وفق المنهاج الجديد

الصادق

دليلك إلى النهايات والاتصال

(للفرع الأدبي)

أول حل شامل ومفصل لجميع الأسئلة والتدريبات
لوحدة النهايات والاتصال في منهاج الرياضيات الجديد للفرع الأدبي

إعداد الأستاذ : صادق إسماعيل
٠٧٧٨٢٠٨٠١٦

1) سؤال ص١٢ :

1) ٣   2) ٣

2) تحدث وناقش ص١٦ :

حتى تكون نهاية اقتران عند عدد محدد موجودة لا بد أن تكون النهاية عنده من اليمين = النهاية عنده من اليسار

3) تدريب 1 ص١٦ :

1) ق(٣) غير موجودة ⇐ الاقتران ق(س) غير معرف عند س = ٣

* ومن العلاقة : $ق(س) = \frac{س^2 - ٩}{س - ٣}$ نعوض الرقم (٣)

$ق(٣) = \frac{٣^2 - ٩}{٣ - ٣} = \frac{صفر}{صفر}$ ⇐ ∴ ق(٣) غير موجودة .

4) $\lim_{س \to ٣^+} ق(س) = \lim_{س \to ٣^-} ق(س) = ٦$ 3) ٦   2) ٦

∴ $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٦$

4) تدريب 2 ص١٨ :

1) $\lim_{س \to ١} ق(س)$ ⇐ $\lim_{س \to ١^+} ق(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٢$ ⇐ ∴ $\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٢$

∴ $\lim_{س \to ١} ق(س) = ٢$

② $\text{نها}_{س \leftarrow ٢}\, ق(س)$: $\text{نها}_{س \leftarrow ٢^{+}}\, ق(س) = ١$ ، $\text{نها}_{س \leftarrow ٢^{-}}\, ق(س) = -٣$

$\Leftarrow \text{نها}_{س \leftarrow ٢^{+}}\, ق(س) \neq \text{نها}_{س \leftarrow ٢^{-}}\, ق(س)$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٢}\, ق(س)$ غير موجودة

③ $\text{نها}_{س \leftarrow ٣}\, ق(س)$: $\text{نها}_{س \leftarrow ٣^{+}}\, ق(س) = ١$ ، $\text{نها}_{س \leftarrow ٣^{-}}\, ق(س) = ١$

$\Leftarrow \text{نها}_{س \leftarrow ٣^{+}}\, ق(س) = \text{نها}_{س \leftarrow ٣^{-}}\, ق(س) = ١$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٣}\, ق(س) = ١$

⑤ تدريب $\boxed{٣}$ ص (١٩) :

① $\text{نها}_{س \leftarrow ٢}\, ق(س)$: $\text{نها}_{س \leftarrow ٢^{+}}\, ق(س) = ١$ ، $\text{نها}_{س \leftarrow ٢^{-}}\, ق(س) = ١$

$\Leftarrow \text{نها}_{س \leftarrow ٢^{+}}\, ق(س) = \text{نها}_{س \leftarrow ٢^{-}}\, ق(س) = ١$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٢}\, ق(س) = ١$

② $\text{نها}_{س \leftarrow أ}\, ق(س) =$ صفر $\Leftarrow$ أ $= ١$ ، أ $= ٥$

$\Downarrow$

$\text{نها}_{س \leftarrow ١}\, ق(س) = ٠$

$\text{نها}_{س \leftarrow ١^{+}}\, ق(س) = \text{نها}_{س \leftarrow ١^{-}}\, ق(س) = ٠$

$\Downarrow$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ١}\, ق(س) \neq ٠$

$\text{نها}_{س \leftarrow ٥}\, ق(س) = ٠$

$\text{نها}_{س \leftarrow ٥^{+}}\, ق(س) = \text{نها}_{س \leftarrow ٥^{-}}\, ق(س) = ٠$

$\Downarrow$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٥}\, ق(س) = ٠$

③ $\lim\limits_{س \to ب}$ ق(س) غير موجودة ⟸ ∴ ب = ٣

$\lim\limits_{س \to ٣^+}$ ق(س) = ٤ ، $\lim\limits_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ٢

∴ $\lim\limits_{س \to ٣^+}$ ق(س) ≠ $\lim\limits_{س \to ٣^-}$ ق(س) ⟸ ∴ $\lim\limits_{س \to ٣}$ ق(س) غير موجودة

الأسئلة ص ٢٠

سؤال ① :

أ) ق(٢) غير موجودة ⟸ الاقتران ق(س) غير معرف عند س = ٢

* ومن العلاقة ق(س) = $\frac{س^2 - ٤}{س - ٢}$ ⟸ نعوض ٢ ⟸ ق(٢) = $\frac{٢^2 - ٤}{٢ - ٢}$

∴ ق(٢) = $\frac{صفر}{صفر}$ ⟸ ∴ ق(٢) غير موجودة

ب) $\lim\limits_{س \to ٢}$ ق(س) ← $\lim\limits_{س \to ٢^+}$ ق(س) = ٤ ، $\lim\limits_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٤

⟸ ∴ $\lim\limits_{س \to ٢^+}$ ق(س) = $\lim\limits_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٤

∴ $\lim\limits_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤

جـ) ق(٣) = ٥

* ومن العلاقة ق(س) = $\frac{س^2 - ٤}{س - ٢}$ ⟸ نعوض ٣ ⟸ ق(٣) = $\frac{٣^2 - ٤}{٣ - ٢}$

∴ ق(٣) = $\frac{٩ - ٤}{١}$ = ٥

د) $\lim\limits_{س \to ٣}$ ق(س) ← $\lim\limits_{س \to ٣^+}$ ق(س) = ٥ ، $\lim\limits_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ٥

⟸ ∴ $\lim\limits_{س \to ٣^+}$ ق(س) = $\lim\limits_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ٥

∴ $\lim\limits_{س \to ٣}$ ق(س) = ٥

سؤال ② :

$\boxed{\text{أ}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 0} \text{ق(س)}$: $\lim\limits_{\text{س} \to 0^{+}} \text{ق(س)} = 1$ ، $\lim\limits_{\text{س} \to 0^{-}} \text{ق(س)} = 1$

$\because \lim\limits_{\text{س} \to 0^{+}} \text{ق(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to 0^{-}} \text{ق(س)} = 1 \Leftarrow \therefore \lim\limits_{\text{س} \to 0} \text{ق(س)} = 1$

$\boxed{\text{ب}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 2^{+}} \text{ق(س)} = 3$

$\boxed{\text{ج}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 2^{-}} \text{ق(س)} = 2$

$\boxed{\text{د}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 2} \text{ق(س)}$ غير موجودة $\Leftarrow$ لأن $\lim\limits_{\text{س} \to 2^{+}} \text{ق(س)} \neq \lim\limits_{\text{س} \to 2^{-}} \text{ق(س)}$

سؤال ③ :

$\boxed{\text{أ}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 2} \text{ق(س)}$: $\lim\limits_{\text{س} \to 2^{+}} \text{ق(س)} = 2$ ، $\lim\limits_{\text{س} \to 2^{-}} \text{ق(س)} = 2$ $\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to 2^{+}} \text{ق(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to 2^{-}} \text{ق(س)} = 2$

$\therefore \lim\limits_{\text{س} \to 2} \text{ق(س)} = 2$

$\boxed{\text{ب}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 1} \text{ق(س)}$: $\lim\limits_{\text{س} \to 1^{+}} \text{ق(س)} = 2$ ، $\lim\limits_{\text{س} \to 1^{-}} \text{ق(س)} = 2$ $\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to 1^{+}} \text{ق(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to 1^{-}} \text{ق(س)} = 2$

$\therefore \lim\limits_{\text{س} \to 1} \text{ق(س)} = 2$

$\boxed{\text{ج}}$ $\lim\limits_{\text{س} \to \text{أ}} \text{ق(س)}$ غير موجودة $\Leftarrow \text{أ} = -1 \Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to -1^{+}} \text{ق(س)} = 2$ ، $\lim\limits_{\text{س} \to -1^{-}} \text{ق(س)} = 1$

$\because \lim\limits_{\text{س} \to -1^{+}} \text{ق(س)} \neq \lim\limits_{\text{س} \to -1^{-}} \text{ق(س)} \Leftarrow \therefore \lim\limits_{\text{س} \to -1} \text{ق(س)}$ غير موجودة

د) نها ق(س) = صفر ⟸ ب = -٢ ، ب = ٣
س ← ب

* ب = -٢ ⟸ نها ق(س)
س ← -٢

نها ق(س) = صفر (س ← -٢⁺)
نها ق(س) = صفر (س ← -٢⁻)

⟸ نها ق(س) (س ← -٢⁺) = نها ق(س) (س ← -٢⁻) = صفر

∴ نها ق(س) = صفر
س ← -٢

* ب = ٣ ⟸ نها ق(س)
س ← ٣

نها ق(س) = صفر (س ← ٣⁺)
نها ق(س) = صفر (س ← ٣⁻)

⟸ نها ق(س) (س ← ٣⁺) = نها ق(س) (س ← ٣⁻) = صفر

∴ نها ق(س) = صفر
س ← ٣

ن ٨ أم ٢١ : ١) أ) درجة الاقتران = صفر
نوعه: اقتران ثابت

ب) نها ق(س)
س ← ٢

نها ق(س) = ٣ (س ← ٢⁺)
نها ق(س) = ٣ (س ← ٢⁻)

⟸ نها ق(س) (س ← ٢⁺) = نها ق(س) (س ← ٢⁻) = ٣

∴ نها ق(س) = ٣
س ← ٢

نها ق(س)
س ← صفر

نها ق(س) = ٣ (س ← صفر⁺)
نها ق(س) = ٣ (س ← صفر⁻)

⟸ نها ق(س) (س ← صفر⁺) = نها ق(س) (س ← صفر⁻) = ٣

∴ نها ق(س) = ٣
س ← صفر

نها ق(س) = ٣ ، س ← ٢⁺
نها ق(س) ، س ← ٢ ⟵ {
نها ق(س) = ٣ ، س ← ٢⁻

⟸ نها ق(س) (س ← ٢⁺) = نها ق(س) (س ← ٢⁻) = ٣

∴ نها ق(س) = ٣ ، س ← ٢

ج) نها ق(س) = ٣ ، س ← أ ⟸ أ = 2 ∈ مجموعة الأعداد الحقيقية

د) أنه إذا كان الاقتران ثابتاً فإن نهايته عندما س ← 2 = الثابت

$\boxed{2}$ ص٢٢

أ) درجة الاقتران هـ(س) هي ١
نوع الاقتران هـ(س) ⟸ خطي

ب) نها هـ(س) ، س ← ٢ ⟵ {
نها هـ(س) = ٢ ، س ← ٢⁺
نها هـ(س) = ٢ ، س ← ٢⁻

⟸ نها هـ(س) (س ← ٢⁺) = نها هـ(س) (س ← ٢⁻) = ٢

∴ نها هـ(س) = ٢ ، س ← ٢

نها هـ(س) ، س ← صفر ⟵ {
نها هـ(س) = صفر ، س ← صفر⁺
نها هـ(س) = صفر ، س ← صفر⁻

⟸ نها هـ(س) (س ← صفر⁺) = نها هـ(س) (س ← صفر⁻) = صفر

∴ نها هـ(س) = صفر ، س ← صفر

نها هـ(س) ، س ← -٢ ⟵ {
نها هـ(س) = -٢ ، س ← -٢⁺
نها هـ(س) = -٢ ، س ← -٢⁻

⟸ نها هـ(س) (س ← -٢⁺) = نها هـ(س) (س ← -٢⁻) = -٢

∴ نها هـ(س) = -٢ ، س ← -٢

هـ) أن نهاية الاقتران الخطي عندما س ← أ هي تعويض أ في الاقتران الخطي

تحدث وناقش ص ٢٢ :

① إذا كان ق(س) اقترانًا ثابتًا فإن نهايته عندما س ← أ أي رقم تبقى الثابت نفسه

② إذا كان ق(س) اقترانًا خطيًا فإن نهايته عندما س ← أ أي رقم هي تعويض ذلك الرقم في الاقتران الخطي ق(س)

تدريب $\boxed{1}$ ص ٢٧ :

① $\lim\limits_{س \to -١} (س^{٦} - ٥س^{٢} + ٤س + ٩)$

بما أنه كثير حدود ⇐ ∴ النهاية = تعويض -١ في الاقتران ⇐ بالتعويض المباشر

$= (-١)^{٦} - ٥(-١)^{٢} + ٤(-١) + ٩$

$= ١ - ٥ - ٤ + ٩ = ١$

② $\lim\limits_{س \to -١} (٧س^{٢} + ٥س)(س^{٢} + س - ١٠)$

$= \left(\lim\limits_{س \to -١} (٧س^{٢} + ٥س)\right) \times \left(\lim\limits_{س \to -١} (س^{٢} + س - ١٠)\right)$

$= \left(٧(-١)^{٢} + ٥(-١)\right) \times \left((-١)^{٢} - ١ - ١٠\right)$

$= (٧ - ٥) \times (١ - ١١)$

$= ٢ \times -١٠$

$= -٢٠$

③ $\lim\limits_{س \to -١} (س^{٢} + ٥س)^{٣} = \left(\lim\limits_{س \to -١} (س^{٢} + ٥س)\right)^{٣} = \left((-١)^{٢} + (٥ \times -١)\right)^{٣}$

$= (١ - ٥)^{٣} = (-٤)^{٣} = -٦٤$

نوزع النهاية

تدريب $\boxed{2}$ ص ٢٧ :

$$\underset{س \to -١}{\text{نها}} \left(ق(س) + س^{٣} - ٣ \right) = ٥$$

$$\therefore \underset{س \to -١}{\text{نها}} ق(س) + \underset{س \to -١}{\text{نها}} (س^{٣} - ٣) = ٥$$

$$\therefore \underset{س \to -١}{\text{نها}} ق(س) + \left((-١)^{٣} - ٣ \right) = ٥$$

$$\therefore \underset{س \to -١}{\text{nها}} ق(س) + \cancel{-٤} = ٥ \quad \Leftarrow \quad \underset{س \to -١}{\text{نها}} ق(س) = ٩$$

$$\cancel{+٤} \qquad +٤$$

$$\therefore \underset{س \to -١}{\text{نها}} ٣\left(ق(س)\right)^{٢} = ٣ \times \left(\underset{س \to -١}{\text{نها}} ق(س) \right)^{٢}$$

$$= ٣ \times (٩)^{٢} = ٣ \times ٨١ = ٢٤٣$$

تدريب (٣) ص ٢٩

(١) $\therefore ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ ، & س \le ٣ \\ ٤س - ٢ ، & س > ٣ \end{cases}$

(أ) $ق(٢) = ٢^{٢} + ١ = ٤ + ١ = ٥$

(ب) $\underset{س \to ١}{\text{نها}} ق(س)$

$$\underset{س \to ١^{+}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ١^{+}}{\text{نها}} (س^{٢} + ١) = ١^{٢} + ١ = ٢$$

$$\underset{س \to ١^{-}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ١^{-}}{\text{نها}} (س^{٢} + ١) = ١^{٢} + ١ = ٢$$

$$\Leftarrow \underset{س \to ١}{\text{نها}} ق(س) = ٢$$

(ج) $\underset{س \to ٤}{\text{نها}} ق(س)$

$$\underset{س \to ٤^{+}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ٤^{+}}{\text{نها}} (٤س - ٢) = ٤ \times ٤ - ٢ = ١٤$$

$$\underset{س \to ٤^{-}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ٤^{-}}{\text{نها}} (٤س - ٢) = ٤ \times ٤ - ٢ = ١٤$$

$$\Leftarrow \underset{س \to ٤}{\text{نها}} ق(س) = ١٤$$

(د) $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} ق(س)$

$$\underset{س \to ٣^{+}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ٣^{+}}{\text{نها}} (٤س - ٢) = ٤ \times ٣ - ٢ = ١٠$$

$$\underset{س \to ٣^{-}}{\text{نها}} ق(س) = \underset{س \to ٣^{-}}{\text{نها}} (س^{٢} + ١) = ٣^{٢} + ١ = ١٠$$

$$\Leftarrow \underset{س \to ٣}{\text{نها}} ق(س) = ١٠$$

2 $ق(س) = \begin{cases} س + 6 \text{ ، } س \in ص \\ 4س + 1 \text{ ، } س \notin ص \end{cases}$ حيث ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

$\lim_{س \to 3} ق(س) \Leftarrow$ بما أن $3 \in ص \Leftarrow$ ∴ $\lim_{س \to 3^+} ق(س) = \lim_{س \to 3^-} ق(س) = \lim_{س \to 3} ق(س)$

∴ $س \to 3^+ \notin ص$ و $س \to 3^- \notin ص$

$= \lim_{س \to 3} (4س + 1) = 4 \times 3 + 1 = 13$

تدريب ④ ص ٣٠ : ① $ق(س) = \begin{cases} 5س - أ \text{ ، } س < 1 \\ بس^2 + 7 \text{ ، } س \geq 1 \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to 3} ق(س) = 16$

وكانت $\lim_{س \to 1} ق(س)$ موجودة

جد قيمة أ ، ب ؟

الحل : * $\lim_{س \to 3} ق(س) = 16 \Leftarrow 3 \geq 1 \Leftarrow$ ∴ $\lim_{س \to 3} (بس^2 + 7) = 16$

∴ $ب \times 3^2 + 7 = 16 \Leftarrow$ ∴ $9ب + \cancel{7} = 16 \Leftarrow \frac{9ب}{\cancel{9}} = \frac{9}{9}$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \cancel{-7} \quad -7$

∴ $ب = \frac{9}{9} \Leftarrow \boxed{ب = 1}$

* $\lim_{س \to 1} ق(س)$ موجودة ∴ $\Leftarrow \lim_{س \to 1^+} ق(س) = \lim_{س \to 1^-} ق(س)$

∴ $\lim_{س \to 1^+} (بس^2 + 7) = \lim_{س \to 1^-} (5س - أ) \Leftarrow$ ∴ $ب \times 1^2 + 7 = 5 \times 1 - أ$

لكن $\boxed{ب = 1} \Leftarrow$ ∴ $1 + 7 = 5 - أ$

$\Leftarrow$ ∴ $\boxed{أ = -3}$

2 ق(س) = $\begin{cases} ٥س^{٣} & ، س < أ \\ ٤٠ & ، س \geq أ \end{cases}$ وكانت نهاق(س) موجودة
$\qquad$ س←أ

جد قيمة الثابت أ

__الحل__: نهاق(س) موجودة ⇐ ∴ نهاق(س) = نهاق(س)
$\qquad$ س←أ $\qquad\qquad\qquad$ س←أ⁺ $\qquad$ س←أ⁻

∴ نها(٤٠) = نها(٥س^{٣}) ⇐ ∴ $\frac{٤٠}{٥} = \frac{\cancel{٥}أ^{٣}}{\cancel{٥}}$ ⇐ أ^{٣} = ٨
$\qquad$ س←أ⁺ $\qquad$ س←أ⁻

وبأخذ الجذر التكعيبي للطرفين ⇐ أ = $\sqrt[٣]{٨}$ = ٢

∴ $\boxed{أ = ٢}$

الأسئلة ص ٣١

__١__: نهاق(س) = ٨ ، نها هـ(س) = -٢
$\qquad$ س←٣ $\qquad\qquad$ س←٣

أ نها (٤ق(س) + ٢هـ(س)) = ٤ نهاق(س) + ٢ نها هـ(س)
$\qquad$ س←٣ $\qquad\qquad$ س←٣ $\qquad$ س←٣

= ٤ × ٨ + ٢ × -٢ = $\boxed{٢٨}$

ب نها (ق(س) - ٢هـ(س)) = نهاق(س) - ٢ نها هـ(س)
$\qquad$ س←٣ $\qquad\qquad$ س←٣ $\qquad$ س←٣

= ٨ - (٢ × -٢) = ٨ - -٤ = ٨ + ٤ = $\boxed{١٢}$

ج نها (ق(س) × هـ(س)) = نهاق(س) × نها هـ(س) = ٨ × -٢ = $\boxed{-١٦}$
$\qquad$ س←٣ $\qquad\qquad$ س←٣ $\qquad$ س←٣

د) نها س←٣ ٥ق(س) = ٥ نها س←٣ ق(س) = ٥ × ٨ = $\boxed{٤٠}$

هـ) نها س←٣ (٢ق(س) + ١) = ٢ نها س←٣ ق(س) + نها س←٣ ١ = ٢ × ٨ + ١ = $\boxed{١٧}$

و) نها س←٣ ((هـ(س))^{٣} + ٣س − ٧) = (نها س←٣ هـ(س))^{٣} + نها س←٣ (٣س − ٧)

= (−٢)^{٣} + (٣ × ٣ − ٧) = −٨ + ٢ = $\boxed{−٦}$

ز) نها س←٣ (٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٢س + ٤)

= ٢ نها س←٣ ق(س) + ٣ نها س←٣ هـ(س) + نها س←٣ (٢س + ٤)

= (٢ × ٨) + (٣ × −٢) + (٢ × ٣ + ٤)

= ١٦ − ٦ + ١٠ = $\boxed{٢٠}$

تمرين ٢: أ) نها س←−٢ (٣س^{٤} − ٥س^{٣} + ٦س − ٧) = ٣(−٢)^{٤} − ٥(−٢)^{٣} + ٦(−٢) − ٧

= (٣ × ١٦) − (٥ × −٨) + (٦ × −٢) − (٧)

= ٤٨ − −٤٠ − ١٢ − ٧

= ٤٨ + ٤٠ − ١٩ = ٨٨ − ١٩ = $\boxed{٦٩}$

ب) نها س←١ (س^{٢} + ١)(س^{٣} + ٥س − ٢) = نها س←١ (س^{٢} + ١) × نها س←١ (س^{٣} + ٥س − ٢)

= (١^{٢} + ١) × (١^{٣} + ٥ × ١ − ٢) = ٢ × ٤ = $\boxed{٨}$

جـ) نها س←−١ (س^{٣} + ٢)^{٠} = (نها س←−١ (س^{٣} + ٢))^{٠} = ((−١)^{٣} + ٢)^{٠} = (١)^{٠} = $\boxed{١}$

س٣: $\lim\limits_{س \to -٢} \left(٣ق(س) + ٢س + ١\right) = ٢٧$ ، جد $\lim\limits_{س \to -٢} \left(ق(س)\right)^{٣}$

الحل: $٣ \lim\limits_{س \to -٢} ق(س) + \lim\limits_{س \to -٢} (٢س + ١) = ٢٧$

$\therefore ٣ \lim\limits_{س \to -٢} ق(س) + (٢ \times -٢ + ١) = ٢٧$

$\therefore ٣ \lim\limits_{س \to -٢} ق(س) \cancel{-٣} = ٢٧$
$\quad\quad\quad\quad \cancel{+٣} \quad\quad +٣$
$\Leftarrow \dfrac{\cancel{٣} \lim\limits_{س \to -٢} ق(س)}{\cancel{٣}} = \dfrac{٣٠}{٣}$

$\therefore \lim\limits_{س \to -٢} ق(س) = ١٠ \Leftarrow \therefore \left(\lim\limits_{س \to -٢} ق(س)\right)^{٣} = \left(\lim\limits_{س \to -٢} ق(س)\right)^{٣}$

$= (١٠)^{٣} = \boxed{١٠٠٠}$

س٤: $\lim\limits_{س \to ٣} (م س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥$ ، جد قيمة م ؟

الحل: $(٣)^{٢} \times م + ٥ \times ٣ + ١ = ٢٥ \Leftarrow \therefore ٩م \cancel{+ ١٦} = ٢٥$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad \cancel{-١٦} \quad -١٦$

$\therefore \dfrac{\cancel{٩}م}{\cancel{٩}} = \dfrac{٩}{٩} \Leftarrow \boxed{م = ١}$

س٥: $ق(س) = \begin{cases} ٤س + ١ \text{ ، } س < ٠ \\ ٥ - س^{٢} \text{ ، } س \geq ٠ \end{cases}$ جد قيمة ما يأتي :

$\boxed{أ}$ $\lim\limits_{س \to ١} ق(س) \Leftarrow ١ \geq ٠ \Leftarrow \therefore \lim\limits_{س \to ١} ق(س) = \lim\limits_{س \to ١} (٥ - س^{٢})$

$= ٥ - (١)^{٢} = ٥ - ١ = \boxed{٤}$

$\boxed{ب}$ $\lim\limits_{س \to -٢} ق(س) \Leftarrow -٢ < ٠ \Leftarrow \lim\limits_{س \to -٢} ق(س) = \lim\limits_{س \to -٢} (٤س + ١) = (٤ \times -٢) + ١$

$= -٨ + ١ = \boxed{-٧}$

$\boxed{جـ}$ $\lim\limits_{س \to ٠} ق(س) \Leftarrow$ لأن صفر هي نقطة التشعيب $\Leftarrow \therefore$ نجد النها في كل من اليمين ومن اليسار $\Leftarrow$

نهاق(س) س←٠+ = نها (٥ − س²) س←٠+ = ٥ − (٠)² = ٥ − ٠ = $\boxed{٥}$

نهاق(س) س←٠− = نها (٤س + ١) س←٠− = ٤ × ٠ + ١ = ٠ + ١ = $\boxed{١}$

∵ نهاق(س) س←٠+ ≠ نهاق(س) س←٠− ⇐ ∴ $\boxed{\text{نهاق(س) س←٠ غير موجودة}}$.

س٦: هـ(س) = { س² + ١ ، س ≠ ٣ ؛ ٨ ، س = ٣ } جد قيمة ما يأتي :

$\boxed{أ}$ نها هـ(س) س←٥ ⇐ ٥ ≠ ٣ ⇐ نها هـ(س) س←٥ = نها (س² + ١) س←٥ = ٥² + ١

= ٢٥ + ١ = $\boxed{٢٦}$

$\boxed{ب}$ نها هـ(س) س←٣ ⇐ س = ٣ هي نقطة التشعيب فلا بد من إيجاد النهاية من اليمين ومن اليسار

ولكن لأن يمين الـ ٣ ويسارها يخضعان لنفس القاعدة (س² + ١) ⇐ ∴ نها هـ(س) س←٣+ = نها هـ(س) س←٣− = نها هـ(س) س←٣ = نها (س² + ١) س←٣

= ٣² + ١ = ٩ + ١ = $\boxed{١٠}$

$\boxed{هـ}$ هـ(٣) = $\boxed{٨}$

س٧: ق(س) = { أس + ٤ ، س < ٢ ؛ ٥س² + أ ، س ≥ ٢ } وكانت نهاق(س) س←٢ موجودة جد قيمة أ ؟

س = ٢ هي نقطة التشعيب وحيث أن نهاق(س) موجودة

* بما أن نهاق(س) س←٢

∴ نهاق(س) س←٢+ = نهاق(س) س←٢− ⇐ ∴ نها (٥س² + أ) س←٢+ = نها (أس + ٤) س←٢−

∴ ٥ × (٢)² + أ = أ × ٢ + ٤ ⇐ ∴ ٢٠ + أ = ٢أ + ٤ ⇐ $\boxed{أ = ١٦}$

س٥ : $ق(س) = \begin{cases} س^{٢}+١ &، س < ٢ \\ ٥س &، ٢ \le س \le ٦ \\ س^{٢}-٦ &، س > ٦ \end{cases}$ أوجد قيمة ما يأتي :

(أ) $\underset{س\to ٠}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow ٠ < ٢ \Leftarrow \therefore \underset{س\to ٠}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٠}{\text{نها}}\, (س^{٢}+١)$

$= (٠)^{٢}+١ = \boxed{١}$

(ب) $\underset{س\to ٢}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow$ بما أن س = ٢ هي نقطة تشعيب

∴ لا بد من إيجاد النهاية من اليمين ومن اليسار

$\therefore \underset{س\to ٢^{+}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٢^{+}}{\text{نها}}\, (٥س) = ٥ \times ٢ = \boxed{١٠}$

$\underset{س\to ٢^{-}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٢^{-}}{\text{نها}}\, (س^{٢}+١) = (٢)^{٢}+١ = ٤+١ = \boxed{٥}$

$\because \underset{س\to ٢^{+}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٢^{-}}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow \therefore$ $\boxed{\underset{س\to ٢}{\text{نها}}\, ق(س) \text{ غير موجودة}}$

(ج) $\underset{س\to ٤}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow ٢ \le ٤ \le ٦ \Leftarrow \therefore \underset{س\to ٤}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٤}{\text{نها}}\, (٥س) = ٥ \times ٤ = \boxed{٢٠}$

(د) $\underset{س\to ٦}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow$ بما أن س = ٦ هي نقطة تشعيب

∴ لا بد من إيجاد النهاية من اليمين ومن اليسار

$\therefore \underset{س\to ٦^{+}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٦^{+}}{\text{نها}}\, (س^{٢}-٦) = (٦)^{٢}-٦ = ٣٦ - ٦ = \boxed{٣٠}$

$\underset{س\to ٦^{-}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٦^{-}}{\text{نها}}\, (٥س) = ٥ \times ٦ = \boxed{٣٠}$

$\therefore \underset{س\to ٦^{+}}{\text{نها}}\, ق(س) = \underset{س\to ٦^{-}}{\text{نها}}\, ق(س) \Leftarrow \therefore$ $\boxed{\underset{س\to ٦}{\text{نها}}\, ق(س) = ٣٠}$

س٩: $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} ٣\text{س} - \text{أ} & ، \text{س} < ٢ \\ ١٠ & ، \text{س} > ٢ \end{cases}$ ، وكانت $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \text{ق}(\text{س})$ موجودة فجد قيمة أ

الحل: $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \text{ق}(\text{س})$ موجودة وحيث أن س = ٢ هي نقطة فصل

$\therefore \lim\limits_{\text{س} \to ٢^{+}} \text{ق}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س} \to ٢^{-}} \text{ق}(\text{س})$

$\therefore \lim\limits_{\text{س} \to ٢^{+}} (١٠) = \lim\limits_{\text{س} \to ٢^{-}} (٣\text{س} - \text{أ})$

$\therefore ١٠ = ٣ \times ٢ - \text{أ}$

$\therefore ١٠ = \cancel{٦} - \text{أ}$ ، -٦ ، -٦ $\Leftarrow \therefore \boxed{\text{أ} = -٤}$

تدريب ١ ص ٣٥:

1. $\lim\limits_{\text{س} \to ١} \dfrac{\text{س}^٢ - ٢٥}{\text{س} + ٥} = \dfrac{(١)^٢ - ٢٥}{١ + ٥} = \dfrac{١ - ٢٥}{٦} = \dfrac{-٢٤}{٦} = \boxed{-٤}$

2. $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \dfrac{٢\text{س} - ٤}{\text{س} + ٣} = \dfrac{٢ \times ٢ - ٤}{٢ + ٣} = \dfrac{٤ - ٤}{٥} = \dfrac{\text{صفر}}{٥} = \boxed{\text{صفر}}$

3. $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \dfrac{\text{س} + ٣}{\text{س}^٢ - ٤} = \dfrac{٢ + ٣}{٢^٢ - ٤} = \dfrac{٥}{٤ - ٤} = \dfrac{٥}{\text{صفر}} \Leftarrow \therefore \boxed{\text{غير موجودة}}$

4. $\lim\limits_{\text{س} \to ٣} \dfrac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} + ٣} = \dfrac{(٣)^٢ - ١}{٣ + ٣} = \dfrac{٩ - ١}{٦} = \dfrac{٨}{٦} = \boxed{\dfrac{٤}{٣}}$

تدريب $\boxed{٣}$ ص ٣٦ :

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{س \to -٣} \dfrac{س^{٢} + ٣س}{س + ٣} \Leftarrow \dfrac{(-٣)^{٢} + (٣)(-٣)}{-٣ + ٣}$

$= \dfrac{٩ - ٩}{صفر} = \dfrac{صفر}{صفر} \Leftarrow$ ∴ عدم تعيين

∴ بإخراج عامل مشترك (س) : $\dfrac{س^{٢} + ٣س}{س + ٣} = \dfrac{س\cancel{(س + ٣)}}{\cancel{(س + ٣)}}$

∴ $\lim\limits_{س \to -٣} \dfrac{س^{٢} + ٣س}{س + ٣} = \lim\limits_{س \to -٣} س = \boxed{-٣}$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{س^{٢} - ٢س}{٥س - ١٠} \Leftarrow \dfrac{(٢)^{٢} - (٢ \times ٢)}{٥ \times ٢ - ١٠} = \dfrac{٤ - ٤}{١٠ - ١٠} = \dfrac{صفر}{صفر} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بإخراج عامل مشترك : في البسط (س) وفي المقام (٥)

∴ $\dfrac{س^{٢} - ٢س}{٥س - ١٠} = \dfrac{س\cancel{(س - ٢)}}{٥\cancel{(س - ٢)}} = \dfrac{س}{٥}$

∴ $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{س^{٢} - ٢س}{٥س - ١٠} = \lim\limits_{س \to ٢} \left(\dfrac{س}{٥}\right) = \dfrac{٢}{٥} = \boxed{٠٫٤}$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{س \to -٣} \dfrac{س^{٤} + ٢٧س}{س + ٣} \Leftarrow \dfrac{(-٣)^{٤} + (٢٧)(-٣)}{-٣ + ٣} = \dfrac{٨١ - ٨١}{صفر} = \dfrac{صفر}{صفر}$

∴ عدم تعيين $\Leftarrow$ ∴ بإخراج عامل مشترك (س) : ثم بتحليل $(س^{٣} + ٢٧)$ كمجموع مكعبين

$\dfrac{س^{٤} + ٢٧س}{س + ٣} = \dfrac{س(س^{٣} + ٢٧)}{س + ٣}$

∴ $= \dfrac{(س)\cancel{(س + ٣)}(س^{٢} - ٣س + ٩)}{\cancel{(س + ٣)}} \Leftarrow \lim\limits_{س \to -٣} \dfrac{س^{٤} + ٢٧س}{س + ٣} = \lim\limits_{س \to -٣} \dfrac{(س)(س^{٢} - ٣س + ٩)}{١}$

$= -٣\left((-٣)^{٢} - (-٣)(٣) + ٩\right) = \boxed{-٨١}$

$\boxed{٤}$ $\lim\limits_{س \to ٣} \dfrac{س^٢ - ٦س + ٩}{س^٢ - ٩} \Leftarrow \dfrac{(٣)^٢ - (٣ \times ٦) + ٩}{(٣)^٢ - ٩} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

عدم تعيين ⇐ ∴ بتحليل البسط والمقام :

$\because \dfrac{س^٢ - ٦س + ٩}{س^٢ - ٩} = \dfrac{(س - ٣)\cancel{(س - ٣)}}{(س + ٣)\cancel{(س - ٣)}} = \dfrac{(س - ٣)}{(س + ٣)}$

$\therefore \lim\limits_{س \to ٣} \dfrac{س^٢ - ٦س + ٩}{س^٢ - ٩} = \lim\limits_{س \to ٣} \dfrac{س - ٣}{س + ٣} = \dfrac{٣ - ٣}{٣ + ٣} = \boxed{\text{صفر}}$

فكر وناقش ص ٣٧ : حل المثال رقم (٥) باستخدام الفرق بين مربعين :

$* \lim\limits_{س \to ١} \dfrac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} \Leftarrow \dfrac{\sqrt{١} - ١}{١ - ١} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

⇐ ∴ بتحليل المقام (س − ١) باستخدام الفرق بين مربعين إلى :

$(\sqrt{س} - ١)(\sqrt{س} + ١) \Leftarrow$

$\dfrac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} = \dfrac{\cancel{(\sqrt{س} - ١)}}{(\sqrt{س} + ١)\cancel{(\sqrt{س} - ١)}} \Leftarrow \lim\limits_{س \to ١} \dfrac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} = \lim\limits_{س \to ١} \dfrac{١}{\sqrt{س} + ١} = \dfrac{١}{\sqrt{١} + ١}$

$= \boxed{\dfrac{١}{٢}}$

تدريب $\boxed{٣}$ ص ٣٢ : $\boxed{١}$ $\lim\limits_{س \to ٥} \dfrac{٣س - ١٥}{\sqrt{س + ٢٠} - ٥} \Leftarrow \dfrac{٣ \times ٥ - ١٥}{\sqrt{٢٥} - ٥} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بالضرب بمرافق $(\sqrt{س + ٢٠} - ٥) \Leftarrow \dfrac{٣س - ١٥}{\sqrt{س + ٢٠} - ٥} \times \dfrac{\sqrt{س + ٢٠} + ٥}{\sqrt{س + ٢٠} + ٥} = \dfrac{(٣س - ١٥)(\sqrt{س + ٢٠} + ٥)}{س + ٢٠ - ٢٥}$

$= \dfrac{٣\cancel{(س - ٥)}(\sqrt{س + ٢٠} + ٥)}{\cancel{(س - ٥)}} = ٣(\sqrt{س + ٢٠} + ٥) \Leftarrow \lim\limits_{س \to ٥} \dfrac{٣س - ١٥}{\sqrt{س + ٢٠} - ٥} = \lim\limits_{س \to ٥} ٣(\sqrt{س + ٢٠} + ٥)$

$= ٣ \times (\sqrt{٢٥} + ٥) = ٣ \times ١٠ = \boxed{٣٠}$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\sqrt{س+٢} - ٢}{س - ٢} \Leftarrow \dfrac{\sqrt{٢+٢} - ٢}{٢ - ٢} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بالضرب بمرافق $(\sqrt{س+٢} - ٢) \Leftarrow$

$$\dfrac{\sqrt{س+٢} - ٢}{س - ٢} \times \dfrac{\sqrt{س+٢} + ٢}{\sqrt{س+٢} + ٢}$$

$$= \dfrac{س + ٢ - ٤}{(س - ٢)(\sqrt{س+٢} + ٢)} = \dfrac{\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}(\sqrt{س+٢} + ٢)} = \dfrac{١}{\sqrt{س+٢} + ٢}$$

$$∴ \lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\sqrt{س+٢} - ٢}{س - ٢} = \lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{١}{\sqrt{س+٢} + ٢} = \dfrac{١}{\sqrt{٢+٢} + ٢} = \boxed{\dfrac{١}{٤}}$$

تدريب $\boxed{٤}$ ص ٣٨ : $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} \Leftarrow \dfrac{\frac{١}{٢+١} - \frac{١}{٣}}{٢ - ٢} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

عدم تعيين

∴ بتوحيد المقامات:

$$\dfrac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} = \dfrac{\dfrac{(٣) \times (١)}{(٣) \times (١+س)} - \dfrac{(١+س) \times (١)}{(١+س) \times (٣)}}{\dfrac{(س - ٢)}{(١)}}$$

$$= \dfrac{٣ - (س+١)}{٣(س+١)} \div \dfrac{(س - ٢)}{١}$$

$$= \dfrac{٣ - س - ١}{٣(س+١)} \times \dfrac{١}{(س - ٢)} = \dfrac{-١\,\cancel{(٢ - س)}}{\cancel{(س - ٢)}\,٣(س+١)} = \dfrac{-١}{٣(س+١)}$$

$$∴ \lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} = \lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{-١}{٣(س+١)} = \dfrac{-١}{٣(٢+١)} = \dfrac{-١}{٣ \times ٣} = \boxed{\dfrac{-١}{٩}}$$

الأسئلة ص ٣٩ :

س١ : $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{ق(س)} = ٣$ ، $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{هـ(س)} = ٩$ أوجد قيمة ما يأتي

$\boxed{\text{أ}}$ $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)}}{\text{هـ(س)}} = \dfrac{\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{ق(س)}}{\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{هـ(س)}} = \dfrac{٣}{٩} = \boxed{\dfrac{١}{٣}}$

$\boxed{\text{ب}}$ $\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{هـ(س)} + ١}{\text{ق(س)} + \text{س} - ٥} = \dfrac{\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{هـ(س)} + ١}{\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{ق(س)} + \underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نها}}\ (\text{س} - ٥)} = \dfrac{٩ + ١}{٣ + ٢ - ٥} = \dfrac{١٠}{\text{صفر}}$

$\therefore$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

س٢ : أوجد قيمة النهاية فيما يأتي :

$\boxed{\text{أ}}$ $\underset{\text{س}\leftarrow ٠}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٢ + ١}{\text{س} + ٨} = \dfrac{(\text{صفر})^٢ + ١}{\text{صفر} + ٨} = \boxed{\dfrac{١}{٨}}$

$\boxed{\text{ب}}$ $\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٢ + ٥\text{س}}{\text{س} - ١} = \dfrac{(١)^٢ + (٥ \times ١)}{١ - ١} = \dfrac{١ + ٥}{\text{صفر}} = \dfrac{٦}{\text{صفر}} \Leftarrow \boxed{\text{غير موجودة}}$

$\boxed{\text{جـ}}$ $\underset{\text{س}\leftarrow ٤}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٤}{١٢ - ٣\text{س}} \Leftarrow \dfrac{(٤)^٢ - (٣ \times ٤) - ٤}{١٢ - ٣ \times ٤} = \dfrac{١٦ - ١٦}{١٢ - ١٢} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

$\therefore$ بتحليل البسط وإخراج عامل مشترك في المقام :

$\dfrac{\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٤}{١٢ - ٣\text{س}} = \dfrac{(\text{س} + ١)\overset{-١}{\cancel{(\text{س} - ٤)}}}{٣\cancel{(٤ - \text{س})}} = \dfrac{(-١)(\text{س} + ١)}{(٣)}$

$\therefore \underset{\text{س}\leftarrow ٤}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٤}{١٢ - ٣\text{س}} = \underset{\text{س}\leftarrow ٤}{\text{نها}} \dfrac{(-١)(\text{س} + ١)}{(٣)} = \dfrac{(-١)(٤ + ١)}{٣} = \boxed{\dfrac{-٥}{٣}}$

$\boxed{\text{د}}$ $\lim\limits_{\text{س}\to ٣} \dfrac{\text{س}^٣ - ٢٧}{٣\text{س}^٢ - ٩\text{س}} \Leftarrow \dfrac{(٣)^٣ - ٢٧}{٣(٣)^٢ - (٩\times٣)} = \dfrac{٢٧-٢٧}{٢٧-٢٧} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بتحليل البسط كفرق بين مكعبين وإخراج عامل مشترك (٣س) من المقام

$$\Leftarrow \dfrac{\text{س}^٣ - ٢٧}{٣\text{س}^٢ - ٩\text{س}} = \dfrac{\cancel{(\text{س}-٣)}(\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩)}{٣\text{س}\cancel{(\text{س}-٣)}} = \dfrac{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩}{٣\text{س}}$$

$$\therefore \lim\limits_{\text{س}\to ٣} \dfrac{\text{س}^٣ - ٢٧}{٣\text{س}^٢ - ٩\text{س}} = \lim\limits_{\text{س}\to ٣} \dfrac{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩}{٣\text{س}} = \dfrac{(٣)^٢ + (٣\times٣) + ٩}{٣\times٣} = \boxed{٣}$$

$\boxed{\text{هـ}}$ $\lim\limits_{\text{س}\to ٧} \dfrac{\frac{١}{\text{س}-٢} - \frac{١}{٥}}{٢\text{س} - ١٤} \Leftarrow \dfrac{\frac{١}{٧-٢} - \frac{١}{٥}}{٢\times٧ - ١٤} = \dfrac{\frac{١}{٥} - \frac{١}{٥}}{١٤-١٤} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ تعيين عدم

∴ بتوحيد المقامات $\Leftarrow \dfrac{\frac{١}{\text{س}-٢} - \frac{١}{٥}}{٢\text{س} - ١٤} = \dfrac{\frac{١\times٥}{٥\times(\text{س}-٢)} - \frac{١\times(\text{س}-٢)}{(\text{س}-٢)\times٥}}{\frac{٢\text{س}-١٤}{١}}$

$$= \dfrac{٥ - (\text{س}-٢)}{٥(\text{س}-٢)} \div \dfrac{٢\text{س}-١٤}{١}$$

$$= \dfrac{٥ - \text{س} + ٢}{٥(\text{س}-٢)} \times \dfrac{١}{٢\text{س}-١٤} = \dfrac{٧-\text{س}}{٥(\text{س}-٢)(٢\text{س}-١٤)} = \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(٧-\text{س})}}}{(٥)(\text{س}-٢)(٢)\cancel{(\text{س}-٧)}}$$

$$= \dfrac{-١}{١٠(\text{س}-٢)} \Leftarrow \therefore \lim\limits_{\text{س}\to ٧} \dfrac{\frac{١}{\text{س}-٢} - \frac{١}{٥}}{٢\text{س} - ١٤} = \lim\limits_{\text{س}\to ٧} \dfrac{-١}{١٠(\text{س}-٢)} = \dfrac{-١}{١٠(٧-٢)}$$

$$= \dfrac{-١}{١٠\times٥} = \dfrac{-١}{٥٠} = \boxed{-٠.٠٢}$$

$\boxed{\text{و}}$ $\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+١}-٣}{\text{س}-٨} \Leftarrow \dfrac{\sqrt{٨+١}-٣}{٨-٨} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بالضرب بمرافق $(\sqrt{\text{س}+١}-٣) \Leftarrow \dfrac{\sqrt{\text{س}+١}-٣}{\text{س}-٨} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}+١}+٣}{\sqrt{\text{س}+١}+٣}$

$$= \frac{\text{س}+١-٩}{(\text{س}-٨)(\sqrt{\text{س}+١}+٣)} = \frac{\cancel{(\text{س}-٨)}}{(\sqrt{\text{س}+١}+٣)\cancel{(\text{س}-٨)}} = \frac{١}{\sqrt{\text{س}+١}+٣}$$

∴ $\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+١}-٣}{\text{س}-٨} = \underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{١}{\sqrt{\text{س}+١}+٣} = \dfrac{١}{\sqrt{٨+١}+٣} = \dfrac{١}{٣+٣} = \boxed{\dfrac{١}{٦}}$

$\boxed{\text{ز}}$ $\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}-٧}{٣-\sqrt{\text{س}+٢}} \Leftarrow \dfrac{٧-٧}{٣-\sqrt{٧+٢}} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بالضرب بمرافق $(٣-\sqrt{\text{س}+٢}) \Leftarrow \dfrac{\text{س}-٧}{٣-\sqrt{\text{س}+٢}} \times \dfrac{٣+\sqrt{\text{س}+٢}}{٣+\sqrt{\text{س}+٢}}$

$$= \frac{(\text{س}-٧)(٣+\sqrt{\text{س}+٢})}{٩-(\text{س}+٢)} = \frac{(\text{س}-٧)(٣+\sqrt{\text{س}+٢})}{٩-\text{س}-٢}$$

$$= \frac{(٣+\sqrt{\text{س}+٢})\overset{-١}{\cancel{(\text{س}-٧)}}}{\cancel{(٧-\text{س})}} = (-١)(٣+\sqrt{\text{س}+٢})$$

∴ $\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}-٧}{٣-\sqrt{\text{س}+٢}} = \underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}} (-١)(٣+\sqrt{\text{س}+٢}) = (-١)\times(٣+\sqrt{٧+٢})$

$$= (-١)\times(٣+\sqrt{٩}) = (-١)\times(٣+٣) = (-١)\times(٦) = \boxed{-٦}$$

س٣ ص٤٠ : ق(س) = س ، جد $\text{نها}_{س \leftarrow -٣} \dfrac{ق^٢(س) - ق(٩)}{س+٣}$

الحل : ق(س) = س ∴ ق(٩) = ٩ ⇐ ق²(س) = س²

* نعوض ق(س) و ق(٩) في النهاية

$$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow -٣} \frac{ق^٢(س) - ق(٩)}{س+٣} = \text{نها}_{س \leftarrow -٣} \frac{س^٢ - ٩}{س+٣} \Leftarrow \frac{(-٣)^٢ - ٩}{-٣+٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow \text{عدم تعيين}$$

∴ بتحليل البسط كفرق بين مربعين :

$$\frac{س^٢ - ٩}{س+٣} = \frac{(س-٣)\cancel{(س+٣)}}{\cancel{(س+٣)}}$$

$$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow -٣} \frac{ق^٢(س) - ق(٩)}{س+٣} = \text{نها}_{س \leftarrow -٣} (س-٣) = -٣ - ٣ = \boxed{-٦}$$

س٤ : $\text{نها}_{س \leftarrow ٥}$ ق(س) = -٧ ، $\text{نها}_{س \leftarrow ٥}$ ه(س) = ٢ ، بين أن $\text{نها}_{س \leftarrow ٥} \dfrac{٢ق(س) - ٣ه(س)}{ق(س)+س+٧} = -٤$

الحل :

$$\text{نها}_{س \leftarrow ٥} \frac{٢ق(س) - ٣ه(س)}{ق(س)+س+٧} = \frac{٢\,\text{نها}_{س \leftarrow ٥} ق(س) - ٣\,\text{نها}_{س \leftarrow ٥} ه(س)}{\text{نها}_{س \leftarrow ٥} ق(س) + \text{نها}_{س \leftarrow ٥} (س+٧)} = \frac{(٢ \times -٧) - (٣ \times ٢)}{-٧ + ٥ + ٧}$$

$$= \frac{-١٤ - ٦}{٥} = \frac{-٢٠}{٥} = \boxed{-٤}$$ وهو المطلوب #.

س٥ : ق(س) = $\dfrac{١}{س-٢}$ ، جد $\text{نها}_{ه \leftarrow ٠} \dfrac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$

الحل : ق(س) = $\dfrac{١}{س-٢}$ ، ∴ ق(س+ه) = $\dfrac{١}{س+ه-٢}$

$$\therefore \text{نها}_{ه \leftarrow ٠} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه} = \text{نها}_{ه \leftarrow ٠} \frac{\frac{١}{س+ه-٢} - \frac{١}{س-٢}}{ه} \Leftarrow \frac{\frac{١}{س+٠-٢} - \frac{١}{س-٢}}{\text{صفر}}$$

$$= \frac{\frac{١}{س-٢} - \frac{١}{س-٢}}{\text{صفر}} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow \text{عدم تعيين} \Leftarrow \therefore \text{بتوحيد المقامات :}$$

$$\text{نها}_{ه \leftarrow ٠} \frac{\frac{١}{س+ه-٢} - \frac{١}{س-٢}}{ه} \Leftarrow \frac{\frac{١}{س+ه-٢} - \frac{١}{س-٢}}{ه} = \frac{\frac{(١)\times(س-٢)}{(س-٢)(س+ه-٢)} - \frac{(١)\times(س+ه-٢)}{(س+ه-٢)(س-٢)}}{\frac{ه}{١}}$$

⇐

$$= \frac{\dfrac{(س-٢)}{(س+هـ-٢)(س-٢)} - \dfrac{(س+هـ-٢)}{(س-٢)(س+هـ-٢)}}{\dfrac{هـ}{١}} = \frac{\dfrac{(س-٢)-(س+هـ-٢)}{(س+هـ-٢)(س-٢)}}{\dfrac{هـ}{١}}$$

$$= \frac{\cancel{س}-\cancel{٢}-\cancel{س}-هـ+\cancel{٢}}{(س+هـ-٢)(س-٢)} \div \frac{هـ}{١} = \frac{-\cancel{هـ}}{(س+هـ-٢)(س-٢)} \times \frac{١}{\cancel{هـ}}$$

$$= \frac{-١}{(س+هـ-٢)(س-٢)}$$

$$\therefore \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to صفر} \frac{-١}{(س+هـ-٢)(س-٢)} = \frac{-١}{(س+٠-٢)(س-٢)}$$

$$= \frac{-١}{(س-٢)(س-٢)} = \boxed{\frac{-١}{(س-٢)^{٢}}}$$

ح/ $\lim_{س \to ١} \dfrac{س^{٢}+س-٢}{س^{٢}-١} \Leftarrow \dfrac{(١)^{٢}+(١)-٢}{(١)^{٢}-١} = \dfrac{١+١-٢}{١-١} = \dfrac{صفر}{صفر} \Leftarrow$ عدم تعيين

$\therefore$ بتحليل البسط وتحليل المقام $\Leftarrow \dfrac{س^{٢}+س-٢}{س^{٢}-١} = \dfrac{\cancel{(س-١)}(س+٢)}{(س+١)\cancel{(س-١)}} = \dfrac{س+٢}{س+١}$

$$\therefore \lim_{س \to ١} \frac{س^{٢}+س-٢}{س^{٢}-١} = \lim_{س \to ١} \frac{س+٢}{س+١} = \frac{١+٢}{١+١} = \boxed{\frac{٣}{٢}}$$

* تدريب $\boxed{1}$ ص ٤٣ : $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \left(\sqrt{\text{ق}(س) - \text{هـ}(س)} + س\,\text{هـ}(س) \right)$

حيث : $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = ٢٤$ ، $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) = ٨$

الحل : $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \left(\sqrt{\text{ق}(س) - \text{هـ}(س)} + س\,\text{هـ}(س) \right)$

$= \sqrt{\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) - \underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س)} + \left(\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ س \times \underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) \right)$

$= \sqrt{٢٤ - ٨} + (٣ \times ٨)$

$= \sqrt{١٦} + ٢٤ = ٤ + ٢٤ = \boxed{٢٨}$

تدريب $\boxed{2}$ ص ٤٤ : $\boxed{1}$ $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} \sqrt{٢س + ١} = \sqrt{٢ \times ٤ + ١} = \sqrt{٩} = \boxed{٣}$

$\boxed{2}$ $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نها}} \sqrt{س^{٢}} = \sqrt{(-١)^{٢}} = \sqrt{١} = \boxed{١}$

$\boxed{3}$ $\underset{س \leftarrow ١^{-}}{\text{نها}} \sqrt[٤]{س - ١}$ ⇐ بما أن $س \leftarrow ١^{-}$ ⇐ ∴ $(س - ١) < ٠$ ⇐ ∴ $\boxed{\underset{س \leftarrow ١^{-}}{\text{نها}} \sqrt[٤]{س - ١}\ \text{غير موجودة}}$

$\boxed{4}$ $\underset{س \leftarrow ١^{+}}{\text{نها}} \sqrt{س - ١}$ ⇐ بما أن $س \leftarrow ١^{+}$ ⇐ ∴ $(س - ١) > ٠$ ⇐ ∴ $\underset{س \leftarrow ١^{+}}{\text{نها}} \sqrt{س - ١} = \sqrt{١ - ١} = \sqrt{٠}$
$= \boxed{\text{صفر}}$

$\boxed{5}$ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \sqrt[٤]{س - ١}$ ⇐ بما أن $\underset{س \leftarrow ١^{-}}{\text{نها}} \sqrt[٤]{س - ١}$ غير موجودة (فرع $\boxed{3}$) ⇐ ∴ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \sqrt[٤]{س - ١}$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

$\boxed{6}$ $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \sqrt{٢س}$

$\underset{س \leftarrow ٠^{+}}{\text{نها}} \sqrt{٢س}$ ⇐ بما أن $س \leftarrow ٠^{+}$ ⇐ ∴ $٢س > ٠$ ⇐ ∴ $\underset{س \leftarrow ٠^{+}}{\text{نها}} \sqrt{٢س} = \sqrt{٢ \times ٠} = \boxed{٠}$

$\underset{س \leftarrow ٠^{-}}{\text{نها}} \sqrt{٢س}$ ⇐ بما أن $س \leftarrow ٠^{-}$ ⇐ ∴ $٢س < ٠$ ⇐ ∴ $\underset{س \leftarrow ٠^{-}}{\text{نها}} \sqrt{٢س}$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

∴ $\boxed{\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \sqrt{٢س}\ \text{غير موجودة}}$

فكرو ناقش ص٤٤ : ادعاء خالد ليس صحيحاً لأنه تعميم خاطئ فإن نهاية الجذر تختلف إذا كان دليله (ن) فردياً أو زوجياً كالتالي :

① إذا كان (ن) فردي فإن النهاية = التعويض المباشر مهما كان الرقم (موجب ، سالب ، صفر) وذلك لأن الجذر الفردي مجاله ح

مثال: المثال ① ص٤١ فرع ١ + فرع ٢

② وإذا كان (ن) زوجي فإن النهاية تختلف حسب إشارة ما داخل الجذر كالتالي :

أ إشارة ما داخل الجذر سالبة (أقل من صفر) ⇐ النهاية غير موجودة

مثال : المثال ① ص٤١ فرع ٤

ب إشارة ما داخل الجذر موجبة (أكبر من صفر) ⇐ النهاية = التعويض المباشر

مثال : المثال ① ص٤١ فرع ٣

جـ التعويض المباشر في ما داخل الجذر يعطي صفراً

∴ نأخذ النهاية من اليمين (أكبر من العدد بقليل) ومن اليسار (أصغر من العدد بقليل)

ثم نجد ⇐ * اليمين = اليسار ⇐ ∴ موجودة وتساوي صفراً

* اليمين ≠ اليسار (أو أحدهما غير موجود) ⇐ ∴ غير موجودة

مثال : المثال ③ ص٤٣ فرع ١ + ٢ + ٣ + ٤

الأسئلة ص ٤٥

س١: $\lim\limits_{س \to ٣^+} ق(س) = -٦٤$ فجد قيمة ما يأتي:

أ) $\lim\limits_{س \to ٣} \sqrt[٣]{ق(س)} = \sqrt[٣]{\lim\limits_{س \to ٣} ق(س)} = \sqrt[٣]{-٦٤} = \boxed{-٤}$

ب) $\lim\limits_{س \to ٣} \sqrt{ق(س)}$ ⇐ ن = ٢ (زوجي) ⇐ $\lim\limits_{س \to ٣} ق(س) = -٦٤$ (قيمة سالبة)

∴ $\lim\limits_{س \to ٣} \sqrt{ق(س)}$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

جـ) $\lim\limits_{س \to ٣} \left(\sqrt[٣]{ق(س)} + س^٢ + ٥س - ٣\right) = \sqrt[٣]{\lim\limits_{س \to ٣} ق(س)} + \lim\limits_{س \to ٣} (س^٢ + ٥س - ٣)$

$= \sqrt[٣]{-٦٤} + \left((٣)^٢ + (٥ \times ٣) - ٣\right) = -٤ + (٩ + ١٥ - ٣)$

$= -٤ + ٢٤ - ٣ = \boxed{١٧}$

د) $\lim\limits_{س \to ٣} \left(\sqrt[٥]{\frac{ق(س)}{٢}} + س - ٥\right) = \sqrt[٥]{\frac{\lim\limits_{س \to ٣} ق(س)}{\lim\limits_{س \to ٣} ٢}} + \lim\limits_{س \to ٣} (س - ٥)$

$= \sqrt[٥]{\frac{-٦٤}{٢}} + ٣ - ٥ = \sqrt[٥]{-٣٢} - ٢ = -٢ - ٢ = \boxed{-٤}$

س٢: أ) $\lim\limits_{س \to ٣^+} \sqrt{س - ٣}$ ⇐ بما أن $س \to ٣^+$ ⇐ ∴ $(س - ٣) > ٠$

∴ $\lim\limits_{س \to ٣^+} \sqrt{س - ٣} = \sqrt{٣ - ٣} = \sqrt{\text{صفر}} = \boxed{\text{صفر}}$

ب) $\lim\limits_{س \to -٥} \left(\sqrt[٣]{٣ - س} + س^٢ - ٤\right) = \sqrt[٣]{٣ - -٥} + (٥)^٢ - ٤ = ٢٧ - ٤ = \boxed{٢٣}$

جـ) $\lim\limits_{س \to -٢} \sqrt[٣]{٤ - س^٢} = \sqrt[٣]{٤ - (-٢)^٢} = \sqrt[٣]{٤ - ٤} = \sqrt[٣]{\text{صفر}} = \boxed{\text{صفر}}$

د) $\lim\limits_{س \to ٢} \sqrt[٤]{٤ - س^٢}$ ⇐ فحص إشارة ما داخل الجذر لأن ن (٤) زوجي ؛ ∵ $٤ - س^٢ = ٠$ ∴ $(٢ - س)(٢ + س) = ٠$

− − − | + + + | − − − (-٢ ، ٢)

⇐ $س \to ٢^+$ تكون $(٤ - س^٢) <$ صفر (سالبة)

∴ $\lim\limits_{س \to ٢^+} \sqrt[٤]{٤ - س^٢}$ غير موجودة

و $س \to ٢^-$ تكون $(٤ - س^٢) >$ صفر (موجبة)

∴ $\lim\limits_{س \to ٢^-} \sqrt[٤]{٤ - س^٢} =$ صفر

⇐ ∴ $\lim\limits_{س \to ٢} \sqrt{٤ - س^٢}$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

فكر وناقش ص ٤٨ :

نعم لأنه في كثير الحدود دائماً النهاية من اليمين = النهاية من اليسار = الصورة
وهي تعويض العدد مباشرة في الاقتران .

تدريب ① ص ٤٩ : ① ق معرف عندما س = ٠ ، ق(٠) = $٠^٢ + ٢$ = $\boxed{٢}$

* $\underset{س \to ٠^+}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٠^-}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٠}{نها}$ ق(س) = نها $(س^٢ + ٢)$ = $٠^٢ + ٢$ = $\boxed{٢}$

* ق(٠) = $\underset{س \to ٠}{نها}$ ق(س) = $\boxed{٢}$ ⟸ ∴ ق(س) متصل عندما س = ٠

② ق معرف عندما س = ١ ، ق(١) = ٣ × ١ = $\boxed{٣}$

$\underset{س \to ١^+}{نها}$ ق(س) = نها (٣س) = ٣ × ١ = $\boxed{٣}$ ، $\underset{س \to ١^-}{نها}$ ق(س) = نها $(س^٢ + ٢)$ = $١^٢ + ٢$ = $\boxed{٣}$

∴ ق(١) = $\underset{س \to ١}{نها}$ ق(س) = $\boxed{٣}$ ⟸ ∴ ق(س) متصل عندما س = ١

③ ق غير معرف عندما س = ٣ ، ق(٣) ⟸ غير موجودة ⟸ ∴ ق(س) غير متصل عندما س = ٣

تدريب ② ص ٤٩ : ق معرف عندما س = ٢ ⟸ ق(٢) = $\boxed{٤}$

$\underset{س \to ٢^+}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٢^-}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٢}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٢}{نها} \left(\frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢}\right)$ ⟸ $\frac{صفر}{صفر}$ ⟸ عدم تعيين

∴ $\frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢}$ = $\frac{س\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}}$ = س ⟸ $\underset{س \to ٢}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ٢}{نها}$ س = $\boxed{٢}$

∴ ق(٢) ≠ $\underset{س \to ٢}{نها}$ ق(س) ⟸ ∴ ق(س) غير متصل عندما س = ٢

تدريب ③ ص ٥٢ : ① ق متصل عندما س = -٢ ⟸ ∴ ق(-٢) = $\underset{س \to -٢^+}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to -٢^-}{نها}$ ق(س)

∴ (أ × -٢) + ٦ = $٢(-٢)^٣ + ٤$ ⟸ -٢أ $\cancel{+٦}$ = -١٢ ، $\cancel{-٦}$ -٦ ⟸ $\frac{-٢أ}{\cancel{-٢}}$ = $\frac{-١٨}{-٢}$ ⟸ $\boxed{أ = ٩}$

② ق متصل عندما س = ١ ⟸ ق(١) = $\underset{س \to ١^+}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ١^-}{نها}$ ق(س) ∴ $\underset{س \to ١^+}{نها}$ (س - ب) = ١ - ب = ٧ ∴ $\boxed{ب = -٦}$

* $\underset{س \to ١^-}{نها}$ (أس + ٣) = ٧ ⟸ أ × ١ + ٣ = ٧ ⟸ أ + $\cancel{٣}$ = ٧ ، $\cancel{-٣}$ -٣ ⟸ $\boxed{أ = ٤}$

الأسئلة ص٥٣

س١: قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل هي: س = ١ ، س = ٣ [الفجوات]

س٢: ق معرف عندما س = ١ ، ق(١) = ٢×١ = $\boxed{٢}$

$\lim_{س \leftarrow ١^+}$ ق(س) = $\lim_{س \leftarrow ١^+}$ (٢س) = ٢×١ = $\boxed{٢}$ ، $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ ق(س) = $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ (س٢ − ١) = ١٢ − ١ = $\boxed{صفر}$

∴ $\lim_{س \leftarrow ١}$ ق(س) غير موجودة (لأن $\lim_{س \leftarrow ١^+}$ ق(س) ≠ $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ ق(س)) ⟸ ∴ ق(س) غير متصل عندما س = ١

س٣: هـ معرف عند س = ١ ⟸ هـ(١) = $\boxed{٣}$ ، $\lim_{س \leftarrow ١^+}$ هـ(س) = $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ هـ(س) = $\lim_{س \leftarrow ١}$ $\frac{٥}{١+س}$ = $\frac{٥}{١+١}$ = $\boxed{\frac{٥}{٢}}$

∴ هـ(١) ≠ $\lim_{س \leftarrow ١}$ هـ(س) ⟸ ∴ هـ(س) غير متصل عندما س = ١

س٤: $\boxed{أ}$ ق(س) معرف عند س = ١ ⟸ ق(١) = ١٣ + ٣ = $\boxed{٤}$

$\lim_{س \leftarrow ١^+}$ ق(س) = ق(١) = $\boxed{٤}$ ، $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ ق(س) = $\lim_{س \leftarrow ١^-}$ (٥ − س) = ٥ − ١ = $\boxed{٤}$

∴ $\lim_{س \leftarrow ١}$ ق(س) = $\boxed{٤}$ ⟸ ∴ ق(١) = $\lim_{س \leftarrow ١}$ ق(س) ⟸ ∴ ق(س) متصل عندما س = ١

$\boxed{ب}$ ق(س) معرف عند س = −١ ، ق(−١) = $\lim_{س \leftarrow -١^+}$ ق(−١) = ٥ − −١ = $\boxed{٦}$

$\lim_{س \leftarrow -١^-}$ ق(س) = $\lim_{س \leftarrow -١}$ (س٢ + ٣) = (−١)٢ + ٣ = $\boxed{٤}$ ⟸ ∴ $\lim_{س \leftarrow -١^+}$ ق(س) ≠ $\lim_{س \leftarrow -١^-}$ ق(س) ⟸ ∴ ق(س) غير متصل عند س = −١

س٥: ق متصل عند س = ٣ ⟸ ∴ ق(٣) = $\lim_{س \leftarrow ٣}$ ق(س) ⟸ ∴ ٣م + ٢ = $\lim_{س \leftarrow ٣}$ $\frac{٣ - س}{س - ٣}$

لكن $\lim_{س \leftarrow ٣}$ $\frac{٣ - س}{س - ٣}$ ⟸ $\frac{صفر}{صفر}$ عدم تعيين ⟸ ∴ $\cancel{\frac{٣ - س}{س - ٣}}$ −١ ⟸ $\lim_{س \leftarrow ٣}$ $\frac{٣ - س}{س - ٣}$ = $\lim_{س \leftarrow ٣}$ −١ = −١

∴ ٣م + $\cancel{٢}$ = −١ / −٢ ⟸ $\frac{\cancel{٣}م}{\cancel{٣}}$ = $\frac{-٣}{٣}$ ⟸ $\boxed{م = -١}$

س٦ ص٥٤: هـ متصل عند س = ٢ ⟸ ∴ هـ(٢) = $\lim_{س \leftarrow ٢^+}$ هـ(س) = $\lim_{س \leftarrow ٢^-}$ هـ(س)

∴ $\lim_{س \leftarrow ٢^+}$ (ب س + ٦) = ٨ ⟸ ٢ب + $\cancel{٦}$ = ٨ / −٦ −٦ ⟸ $\frac{\cancel{٢}ب}{\cancel{٢}}$ = $\frac{٢}{٢}$ ⟸ $\boxed{ب = ١}$

* $\lim_{س \leftarrow ٢^-}$ (س + أ) = ٨ ⟸ $\cancel{٢}$ + أ = ٨ / −٢ ⟸ $\boxed{أ = ٦}$

س٧ ص٤٦ : ل متصل عند س = ١ ⇐ ∴ ل(١) = نها_(س←١⁺) ل(س) = نها_(س←١⁻) ل(س)

∴ نها_(س←١⁺) (أس^٣ + ب س + ٢) = ٤ ⇐ ∴ أ + ب + ~~٢~~ = ~~٤~~ ⇐ ∴ $\boxed{\text{أ + ب = ٢}}$ ... ①

* نها_(س←١⁻) (أس − ب) = ٤ ⇐ ∴ $\boxed{\text{أ − ب = ٤}}$ ... ②

نحل المعادلتين ① ، ② بالحذف أو التعويض :

* **بالحذف** :
أ + ~~ب~~ = ٢
أ − ~~ب~~ = ٤
———————
~~٢~~أ = ٦/٢ ⇐ $\boxed{\text{أ = ٣}}$ ⇐ نعوض قيمة أ في إحدى المعادلتين ① أو ② :

~~٣~~ + ب = ٢
−٣   −٣ ⇐ $\boxed{\text{ب = −١}}$

س٨ : ق متصل عند س = ٢ ⇐ ∴ ق(٢) = نها_(س←٢) ق(س) ⇐ لكن ٢ نها_(س←٢) ق(س) + ~~٢~~ = ٦
−~~٢~~ −٢

∴ ~~٢~~ نها_(س←٢) ق(س) = ٤/٢ ⇐ نها_(س←٢) ق(س) = ٢ ⇐ ∴ $\boxed{\text{ق(٢) = ٢}}$

فكر وناقش ص٥٦ : نجد ل(س) = (ق × هـ)(س) = { (س^٣ + ٥س)(٥س) ، س ≤ ٠
(س^٣ + ٥س)(س^٢) ، س > ٠

∴ ل(س) = { ٥س^٤ + ٢٥س^٢ ، س ≤ ٠
س^٥ + ٥س^٣ ، س > ٠

ثم نبحث في اتصال ل(س) عندما س = ٠

* ل(س) معرف عند س = ٠ ⇐ ل(٠) = ٥ × ٠^٤ + ٢٥ × ٠^٢ = $\boxed{\text{صفر}}$ = نها_(س←٠⁻) ل(س)

* نها_(س←٠⁺) ل(س) = نها_(س←٠⁺) (س^٥) = ٠^٥ = $\boxed{\text{صفر}}$ ⇐ نها_(س←٠⁺) ل(س) = نها_(س←٠⁻) ل(س) = نها_(س←٠) ل(س) = صفر

∴ ل(٠) = نها_(س←٠) ل(س) ⇐ ∴ ل(س) متصل عندما س = ٠ .

تدريب ① ص٥٦ : نبحث في اتصال ق(س) عند س = ٣ ⇐ ق متصل عند س = ٣ لأنه كثير حدود متصل على ح

نبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٣ ⇐ هـ معرف عند س = ٣ ⇐ هـ(٣) = نها_(س←٣⁻) هـ(س) = ٣ − ١ = $\boxed{٢}$

نها_(س←٣⁺) هـ(س) = نها_(س←٣⁺) (٥ − س) = ٥ − ٣ = $\boxed{٢}$ ⇐ ∴ هـ(٣) = نها_(س←٣⁺) هـ(س) = نها_(س←٣⁻) هـ(س) = نها_(س←٣) هـ(س)

∴ هـ(س) متصل عند س = ٣

∴ (ق + هـ)(س) متصل عند س = ٣ لأنه ناتج جمع متصلين عند س = ٣ .

نشاط صـ ٥٧ :

[١] (أ) ق(س) متصل عند س = ٢ لأنه كثير حدود متصل على ح

(ب) $هـ(٢) = \lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = -٣$ ، $\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = ٣$ ⟸ $\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) \neq \lim_{س \to ٢^-} هـ(س)$

∴ هـ(س) غير متصل عند س = ٢ لأن $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$ غير موجودة

(جـ) $م(س) = ق(س) \times هـ(س) = \begin{cases} (-٣)(س^٢ - ٤س + ٤) & ، س \leq ٢ \\ (٣)(س^٢ - ٤س + ٤) & ، س > ٢ \end{cases}$

∴ $م(س) = \begin{cases} -٣س^٢ + ١٢س - ١٢ & ، س \leq ٢ \\ ٣س^٢ - ١٢س + ١٢ & ، س > ٢ \end{cases}$

(د) نبحث في اتصال م(س) عندما س = ٢ :

$م(٢) = \lim_{س \to ٢^-} م(س) = -٣(٢)^٢ + ١٢(٢) - ١٢ = -٣ \times ٤ + ٢٤ - ١٢ = \boxed{صفر}$

$\lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim (٣س^٢ - ١٢س + ١٢) = ٣ \times (٢)^٢ - ١٢(٢) + ١٢ = ١٢ - ٢٤ + ١٢ = \boxed{صفر}$

∴ $\lim_{س \to ٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim_{س \to ٢} م(س) = م(٢) = \boxed{صفر}$

∴ م(س) متصل عندما س = ٢

---

[٢] (أ) ق(س) متصل عندما س = ٣ لأنه كثير حدود متصل على ح

(ب) $هـ(٣) = \lim_{س \to ٣^-} هـ(س) = \boxed{٨}$ ، $\lim_{س \to ٣^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٣^+} س = \boxed{٣}$ ⟸ $\lim_{س \to ٣^+} هـ(س) \neq \lim_{س \to ٣^-} هـ(س)$

∴ $\lim_{س \to ٣} هـ(س)$ غير موجودة

∴ هـ(س) غير متصل عندما س = ٣

(جـ) $ل(س) = ق(س) + هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + ٥س + ٣ + ٨ & ، س \leq ٣ \\ س^٢ + ٥س + ٣ + س & ، س > ٣ \end{cases}$

∴ $ل(س) = \begin{cases} س^٢ + ٥س + ١١ & ، س \leq ٣ \\ س^٢ + ٦س + ٣ & ، س > ٣ \end{cases}$

(د) $ل(٣) = \lim_{س \to ٣^-} ل(س) = (٣)^٢ + (٥ \times ٣) + ١١ = ٩ + ١٥ + ١١ = \boxed{٣٥}$

$\lim_{س \to ٣^+} ل(س) = (٣)^٢ + (٦ \times ٣) + ٣ = ٩ + ١٨ + ٣ = \boxed{٣٠}$

∴ $\lim_{س \to ٣^+} ل(س) \neq \lim_{س \to ٣^-} ل(س)$ ⟸ ∴ $\lim_{س \to ٣} ل(س)$ غير موجودة ⟸ ∴ ل(س) غير متصل عندما س = ٣

تدريب ② ص٥٩ : ∴ $م(س) = ق(س) \times هـ(س) = \begin{cases} (س^٢+٥س)(س^٢+٦) ، & س \le -١ \\ (س^٢+٥س)(٣٥-س) ، & س > -١ \end{cases}$

∴ $م(س) = \begin{cases} س^٤+٥س^٣+٦س^٢+٣٠س ، & س \le -١ \\ -س^٣+٣٠س^٢+١٧٥س ، & س > -١ \end{cases}$

نبحث في اتصال م(س) عندما س = -١

$م(-١) = \lim_{س \to -١^-} م(س) = (-١)^٤ + ٥(-١)^٣ + ٦(-١)^٢ + ٣٠(-١) = ١ - ٥ + ٦ - ٣٠ = \boxed{-٢٨}$

$\lim_{س \to -١^+} م(س) = \lim_{س \to -١^+} (-س^٣ + ٣٠س^٢ + ١٧٥س) = -(-١)^٣ + ٣٠(-١)^٢ + ١٧٥(-١) = \boxed{-١٤٤}$

∴ $\lim_{س \to -١^+} م(س) \ne \lim_{س \to -١^-} م(س)$ ⇐ ∴ $\lim_{س \to -١} م(س)$ غير موجودة ⇐ ∴ م(س) غير متصل عند س = -١

تدريب ③ ص٦٠ :

① قيم س التي يكون عندها ق(س) غير متصل هي ∅ (لا يوجد قيم)
لأن ق(س) اقتران كثير حدود وهو متصل على ح

② هـ(س) غير متصل عند أصفار المقام ⇐ $س^٢ + ٥س + ٦ =$ صفر

∴ $(س+٣)(س+٢) =$ صفر ⇐ إما $\cancel{س+٣} =$ صفر ⇐ $\boxed{س = -٣}$

أو $\cancel{س+٢} =$ صفر ⇐ $\boxed{س = -٢}$

∴ نقاط عدم اتصال هـ(س) هي: $\boxed{س = -٣ ، س = -٢}$

③ ل(س) غير متصل عند أصفار المقام ⇐ $س^٣ - ١ =$ صفر ⇐ $س^٣ = ١$ ⇐ $\boxed{س = ١}$

∴ ل(س) غير متصل عندما $\boxed{س = ١}$

الأسئلة ص ٦١

س١: $\text{ل}(\text{س}) = ٢\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} (٢)(٥\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ١) + \text{س} + ٩ \text{ ، } \text{س} \leq ٢ \\ (٢)(٥\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ١) + ٥\text{س} + ١ \text{ ، } \text{س} > ٢ \end{cases}$

$\therefore \text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} ١٠\text{س}^٢ + ١١\text{س} + ٧ \text{ ، } \text{س} \leq ٢ \\ ١٠\text{س}^٢ + ١٥\text{س} - ١ \text{ ، } \text{س} > ٢ \end{cases}$ ⟸ نبحث في اتصال ل(س) عندما س = ٢

$\text{ل}(٢) = \lim_{\text{س} \to ٢^-} \text{ل}(\text{س}) = ١٠(٢)^٢ + ١١(٢) + ٧ = \boxed{٦٩}$

$\lim_{\text{س} \to ٢^+} \text{ل}(\text{س}) = ١٠(٢)^٢ + ١٥(٢) - ١ = \boxed{٦٩}$

$\therefore \lim_{\text{س} \to ٢^+} \text{ل}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to ٢^-} \text{ل}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to ٢} \text{ل}(\text{س}) = \text{ل}(٢)$ ⟸ ل(س) متصل عند س = ٢

س٢: ق(س) متصل على س = ٠ ، لأنه كثير حدود متصل على ح

نبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٠

$\text{هـ}(٠) = \lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{هـ}(\text{س}) = ٤ - (٠)^٣ = \boxed{٤}$ ، $\lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{هـ}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to ٠^-} (\text{س} + ٤) = \boxed{٤}$

$\therefore \text{هـ}(٠) = \lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{هـ}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{هـ}(\text{س}) = \boxed{٤}$ ⟸ ∴ هـ(س) متصل عند س = ٠

∴ ل(س) = (ق × هـ)(س) متصل عند س = ٠ لأنه حاصل ضرب متصلين عند س = ٠

س٣: $(\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س}) = \begin{cases} \frac{(٥ - \text{س})(\text{س} - ٣)}{\text{س}^٢ - ٢٥} \text{ ، } \text{س} < ٥ \\ \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٥)}{\text{س}^٢ - ٢٥} \text{ ، } \text{س} \geq ٥ \end{cases} = \begin{cases} \frac{-(\text{س} - ٣)}{\text{س} + ٥} \text{ ، } \text{س} < ٥ \\ \frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٥} \text{ ، } \text{س} \geq ٥ \end{cases}$

$\therefore \lim_{\text{س} \to ٥^-} (\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س}) \Leftarrow \frac{-٢}{١٠} \neq \lim_{\text{س} \to ٥^+} (\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س}) \Leftarrow \frac{٢}{١٠}$

$\therefore \lim_{\text{س} \to ٥} (\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س})$ غير موجودة ⟸ ∴ (ق × هـ)(س) غير متصل عند س = ٥

س٤: لا ، ليس شرطاً فمن الممكن أن يكون ناتج جمع اقترانين غير متصلين (أو أحدهما غير متصل) فيصبح ناتج الجمع اقتراناً جديداً وقد يكون متصلاً عند نفس الرقم

س٥: [أ] لا يوجد نقاط عدم اتصال لأنه كثير حدود متصل على ح

[ب] نقاط عدم الاتصال هي أصفار المقام:

س^{٢} − ٥س + ٦ = صفر ⟸ (س − ٣)(س − ٢) = صفر

∴ س − ٣ = صفر ⟸ $\boxed{\text{س} = ٣}$ أو س − ٢ = صفر ⟸ $\boxed{\text{س} = ٢}$
+٣ +٣ +٢ +٢

[جـ] س^{٢} − ١ = صفر ⟸ (س − ١)(س + ١) = صفر

س − ١ = صفر ⟸ $\boxed{\text{س} = ١}$ أو س + ١ = صفر ⟸ $\boxed{\text{س} = −١}$
+١ +١ −١ −١

* وكذلك $\boxed{\text{س} = \text{صفر}}$ ⟸ (لأنها مقام $\frac{٥}{\text{س}}$)

[د] $\boxed{\text{س} = ٢}$ لأن نهـا$_{\text{س} \leftarrow ٢^{+}}$ ق(س) = ٦ − ٢ = $\boxed{٤}$ و نهـا$_{\text{س} \leftarrow ٢^{-}}$ ق(س) = ٢^{٣} + ٣ = $\boxed{١١}$

∴ نهـا$_{\text{س} \leftarrow ٢}$ ق(س) غير موجودة ⟸ ∴ ق(س) غير متصل عند س = ٢

س٦: ل(س) = ق(س) × هـ(س) ⟸

ق(س) معرف على ح

لكن هـ(س) معرف على ح ماعدا أصفار المقام: س^{٢} − ٩ = ٠ ⟸ س = −٣ ، +٣

∴ هـ(س) غير معرف على س = ٣

∴ ق(س) × هـ(س) غير معرف عند س = ٣

∴ ل(س) غير متصل عند س = ٣

أسئلة الوحدة ص ٦٣

س١: (أ) ق(٢) = $\boxed{-١,٥}$

(ب) نها ق(س) ، $س \leftarrow ١$: من اليمين = ١,٧٥ ومن اليسار = ١,٧٥

∴ نها ق(س) ، $س \leftarrow ١$ = $\boxed{١,٧٥}$

(جـ) نها ق(س) ، $س \leftarrow ٢$:

$س \leftarrow ٢^+ = ٢$

$س \leftarrow ٢^- = -٢$

$٢ \neq -٢ \Leftarrow$ $\boxed{\text{غير موجودة}}$

(د) $\boxed{س = ٢}$

(هـ) نها $\left((ق(س))^٢ - س + ٢\right)$ ، $س \leftarrow ٠$ = $\left(\text{نها ق(س)}\right)^٢ - ٠ + ٢ = \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ + ٢$

$= \boxed{٢,٢٥}$

س٢: ∵ $\left(\text{نها ق(س)}\right)^٣ + ٢ = ٢٩$ ⟸ نها ق(س) ، $س \leftarrow ١$ = ٣ ، نها هـ(س) ، $س \leftarrow ١$ = −٣

∴ (أ) نها ق(س) + ٢ نها هـ(س) + ١ = ٣ + (٢ × −٣) + ١ = $\boxed{-٢}$

(ب) نها ق(س) × نها هـ(س) = ٣ × −٣ = $\boxed{-٩}$

س٣: ق متصل عند س = ١ ⟸ ∴ نها ق(س) ، $س \leftarrow ١^+$ = ق(١) و نها ق(س) ، $س \leftarrow ١^-$ = ق(١)

∴ نها $(س^٢ - ٤ب - ٦)$ ، $س \leftarrow ١^+$ = ٧ ⟸ ∴ $(١)^٢ - ٤ب - ٦ = ٧$ ⟸ $\frac{-٤ب}{-٤} = \frac{١٢}{-٤}$

$\boxed{ب = -٣}$

∴ نها $(٢أس^٣ + ب)$ ، $س \leftarrow ١^-$ = ٧

∴ $٢أ \times (١)^٣ + (-٣) = ٧$ ⟸ ∴ $\frac{٢أ}{٢} = \frac{١٠}{٢}$ ⟸ $\boxed{أ = ٥}$

س٤ :

(أ) $\underset{\text{س} \leftarrow -١}{\text{نها}} \left(\sqrt{٣-\text{س}}\right) + \underset{\text{س} \leftarrow -١}{\text{نها}} \left(\frac{\text{س}+١}{\text{س}^٢+١}\right)$

$= \sqrt{٣--١} + \frac{-١+١}{(-١)^٢+١} = ٢ + \text{صفر} = \boxed{٢}$

(ب) $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}} \left(\frac{\text{س}^٢-٥\text{س}}{٢\text{س}-١٠}\right) \Leftarrow \frac{(٥)^٢-٥\times٥}{٢\times٥-١٠} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow \text{عدم تعيين}$

$\therefore \frac{\text{س}^٢-٥\text{س}}{٢\text{س}-١٠} = \frac{\text{س}\cancel{(\text{س}-٥)}}{٢\cancel{(\text{س}-٥)}} = \underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}} \frac{\text{س}}{٢} = \frac{٥}{٢} = \boxed{٢,٥}$

(جـ) $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \frac{\text{س}^٢-٢\text{س}+١}{١٢-٣\text{س}} \Leftarrow \frac{(١)^٢-٢\times١+١}{١٢-٣\times١} = \frac{\text{صفر}}{٩} = \boxed{\text{صفر}}$

(د) $\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نها}} \frac{\text{س}^٣-٢٧}{\text{س}-٣} \Leftarrow \frac{(٣)^٣-٢٧}{٣-٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow \text{عدم تعيين}$

$\therefore \frac{\text{س}^٣-٢٧}{\text{س}-٣} = \frac{\cancel{(\text{س}-٣)}(\text{س}^٢+٣\text{س}+٩)}{\cancel{(\text{س}-٣)}} = \underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نها}} (\text{س}^٢+٣\text{س}+٩)$

$= (٣)^٢+٣\times٣+٩ = \boxed{٢٧}$

(هـ) $\underset{\text{س} \leftarrow ٤}{\text{نها}} \frac{\frac{١}{٢}-\frac{١}{\text{س}-٢}}{٢\text{س}-٨} \Leftarrow \frac{\frac{١}{٢}-\frac{١}{٤-٢}}{٢\times٤-٨} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \Leftarrow \text{عدم تعيين}$

$\therefore$ بتوحيد المقامات والضرب بمقلوب المقام $\Leftarrow \frac{٢-(\text{س}-٢)}{(٢)(\text{س}-٢)} \times \frac{١}{(٢\text{س}-٨)} = \frac{\overset{-١}{\cancel{(٤-\text{س})}}}{٢(\text{س}-٢)(٢)\cancel{(\text{س}-٤)}}$

$= \underset{\text{س} \leftarrow ٤}{\text{نها}} \frac{-١}{٤(\text{س}-٢)} = \frac{-١}{٤(٤-٢)} = \frac{-١}{٤\times٢} = \boxed{\frac{-١}{٨}}$

$\boxed{٩}$ $\lim\limits_{س \to ٧} \dfrac{\sqrt{٣س+٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩} \Leftarrow \dfrac{\sqrt{٣ \times ٧ + ٤} - ٥}{(٧)^٢ - ٤٩} = \dfrac{صفر}{صفر} \Leftarrow$ عدم تعيين

∴ بالضرب بمرافق البسط وتحليل المقام ⇐

$$\frac{\sqrt{٣س+٤} - ٥}{(س-٧)(س+٧)} \times \frac{\sqrt{٣س+٤} + ٥}{\sqrt{٣س+٤} + ٥}$$

$$= \frac{٣س + ٤ - ٢٥}{(س-٧)(س+٧)(\sqrt{٣س+٤} + ٥)} = \frac{٣\cancel{(س-٧)}}{\cancel{(س-٧)}(س+٧)(\sqrt{٣س+٤}+٥)}$$

$$= \lim_{س \to ٧} \frac{٣}{(س+٧)(\sqrt{٣س+٤} + ٥)} = \frac{٣}{(٧+٧)(\sqrt{٣ \times ٧ + ٤} + ٥)}$$

$$= \frac{٣}{١٤ \times ١٠} = \boxed{\frac{٣}{١٤٠}}$$

حـ: ق متصل عند س = ١ لأنه كثير حدود متصل على ح

نبحث اتصال هـ(س) عند س = ١

$هـ(١) = \lim\limits_{س \to ١^-} هـ(س) = ٥ \times ١ + ٤ = \boxed{٩} = \lim\limits_{س \to ١^+} هـ(س) = ٨ + ١^٢ = \boxed{٩}$

∴ هـ(س) متصل عند س = ١

∴ ل(س) متصل عند س = ١ لأنه حاصل جمع متصلين عند س = ١

د: $ق(٣) \neq \lim\limits_{س \to ٣} ق(س) \Leftarrow ق(٣) = ٤$ ، $\lim\limits_{س \to ٣} ق(س) = ٣$

∴ ق(س) غير متصل عندما س = ٣

$\underline{٧}$: $\lim\limits_{س \to ٥} \frac{\text{ق}(س) + ٥}{٣\,\text{هـ}(س)} = ١$

$\therefore \frac{\lim\limits_{س \to ٥} \text{ق}(س) + ٥}{٣ \lim\limits_{س \to ٥} \text{هـ}(س)} = ١$

$\therefore ٣ \lim\limits_{س \to ٥} \text{هـ}(س) = \lim\limits_{س \to ٥} \text{ق}(س) + ٥$

لكن ق(س) متصل عند س = ٥

$\therefore \text{ق}(٥) = \lim\limits_{س \to ٥} \text{ق}(س)$

وكذلك هـ(س) متصل عند س = ٥

$\therefore \text{هـ}(٥) = \lim\limits_{س \to ٥} \text{هـ}(س)$

$* \quad ٣ \lim\limits_{س \to ٥} \text{هـ}(س) - ٥ = \lim\limits_{س \to ٥} \text{ق}(س)$

$\therefore ٣ \times \text{هـ}(٥) - ٥ = \text{ق}(٥) \Leftarrow \text{ق}(٥) = ٣ \times ٤ - ٥ = \boxed{٧}$

$\underline{٨}$: نقاط عدم الاتصال هي أصفار المقام :

$\boxed{س = \text{صفر}}$ ، $س^٢ - ٣س = \text{صفر} \leftarrow س(س - ٣) = \text{صفر}$

س = صفر أو س − ٣ = صفر

$\boxed{س = ٣}$

ح٩ :

$\boxed{١}$ م٢ × (١)٢ − ٤ × ١ + ٥ = ٥

∴ م٢ $\cancel{+٥}$ = ٠ ⇒ $\boxed{م٢ = ٤}$ ج
$\quad$ −٤ $\;$ −٤

$\boxed{٢}$ نها (س٢ − ٤)٣ = (نها (س٢ − ٤))٣ = ((−١)٢ − ٤)٣
س → −١ $\qquad$ س → −١

= (١ − ٤)٣ = (−٣)٣ = $\boxed{−٢٧}$ ب

$\boxed{٣}$ أصفار المقام ⇒ س٢ − ٣س + ٢ = صفر

∴ (س − ٢)(س − ١) = صفر

س $\cancel{−٢}$ = ٠ ⇒ $\boxed{س = ٢}$ ، س $\cancel{−١}$ = ٠ ⇒ $\boxed{س = ١}$
$\quad$ +٢ $\;$ +٢ $\qquad\qquad$ +١ $\;$ +١

∴ نقاط عدم الاتصال {١ ، ٢} ج

$\boxed{٤}$ نها هـ(س)
س → ٢

٢+ ← (٢)٢ = ٤
٢− ← ٢ − ١ = ١

≠ ⇒ $\boxed{غير موجودة}$ د

$\boxed{٥}$ $\cancel{٣}$ نها ق(س) = ٩/٣ ⇒ نها ق(س) = ٣
س → ٢ $\qquad\qquad$ س → ٢
$\cancel{٣}$

∴ (نها ق(س))٢ = (٣)٢ = $\boxed{٩}$ أ
س → ٢

لا تنسوا التواصل معنا على الرقم

٠٧٧٨٢٠٨٠١٦

للحصول على إجابات وحدة التفاضل وتطبيقات التفاضل

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق