الرابع

اذا كان $c = s + s = 2s$ جد $\frac{c}{s}$

$$c = s + s = 2s$$

$$\frac{c}{s} = \frac{2s}{s} = 2$$

$$c = s^2 + s^2 - s^2 = s^2$$

$$= s^2 + s^2 - s^2 = s^2$$

السؤال السابع

إذا كان $s = \csc x$ حاصل ابيت
ان $\csc^2 x = \cot^2 x + 1$

$s = \csc x$

$1 = \cot^2 x + \csc^2 x$

$\csc^2 x = \frac{1}{\cot^2 x} + \csc^2 x$

$\csc^2 x = \cot^2 x + \csc^2 x$

$\cot^2 x = \csc^2 x - \csc^2 x$

$\cot^2 x = 0$

السؤال الثامن

إذا كان $\csc x = \cot x + 1$ حاصل
جد $\frac{dx}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$\csc x = \cot x + 1$

$\csc x - \cot x = 1$

$\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = 1$

$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = 1$

$1 - \cos x = \sin x$

$1 - \cos x = \sin x$

$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = 1$

السؤال الخامس من ١٥

جد نقطة على منحنى العلاقة
 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = 2$ التي يكون

عندها الحاصل اقصياً

اكثر

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = 2$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2\sqrt{1-y^2} - 1}{\sqrt{1-y^2}}$

$\sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{2\sqrt{1-y^2} - 1}$

$\sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{2\sqrt{1-y^2} - 1}$

$\sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{2\sqrt{1-y^2} - 1}$

السؤال السادس

إذا كانت $y = \sqrt{1+x^2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

السؤال التاسع

إذا كان $S = ص + ح + س$ فإبت
ان
 $S = ص + ح + س$

اكل

$S = ص + ح + س$
بالاستقارة مرة أخرى

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

السؤال العاشر

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$$\frac{٤٧٥ - ٦ \times ٤}{١ \times ٤ \times ١ \times ٤} = \frac{٤٧٥ - ٢٤}{١٦} = \frac{٤٥١}{١٦}$$

$$\frac{١}{١٦} = \frac{٤}{٦٤} = \frac{٩٠ - ٩٤}{٤ \times ١٦} = \frac{-٤}{٦٤}$$

السؤال الحادي عشر

إذا كان $S = ص + ح + س$ فإبت
ان $(ص + ح) = (س + ص + ح - ص)$

اكل

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$

$S = ص + ح + س = ح + س + ص$



ALWESAM

ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني عشر ١٥١

إذا كان $ص = ح + س$ = $ص + س$ = $ص$
 اثبت ان

$$\frac{ص + ح}{ص - س} = \frac{ص + ح}{ص - س}$$

الحل

$$ص + ح = ص + س + ح + س$$

$$ص + ح = ص + ح + س + س$$

$$ص + ح = ص + ح + 2س$$

$$ص - ح - س = ص - ح - س + 2س$$

$$\frac{ص - ح - س}{ص - س} = \frac{ص - ح - س + 2س}{ص - س}$$

$$ص + ح = ص + ح$$

$$\frac{ص + ح + ح + س}{ص - س} + \frac{ص + ح + س}{ص - س}$$

نوجد المقامات

$$\frac{ص + ح + ح + س}{ص - س} + \frac{ص + ح + س}{ص - س}$$

$$ص + ح + ح + س + ص + ح + س$$

$$ص - س$$

$$ص + ح + ح + س = ص + ح + س + ح + س$$

$$ص - س$$

مسئلة الوحدة

١٥٢

السؤال الثاني

السؤال الأول

إذا كان h (س) = h ما h ما استخدم
تعريف المشتقة لإيجاد $h'(\frac{\pi}{4})$

إذا كان h (س) = h ما h ما استخدم
س من س أي س h ما h ما استخدم
ان معدل التغير للأقتران h =

الحل
 $h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

قاس ظاه
هو (١ - قاس ظاه)

اكل

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

معدل التغير
 $h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

$h'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{h(s) - h(\frac{\pi}{4})}{s - \frac{\pi}{4}}$

السؤال الرابع

اذا كان ل (س) اقلياً قابلاً للتجزئة

عند س = 1 ، ل (1) = ل (1-1) = ل (0) = 1
قيمة (1-1) هي كل ما يأتي

(س) = (س+0) x ل (س)

1 / (س+0) x ل (س) + ل (س) x (س+0) = (س)

1 / 4 x ل (1-1) + ل (1-1) x 1/4 = (1-1)

1/4 x 1 + 0 x 0 =

1/4 = 1/4 + 0

ل (س) = (س-س) / (س-س)

ل (س-س) = ل (س) x (س-س) x ل (س-س)

(س-س)

ل (1-1) = 1 x 1 - 1 x 1 = 0

(س)

11/4 = (2+8)/4 = 10/4

السؤال الثالث من ١٥

لكية

(س) = س + س + 0 < س > 1
[س] + س < س > 2

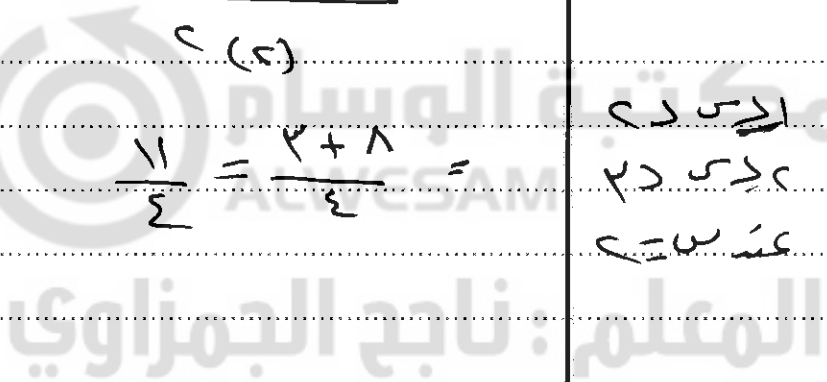
جد قيمة (س)

[س] = 2 = 1 + 1

(س) = س + س + 0 < س > 1
س + 1 < س > 1
س + 1 < س > 2
س = 1

عند س = 1 متصل
عند س = 2 غير متصل

(س) = س + س < س > 1
4 < س > 1
4 < س > 2
في وجوده عند س = 2



السؤال الخامس من ص ٥٤

(P) اذ اعلمت ان $v = s - s^2$ فاشت ان

$$v' = c \text{ قاس } (1 + s)$$

اكمل

$$v' = s' \text{ قاس } + \text{ قاس}$$

$$v' = s' \text{ قاس } + \text{ قاس}$$

$$+ \text{ قاس} + \text{ قاس}$$

$$= s' \text{ قاس } + \text{ قاس}$$

$$\text{كسر } v = s \text{ قاس}$$

$$= c \text{ قاس } + \text{ قاس}$$

$$= c \text{ قاس } (1 + s)$$

$$(ج) \text{ هـ } (s) = L(s) - \frac{L(s)}{s}$$

$$\text{هـ } (s) = L'(s) - \frac{s L'(s) - L(s)}{s^2}$$

$$\text{هـ } (1) = L'(1) - \frac{(1) L'(1) - L(1)}{1^2}$$

$$= c - \frac{(1 - c \times 1) - 1}{1}$$

$$0 = 1 + c =$$

$$(د) \text{ هـ } (s) = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{s} \right) (L(s))$$

$$\text{هـ } (s) = \text{قا} \left(\frac{\pi}{s} \right) (L(s))$$

$$\times \frac{\pi}{s} L'(s)$$

$$\text{هـ } (1) = \text{قا} \left(\frac{\pi}{1} \right) (L(1)) \times \frac{\pi}{1} L'(1)$$

$$= c \times \frac{\pi}{1} \times \frac{\pi}{1} \times \frac{\pi}{1}$$

$$c \times \frac{\pi}{1} \times \frac{\pi}{1}$$

$$= \frac{\pi^2}{1}$$

(٥) حاصل $s = 1$ ا.د.ا

ا.د.ا

ا.د.ا

$$v' = \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2} \text{ هـ } (1) \left(\frac{1}{s^2} \right)$$

← تتبع اكل

السؤال السابع

إذا كان u هو الفرق بين a و b
 للامتحان $u = (a-b)$
 $u = (a-b)$

$$u = (a-b) + (a-b)$$

$$u = (a-b) + (a-b)$$

$$u = (a-b) + (a-b)$$

$$u = (a-b) + (a-b)$$

$$u = (a-b) + (a-b)$$

السؤال الثامن

$$u = (a-b) + (a-b)$$

اصح عبارة هي a

- ① $u = (a-b)$ جميع قيم a
- ② $u = (a-b)$ a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

الكل

$$u = (a-b)$$

$$u = (a-b)$$

$$u = (a-b)$$

$$u = (a-b)$$

$$u = (a-b)$$

$$u = (a-b)$$

السؤال التاسع

إذا كان $u = a - b$

$$u = a - b$$

$$u = a - b$$

$$u = a - b$$

$$u = a - b$$

$$u = a - b$$

$$u = a - b$$

الكل

الكل

$$ص = \sqrt[3]{(ع - س - 1)} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

السؤال الخامس

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$\frac{\pi}{3} = (1) \quad \frac{\pi}{3} = (1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$(ع - س) = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

السؤال السادس

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$ص = \frac{1}{3} (ع - س - 1) \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (ع - س - 1)$$

$$\begin{aligned} \text{ل (س)} &= \text{هـ (هـ س)} \times \text{هـ (س)} \\ \text{ل (١)} &= \text{هـ (١)} \times \text{هـ (١)} \\ ٢ &= \text{هـ (٤)} \times \text{هـ (١)} \\ - &= ٥ \times \text{هـ (١)} \\ \Rightarrow \text{هـ (١)} &= \frac{٢}{٥} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{هـ}^{\text{١}} &= \text{هـ}^{\text{١}} \times \text{هـ}^{\text{١}} \\ + \text{هـ}^{\text{١}} &= \text{هـ}^{\text{١}} \times \text{هـ}^{\text{١}} \\ = \text{هـ}^{\text{١}} \times \frac{\pi}{٣} - ٤ \times \frac{\pi}{٣} &= \\ = \frac{١}{٤} \times ٤ &= ٢ \end{aligned}$$

السؤال الثالث عشر

السؤال الحادي عشر

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{س هـ (س)} \text{ ، هـ (١) } = ٦ \\ \text{هـ (١)} &= ٢ = \frac{\text{ص هـ}}{\text{س}} \\ \text{ص} &= ١ - \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{هـ (س)} &= \text{س}^٣ + \text{س} \text{ ، هـ (س)} = ٣\text{س} \\ \text{هـ (١)} &= ٣ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{ص هـ}}{\text{س}} &= \text{س} \times \text{هـ (س)} + \text{هـ (س)} \times ١ \\ \frac{\text{ص هـ}}{\text{س}} &= \text{س} (١ - \text{س}) + (١ - \text{س}) \\ \text{ص} &= ١ - \text{س} \\ \text{ص} &= ٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{هـ (١)} &= \text{هـ (١)} \times \text{هـ (١)} \\ \text{هـ}^{\text{١}} &= \text{هـ}^{\text{١}} \times \text{هـ}^{\text{١}} \\ \text{هـ (س)} &= ٣\text{س} + \text{س} \\ \text{هـ}^{\text{١}} &= ٦\text{س} \\ \text{هـ (س)} &= ٤\text{س} \end{aligned}$$

السؤال الرابع عشر

$$\begin{aligned} \text{هـ}^{\text{١}} &= ١٤ \times ١٤ \\ = ١٦٤ &= ١٤ \times ١٤ \times ٦ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حاص} &= \text{ظاس استات} \\ \text{ظاس} &= \frac{\text{ص}}{\text{ظاس} + \text{هـ}} \end{aligned}$$

السؤال الثاني عشر

$$\begin{aligned} \text{ل (س)} &= \text{هـ (هـ س)} \text{ ، هـ (١) } = ٤ \\ \text{ل (١)} &= ٢ = \text{هـ (٤)} \\ \text{هـ (١)} &= ٥ \end{aligned}$$

← يتبع اكل

التمرين 103

جواب - س = ص = ج من ابيت

ان ص = (س + ج) + ص = (س + ج + ص) =

الحل

ص = (س + ج) - ج = س

ص = (س + ج) + ص - ج = س + ج

ص = (س + ج) + ص - ج = س + ج

ص = (س + ج) + ص - ج = س + ج

ص = (س + ج) + ص - ج = س + ج

ص = (س + ج) - ج = س

باعتبار

ص = (س + ج) + ص = س + ج + ص

التمرين 104

ص = ج - س

ابتن ان (ص) = ج - س = ج - س

الحل

ص = ج - س

(ج - س) + (ج - س) = ج - س + ج - س = 2ج - 2س

(ج - س) + (ج - س) = ج - س + ج - س = 2ج - 2س

(ج - س) + (ج - س) = ج - س + ج - س = 2ج - 2س

(ج - س) + (ج - س) = ج - س + ج - س = 2ج - 2س

ص = ج - س = 1xج - 1xس = ج - س

الحل

ج = س

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

ج = س = ج

التمرين 105

ص = 1 - س

ابتن ان ص = 1 - س = 1 - س

الحل

ص = 1 - س

ص = 1 - س = 1 - س

ص = 1 - س = 1 - س

ص = 1 - س = 1 - س

ص = 1 - س = 1 - س

18 ص 103

ص = ص (ص = ص) 6 ص = ص (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) = ص (ص - ص) 10 = ص (ص - ص) ص

ص = ص | ص = ص

ص = ص | ص = ص (ص - ص) = ص (ص - ص)

ص = ص | ص = ص (ص - ص) = ص (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص = ص | ص = ص (ص - ص) = ص (ص - ص)

ص = ص | ص = ص (ص - ص) = ص (ص - ص)

ص = ص | ص = ص (ص - ص) = ص (ص - ص)

19 ص 104

ص = ص (ص = ص) 3 ص = ص (ص + ص)

ص = ص (ص = ص)

ص (ص - ص) (ص - ص)

ص = ص (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص) = ص (ص - ص)

ص (ص) = ص (ص - ص) 7 = ص (ص)

ص (ص) = ص (ص) 1 + 5 7 = ص

ص (ص) = ص (ص) 7 = ص

ص (ص) = ص (ص) 7 x (ص) =

ص (ص) = ص (ص) 7 x (ص - ص) =

ص (ص) = ص (ص) 10 4 = ص x ص =

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

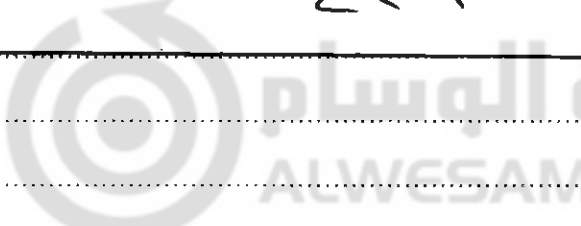
ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)

ص (ص - ص) (ص - ص) (ص - ص)



س ١٥٤

المعاد α على الشكل الذي على معنى
الافتراض من α في α [٣٦، ٣]
بدلا مما يلي:

(١) قيم α حيث $\alpha = 3 - 3$ $\alpha = 3$ $\alpha = 3$

يكون عندها α عند α متصل

(٢) قيم α حيث $\alpha = 3 - 3$ $\alpha = 3$ $\alpha = 3$

يكون عندها α غير قابل للاشتقاق

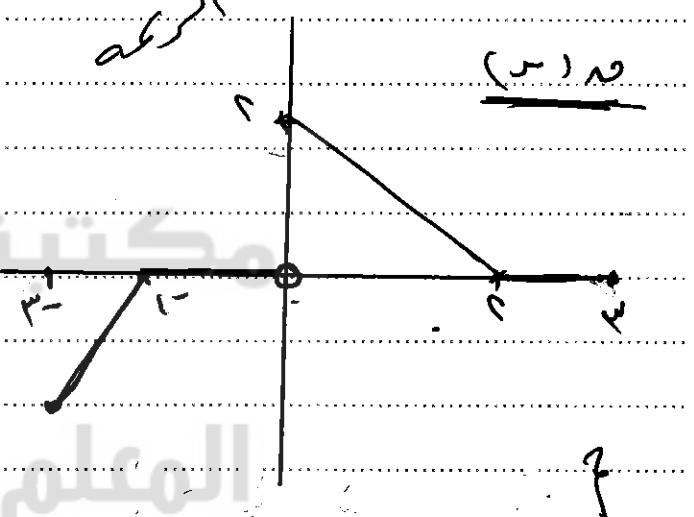
اكل

(١) $\alpha = 3$
 $\alpha = 3 \neq \alpha$
 $\alpha = 3$
 $\alpha = 3$

(٢) α حيث α متصل عند α

(٣) α حيث α غير قابل للاشتقاق عند α

عند α



س ١٥٤

يكون هذا السؤال من (٨) فقرات
من نوع الاختيار - متعدد صيغ دائره
حول رمز الاجابة الصحيحه:

(١) اذا كان معنى الافتراض من

بم بالنقطه (٣٦، ٣) وكان المحاور

المرسوم المعنى من عند هذه النقطة

يضع زاوية α مع الايجاب لوصف

بعض السينات فان

هنا $\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3$ $\alpha = 3$ $\alpha = 3$

هنا $\alpha = 3 - 3$ $\alpha = 3$ $\alpha = 3$

$\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$

اجواب (١)

(٢) $\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$

$\alpha = 3 - 3$ $\alpha = 3 - 3$

حاجبها $\alpha = 3 - 3$

من $\alpha = 3 - 3$

حاجبها $\alpha = 3 - 3$

يسوي

٤

$$\begin{aligned} \text{فـ } (c) = 6 \text{ فـ ان} \\ \text{كـما} \frac{(c+2) - (c+3)}{c} = \frac{c+2-c-3}{c} = \frac{-1}{c} \\ \text{هـ مـ} \end{aligned}$$

$$= 3 \times 6 = 18$$

الاجواب ٤

$$\text{كـما} \frac{c^2 - 1}{c} = \frac{(c-1)(c+1)}{c}$$

$$\text{هـ مـ} \frac{c^2 - 1}{c} = \frac{(c-1)(c+1)}{c}$$

$$\text{كـما} \frac{c^2 - 1}{c} = \frac{(c-1)(c+1)}{c}$$

الاجواب ٥

٥ اذا كان عدد يقسم على ٤ فـ ان

$$\text{فـ } (c) = 4 \text{ فـ ان} \frac{c-4}{c+4}$$

$$\text{كـما} \frac{c-4}{c+4} = \frac{c-4}{c+4}$$

$$= 4 - 4 = 0$$

الاجواب ٦

$$\text{كـما} \frac{1}{c} - \frac{c}{c^2+1}$$

$$\text{هـ مـ} \frac{1}{c} - \frac{c}{c^2+1}$$

$$\text{كـما} \frac{1}{c} - \frac{c}{c^2+1}$$

$$\text{هـ مـ} = \frac{c^2+1-c^2}{c(c^2+1)} = \frac{1}{c(c^2+1)}$$

$$\text{فـ } (c) = \frac{1}{c^2+1}$$

$$\text{كـما} \frac{1}{c^2+1} = \frac{1}{c^2+1}$$

الاجواب ٧



المعلم: ناجح الجمزاوي

٦ ص ١٥٥

إذا كان معدل تغير y الأزمنة x عند ما تتغير x فإن y يتغير بمقدار dy/dx فان

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$

$$f'(3) = 2 \times 3 = 6$$

$$f(3) = 9$$

الجواب (٩)

٨ ص ١٥٥

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{16 - 1}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{2 \times 4 - 2 \times 1}{3} = \frac{8 - 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2 \times 4 - 2 \times 1 = 8 - 2 = 6$$

الجواب (٥)

٧ ص ١٥٥

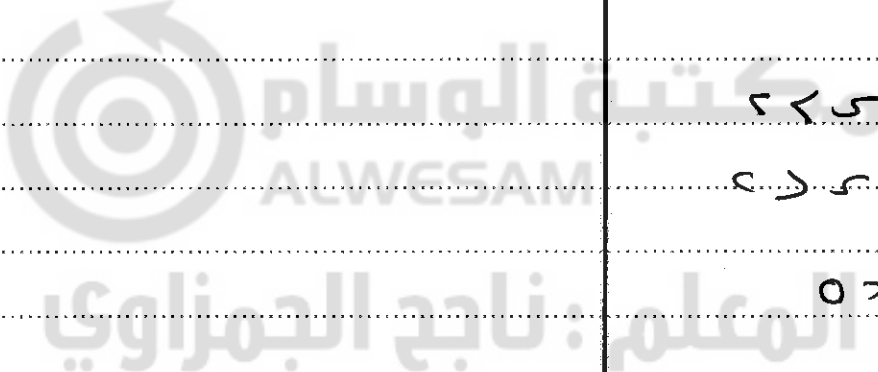
$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{16 - 1}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{2 \times 4 - 2 \times 1}{3} = \frac{8 - 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$f(4) = 16$$

الجواب (٥)



أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠١٨) شتوية

① حاصل = ظاس اثبت

ص

أن ظاص =

ع قاس + (ص)

الحل

حاصل = ظاس بالاشتقاق الطرفين

صياص لا ص = قاس

بالاشتقاق مرة أخرى

صياص لا ص + ص لا ص - ص لا ص =

ع قاس قاس ظاس =

فتبديل ظاص ب حاصل

صياص لا ص + (ص) لا ص - ص لا ص =

ع قاس حاصل =

بالضرب على صياص

ص - ظاص (ص) = ع قاس ظاص

ص = ع قاس ظاص + ظاص (ص)

ص = ظاص (ع قاس + (ص))

ص =

ع قاس + (ص)

② إذا كان

$$\frac{ص}{ع} = ٩ = ص^٢ + ع^٢ \quad \text{عند النقطة (٢٥١)}$$

الكل

$$٤ = ص^٢ + ع^٢ \quad \text{عند النقطة (٢٥١)}$$

$$٤ = ص^٢ + ع^٢ \quad \text{عند النقطة (٢٥١)}$$

$$٤ = ص^٢ + ع^٢ \quad \text{عند النقطة (٢٥١)}$$

$$٤ = ص^٢ + ع^٢ \quad \text{عند النقطة (٢٥١)}$$

$$\frac{٤}{٢} = ص \quad \text{ع} = ٢$$

⑤ وزارة (٢٠١٨) مبرهنة

③ إذا كان $u + v = \text{حاصل}$ أثبت

$(\text{ص}^2) = \text{ص}^2 (\text{ضربا} - \text{قفا})$

الحل

نستعمل

$1 + \text{ص}^2 = \text{حاصل} \times \text{ص}^2$
نستعمل مرة أخرى

$\text{ص}^2 = \text{حاصل} \times \text{ص}^2 + \text{ص}^2 - \text{حاصل} \times \text{ص}^2$

$\text{ص}^2 = \text{حاصل} \times \text{ص}^2 - \text{حاصل} \times \text{ص}^2$

$\text{حاصل} \times \text{ص}^2 - \text{حاصل} \times \text{ص}^2 = \text{ص}^2$

$\text{ص}^2 (\text{حاصل} - 1) =$

$(\text{ص}^2) = \frac{\text{ص}^2 (\text{حاصل} - 1)}{\text{حاصل}}$

$\text{ص}^2 = (\text{ضربا} - \text{قفا})$

⑥ إذا كان

$\sqrt[3]{(1+5-2)} = 1$

وكان $1 = 1 - 2 = 1$

$\left(\frac{1}{1}\right) = 1$

الحل

$\frac{1(1) - 1(1) \times 1}{1(1)} = \left(\frac{1}{1}\right)$

$1 = \sqrt[3]{(1+1-1)} = 1$

$1 = \sqrt[3]{(1+5-2)}$

$1 = \sqrt[3]{(1+5-2)} \times \frac{1}{1}$

$1 = 1 \times 1 \times \frac{1}{1} = 1$

$\frac{1 \times 1 - 1 \times 1}{1} = \left(\frac{1}{1}\right)$

$0 = \frac{1 + 1}{1} =$



المعلم: ناجح الجمزاوي

④ وزارة (٢٠٠٩) مسيئة

① إذا كان هو (س) $\sqrt[3]{1 - 5x - x^2} = 1$
 هو (س) = ٣ ، هو (س) = ٢ وكان

هو (س) = $\frac{\text{هو (س)}}{\text{هو (س)}}$ هو د (١-)

الحل
 هو (س) = $\sqrt[3]{1 - 5x - x^2} = 1$
 $\frac{1}{3}(1 - 5x - x^2) = \text{هو (س)}$

هو (س) = $\frac{1}{3}(1 - 5x - x^2)$
 هو (س) = $\frac{1}{3}(1 - 5x - x^2)$

$\frac{12 - 4x^2}{4x^2} = \frac{12 - 4x^2}{(1 - 5x - x^2)^2}$
 $1 - = \frac{12 - 4x^2}{(1 - 5x - x^2)^2}$

د (س) = $\frac{\text{هو (س)} \times \text{هو (س)} - \text{هو (س)} \times \text{هو (س)}}{(\text{هو (س)})^2}$

د (١-) = $\frac{\text{هو (١-)} \times \text{هو (١-)} - \text{هو (١-)} \times \text{هو (١-)}}{(\text{هو (١-)})^2}$

$\frac{12 - 4x^2}{9} = \frac{12 - 4x^2 - 1 - x^2}{9}$
 $\frac{11 - 5x^2}{9} = \frac{11 - 5x^2}{9}$

③ وزارة (٢٠٠٩) متوبة

① إذا كان هو (س) $\sqrt[5]{1 + 5x - 3x^2} = 1$
 هو (س) = ٣ ، هو (س) = ١ وكان

هو (س) = $\frac{\text{هو (س)}}{\text{هو (س)}}$ هو د (س) خارج
 ل (٢)

الحل
 ل (س) = $\sqrt[5]{1 + 5x - 3x^2} = 1$
 ل (٢) = $\frac{1}{5}(1 + 5x - 3x^2) = 1$

هو (س) = $\sqrt[5]{1 + 5x - 3x^2} = 1$

هو (س) = $\frac{1}{5}(1 + 5x - 3x^2) = 1$

هو (س) = $\frac{1}{5}(1 + 5x - 3x^2) = 1$

هو (س) = $\frac{1}{5}(1 + 5x - 3x^2) = 1$

ل (٢) = $\frac{1}{5}(1 + 5x - 3x^2) = 1$

$\frac{12}{5} + 1 -$

$\frac{12}{5} + \frac{0}{5}$

$\frac{17}{5} =$

٥) وزارة (٢٠١٠) س٧٧

٢) $\sqrt{3 + 4س + 5س^2} = (س)$

هـ (٠) = ١ - ٠ هـ (٠) = ٠
وكان

د (س) = هـ (س) لا هـ (س) فاجاب
د (٠)

الحل

هـ (٠) = $\sqrt{3 + 4(٠) + 5(٠)} = \sqrt{٣}$

هـ (س) = $\frac{5س^2 + 4س + 3}{5س^2 + 4س + 3}$

هـ (٠) = $\frac{١ - ١}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٢}$

د (س) = هـ (س) لا هـ (س) + هـ (س) لا هـ (س)

د (٠) = هـ (٠) لا هـ (٠) + هـ (٠) لا هـ (٠)

$١ - ٢ + \frac{١}{٢} \times ٢ =$

$\frac{٢}{٣} = ٢ - \frac{١}{٢}$

٣) اذا كانت $ص - س = هـ = هـ$

السبب ان

$\frac{ص - س}{١ - س} = هـ + هـ$

الحل

نتيجة

ص' - (س هـ' + هـ) = هـ

ص' - س هـ' - هـ = هـ
نتيجة مرة اخرى

ص' - (س هـ' + هـ) - هـ = - هـ

ص' - س هـ' - هـ - هـ = - هـ

ص' (١ - س) - هـ = - هـ

ص' (١ - س) - هـ = هـ

بالضرب على (١ - س)

ص' - هـ = $\frac{ص - س}{١ - س}$

$\frac{ص - س}{١ - س} = هـ + هـ$

مكتبة الوسام

ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

١٧) اذا كان جهاص = س = ص = س

اثبت ان

$$\text{ص} = (س + ص) + (ص + س) = (س + ص) + (س + ص) = 2(س + ص)$$

الحل

$$ص = (س + ص) + (ص + س) - (س + ص) = ص + س$$

$$ص = س - ص + ص = س$$

$$ص + س + س = ص + ص + س = 2ص + س$$

نتيجة

$$ص + ص + س = ص + ص + س = 2ص + س$$

$$ص + ص + س = ص + ص + س = 2ص + س$$

$$ص + ص + س = ص + ص + س = 2ص + س$$

$$ص + ص + س = ص + ص + س = 2ص + س$$

١٨) وزارة (٢٠١٠) صيف

$$\text{ص} = (س + ص) + (ص + س) = (س + ص) + (ص + س) = 2(س + ص)$$

الحل

$$\text{ص} = (س + ص) + (ص + س) - (س + ص) = ص + س$$

$$\text{ص} = س - ص + ص = س$$

$$\text{ص} + س + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \text{ص} (س)$$

$$\text{ص} - \text{ص} (س) = (س) = \text{ص} (س)$$

$$\text{ص} - \text{ص} \frac{1}{\sqrt{c}} =$$

$$1 - \text{ص} - \text{ص} \frac{1}{\sqrt{c}} =$$

١٩) اذا كانت

$$\text{ص} + \text{ص} + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

$$\text{ص} + \text{ص} + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

الحل

$$\text{ص} = (س + ص) + (ص + س) - (س + ص) = ص + س$$

$$\text{ص} = س - ص + ص = س$$

$$\text{ص} + س + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

$$\text{ص} + \text{ص} + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

$$\text{ص} + \text{ص} + س = \text{ص} + \text{ص} + س = 2\text{ص} + س$$

⑦ وزارة (٢٠١١) ستوية

Ⓐ $\sin^2 \theta = \sin \theta + \cos \theta$
 جد $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ عندما $\theta = 1$

اكل

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 عندما $\theta = 1$ فان
 $1 \times \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$\frac{1}{\sin \theta} = \sin \theta \iff 1 = \sin^2 \theta$
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 + \cos^2 \theta$
 $\cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 + \cos^2 \theta$
 $\cos^2 \theta = \cos^2 \theta$
 $\frac{1}{\sin \theta} = \sin \theta \iff \cos^2 \theta = \cos^2 \theta$

⑧ وزارة (٢٠١١) صيفية

Ⓐ $\sqrt{\cos(\theta - 1)}$
 هو $\theta = \frac{\pi}{3}$ (هـ) $\frac{\pi}{3}$ (هـ) $\frac{\pi}{3}$

اكل

$\frac{1}{\sqrt{\cos(\theta - 1)}} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos(\theta - 1)}}$
 $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos(\theta - 1)}}$

Ⓐ $\cos \theta = \cos(\theta - 1)$
 $\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 1$

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right) =$

$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{3} - 1\right)} =$

Ⓐ $\sin \theta = \cos \theta$ اثبت ان

$\sin^2 \theta = \cos^2 \theta$

العل

$\sin^2 \theta = \cos^2 \theta$
 $1 - \cos^2 \theta = \cos^2 \theta$

$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$
ثبت

$\frac{1}{2} \times \cos \theta = \cos \theta \times \sin \theta = \sin^2 \theta$

$\sin^2 \theta = \cos \theta \times \sin \theta$

$\sin \theta = \cos \theta$

$\sin \theta = \cos \theta$



④ وزارة (٢٠١٢) شتوية

Ⓟ اذا كانت

$$(1+u)^3 = (1-u)^3 \text{ فاجب}$$

$$\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^3 = 1$$

اكل

ثلاثة

$$3(1+u) = (1-u)^3$$

$$\frac{1-u}{1+u} = \sqrt[3]{\frac{1-u}{1+u}}$$

$$\frac{1-u}{1+u} = \frac{1-u}{1+u}$$

$$1-u = 1-u$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+u}$$

⑤ $u = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

عندما $u = \frac{1}{2}$

اكل

$$1 = \frac{1}{1+u} \Rightarrow 1+u = 1 \Rightarrow u = 0$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$u = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$u = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{1+u} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

⑩ وزارة (٢٠١٢) صيفية

Ⓟ اذا كان

$$1-u = 1-u$$

$$\frac{1-u}{1+u} = \frac{1-u}{1+u}$$

اكل

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

$$1-u = 1-u$$

١٤) وزارة (٢٠١٣) صيف

إذا كان $c = \frac{3\omega}{5} - \frac{\omega}{\omega}$

جد $\frac{d\omega}{d\omega}$ عند النقطة (١٥٣)

الحل

كوبه مقاماً

$c = \frac{3\omega - \omega}{\omega}$

نتيجه

$c \times \omega + \omega \times c = \omega - \omega$

$c \times 1 + \omega \times c = \omega \times 1 - \omega \times c$

$c + \omega c = \omega - \omega c$

$c = \omega - \omega c$

$\frac{1}{3} = \frac{c}{\omega} = c$

١١) وزارة (٢٠١٣) شتوية

١٥) إذا كان

$c = \frac{5}{\omega} + \frac{2}{\omega}$

جد $\frac{d\omega}{d\omega}$ عند النقطة (٥، ١)

الحل

نتيجه

$c \times \omega + \omega \times c = \frac{0}{\omega} - \frac{0}{\omega}$

$c \times 0 + \omega \times \frac{1}{c} = \frac{0}{\omega} - \frac{0}{\omega}$

$1 + \omega = \frac{0}{\omega} - 1$

$18 = \frac{0}{\omega} + \omega$

$\frac{18 - \omega}{\omega} = \omega \Rightarrow 18 = \frac{\omega^2}{\omega}$

$10 =$

١٦) وزارة (٢٠١٣) صيف

الحل

$\frac{c}{\omega} = (1 - \omega) \Rightarrow \frac{c}{\omega} = 1 - \omega$

$\frac{c}{\omega} = (1 - \omega) \Rightarrow \frac{c}{\omega} = 1 - \omega$

١١) غير موجود



المعلم: ناجح الجمزاوي

١٤) وزارة (٢٠١٤) صيف

٥) اذا كان

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

س١ . س٢ . س٣ = $\frac{1}{\sqrt{c}}$

اكل

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{1}{\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \times \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{ac}} + \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{ac}} = \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{ac}} = \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{ac}} = \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{ac}} = \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{ac}} = \frac{1}{\sqrt{bc}}$$

١٣) وزارة (٢٠١٤) شتوية

٥) اذا كان

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

س١ . س٢ . س٣ = $\frac{1}{\sqrt{c}}$

اكل

كوهيد مقام

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

بتادي

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$



15) وزارة (2,15) شوية

Ⓐ اذا كان s قسماً وكان

$$s = \frac{s}{1+s} \text{ وكان}$$

$$s = \frac{s}{1-s} \text{ هو}$$

$$s = 1$$

اكل

$$s = \frac{s}{1-s} \times (1) = (1) \times (1)$$

$$s = \frac{s}{1-s} \times (1) = \frac{s}{1-s}$$

$$s = \frac{s}{1-s} \times \frac{1}{1+s} =$$

$$\frac{1}{s} = \frac{s}{1-s} \times \frac{1}{1+s} =$$

Ⓚ اذا كان $s = \sqrt{s^2 + 3}$

بدي s عند $s = 2$

$$s^2 + 3 = s^2 \text{ اكل مربع } s = 2$$

عند $s = 2$ فانه

$$s = \sqrt{s^2 + 3} \text{ مربع الطرفين}$$

$$s^2 + 3 = s^2$$

$$3 = s^2 - s^2 = 0$$

$$= (s+3)(s-1)$$

$$s = 1 \text{ } s = -3$$

$$(16) \leftarrow \text{اينما لبقه } c = 2 + 1 = 3$$

$$(17) \leftarrow \text{اينما لبقه } c = 1 + 1 = 2$$

$$s = s^2 + 3$$

بالتفاضل

$$c = s^2 + 3$$

$$(18) \leftarrow$$

$$c = s^2 + 3$$

$$c = s^2 + 3$$

$$(19) \leftarrow$$

$$c = s^2 + 3$$

$$c = s^2 + 3$$

$$c = s^2 + 3$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

١٦) قضية (٢.١٦) شتوية

Ⓟ إذا كان الاقتران f قابلاً

للاشتقاق وكان

$$f'(x) = 2x + 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f(1) = 4 \quad \text{و} \quad f(2) = 11$$

$$\text{فاحسب } f(0)$$

الحل

$$f(x) = x^2 + x + c$$

$$f(1) = 1 + 1 + c = 4$$

$$\Rightarrow c = 2$$

$$f(x) = x^2 + x + 2$$

$$f(2) = 4 + 2 + 2 = 8 \neq 11$$

$$\boxed{f(x) = x^2 + 2x + 1}$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(1) = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$f(2) = 4 + 4 + 1 = 9 \neq 11$$

Ⓣ إذا كان f قابلاً

للاشتقاق

$$f'(x) = 2x + 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

أثبت أن

$$f(x) = x^2 + x + c$$

الحل

نستعمل

$$f(x) = x^2 + x + c$$

$$f(1) = 1 + 1 + c = 4$$

$$f(2) = 4 + 2 + c = 11$$

$$c = 2$$

$$f(x) = x^2 + x + 2$$

$$f(2) = 4 + 2 + 2 = 8 \neq 11$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(1) = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$f(2) = 4 + 4 + 1 = 9 \neq 11$$

$$f(x) = x^2 + x + c$$

$$f(x) = x^2 + x + c$$

$$f(x) = x^2 + x + c$$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

إذا كان $\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$ حاس حباس
 ابيت ان

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4} + (\sqrt{c})^2$$

الحل

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} - \sqrt{c+4} = 0$$

$$\sqrt{c} - \sqrt{c+4} = 0$$

بالقسمة على \sqrt{c}

$$1 - \sqrt{\frac{c+4}{c}} = 0$$

$$1 - \sqrt{\frac{c+4}{c}} = 0$$

من بعضنا
 3 ابدال

$$1 + \sqrt{\frac{c+4}{c}} = 0$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

إذا كان $\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$ حاس حباس
 ابيت ان

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

الحل

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

إذا كانت

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

سب ان

$$\sqrt{c} = \sqrt{c+4}$$

يتبع اكل

وزارة (2018) صيف

إذا كان $c = \sqrt{3 + 4s}$ $s = 3$ $s = 1$

فإن $\frac{ds}{dc}$ عند النقطة (1, 3) تساوي

(A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 3

الحل

$$3 \times 1 + 1 \times 3 = 3 + 4 \times 1$$

$$3 \times c + 1 \times 3 = 3 + 4 \times c$$

$$3 + 3 = 3 + 4c$$

$$3 - 3 = 4c - 3$$

$$0 = 4c - 3$$

(2)

حيث $\frac{ds}{dc}$ إذا كان

$$1 = s$$

$$s = \sqrt{3 + 4s}$$

الحل

$$3 = 3 + 4s$$

$$3 = 3 + 4s$$

$$\frac{ds}{dc} = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3} = 1 = s$$

$$3 + 1 \times 1 = 3 + 4 \times 1$$

$$3 + 1 = 3 + 4$$

$$\frac{1}{3} = 1 = s$$

وزارة (2018) شتوية

إذا كان $c = \sqrt{3 + 4s}$

أثبت أن

$$3 = \frac{ds}{dc} + c + s$$

الحل

$$3 = \frac{ds}{dc} + c + s$$

$$c + s = 3 - \frac{ds}{dc}$$

$$c + s = 3 - \frac{ds}{dc}$$

$$c + s = 3 - \frac{ds}{dc}$$

$$c + s = 3 - \frac{ds}{dc}$$

$$3 - s = c + \frac{ds}{dc}$$

$$3 - s = c + \frac{ds}{dc}$$

$$3 + s = c + \frac{ds}{dc}$$

$$3 = \frac{ds}{dc} + c + s$$

ورقة عمل الاشتقاق الضمني

السؤال الأول

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لما يلي

$$① \quad \sqrt{1+x^2} = y$$

$$② \quad \sqrt[3]{x^2 + 1} = y$$

$$③ \quad \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = y$$

$$④ \quad \sqrt[4]{x^2 + 1} = y$$

$$⑤ \quad \sqrt{x^2 + 1} + x = y$$

$$⑥ \quad \sqrt{(x^2 + 1)(x - 1)} = y$$

$$⑦ \quad \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2 - 1}} = y$$

$$⑧ \quad \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) = y$$

$$⑨ \quad \sqrt{1+x^2} = y$$

$$⑩ \quad \sqrt[3]{x^2 + 1} = y$$

$$⑪ \quad (x^2 + 1)^3 = y$$

$$⑫ \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{1}{x + 1} = y$$

$$⑬ \quad \sqrt{x^2 + 1} = y$$

$$⑭ \quad \sqrt{x^2 + 1} + (x - 1) = y$$

السؤال الثاني

السؤال الثالث

Ⓐ اذا كانت $v = \sqrt{a^2 + 5}$

Ⓐ اذا كان $v = \sqrt{(s+4)^2}$

عند $s = \frac{7}{3}$ $v = \frac{7}{3}$ عند $n = 3$

هو $(s) = \frac{8}{(s+1)^2}$

ⓑ اذا كان $v = \sqrt{a^2 + 5}$

عند $(s) = (1)$

وكان $(1) = \frac{\pi}{6}$ $v = (1) = 6$
عند $(s) = (1)$

Ⓒ اذا كانت $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 3$ $v = (3) = 6$ او $v = 6$

Ⓓ اذا كانت $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 1$ $v = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

Ⓔ اذا كان $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 1$ $v = 1$ $v = 1$ $v = 1$
عند $(s) = 1$ $v = 1$ $v = 1$

وكانت $(3) = 3$ $v = (3) = 6$
عند $(s) = 1$ $v = 1$

Ⓚ اذا كان $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 3$ $v = (3) = 6$
او عند $(s) = 3$ $v = 6$

Ⓛ اذا كان $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 3$ $v = (3) = 6$
عند $(s) = 3$ $v = 6$

Ⓜ اذا كان $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 3$ $v = (3) = 6$
عند $(s) = 3$ $v = 6$

Ⓨ اذا كانت $v = \sqrt{a^2 + 5}$
عند $(s) = 3$ $v = (3) = 6$
عند $(s) = 3$ $v = 6$

السؤال الخامس

Ⓐ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

ⓐ $\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s} = 2\sqrt{1+s}$ ان $\sqrt{1+s} = \sqrt{1+s} \times \sqrt{1+s} = 1+s$

ⓑ اذا كان

$\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s} = 2\sqrt{1+s}$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند النقطة (٣, ٦)

Ⓒ اذا كانت

$\sqrt{\frac{p}{s}} + \sqrt{\frac{s}{p}} = \sqrt{\frac{p}{s}} + \sqrt{\frac{s}{p}}$
 ان

$\frac{p}{s} - \frac{s}{p} = \frac{p}{s} - \frac{s}{p}$

السؤال الرابع

Ⓐ اذا كان $s=1$ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

ⓐ اذا كان $s=1$ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$
 كما $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

ⓑ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

$\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$
 النقطة (١, ٦)

Ⓒ اذا كان $s=1$ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

ⓐ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$
 او $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

ⓑ $\frac{1}{3+s} = \frac{1}{3+s}$ عند $s=1$

السؤال السابع

السؤال السادس

Ⓐ إذا كانت
 $v = p$ حان ، $s = p$ حنان
 اثبت أن

$$\frac{3 - \text{حنان}}{p \text{ حان}} = v$$

Ⓐ إذا كانت $v = \sqrt{3 - 4 \text{ حنان}}$
 اثبت ان

$$c = v^2 + c + (v^2) = 3$$

Ⓑ إذا كان $v = w$ (هواس)
 وكان $w = (s)$

$$\frac{s}{1 + \sqrt{s}} = w$$

 هو $(s) = \frac{1}{s}$

Ⓒ إذا كانت
 $v = p + \frac{1+n}{s} + m$ ، m ، n ثوابت
 اثبت ان

$$s = v^n = n(1+n) \text{ حان}$$

اثبت ان

$$\frac{1 - \frac{1}{s}}{s + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s + \frac{1}{s}}$$

Ⓓ $v = 3$ (هواس) = 3 حان
 هو $(s) = \sqrt{4 - 4 \text{ حان}}$ وكانت

$$c = (p) = c = \text{حان حان}$$

 اثبت p

Ⓓ إذا كانت $v = \sqrt{s + \text{حان}}$
 اثبت ان $v = (1 - v^2) = 2 - 3$

Ⓔ إذا كانت
 $v = s - \text{حان} - \text{حان} = 0$
 اثبت أن

$$c = (1 - s) = (v + \text{حان})$$

Ⓔ إذا كانت $v = s - \text{حان} = \text{حان حان}$
 اثبت أن

$$(v) = c = (c + \text{حان} + \text{حان})$$

السؤال الثاني

Ⓐ إذا كانت

$$s + u = (s + u) \text{ قا}$$

أثبت أن

$$s - 1 = \frac{u}{s}$$

ⓑ إذا كانت $s = (u + 3) \text{ قا}$ ، $s = 9$ ، وكان $u = 7$ ،

فما هي u عند $s = 7$ ؟

Ⓒ إذا كانت $s = (u + 1) \text{ قا}$ ، $s = 2$ ، فما هي u عند $s = 2$ ؟

Ⓓ إذا كانت

$$s = (u + 1) \text{ قا} ، s = 5$$

فما هي u عند $s = 2$ ؟

Ⓔ إذا كانت $s = 2$ ، فما هي

أثبت أن

$$s = 2 + (u + 1) \text{ قا} ، s = 2$$

السؤال الثالث

Ⓐ إذا كانت

$$s = \frac{1}{2} (u + v) + u + v$$

أثبت أن $s = - (u + v)$

ⓑ إذا كانت

$$s = 2 \text{ ظنان} ، s = 5$$

فما هي u عند $s = 2$ ؟

Ⓒ إذا كانت

$$s = (u + 1) \text{ قا} ، s = 5$$

أثبت أن

$$s = 1 + u - n = s = 2$$

Ⓓ إذا كانت

$$s = 2 \text{ حاس} ، s = 5$$

$$s = 1 + u + v = 2$$

السؤال العاشر

ⓑ إذا كانت $s = \sqrt[3]{\frac{1}{s}}$

أثبت أن

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = (1+s) - s$

ⓓ إذا كانت

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = (1+s - \sqrt[3]{s})$

أثبت أن

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = \frac{1}{s} - \sqrt[3]{s}$

ⓔ إذا كانت

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = \sqrt[3]{s} + \frac{1}{s}$

وكان له (1) $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = 1$ ، له (1) $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = 1$

له (2) $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = 7$ ، له (3) $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = 4$

أو $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = 1$ عند $s = 1$

السؤال الحادي عشر

ⓑ إذا كانت

$1 = \frac{1}{s} + \frac{3}{s}$

عند النقطة (6, 2)

ⓓ إذا كان $\sqrt[3]{s} = 1$

أو $\sqrt[3]{s} = 2$ عند $s = 8$

ⓔ إذا كان $\sqrt[3]{s} = 2$

$\sqrt[3]{s} = 2$ ، له (3) $\sqrt[3]{s} = 2$ وكان

له (6) $\sqrt[3]{s} = 4$ ، له (7) $\sqrt[3]{s} = 8$

أو $\sqrt[3]{s} = 2$ عند $s = 8$

ⓕ إذا كانت $\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = \sqrt[3]{s}$

أثبت أن

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = \sqrt[3]{s} - 1$

$\sqrt[3]{\frac{1}{s}} = (1+s)$

ملود ورقة عمل الاشتقاق الضمني

السؤال الأول

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{c^2 + 3} = c^3 + 3$$

تربيع الطرفين

$$c^2 + 3 = (c^3 + 3)^2$$

$$c^2 + 3 = c^6 + 6c^3 + 9$$

$$c^2 = c^6 + 6c^3 + 6$$

$$c^2 = (c^3 + 3)^2 - 3$$

$$\frac{1}{c^2 + 3} = \frac{1}{c^6 + 6c^3 + 9}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{1}{(c^2 + 3)(c^3 + 3)} = c^2$$

$$\frac{1}{6} (c^3 + 3 - c^3 - 3) = c^2$$

$$\frac{1}{6} (c^3 + 3 - c^3 - 3) = c^2$$

$$(c^3 + 3 - c^3 - 3) \times$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{c^2(c^3 + 3) - c^2(3 + c^3)}{(c^3 + 3)^2} = c^2$$

$$\frac{c^2(c^3 + 3 - 3 - c^3)}{(c^3 + 3)^2} = c^2$$

$$0 = c^2$$

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{c^2 + 1} = c^3 + 1$$

جانب

$$\frac{c^2 + 1}{c^2 + 1} = \frac{c^6 + 6c^3 + 1}{c^2 + 1}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{c^2 + 1}{c^2 + 1} = \frac{c^6 + 6c^3 + 1}{c^2 + 1}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{c^2 + 1}{c^2 + 1} = \frac{c^6 + 6c^3 + 1}{c^2 + 1}$$

$$\sqrt{c^2 + 1} = c^3 + 1$$

$$c^2 + 1 = (c^3 + 1)^2$$

$$c^2 + 1 = c^6 + 6c^3 + 1$$

$$c^2 = c^6 + 6c^3$$

$$c^2 = (c^3 + 1)^2 - 1$$

$$\frac{c^2}{c^2 + 1} = \frac{c^6 + 6c^3}{c^2 + 1}$$

$$1 - c^2 = \frac{c^6 + 6c^3}{c^2 + 1}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{c^2 + 1}{c^2 + 1} = \frac{c^6 + 6c^3 + 1}{c^2 + 1}$$

القوة الرابعة

$$c^2 + 1 = c^6 + 6c^3 + 1$$

$$c^2 = c^6 + 6c^3$$

$$\frac{c^2}{c^2} = \frac{c^6 + 6c^3}{c^2}$$

$$\textcircled{1} \quad \sin^2 c = \frac{1}{4} \sin^2 c + \frac{1}{4} \sin^2 c$$

$$\frac{1}{4} \sin^2 c + \frac{1}{4} \sin^2 c + \frac{1}{4} \sin^2 c + \frac{1}{4} \sin^2 c = \sin^2 c$$

$$\sin^2 c = \left(\frac{1}{4} \sin^2 c - \frac{1}{4} \sin^2 c \right) - \frac{1}{4} \sin^2 c$$

$$\sin^2 c = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 c - \frac{1}{4} \sin^2 c - \frac{1}{4} \sin^2 c}{\frac{1}{4} \sin^2 c - \frac{1}{4} \sin^2 c}$$

$$\textcircled{11} \quad (\sin c + c)^3 = \sin^3 c$$

$$\sin^3 c + 3 = (\sin c + c)^3 (\sin c)^3$$

$$3 + \sin^3 c = (\sin c + c)^3 (\sin c)^3$$

$$3 + \sin^3 c =$$

$$3 (\sin c)^3 - \sin^3 c$$

$$3 + \sin^3 c =$$

$$\sin^3 c (\sin c)^3 - 3 = (\sin c - c)^3 (\sin c)^3$$

$$\sin^3 c - 3 = \sin^3 c (\sin c)^3$$

$$3 - \sin^3 c =$$

$$\textcircled{12} \quad \sin^2 c = \left(\frac{1}{4} \sin^2 c - \frac{1}{4} \sin^2 c \right) \times$$

$$\left(\frac{1}{4} \sin^2 c + \frac{1}{4} \sin^2 c \right)$$

$$\textcircled{9} \quad 1 + \sin^3 c = \sin^3 c$$

الطرفية

$$1 + \sin^3 c = \sin^3 c$$

$$+ 3 \sin^3 c (\sin c)^3 = \sin^3 c (\sin c)^3$$

$$\sin^3 c =$$

$$3 \sin^3 c (\sin c)^3 + (\sin c)^3 (\sin c)^3$$

$$\sin^3 c =$$

$$3 \sin^3 c (\sin c)^3 - (\sin c)^3 (\sin c)^3$$

$$= 3 \sin^3 c (\sin c)^3$$

$$\sin^3 c (\sin c)^3 - (\sin c)^3 (\sin c)^3$$

$$= 3 \sin^3 c (\sin c)^3$$

$$\sin^3 c - 3 \sin^3 c (\sin c)^3$$

$$3 \sin^3 c (\sin c)^3 - (\sin c)^3 (\sin c)^3$$

(١٢)
$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{(x-1) \cdot 1}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x+1) \cdot 1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+1}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot x$$

$$= \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}$$

أعد إجـ

(١٣)
$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

(١٤)

$$1 = (x-1) + (x+1)$$

$$= (x-1) \cdot x + (x+1) \cdot x$$

$$= (x^2 - x) + (x^2 + x)$$

$$= (x^2 + x^2 - x + x)$$

$$= (2x^2)$$

$$1 = \frac{2x^2}{2x^2}$$

$$1 = \frac{2x^2}{2x^2}$$

السؤال الثاني

(١٥)
$$\frac{1}{x} \times \frac{x}{x} = \frac{x}{x}$$

$$\frac{1}{x} \times \frac{x}{x} = \frac{x}{x}$$

$$\frac{1}{x} \times \frac{x}{x} = \frac{x}{x}$$

$$= \frac{x}{x}$$

السؤال الثاني

١) $\frac{3x^2 - 5x}{x^2 + 3x} = f(x)$

$\sqrt{x^2 + 3x}$

$f(0) = f'(0) \times f(0) = f'(0) \times 0 = 0$

$7 \times \frac{1}{2} = 7 \times \left(\frac{\pi}{2}\right) = 3.5$

٢) $\frac{2x}{x} \times \frac{3x}{2x} = \frac{3x}{x}$

$\frac{(3x^2(1-2x) - 2x(3))}{(2)^2} =$

$3x^2(1-2x) - 2x(3) = 3x^2 - 6x^3 - 6x$

$\frac{3x^2(1-2x) - 2x(3)}{2(1-1x)} = \frac{3x^2 - 6x^3 - 6x}{2(1-x)}$

$3x^2 - 6x^3 - 6x = 3x^2(1-2x) - 6x$

$3x^2(1-2x) - 6x = 3x^2 - 6x^3 - 6x$

$\frac{3x^2 - 6x^3 - 6x}{9} = \frac{3x^2 - 6x^3 - 6x}{9}$

٣) $\frac{5}{2x} (\sqrt{x+3})$

$\frac{5}{2x} (\sqrt{x+3}) = \frac{5}{2} \times \frac{1}{x} \times \sqrt{x+3}$

عند $x=2$

$0.5 \times \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = 0.25 + 1.25 = 1.5$

$1.5 = 1 + \frac{0.5}{2} = 1.25$

٤) $\frac{2x}{x} \times \frac{3x}{2x} = \frac{3x}{x}$

$\frac{2x}{x} \times \frac{3x}{2x} = \frac{3x}{x}$

عند $x=2$ $\frac{3x}{x} = \frac{6}{2} = 3$

$\sqrt{x^2 + 2x}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = 0.5$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = 0.5$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = 0.5$

السؤال الثالث

(٤)
$$\frac{f'(1) + f(1)}{1} = \frac{f'(1+0)}{1+0}$$

$$f'(1) + f(1) = f'(1+0)$$

$$\frac{2}{\sqrt{e}} = \frac{2 + 1}{2 + \sqrt{e}}$$

(٥)
$$\frac{f'(e)}{e} \times \frac{f'(1+e)}{1+e}$$

$$\frac{2}{2 \times e} \times \frac{f'(1+e)}{1+e} = \frac{f'(e)}{e}$$

$$2 = \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 2$$

(٦)
$$12 = f'(3)$$

$$12 = f'(3) \times f'(3)$$

$$12 = \frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(3)$$

$$12 = \frac{1}{2} \times f'(3)$$

$$f'(3) = 24$$

$$f'(3) = 24$$

$$12 = \frac{1}{2} \times 24$$

$$2 = 24 = 12 = 24$$

(P)

$$f'(e) \times f'(1) = f'(1+e)$$

$$f'(e) = \frac{f'(1+e)}{f'(1)}$$

$$f'(e) = \frac{f'(1+e)}{f'(1)}$$

$$f'(1) = \frac{f'(1+e)}{f'(e)}$$

$$\frac{2}{\sqrt{e}} = \frac{f'(1+e)}{2}$$

(Q)

$$\frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(e)$$

$$\frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(e) = f'(1+e)$$

$$\frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(e) = f'(1+e)$$

$$\frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(e) = f'(1+e)$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{e}} \times f'(e)$$

السؤال الرابع

$$c - PA = P4$$

$$c = P4 - PA$$

$$\frac{9}{7} = P \leftarrow c = P0$$

Ⓣ

$$1 = 2c + 3c - 4c$$

$$(4c + 3c) - 2c = 1$$

$$(7c)$$

$$1 = 7c - 2c$$

$$1 = 5c$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} = c$$

يُرى

$$(4c + 3c) - 2c = 1$$

$$(7c)$$

$$1 = 7c - 2c$$

$$(5c)$$

$$1 = 5c$$

$$1 = 5c$$

$$1 = 5c$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5} = c$$

Ⓟ

$$\frac{c - PA - (2c)}{1 - c}$$

$$= \frac{c - PA - 2c}{1 - c}$$

$$= \frac{c - PA - 2c}{1 - c}$$

$$= \frac{c - PA - 2c}{1 - c}$$

$$= \frac{c - PA - 2c}{1 - c}$$

$$= \frac{c - PA - 2c}{1 - c}$$

Ⓠ

$$3 = \frac{c - PA - (2c + 4c)}{c}$$

$$3 = \frac{c - PA - 6c}{c}$$

$$3 = \frac{c - PA - 6c}{c}$$

$$3 = \frac{c - PA - 6c}{c}$$

$$3 = \frac{c - PA - 6c}{c}$$

يُرى

$$\frac{c - PA - 6c}{c} = P7$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{17} &= (1) \text{ ل } \frac{3}{17} \\ \frac{3}{17} &= (1) \text{ ل } \frac{3}{17} \end{aligned}$$

السؤال الخامس

$$\textcircled{A} \quad \frac{1}{2} (c + 8c) = 5$$

$$\frac{8c}{5} \times \frac{5c}{8c} = \frac{5c}{5}$$

$$\frac{5c - 8c}{(c + 8c)} \times \frac{1}{2} (c + 8c) = 5$$

عند $c = 1$ $c = 8$

$$\frac{1 \times 17 - 8 \times 8}{c} \times (1) = 5$$

$$c = 0 = \frac{17 - 64}{c} = 5$$

$$\textcircled{B} \quad \frac{5c}{c + 17} + 1 = 5$$

$$\frac{5c}{c + 17} + 1 = 5$$

$$\frac{1}{c + 17} \times (c + 17) = \frac{5c + c + 17}{c + 17}$$

$$\frac{6c + 17}{c + 17} = 5$$

$$\frac{6c + 17}{c + 17} = 5$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{\sqrt{1 + 5c}}{c} = 5$$

$$\frac{1}{c} (1 + 5c) = 5$$

$$\frac{1}{c} (1 + 5c) = 5$$

$$\frac{1}{c} (1 + 5c) = 5 \Rightarrow 1 + 5c = 5c$$

$$1 = 0$$

$$\frac{1}{c} (1 + 5c) = 5 \Rightarrow 1 + 5c = 5c$$

$$c = 1$$

$$\textcircled{D} \quad \frac{c^2 - 3c + 3}{c^2 + 3c + 3} = 5$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = (1) \text{ ل } \frac{1}{2}$$

$$L(1) \times (1) = (1) \text{ ل } (1) = (1) \text{ ل } (1)$$

$$L(1) \times (1) = (1) \text{ ل } (1) = (1) \text{ ل } (1)$$

$$L(1) \times (1) = (1) \text{ ل } (1) = (1) \text{ ل } (1)$$

$$\frac{1}{2} = (1) \text{ ل } \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = (1) \text{ ل } \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} = (1) \text{ ل } \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{v}} + \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{p}} = \sqrt{v}$$

$$\frac{p + v}{\sqrt{pv}} =$$

$$\sqrt{pv} = p + v \quad \text{نربض}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{pv} \times \sqrt{p}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{p} \times \sqrt{v} \times \sqrt{p} = p \times \sqrt{v}$$

$$\frac{\sqrt{v}}{p} - \frac{(p+v)\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times \sqrt{p} \times \sqrt{p}$$

$$\sqrt{v} - \frac{(p+v)\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times p$$

$$\sqrt{v} \times p = \frac{(p+v)\sqrt{v}}{p}$$

$$\frac{\sqrt{v}}{p} - \frac{(p+v)\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times p$$

$$\frac{\sqrt{v}}{p} - \frac{p\sqrt{v} + v\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times p$$

$$\frac{\sqrt{v}}{p} - \frac{p\sqrt{v}}{p} - \frac{v\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times p$$

$$\frac{\sqrt{v}}{p} - \frac{p\sqrt{v}}{p} - \frac{v\sqrt{v}}{p} = \sqrt{v} \times p$$

$$\frac{\sqrt{v} + \sqrt{v}}{\sqrt{v}} = \sqrt{v}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{v} \times \sqrt{v} = v$$

$$v = \sqrt{v} \times \sqrt{v}$$

$$\textcircled{6} \quad 1 \times \sqrt{v} + \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} \times v$$

$$= \sqrt{v} + \frac{1}{\sqrt{v}} \times v + \dots$$

$$\left(\sqrt{v} - \frac{v}{\sqrt{v}} \right) \sqrt{v}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = \left(\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = \left(\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{3}$$

$$1 - 1 = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$$

السؤال السادس

$$\left. \begin{array}{l} \cdot 25 \\ \cdot 5 \end{array} \right\} = \frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{5}}$$

(P) $v^2 = 3 - 4v$

$v^2 + 4v = 3$

(P) $v^2 + 4v = 3 \Rightarrow v^2 + 4v + 4 = 3 + 4 + 4$

$(v + 2)^2 = 11$

$v + 2 = \pm \sqrt{11} \Rightarrow v = -2 \pm \sqrt{11}$

(P) $v^2 = 3 - 4v$

$v^2 + 4v = 3$

$v^2 + 4v + 4 = 3 + 4 + 4$

$(v + 2)^2 = 11$

$(v + 2)^2 = 11$

$v + 2 = \pm \sqrt{11}$
 $v = -2 \pm \sqrt{11}$

$v = -2 + \sqrt{11}$

$v = -2 - \sqrt{11}$

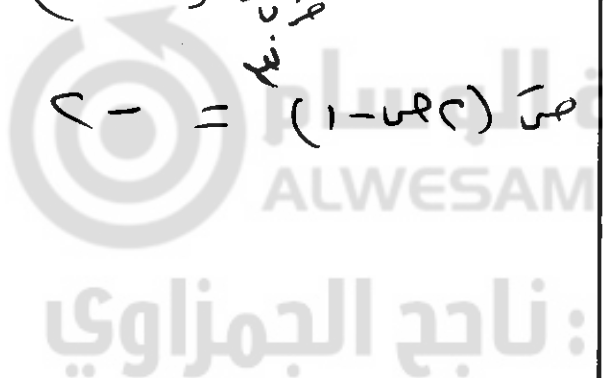
$\frac{v^2}{v} = \frac{3 - 4v}{v} = \frac{3}{v} - 4$

$\frac{1}{v} = \frac{3}{v^2} - 4$

$\frac{1}{v} = \frac{3}{11} - 4$

$\frac{1}{v} = \frac{3 - 44}{11} = \frac{-41}{11}$

$v = \frac{11}{-41} = -\frac{11}{41}$



$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p} \text{ قتان}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p} \times 3 \text{ قتان} \times \text{قطان} \times \text{قطان}$$

$$\frac{1}{p} \times \frac{1}{p} = \frac{1}{p^2}$$

$$\frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان} \times \text{قطان}} = \frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان}^2}$$

$$\frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان}^2} = \frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان}^2}$$

$$\frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان}^2} = \frac{3 \times \text{قطان}}{\text{قطان}^2}$$

(5)

$$صا - 1 = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

$$صا - صا = صا - صا$$

(6)

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

$$\frac{1-n}{n} + n(1+n) = صا$$

السؤال السابع

(P) صا = صا، صا = صا، صا = صا

$$\frac{1}{p} \times \text{قطان} = \frac{صا}{صا}$$

$$\frac{1}{p} \times \text{قطان} = \frac{صا}{صا}$$

$$\frac{1}{p} \times \text{قطان} = \frac{صا}{صا}$$

$$\frac{1}{p} \times \text{قطان} = \frac{صا}{صا}$$

ج

$$c = (P) \quad (1)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (2)$$

$$\frac{c}{12} = (P) \quad (3)$$

$$\frac{c}{12} = \frac{c}{12}$$

$$c = (P) \times (12) \quad (4)$$

$$c = 12P$$

$$c = 12 \times (12) \quad (5)$$

$$c = 12 \times \frac{c}{12} \quad (6)$$

$$c = \sqrt{12c} \quad (7)$$

$$c = \sqrt{12c} \quad (8)$$

$$c = 12 - 4 = 8$$

$$\frac{0}{1} = 8 - 4 = 4$$

$$\frac{0}{1} = 4$$

د

$$c = (P) \times (12) \quad (1)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (2)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (3)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (4)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (5)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (6)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (7)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (8)$$

$$c = (P) \times (12) \quad (9)$$

السؤال الثاني

$$c = \frac{1}{2}P + U + 6 \quad (1)$$

$$1 = P + U + 6 \quad (2)$$

$$1 = P + U + 6 \quad (3)$$

$$c = \frac{1}{2}P + U + 6 \quad (4)$$

$$c = \frac{1}{2}P + U + 6 \quad (5)$$

$$c = \frac{1}{2}P + U + 6 \quad (6)$$

$$c \sin \theta + c \cos \theta = -c \sin \theta$$

$$\frac{c \sin \theta}{c} = \frac{-c \sin \theta}{c}$$

$$= \sin \theta + \left(\frac{c \sin \theta}{c} \right) + c \cos \theta$$

$$= \sin \theta + \frac{c \sin \theta}{c} + c \cos \theta$$

نؤيد مقام

$$= \frac{c \sin \theta + c \sin \theta + c \cos \theta}{c}$$

$$= \frac{2c \sin \theta + c \cos \theta}{c}$$

$$= 2 \sin \theta + \cos \theta$$

$$= 2 \sin \theta + \cos \theta$$

السؤال الثاني

$$(1) \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$= 1$$

$$(2) \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 1 \right) \times \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$\frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1 + \sin \theta)^2}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$(3) \sin \theta = \cos \theta$$

$$c \sin \theta = c \cos \theta$$

$$c \sin \theta + c \cos \theta = -c \sin \theta$$



الوَال النَّاح

(ج)

$$1 = \sin^2 x (1 + \cos^2 x)$$

$$1 = \sin^2 (0) \cos^2 x$$

$$1 + \sin^2 = \cos^2 (1 + \sin^2)$$

$$\frac{1}{17} = \sin^2$$

(د)

$$\sin + \cos = \cos^2 + \sin^2$$

$$1 + \sin^2 = \cos^2 + \sin^2 + \cos^2 + \sin^2$$

$$\sin^2 - \cos^2 = \cos^2 - \sin^2$$

$$1 - \cos^2 = \cos^2 - 1 + \cos^2 + \sin^2$$

$$\sin^2 (1 + \cos^2) = 1 - \cos^2$$

$$1 - \cos^2 = \sin^2 (1 + \cos^2)$$

$$\sin^2 = \frac{1 - \cos^2}{1 + \cos^2}$$

$$\sin^2 = \frac{1 - \cos^2}{1 + \cos^2}$$

$$1 =$$

(هـ)

$$\sin^2 = \cos^2$$

$$\sin^2 - \cos^2 = 0$$

$$\sin^2 - \cos^2 = (\sin - \cos)(\sin + \cos) = 0$$

$$\sin^2 - \cos^2 = 0 \Rightarrow \sin^2 = \cos^2$$

بالقسمة على 2

$$\sin^2 = \cos^2 \Rightarrow \sin = \pm \cos$$

(و)

$$\sin^2 = \cos^2 (3 + \sin^2)$$

$$\sin^2 = \cos^2 (7)$$

$$9 = 7 = (7) \Rightarrow \sin^2 = \cos^2$$

$$3 = 7$$

$$\sin^2 = \cos^2 (7)$$

$$\frac{1}{7} = \sin^2 \Rightarrow 1 = \frac{7}{7} = \cos^2$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الاول لها س

(4)

$$ص = 3 = (س - س^2) = (س - س^2)$$

$$س = س^2 = (س - س^2) = (س - س^2)$$

$$ع = 3 = (6) = 3$$

$$ص = 3 = 3$$

$$ص = 3 = (3) \times 3$$

$$\frac{ص \times (6)}{(3) \times 3} = 3$$

$$\frac{ص}{3} = \frac{ص \times 6}{6 \times 3} = 3$$

(5)

$$1 = \frac{3}{ص} + \frac{1}{ص}$$

$$1 = \frac{3 + 1}{ص}$$

$$ص = 3 + 1 = 4$$

$$ص + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$ص + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$ص - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$ص = 4$$

(6)

$$1 = \sqrt{ص}$$

$$ص = 1$$

$$ص = 1 + 1 = 2$$

$$ص = 2 + 1 = 3$$

$$ص = 3 + 1 = 4$$

$$\frac{1}{ص} = 1 = ص$$

$$1 = \frac{1}{ص} + 1$$

$$\frac{1}{ص} = 1$$

$$\frac{1}{ص} = 1$$

(5) ص = خاص

$$1 = ق \times ص$$

$$ص = ق \times ص + ص = ق \times ص + ص$$

$$ق \times ص = 1 - ص = ق \times ص$$

$$\frac{ق \times ص}{ق \times ص} = \frac{1 - ص}{ق \times ص}$$

$$1 = \frac{1}{ق \times ص} = ق \times ص$$

$$ص = 1 + ق \times ص = ق \times ص + 1$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

$$1 + \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + 1$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$$

المسائل الحادية عشر

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

١٤٤٧

تمت بحمد الله

امنياتي بالتوفيق والنجاح

ناجح الجمزاوي



٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

ALWESAM

المعلم : ناجح الجمزاوي