

2.000

# MATHEMATICS

## الرياضيات

توجيهي الفرع العلمي و الصناعي - الفصل الدراسي الثاني

الوحدة السادسة :

الإحصاء و الإحتمالات



2018

إعداد المعلم :

## ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



مكتبة الوسام  
ALWESAM  
tawjihi center & service store

# العلمي والصناعي

## الوحدة السادسة

### الإحصاء والاحتمالات

الفصل الأول : الإحصاء

أولا : الارتباط

ثانيا : معامل ارتباط بيرسون الخطي

ثالثا : معادلة خط الانحدار

الفصل الثاني : الاحتمالات

أولا : المتغير العشوائي

ثانيا : توزيع ذي الحدين

ثالثا : العلامة المعيارية

رابعا: التوزيع الطبيعي

حل تمارين الوحدة

حلول جميع تدريبات واسئلة الكتاب

اسئلة الوزارة ( ٢٠٠٨ - ٢٠١٨ ) مع الحلول النموذجية



ناجح الجمزاوي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

المعلم : ناجح الجمزاوي



المعلم : ناجح الجمزاوي

# الإحصاء

## أولاً، الارتباط

إذا زاد أحد المتغيرين قل الآخر  
ويكن معرفة وجود علاقة  
ونوعها واتجاهها وقوتها  
بطريقتين

① شكل الانتشار: التمثيل  
البياني

② معامل ارتباط بيرسون

الارتباط: هو طريقة احصائية  
ليكن من خلالها تحديد درجة  
ونوع العلاقة بين متغيرين .

مثلاً

العلاقة بين طول ضلع المربع (س)  
ومساحته (هـ)

العلاقة بين الاصابة بضغط الدم  
(س) والعمر (هـ) .

العلاقة بين الارتفاع عن سطح  
البحر (س) وارتفاع درجة الحرارة (هـ)

### أنواع الارتباط

① ارتباط طردي (إيجابي)  
إذا زاد أحد المتغيرين زاد  
الآخر ،

② ارتباط عكسي (سلبى)



# شكل الانتشار

## الارتباط الخطي

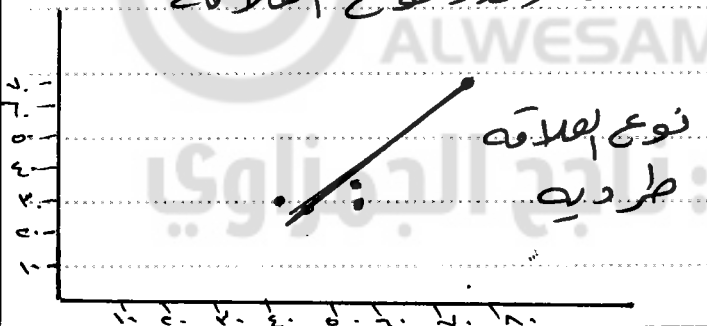
هو علاقة بين متغيرين بحيث ان التغير في احدهما يؤدي الى التغير في الآخر والارتباط الخطي مقياس لدرجة العلاقة بين متغيرين

### مثال ①

يبدى الجدول الآتي انتاج الاردن من القمح والشعير (بالألف طن) خلال السنوات ١٩٩٢ - ١٩٩٦م

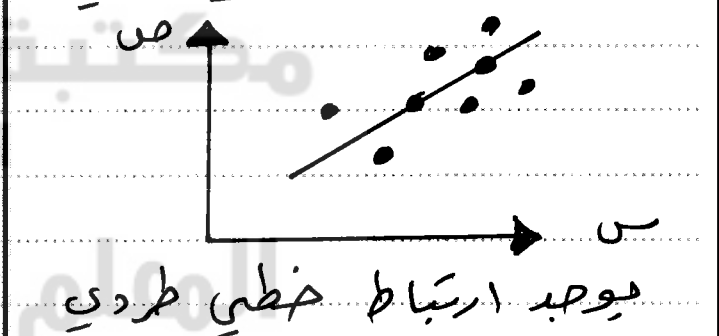
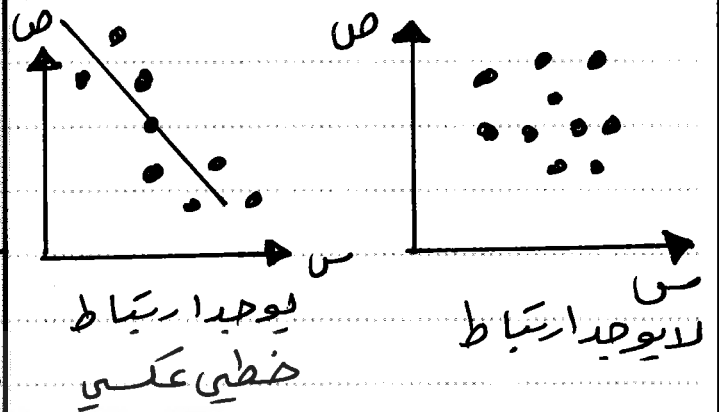
السنة	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦
انتاج القمح (س)	٧٥,٥	٥٧,٥	٤٦,٩	٥٨,٥	٤٢,٧
انتاج الشعير (هـ)	٦٨٩	٣١٥٨	٢٧,٤	٢١٧٧	٢٩٥

ارسم شكل الانتشار للمتغيرين س، هـ وهدد نوع العلاقة



يمكن الحصول على شكل الانتشار من خلال تمثيل العلاقة باستخدام الأزواج المرتبة بين المتغيرين س، هـ في المستوى الديكارتي ومن خلال شكل الانتشار يمكن تحديد نوع الارتباط .

شكل انتشار: هو تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س، هـ) لوصف العلاقة بين متغيرين



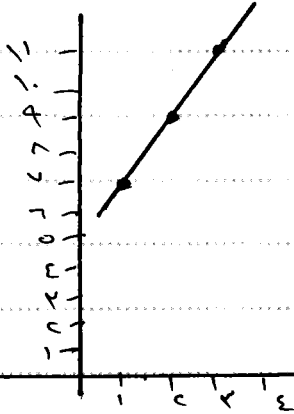
مثال ٤

المعادلات الآتية تمثل علاقات ارتباطية بين المتغيرين  $x$  و  $y$  اكتب شكل الانتشار لكل منها وبين نوع الارتباط

١)  $5 + 5 = 10$

رسم معادلة الخط المستقيم

$x$	١	٢	٣
$y$	٧	٩	١١

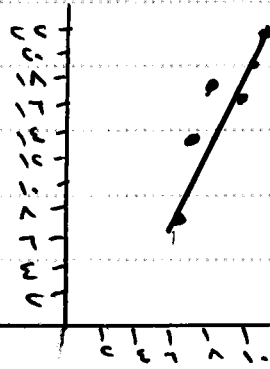


علاقة طردية  
خطية تامة

مثال ٥

ارسم شكل الانتشار لكل من البيانات الآتية مع ذكر نوع العلاقة التي تعبر عن تلك البيانات

$x$	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
$y$	١٣	١٤	١٧	١٨	٢١	٢٣



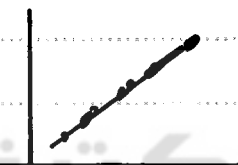
علاقة خطية  
طردية

مثال ٣

عانواع الارتباط بين المتغيرين  $x$  و  $y$  في كل من الأشكال الآتية

٥)  $5 - 3 = 2$

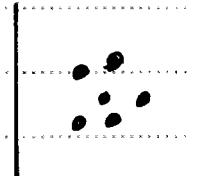
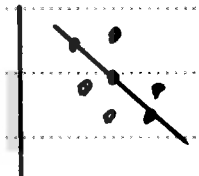
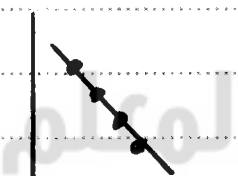
$x$	١	٢	٣
$y$	٥	٧	٩



ارتباط خطي طردية  
تامة

ارتباط خطي طردية

علاقة عليه  
خطية تامة



لا يوجد ارتباط      ارتباط خطي عكسي      ارتباط خطي عكسي تامة

## ملاحظة هامة

إذا كانت العلاقة بين المتغيرين  
 $S, U$  تمثل بمعادلة خطية  
 $U = P \cdot S + U_0$

① إذا كان معامل  $S$  موجب  
 تكون العلاقة طردية تامة

② إذا كان معامل  $S$  سالب  
 تكون العلاقة عكسية تامة

### مثال

بين نوع الدراسة بين المتغيرين  
 $S, U$  في العلاقات التالية

①  $U = 3 - 6S$   
 العلاقة عكسية خطية تامة

②  $U = 3S - 6$   
 العلاقة طردية خطية تامة

③  $U = 50 + 2 = 52$

اكتب

ترتيب لمعادلة

$U = 50 - 2$

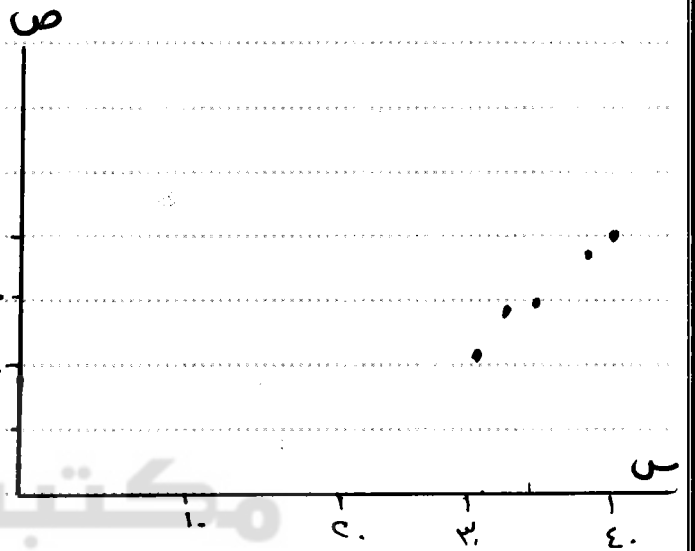
العلاقة طردية خطية تامة

# تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ٣٨٠

يبين الجدول الآتي درجات الحرارة (س) ، وعدد عبوات الماء المبيعة (ص) في إحدى المحلات التجارية خلال خمسة أيام من شهر آبان في إحدى السنوات

٤.	٣٨	٣٦	٣٤	٣٢	درجة الحرارة (س)
٢.	١٨	١٥	١٤	١١	عدد عبوات المبيعة (ص)



علاقته خطيه مرديه

تدريب ② ص ٣٨١

بين نوع الارتباط بين المتغيرين س، ص في علاقته

$$ص = ١ - ٣س$$

الحل

العلاقه خطيه عليه  
ساعه



المعلم: ناجح الجمزاوي

# تمارين ومسائل

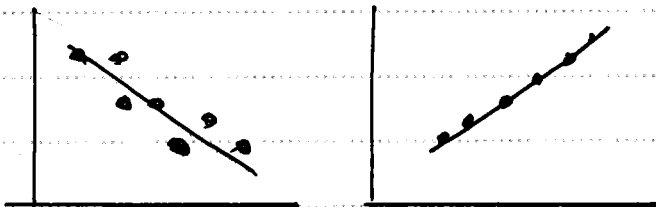
الكتاب صفحة ٣٨٢

## السؤال الأول

اكتبول الآتي ليحل علاقات ستة طلاب في مجيئي العلوم (س) والرياضيات (ص) في امتحان قصير ضائيه الدظهي (١٠) ما اسم شكل الانتشار بين المتغيرين س، ص وبين نوع الارتباط بينها

## السؤال الثاني

(٤) حدد نوع الارتباط بين المتغيرين س، ص في كل من الشكلين التاليين



علاقه طرديه علاقته عكسيه

(٥) قال احمد ان شكل الانتشار الموضح في الشكل الثاني يمكن ان يعبر عنه بشكل تعريبي

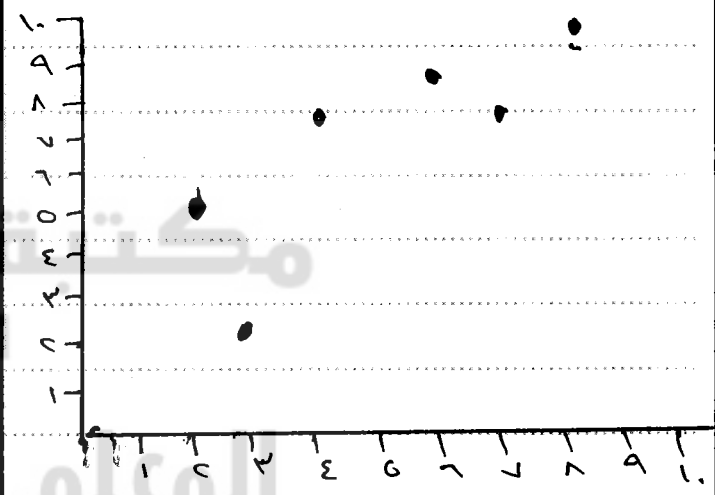
بالمعادلة  $ص = ٦ + ٣س$  هل تعافه احمد بما قال برر اجابته

الحل

الجواب لا

لان معامل س في المعادله موجب وتكون العلاقه طرديه لكنه في الشكل العلاقه عكسيه معادل س سالب

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦
مجيئي العلوم (س)	٦	٤	٨	٧	٢	٣
مجيئي الرياضيات (ص)	٩	٨	١٠	٨	٥	٢



علاقه طرديه

السؤال الخامس

(٤) أكتب جدولاً لتضم متغيرين يكون  
الارتباط بينهما طردياً

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٥	٧	٩	١١	١٣

(٥) أكتب جدولاً لتضم متغيرين يكون  
الارتباط بينهما عكسياً

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

السؤال الثالث

اعط اعنله حياتيه لمتغيرين  
يكون الارتباط بينهما

(٤) طردياً

عدد ساعات الدراسة (س) والوصول  
الدراسي (ص)

(٥) عكسياً

عدد اعمال (س) للانجاز عمل ما  
بالساعات (ص)

السؤال الرابع

هل تستطيع تحديد نوع العلاقة  
بين متغيرين اذا أعطيت علاقة  
الارتباط فقط؟ ام انك تحتاج  
شكل الانتشار

الكل

لستطيع تحديد العلاقة من  
فلك علاقة الارتباط دون  
الحاجه الى شكل الانتشار

السؤال السادس

اذا كانت ص = ٣ س - ٢  
(٤) ما نوع الارتباط بين  
المتغيرين س، ص  
الارتباط طردي

(٥) ما قوة هذا الارتباط  
طردي تام

# معامل ارتباط بيرسون الخطي

## سؤال ①

اصب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص من الجدول التالي

٨	١٤	١٩	١٠	١١	س
١١	٩	٦	١٠	٤	ص

## الحل

حسب الوسط الحسابي لكل من س، ص

$$\bar{s} = \frac{8+14+19+10+11}{5} = \frac{62}{5} = 12.4$$

حسب الوسط الحسابي لكل من ص، س

$$\bar{v} = \frac{11+9+6+10+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

تكون جدولاً على النحو التالي

← لتابع

## معامل ارتباط بيرسون

مقياساً مالياً يستخدم لتحديد قوة الارتباط (العلاقة) بين المتغيرين ويرمز له بالرمز  $r$

ويتم إيجاد معامل ارتباط بيرسون ( $r$ ) من خلال التعاون

$$r = \frac{\sum (s - \bar{s})(v - \bar{v})}{\sqrt{\sum (s - \bar{s})^2 \times \sum (v - \bar{v})^2}}$$

$$\sqrt{\sum (s - \bar{s})^2 \times \sum (v - \bar{v})^2}$$

حيث  $\bar{s}$  : الوسط الحسابي للقيم س

$\bar{v}$  = الوسط الحسابي للقيم ص

$$\bar{s} = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}} = \frac{\sum s}{n}$$

$$\bar{v} = \frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عددها}} = \frac{\sum v}{n}$$

سؤال ٥

يبين الجدول الآتي معالم الذكاء (س) وعلاقة الرتبة (ص) لخمس طلاب

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
معامل الذكاء (س)	١٣	١٢	١١	١٠	٩
علاقة الرتبة (ص)	٩٥	٧٠	١٥	٨٠	٥٠

س	ص	ص-ص	ص-ص	ص-ص	ص-ص
١١	١٤	٠	٤	٠	١٦
١٠	١٠	١-	٠	١-	٠
١٣	٦	١	٤-	٤-	١٦
١٤	٩	٣	٣-	١-	١
٨	١١	٣-	٣-	١	١
٥٥	٥٠	٠	المجموع ١٠-	٠	٣٤

اصب معالم ارتباط بيرسون المتغيرين س، ص

تكتب قانون معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$r = \frac{\sum (s-v)(s-v)}{\sqrt{\sum (s-v)^2 \sum (v-v)^2}}$$

$$r = \frac{10}{\sqrt{13 \times 76}}$$

$$r = \frac{10}{61.7} = 0.162$$

تلاحظ ان الاشارة سالبة

ككون ارتباط عكسي

س	ص	ص-ص	ص-ص	ص-ص	ص-ص
١٣	٩٥	١٥	١٩	٢٨٥	٤٦١
١٢	٧٠	٥	٦-	٣٠-	٢٦
١١	١٥	٠	٩	٠	٨١
١٠	٨٠	٥-	٤	٢٠-	١٦
٩	٥٠	٥-	١٥-	٤٩٠	٦٧٦
المجموع	٥٥	٠	٠	٦٢٥	١١٠

$$r = \frac{\sum (s-v)(s-v)}{\sqrt{\sum (s-v)^2 \sum (v-v)^2}} = \frac{10}{\sqrt{13 \times 76}}$$

$$r = \frac{10}{61.7} = 0.162$$

$$r = \frac{10}{61.7} = 0.162$$

$$r = \frac{10}{61.7} = 0.162$$

الاشارة موجبة الارتباط طردي



سؤال ٣

اجب عوامل ارتباط بيرسون بين قيمتين من هاهنا في الجدول التالي

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

الحل

س	ص	(س-متوسط س)	(ص-متوسط ص)	(س-متوسط س) × (ص-متوسط ص)	(س-متوسط س) <sup>٢</sup>	(ص-متوسط ص) <sup>٢</sup>
١	٥	٢-٤	٤-٤	-٨	٤	٤
٢	٤	١-٤	٣-٤	-٣	١	١
٣	٣	٠-٤	٢-٤	٠	٠	٠
٤	٢	١-٤	١-٤	-٣	١	١
٥	١	٢-٤	٠-٤	-٨	٤	٤
المجموع		٠	٠	١٠	١٠	١٠

$$r = \frac{\sum (س-متوسط س) \times (ص-متوسط ص)}{\sqrt{\sum (س-متوسط س)^2 \times \sum (ص-متوسط ص)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$r = \frac{\sum (س-متوسط س) \times (ص-متوسط ص)}{\sqrt{\sum (س-متوسط س)^2 \times \sum (ص-متوسط ص)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$r = \frac{\sum (س-متوسط س) \times (ص-متوسط ص)}{\sqrt{\sum (س-متوسط س)^2 \times \sum (ص-متوسط ص)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\sqrt{\sum (س-متوسط س)^2 \times \sum (ص-متوسط ص)^2}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{10}{10} = 1$$

سؤال ٤

اذا كان  $\sum_{i=1}^n (س_i - متوسط س) = ٥٠$

$$\sum_{i=1}^n (ص_i - متوسط ص) = ١٠$$

اجب عوامل ارتباط بيرسون

الحل

$$r = \frac{\sum (س-متوسط س) \times (ص-متوسط ص)}{\sqrt{\sum (س-متوسط س)^2 \times \sum (ص-متوسط ص)^2}}$$

$$= \frac{٥٠ \times ١٠}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠}} = \frac{٥٠٠}{\sqrt{١٠٠٠}} = \frac{٥٠٠}{٣١.٦٢} = ١٥.٨١$$

$$= \frac{٥٠ \times ١٠}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠}} = \frac{٥٠٠}{٣١.٦٢} = ١٥.٨١$$

ملاحظة هامة

مجموع مربعات الانحراف =  $\sum (س-متوسط س)^2$  مجموع مربعات الانحراف =  $\sum (ص-متوسط ص)^2$

مجموع مربعات الانحراف =  $\sum (س-متوسط س)^2$  مجموع مربعات الانحراف =  $\sum (ص-متوسط ص)^2$

سؤال ٥

إذا كان  $S$  من  $\Omega$  صغرى بن عددهم  
كل منها (١٠) ، وكان مجموع مربعات  
الخزافات منهم  $S$  عن وسطها بحاي  
ياوي ٨١ وكان

$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 135$   
فإن مجموع مربعات الخزافات منهم  
عن وسطها بحاي علمًا بأن  
معامل ارتباط بيرسون = ٧٥٪  
٢٤ ٥ ٨١ ٦ ٤٠ ٥٠ ٦٠



المعلم: ناجح الجمزاوي

## خصائص معامل الارتباط بيرسون

① تتراوح قيم معامل الارتباط بين -1 و 1  
 $-1 \leq r \leq 1$

② إذا كان  $r \geq 1$  يكون هناك ارتباط خطي طردي بمعنى إذا كان معامل الارتباط موجب يكون الارتباط طردي

③ إذا كان  $-1 \leq r < 0$  يكون هناك ارتباط خطي عكسي

بمعنى إذا كان معامل الارتباط سالب يكون الارتباط عكسي

④ إذا وقعت جميع النقط في شكل الانتشار على خط مستقيم فإن  $r = 1$  ويكون الارتباط تاماً

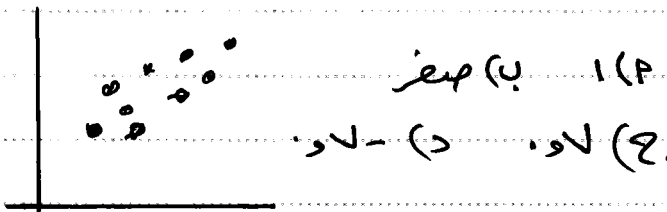
⑤ تزداد قوة الارتباط كلما اقتربت النقط في شكل الانتشار من الخط المستقيم

⑥ تزداد قوة الارتباط كلما اقتربنا من (1) أو (-1) وتضعف كلما اقتربنا من الصفر

⑦ معامل الارتباط  $= 1$  يكون طردي تام ،  
 معامل الارتباط  $= -1$  يكون عكسي تام  
 معامل الارتباط  $= 0$  لا يوجد ارتباط

### مثال ①

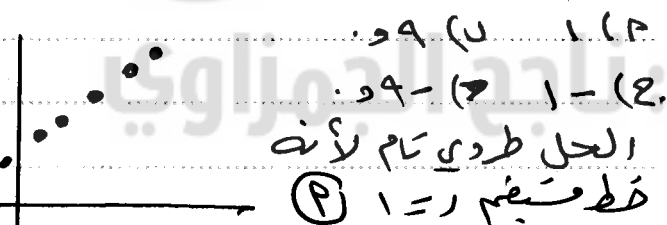
قدر معامل الارتباط في الشكل المجاور



الاجابة ل.د. لأنه ارتباط طردي لكنه ليس تام ②

### مثال ②

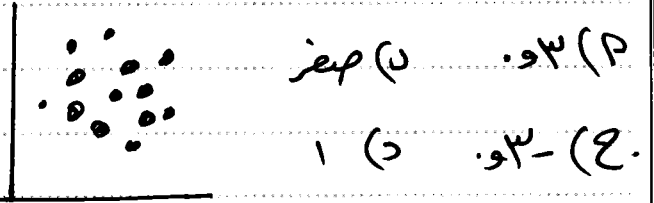
قدر معامل الارتباط في الشكل المجاور



الحل طردي تام لأنه خط مستقيم  $r = 1$  ③

سؤال ٣

قدر معامل الارتباط في الشكل المجاور



أ. ٠.٣  
ب. ٠.٣٠  
ج. -٠.٣  
د. ١  
هـ. -١

الإجابة: ب. ٠.٣٠

الحل

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}$$

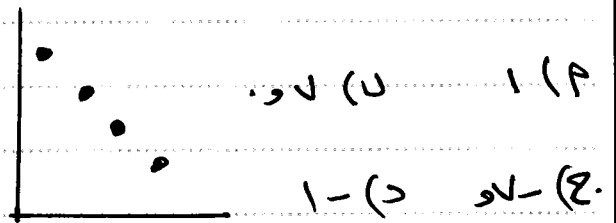
$$\frac{7}{10} = \frac{48}{10 \times 8} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$$

٠.٦ = ٠.٦

٥

سؤال ٤

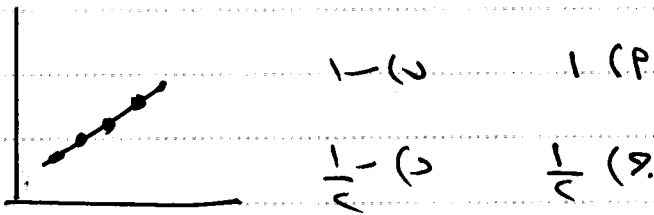
قدر معامل الارتباط في الشكل المجاور



أ. ١  
ب. ٠.٧  
ج. -١  
د. -٠.٧  
هـ. ١

الإجابة: ب. ٠.٧

سؤال ٦  
إذا أُصِّلت العلاقة بين المتغيرين س، ص في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت جميع النقاط على خط مستقيم فان قيمة معامل الارتباط



أ. ١  
ب. ١  
ج. ١  
د. ١  
هـ. ١

الإجابة: أ. ١

سؤال ٥

إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٠) وكان

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 6$$

$$\sum (y_i - \bar{y}) = 48$$

$$\frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

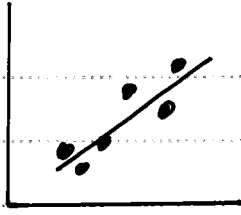
سؤال ٧  
إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٥) وكان  $\sum (x_i - \bar{x}) = 6$   
 $\sum (y_i - \bar{y}) = 9$   
 $\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 4$  بين نوع العلاقة بين س، ص

أ. طردي  
ب. عكسي  
ج. لا يوجد  
د. طردي تام

$$r = \frac{4}{\sqrt{9 \times \frac{6}{15}}} = \frac{4}{\sqrt{3.6}} = \frac{4}{1.897} = 2.11$$



(د)



(ع)

الجواب (ج)

سؤال ٨

اي من معاملات الارتباط التاليه هو الأقوى .

- (أ) ١٠ (ب) ٧ (ج) ٠.٩ (د) ٠.٦

الاجابه - ١٠ لأنه الأقرب

الى ١ - (ع)

سؤال ١١

اي من التالي هو معامل ارتباط طردي

٣

- (أ) - ١ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٠.٩

الاجابه (ب)  $r = 1$

سؤال ٩

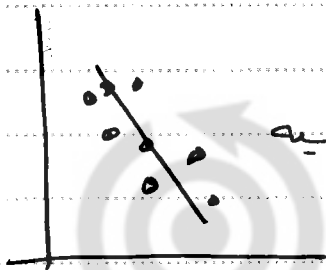
اي من معاملات الارتباط التاليه هو الأقوى .

- (أ) ١٠ (ب) ٧ (ج) -٧ (د) ٠.٨

الاجابه (ب) ٠.٩

سؤال ١٢

عقل الشكل المجاور شكل الانتفا بين متغيرين  $x$  و  $y$  يمكن الحكم على العلاقة بين المتغيرين  $x$  و  $y$  بانها



(أ) صافه (ب) عكسيه

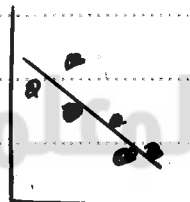
(ج) طرديه

(د) لا يوجد علاقة

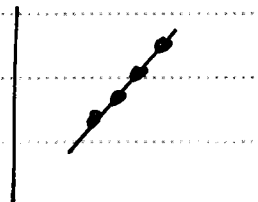
الجواب (ب) عكسيه

سؤال ١٠

اذا علمت ان معامل الارتباط بين المتغيرين  $x$  و  $y$  هو  $-0.9$  فأي الاشكال التاليه يمثل شكل الانتفا بين المتغيرين  $x$  و  $y$  ؟



(أ)



(ب)

## أثر التعديلات الخطية في قيمة معامل ارتباط بيرسون

### سؤال ①

إذا كان معامل الارتباط بين  $S$  و  $H$  هو (٠.٦) اوجد معامل الارتباط بين  $S^*$  و  $H^*$

$$A) \quad S^* = S - 1, \quad H^* = H + 5$$

اكمل

إشارة  $P$  نفس إشارة  $J$

تغير (ر) تماماً  $r = 0.6$

$$B) \quad S^* = S - 3, \quad H^* = H + 1$$

معامل  $S$  و  $H$  مختلفين عن الإشارة  
تغير إشارة (ر) فقط

$$r = -0.6$$

### سؤال ②

إذا كان معامل الارتباط بين العلوم والفيزياء (٠.٧) وقام المعلم بإضافة علامة لكل طالب فما قيمة معامل الارتباط بعد التعديل

$$A) \quad 0.7, \quad B) \quad 0.7, \quad C) \quad 0.9$$

اكمل (ج) لا يؤثر بالإضافة

إذا كان معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين  $S$  و  $H$  يساوي (ر) ، وعندت قيم كل من  $S$  و  $H$  حسب العلاقة  $S^* = S + 2$

$$H^* = H + 3$$

فان معامل الارتباط بين  $S^*$  و  $H^*$  يكون

① (ر) إذا كانت إشارة  $P$  متساويتين

② (-ر) إذا كانت إشارة  $P$  مختلفتين

### لمعنى

معامل الارتباط (ر) لا يتأثر بالعمليات الحسابية فقط تتغير إشارته وليس قيمته إذا كانت معامل  $S$  تختلف عن معامل  $H$

سؤال ٣

إذا كانت معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص يساوي (٠.٧) فإن معامل الارتباط بين (١-س) و (١-ص) يساوي (٠.٧) (ب) (ج) (د) (هـ) (٠.٤)

الحل ٣

لأن  $r_{(1-s)(1-v)} = r_{sv}$  (معاملا س، ص) .  
اختلفا في الإشارة .

سؤال ٦

إذا كانت معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص يساوي (٠.٤) وعندت عتيم س، ص حيث اضيف لكل قيمته من القيم س بعدد (٠.٣) وضربت كل قيمة من قيم ص بعدد (٠.٢) فإن معامل الارتباط بين س، ص بعد التعديل يساوي (٠.٧) (ب) (ج) (د) (هـ) (٠.٨)

الحل ٦

$r = 0.4$  (ج) لأن ص ضربت بإشارة سالبة وس عتيم .

سؤال ٤

إذا كانت معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص (٠.٦) فإن معامل الارتباط بين (١-س) و (١-ص) يساوي (٠.٦) (ب) (ج) (د) (هـ) (٠.٩)

الحل ٤

لأن معاملا س، ص لها نفس الإشارة .

سؤال ٧

في محاضرة ألقاها زراعي وأوضح أنه في معظم الاحيان كلما ارتفع اهور عمال الزراعة (س) فإن ذلك يؤدي الى زيادة اسعار (البذور) (ص) فأي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين س، ص حسب قول الخبير (٠.٩) (ب) (ج) (د) (هـ) (٠.٣)

الحل ٧

العلاقة طردية (ب) (٠.٩)

سؤال ٥

إذا كانت معامل ارتباط بين (٣-س) و (٤+ص) يساوي (٠.٨) فإن معامل الارتباط بين المتغيرين (س، ص) يساوي (٠.٨) (ب) (ج) (د) (هـ) (٠.٦)

الحل ٥

ع ان معامل من كخلف بالاشارة  
عند معادل ص فان  $r = 0.8$   
(٠.٨) (ب)

سؤال ٨

إذا كان معامل الارتباط بين  $S$  و  $H$  هو  $(0.6)$  فإن قيمة معامل الارتباط بين  $S^*$  و  $H^*$  هي  $0.6$  حيث  $S^* = S - 5$  و  $H^* = H + 8$    
 (أ)  $0.6$  (ب)  $0.6 - 0.6$    
 (ج)  $0.6$  (د)  $0.6 - 0.6$

الحل

معامل  $S$  يتكيف مع معامل  $H$  بالأساس  $H$  في تتغير إشارة  $r$    
 $r = 0.6 - 0.6$  (ب)

سؤال ١٠

إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين  $S$  و  $H$  هو  $0.4$  فإن الارتباط بين  $S$  و  $H$    
 (أ) طردي تام (ب) طردي قوي   
 (ج) عكسي تام (د) عكسي قوي   
 اكل (هـ) طردي قوي

سؤال ٩

إذا كان معامل ارتباط بيكون بين المتغيرين  $S$  و  $H$  هو  $(0.9)$  فإن معامل ارتباط بيكون بين المتغيرين  $S^*$  و  $H^*$  هي  $0.9$  حيث  $S^* = S - 3$  و  $H^* = H - 6$    
 (أ)  $0.9$  (ب)  $0.9$    
 (ج)  $0.9$  (د)  $0.9$

اكمل

الإشارة  $S =$  الإشارة  $H$    
 لا تتغير على  $r$    
 $r = 0.9$



# تدريبات الكتاب

تدريب 1 ص 384

5

يبين الجدول الآتي معدل عدد ساعات الدراسة اليومي، و معدلان خمسة طلاب في اصفى لها س، ا ر ك م لكل الانتشار، ثم احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س و ص.

س	ص	(س-مت)	(ص-متص)	(س-مت)	(ص-متص)
2	75	2-	10-	70 +	90
3	70	3-	1-	69	80
5	90	5	0	85	90
7	90	7	1	83	90
8	80	8	2+	72	80
المجموع	350	0	0	350	350

رقم الطالب	1	2	3	4	5
معدل عدد ساعات الدراسة اليومي	2	3	5	7	8
المعدل (ص)	75	70	90	90	80

$$\bar{S} = \frac{350}{7} = 50$$

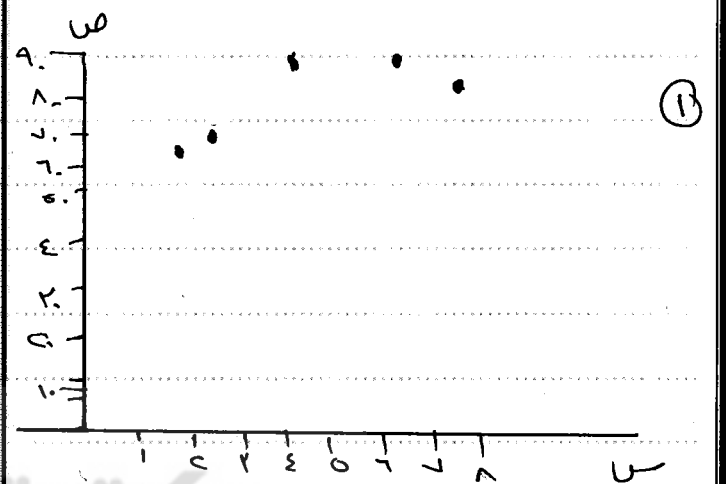
$$\bar{V} = \frac{350}{7} = 50$$

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(V - \bar{V})}{\sqrt{\sum (S - \bar{S})^2 \times \sum (V - \bar{V})^2}}$$

$$r = \frac{100}{\sqrt{143 \times 100}} = \frac{100}{119.62} = 0.836$$

$$r = \frac{100}{119.62} = 0.836$$

طردوي



11

تدريب ٣٨٥

الحل  
 اكمل الفراغ في التحمل الآتي للوصول  
 على عبارات صحيحة  
 اشارة معامل س = اشارة معامل ص  
 لا تتغير ر = ١٩ و

٣) س\* = س + ٣

ص\* = -٥ + ٢٧

اكمل  
 اشارة س = اشارة ص  
 لا تتغير ر = ١٩ و

١) يكون الارتياب طردياً تاماً  
 اذا كانت قيمة معامل الارتياب  
 تساوي ١

٢) يكون الارتياب عكسياً تاماً  
 اذا كانت قيمة معامل الارتياب  
 تساوي -١

٣) كلما كانت القيمة المطلقة لمعامل  
 الارتياب قربية من الصفر يكون  
 الارتياب ضعيف

تدريب ٣٨٦

اذا كان معامل ارتياب بيرسون  
 الخطي بين المتغيرين س و ص  
 يساوي (٠ و ١٩) غير معامل  
 ارتياب بيرسون بين س\* و ص\* في  
 كل من الحالات الآتية:

١) س\* = -٥ - ٦

ص\* = ١ - ٤



# تعاريف ومسائل

الكتاب صفحة (٣٨٧)

## المسؤال الأول

أكمل الفراغ في كل مما يأتي للحصول على عبارات صحيحة

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الطول (س)	١٥٠	١٥٦	١٦٣	١٦٤	١٦٧
الكتلة (ص)	٥٤	٥٦	٦٨	٧٠	٧٩

## الحل

(أ) كلما كانت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط الخطي قريبة من ١ (١) يكون الارتباط قوي

(ب) لا يوجد ارتباط خطي اذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي صفر

(ج) يستخدم معامل ارتباط بيرسون للتكديف قوة ونوع الارتباط بين متغيرين

## المسؤال الثاني

يبين الجدول الآتي احوال فئة طلاب بالمتغيرات وكتلتهم بالكيلوغرامات، احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س و ص !

س	ص	س-ص	(س-ص) <sup>٢</sup>	ص-س	(ص-س) <sup>٢</sup>
١٥٠	٥٤	١٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠	١٠٠٠٠
١٥٦	٥٦	١٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠	١٠٠٠٠
١٦٣	٦٨	٩٥	٩٠٢٥	٩٥	٩٠٢٥
١٦٤	٧٠	٩٤	٨٨٣٦	٩٤	٨٨٣٦
١٦٧	٧٩	٨٨	٧٧٤٤	٨٨	٧٧٤٤
٢٨٠	١٩٠	٩٠	٨١٠٠	٩٠	٨١٠٠

$$\bar{س} = \frac{٨٠٠}{٥} = ١٦٠$$

$$\bar{ص} = \frac{٣٤٠}{٥} = ٦٨$$

$$r = \frac{\sum (س-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (س-ص)^2 \times \sum (ص-ص)^2}}$$

$$r = \frac{٢٢٤}{\sqrt{٢٨٠ \times ١٩٠}}$$

$$r = \frac{٢٢٤}{\sqrt{٥٣٢٠٠}} = \frac{٢٢٤}{٢٣٠.٦٥} = ٠.٩٧$$

السؤال الثالث

إذا كان  $S$  ما من متغيرين عدديين كل منهما (٥) وكان

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(S - \bar{S})}{\sum (S - \bar{S})^2} = 1$$

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(S - \bar{S})}{\sum (S - \bar{S})^2} = 1$$

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(S - \bar{S})}{\sum (S - \bar{S})^2} = 1$$

فأصب معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(S - \bar{S})}{\sum (S - \bar{S})^2}$$

$$\sqrt{\frac{\sum (S - \bar{S})(S - \bar{S})}{\sum (S - \bar{S})^2}}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1 \times 1} = 1$$

$$= 1$$

السؤال الرابع

فالدلالة كل من الإشارة الموجبة والإشارة السالبة لمعامل الارتباط؟

الكل

الإشارة الموجبة ارتباط إيجابي

الإشارة السالبة ارتباط عكسي

السؤال الخامس

إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين  $S$  ما من يادي (١ و ٥) وكان معامل الارتباط بين المتغيرين  $M$  ما من يادي (-٥ و ٩) أي الارتباط بين أقوى

الحل

العلاقة بين  $M$  ما من أقوى

$$| -٥ - ٩ | = ١٤ \quad | ١ - ٥ | = ٤$$

## السؤال السادس

إذا كان معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين  $S$  و  $V$  يساوي (٣.١٠) في معامل ارتباط بيرسون الخطي بين  $S^*$  و  $V^*$  عني كل من الحالات الآتية

$$P) S^* = -S + 1$$

$$V^* = 1 + 6V$$

الحل

إشارة معامل  $S$  تختلف عن إشارة معامل  $V$  تتغير إشارة  $(r) \Rightarrow r = -0.31$

$$U) S^* = 3 - S$$

$$V^* = 6 - 2V$$

إشارة  $S$  = إشارة  $S^*$  عن

$r$  لا تتغير  $r = 0.31$



المعلم: ناجح الجمزاوي

# معادلة خط الانحدار

## معادلة خط الانحدار :

هي علاقة خطية تربط بين متغيرين وتستخدم في التنبؤ بقيمة احد المتغيرين اذا عرفت قيمة الآخر

حيث  $\bar{y}$  : الوسيط الحسابي للقيم  $y$   
 $\bar{x}$  : الوسيط الحسابي للقيم  $x$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها  
 $\hat{y} - y =$

التنبؤ يجعل طالب اذا علم عدد ساعات الدراسة .

وهناك نوعان  
 موجب اذا كانت  $\hat{y} < y$   
 سالب اذا كانت  $\hat{y} > y$

## معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{y} = P + S \cdot B$$

$\hat{y}$  = القيمة المتنبأ بها للقيمة الحقيقية  $y$   
 الكفيفية  $S$

$$P = \frac{\sum (y - \bar{y}) (\bar{x} - \bar{x})}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

$$S = \bar{y} - P - \bar{x}$$

مثال ①

إذا كانت  $S = 6$  ،  $\bar{S} = 18$

$$K = (S - \bar{S})(S + \bar{S}) = 20$$

$$K = (S - \bar{S})^2 = 10$$

جد معادلة خط الانحدار

الحل

$$P = \frac{K}{S} = \frac{(S - \bar{S})(S + \bar{S})}{S}$$

$$\frac{10}{6} = (S - \bar{S})$$

$$U = \bar{S} - P$$

$$= 18 - 6 \times \frac{10}{6} =$$

$$= 18 - 10 = 8$$

معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{S} = U + SP =$$

$$= 8 + S \times \frac{10}{6}$$

مثال ②

يبين الجدول الآتي عدد المركبات المشتركة في هودن السير في الاردن في لفته (٢٠٠٠ - ٢٠٠٤) لأقرب ألف

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
رقم لفته (س)	١	٢	٣	٤	٥
عدد مركبات (هـ)	٩٥	٩٦	٩٤	١١٧	١٣٣

أوجد

(١) معادلة خط الانحدار للبيانات بقيم هـ إذا علمت قيم س

(٢) جد الخطأ في التنبؤ لعدد المركبات المشتركة في هودن إذا كان لعدد الفعلي لعدد المركبات المشتركة في هودن (١١٧) الف مركبة

(٣) استخدم معادلة خط الانحدار للبيانات لعدد المركبات المشتركة في هودن في الاردن عام ٢٠١٦ م

← يتبع الحل

سؤال ٣

الجدول التالي يبين إحصاءات بين س و ص

س	ص	(س=١) (ص=١)	(س=٢) (ص=١)	(س=٣) (ص=١)	(س=٤) (ص=١)
١	٩٥	٢-	١٢-	١٤-	٢٤
٢	٩٦	١-	١١-	١١-	١١
٣	٩٤	٠	١٣-	١٣-	٠
٤	١١٧	١	١٠	١٠	١٠
٥	١٢٣	٢	٥٢	٢٦	٤
١٥	٥٣٥	٠	٩٧	٠	١٠

س	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٨	٩	٤	١٠	٤

- ١) أكتب معادلة خط الانحدار -  
 ٢) عاينة ص يلتبأ بها اذا كانت س = ١  
 ٣) حد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص اذا كانت قيمة ص بحقيقة ١٠.

الحل

$$\bar{س} = \frac{15}{5} = 3, \bar{ص} = \frac{535}{5} = 107$$

$$P = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2} = 0.97$$

$$U = \bar{ص} - P(\bar{س} - \bar{ص}) = 107 - 0.97(3 - 107) = 116.7$$

$$\hat{ص} = 116.7 + 0.97(س - 3)$$

٢) عند ما ص = ١١٧ من الجدول

$$س = ٤$$

$$\hat{ص} = 116.7 + 0.97(4 - 3) = 117.67$$

٣) عام ٢٠١٦ تكون س = ٧

$$\hat{ص} = 116.7 + 0.97(7 - 3) = 140.8$$

س	ص	(س=١) (ص=١)	(س=٢) (ص=١)	(س=٣) (ص=١)	(س=٤) (ص=١)
٢	٨	٢-	١	٢-	٤
٣	٩	١-	٢	٢-	١
٤	٤	٠	٣-	٠	٠
٥	١٠	١	٣	٣	١
٦	٤	٢	٣-	٢-	٤
المجموع	٠	٠	٧-	٠	١٠

$$\bar{س} = \frac{15}{5} = 3, \bar{ص} = \frac{535}{5} = 107$$

$$P = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2} = 0.97$$

← تتبع الحل



(١) حد معادلة خط الانحدار الخطي للتنبؤ بقيمة  $\hat{y}$  اذا علمت  $x$

(٢) حد خطأ في التنبؤ اذا كانت  $x = 0$  وقيمة  $\hat{y}$  الحقيقية المناظرة لها (٨٢)

الحل

①

$$6,3 = P$$

$$\bar{y} - \bar{x}P = U$$

$$7,0 = 0 \times 6,3 - U =$$

$$U + 6,3 = \hat{y}$$

$$7,0 + 6,3 =$$

② عند  $x = 0$  حد  $\hat{y}$  عند  $x = 0$

$$\hat{y} = 7,0 + 0 \times 6,3 =$$

$$7,0 =$$

خطأ في التنبؤ

$$\hat{y} - y =$$

$$7 - 8,2 = -1,2 = U$$

$$U = \bar{y} - P\bar{x}$$

$$= 7 - 6,3 \times 0 =$$

$$= 7 - 0 = 7 =$$

← معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{y} = 6,3 + 0 \times x =$$

$$\textcircled{2} \quad U = 1$$

$$\hat{y} = 6,3 + 1 \times 0 =$$

$$= 6,3 =$$

$$\textcircled{3} \quad U = 10 \leftarrow$$

$x = 0$  عن الجدول

$$U = 10$$

$$\hat{y} = 6,3 + 0 \times 10 =$$

$$= 6,3 =$$

$$6,3 =$$

الخطأ في التنبؤ =  $\hat{y} - y =$

$$= 6,3 - 10 =$$

$$= -3,7 =$$

مثال ٤

اذا كان  $x = 6$ ، فاحسب احتمال وقوعين

عدد قيم كل منهما  $0$  وكان

$$P = 3, \quad U = 7,0$$

سؤال ٥

إذا كانت  $S$ ،  $H$  متغيرين عدد  
فيم كل منها (٥) ، وكان

$$\sum (S - H) = 10$$

$$\sum (S - H)^2 = 40$$

$$S = 6, H = 13$$

جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ  
بتقيم  $H$  اذا علمت قيم  $S$

الحل

$$P = \frac{\sum (S - H)}{\sum (S - H)^2}$$

$$\sum (S - H)^2$$

$$P = \frac{10}{40} = 0.25$$

$$U = H - P \cdot S$$

$$1 = 6 \times 0.25 - 13 = -2.5$$

$$H = U + P \cdot S$$

$$1 + 0.25 = H$$

سؤال ٦

إذا كانت  $S$ ،  $H$  متغيرين  
عدد كل منها (٥) ، وكان

$$\sum (S - H) = 10$$

وكانت

$$\sum (S - H)^2 = 0$$

وكان معامل ارتباط بيرسون

$$\rho = \frac{1}{2}$$

$$S = 8, H = 10$$

جد معادلة خط الانحدار

الحل

$$r = \frac{\sum (S - H)}{\sum (S - H)^2}$$

$$\sqrt{\sum (S - H)^2} = \sqrt{0} = 0$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{2} \text{ ضرباً بيادى}$$

$$\sqrt{0} = 0 \times \frac{1}{2} = 0 \text{ بالربيع}$$

$$\sum (S - H)^2 = 0 = \frac{0}{0} = 0$$

$$P = \frac{\sum (S - H)}{\sum (S - H)^2}$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0} = 0$$

$$U = H - P \cdot S = 10 - 0 \cdot 8 = 10$$

سؤال ٧

لتكلمه حد = ٣ و ١٠ هي  
معادلة خط لا تحدا - للتنبؤ بقيمة  
(ص) اذا علمت قيمة (س) اذا كانت  
اهدي قيمة س ساوي (٩٠) وقيمة  
ص اخصيصت المناظرة لها (٣٦)  
فان الخط في التنبؤ لقيمة  
ص ساوي

٣٦ (ص) ١ - ٢٩ ١ (س) ٤ - ٢٥

الحل

ص التنبؤ بها عندما س = ٩٠

$\hat{ص} = ١٠ + ٩٠ \times \frac{٣}{١} = ٣٧$

الخطأ في التنبؤ = ص -  $\hat{ص}$

$٣٧ - ٣٦ =$

$١ =$

الاجابة ١

سؤال ٨

توصل قسم الانتاج في مصنع ما  
الى معادلة الاخذ - اخطي لبيد  
للتلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي  
(س) في مصنع وكمية الاستهلاك  
من الكهرباء بالكيلوواط / ساعة  
(ص) فكانت حد = ٢٥٠ + ٣ س  
اعتمد على معادلة الاخذ - في اجابه  
عن الاسئلة الآتية

١ استخرج من لمعادلة قيم ٥٠٠

٢ قدر كمية الاستهلاك عند

الكهرباء اذا كانت ساعات العمل  
ليوم ما (٨) ساعات

الحل

$٢٥٠ + ٣ س = \hat{ص}$  (١)

$٢٥٠ = \hat{ص} - ٣ س$

٢ عند ما ساعات العمل = ٨

$٢٥٠ + ٨ \times ٣ = \hat{ص} \leftarrow$

$٢٥٠ + ٢٤ =$

$٢٧٤ =$

سؤال ٩

في دراسة اجراها احد طلبة الدراسات العليا توصل الى معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) و المعدل التحصيلي (ص) لطلبة إحدى الجامعات فكانت

$$\hat{ص} = ٥٢ + ٥س, \text{ وقرراً } ١$$

معادلة خط الانحدار - اجب عن الاسئلة الآتية

١) ص = ٦٢ ب

٢) قدر معدل طالب اذا كانت ساعات الدراسة ليومييه له (٥) ساعات

٣) اذا كان معدل طالب درس ٨ ساعات يومياً هو (٩٥) ص خطأ في السنوي

الحل

١)  $٥ = ٦$        $٥٣ = ٥$

٢)  $٥ \times ٥ + ٥٣ = \hat{ص}$

$٢٥ + ٥٣ =$

$٧٨ =$

٣

$٨ \times ٥ + ٥٣ = \hat{ص}$

$٩٣ = ٤٠ + ٥٣ =$

الخطأ في السنوي

$\hat{ص} - ص =$

$٢ = ٩٣ - ٩٥ =$

سؤال ١٠

اذا علمت ان معادلة خط الانحدار البيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الاخطاء (ص) التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد

$\hat{ص} = ٦ + ٥س, ١$  وقرراً على

تلك المعادلة اجب عما يأتي

١) تنبأ بعدد الاخطاء التي يرتكبها

موظف يعمل ١٠ ساعات في يوم

٢) اذا كان عدد الاخطاء التي

يرتكبها موظف يعمل (١٥) ساعة

في اليوم هي (٦) اخطاء فجد

الخطأ في السنوي

← ليصبح الحل

الحل

$$\text{ص} = 1 + 0.06 \times \text{س} + 1$$

$$\text{ص} = 1 + 1.06 \times \text{س}$$

$$\text{ص} = 6$$

عند ما س = 10 نجد ص

$$\text{ص} = 1 + 10 \times 0.06$$

$$1.6 = 1 + 0.6$$

$$6 - 1.6 = 4.4 \text{ الخطأ في التنبؤ}$$

مسألة 11

$$\text{إذا كان } \sum_{i=1}^4 \text{س}_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^4 \text{ص}_i = 18 \text{ وكان}$$

$$\sum_{i=1}^4 (\text{س}_i - \text{ص}_i) = 6$$

$$\sum_{i=1}^4 (\text{س}_i - \text{ص}_i) = 3$$

$$\sum_{i=1}^4 (\text{ص}_i - \text{ص}_i) = 0$$

اوجد

① معادلة خط لاخذها -

② معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$\text{س} = \frac{\sum \text{س}_i}{n} = \frac{0}{2} = 0$$

$$1 = 1 \leftarrow 4 \quad 4 = n$$

$$\text{ص} = \frac{\sum \text{ص}_i}{n} = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$P = \frac{\sum (\text{س}_i - \text{ص}_i)(\text{ص}_i - \text{ص})}{\sum (\text{س}_i - \text{ص}_i)^2}$$

$$0 = \frac{30}{6}$$

$$U = \text{ص} - P = 4.5 - 0$$

$$0 \times 0 - 4.5 =$$

$$18 - 4.5 = 13.5$$

معادلة خط لاخذها -

$$\text{ص} = 0.5 - 18$$

$$r = \frac{\sum (\text{س}_i - \text{ص}_i)(\text{ص}_i - \text{ص})}{\sum (\text{س}_i - \text{ص}_i)^2}$$

$$V = \sum (\text{س}_i - \text{ص}_i)^2 \times 4$$

$$= \frac{30}{0.5 \times 6.7}$$

$$0.5 \times 6.7$$

سؤال ١٦

يبين الجدول الآتي نتائج دراسة أجريتها لمعرفة تأثير عدد ساعات العمل المتواصل في دقة العمل من حيث الأخطاء التي يرتكبها الموظف

٢٤	٢٠	٢٠	١٦	١٢	١٢	٨	٨	عدد ساعات العمل (س)
١٦	١٠	١٢	٨	١٠	٦	٦	٦	عدد أخطاء (ص)

٥

١) اكتب شكل الانتشار بين المتغيرين  
س و ص

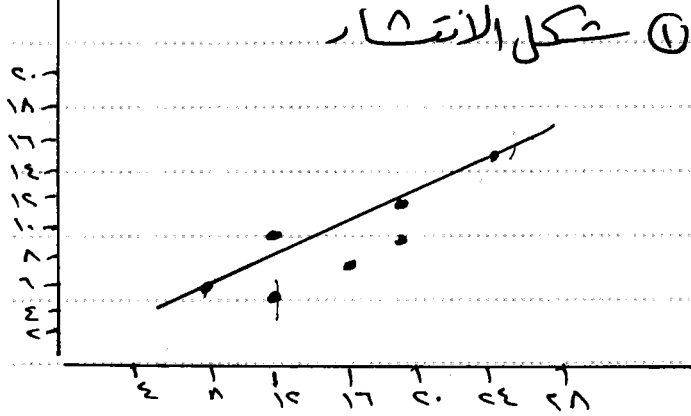
٢) جد معامل ارتباط بيرسون

٣) هل تعتقد وجود علاقة خطية بين المتغيرين س و ص

٤) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة ص اذا علمت قيمة س

٥) قدّر عدد الأخطاء اذا كانت عدد ساعات العمل (١٠) ؟

٦) جد الخطأ في التنبؤ لعدد ساعات العمل (١٦) ساعة



س	ص	س - م <sub>س</sub>	ص - م <sub>ص</sub>	(س - م <sub>س</sub> ) <sup>٢</sup>	(ص - م <sub>ص</sub> ) <sup>٢</sup>	(س - م <sub>س</sub> )(ص - م <sub>ص</sub> )
٨	٦	٧ -	٤ -	٤٩	١٦	-٤٩
٨	٦	٧ -	٤ -	٤٩	١٦	-٤٩
١٢	٦	٣ -	٤ -	٩	١٦	-١٢
١٢	١٠	٣ -	٠	٩	٠	٠
١٦	٨	١ -	٤ -	١	١٦	-٤
٢٠	١٢	٥ -	٠	٢٥	٠	٠
٢٠	١٦	٥ -	٦ -	٢٥	٣٦	-٣٥
٢٤	١٦	٩ -	٦ -	٨١	٣٦	-٨١
المجموع	١٢٨	٠	٠	٢٤٨	١٦٠	-٢٤٨

$$\bar{س} = \frac{١٢٠}{٨} = ١٥ \quad \bar{ص} = \frac{١٢٠}{٨} = ١٥$$

$$r = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$r = \frac{١٦٠}{\sqrt{٢٤٨ \times ١٦٠}} = \frac{١٦٠}{\sqrt{٣٩٦٨٠}} = \frac{١٦٠}{١٩٩} \approx ٠.٨٠$$

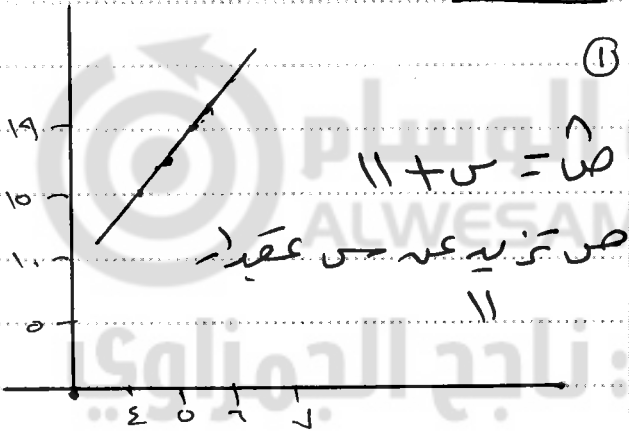
تدريب 1 ص 39

يبين الجدول الآتي عدد سنوات الخبرة (س) والأجر اليومي (ص) بالدينار، لخطة عمال في إحدى الشركات

عدد سنوات الخبرة (س)	4	5	6	7	8
الأجر اليومي (ص)	15	16	17	18	19

- 1) تخن شكل معادلة خط الانحدار - من خلال الجدول
- 2) حد معادلة خط الانحدار -
- 3) قدر الأجر اليومي لعامل خبرته 10 سنوات
- 4) حد الخطأ في التنبؤ عندما  $s = 6$

الحل



3) توحد علاقة قسمة وهي طرفية قوية

4) 
$$P = \frac{3(s-5)(v-15)}{3(s-5)^2}$$

$$0.765 = \frac{16.0}{s^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{16.0}{0.765}} = 4.57$$
  

$$1.0 = 1.0 \times 0.765 - 1.0 = 0.235$$
  
 معادلة الانحدار هي 
$$v = 0.765s + 0.235$$

5) عندما  $s = 10$   

$$v = 0.765 \times 10 + 0.235 = 7.885$$
  

$$7.885 = 0.235 + 7.65$$

6) عندما  $s = 16$   
 فان 
$$v = 0.765 \times 16 + 0.235 = 12.465$$
  

$$= 12.465 - 0.235 = 12.23$$
  
 الخطأ في التنبؤ =  $v - v_{\text{pred}} = 12.465 - 12.23 = 0.235$

٦

س	ص	س-ص	(ص-ص)	(س-ص)	س
٤	١٥	١١	١١	١١	٤
٥	١٦	١١	١١	١١	٥
٦	١٧	١١	١١	١١	٦
٧	١٨	١١	١١	١١	٧
٨	١٩	١١	١١	١١	٨
٩	٢٠	١١	١١	١١	٩

$$17 = \frac{10}{0} = \text{ص} \quad 7 = \frac{3}{0} = \text{س}$$

$$P = \frac{\sum (س-ص)}{ك(س-ص)}$$

$$1 = \frac{10}{10} =$$

$$س = \text{ص} - P$$

$$11 = 7 \times 1 - 17 =$$

معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{ص} = س + P$$

$$11 + س =$$

$$١٠ = س \quad (٣)$$

$$\hat{ص} = 11 + 10 = 21 \text{ دنيا}$$

$$\text{عندما } س = 7 \quad (٤)$$

$$\hat{ص} = 11 + 7 = 18$$

$$\text{الخطأ} = \text{ص} - \hat{ص} = 17 - 18 = -1$$



# تمارين ومسائل

الكتاب صفحة (٣٩١)

## السؤال الأول

يبين الجدول الآتي الاجر اليومي بالدينار الاردني (ص) وعدد ساعات العمل (س)، لخمس موظفين في احدى شركات

عدد ساعات العمل (س)	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجر اليومي بالدينار (ص)	١٥	١٦	١٧	١٨	٢٤

(٢) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة  
(٣) قدر الاجر المتوقع لموظف يعمل سبع ساعات يومياً  
(٤) اصب الخطأ في التنبؤ لعامل عمل ٦ ساعات في احد الايام

س	ص	س	ص	س	ص
٦	١٥	٢	٣	٤	٤
٧	١٦	١	٢	١	١
٨	١٧	٠	١	٠	٠
٩	١٨	١	٠	١	١
١٠	٢٤	٢	٦	٤	٤
٤٠	٩٠	٠	٠	١٠	١٠

$$١٨ = \frac{٩٠}{٥} = \text{ص} \quad ٨ = \frac{٤٠}{٥} = \text{س}$$

$$P = \frac{K (س - \text{ص})}{K (س - \text{ص})}$$

$$٢ = \frac{٢٠}{١} =$$

$$١٥ - ١٨ = ٣$$

$$١٦ - ١٨ = ٨ \times ٢ - ١٨ =$$

$$٢ + ٥ \times ٢ = \text{ص}$$

$$٧ = ٣$$

$$١٦ = ٢ + ٧ \times ٢ = \text{ص}$$

$$٦ = ٣$$

$$١٤ = ٢ + ٦ \times ٢ = \text{ص}$$

ص = من جدول  
الخطأ في التنبؤ

$$\text{ص} - \text{ص} =$$

$$١ = ١٤ - ١٥ =$$

السؤال الثاني

يبين الجدول الآتي ست قيم للمتغيرين  $s$  و  $ص$ .

٩	٧	٥	٣	٤	٢	معامل الإزاحة (س)
٢٨	٢٢	١٦	١٠	١٣	٧	علامة إقتراب (ص)

جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة (ص) اذا علمت قيمة (س)

س	ص	س - $\bar{s}$	ص - $\bar{ص}$	(س - $\bar{s}$ ) <sup>٢</sup>	(س - $\bar{s}$ )(ص - $\bar{ص}$ )
٢	٧	٣ -	٤ -	٩	٢٧
٤	١٣	١ -	٣ -	١	٣
٣	١٠	٢ -	٦ -	٤	١٢
٥	١٦	٠	٠	٠	٠
٧	٢٢	٢	٦	٤	١٢
٩	٢٨	٤	١٢	١٦	٤٨
٣	٩٦	-	-	٣٤	١٠٢

$$\bar{s} = \frac{3}{7} = 0.428571 \approx 0.43$$

$$P = \frac{\sum (s - \bar{s})(ص - \bar{ص})}{\sum (s - \bar{s})^2}$$

$$P = \frac{102}{34} = 3$$

$$ص = P - \bar{ص} = 3 - 0.43 = 2.57$$

$$١ = ٧$$

معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{ص} = ٣س + ١$$

السؤال الثالث

اذا علمت ان معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين ساعات العمل (س) وعدد الاخطاء التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد (ص) هي:  $ص = ٥س + ١$  فاجب عن كل مما يأتي.

- ١) جد قيمة  $P$  من معادلة
- ٢) قدّر عدد الاخطاء التي يرتكبها موظف يعمل (٨) ساعات في اليوم
- ٣) اذا كان عدد الاخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ست ساعات في اليوم هي اربعة اخطاء في الخطأ في التنبؤ.

الحل

١)  $٥ = ٣س + ١$

٢)  $٥ = ١ + ٨ \times \frac{1}{٢} = ٥$

٣)  $٤ = ١ + ٦ \times \frac{1}{٢} = ٤$

الخطأ في التنبؤ =  $ص - \hat{ص}$

$$= ٤ - ٤ = ٠$$

السؤال الرابع

على ماذا تدل إشارة (٩) في معادلة خط الإختار ؟

تدل على نوع الارتباط

السؤال السادس

إذا كانت معادلة خط الإختار هي  $ص = ٣س + ١$  وكانت (٩، ٣) نقطة من نقطه كل الانتشار للمتغيرين  $س$  و  $ص$  في الخط في لبتوء عند ما  $س = ٣$

السؤال الخامس

إذا كان  $س$  و  $ص$  متغيرين عدد قيم كل منهما (٦) وكان  $س = ٤$   $ص = ٦$

$٧ = (س - ٦) (ص - ٦)$

$١٠ = (س - ٦) (ص - ٦)$

جد معادلة خط الإختار للبتوء بين  $س$  و  $ص$  إذا علمت قيم  $س$

الحل

خذ  $ص = ٣س + ١$   
 $ص = ٣ \times ٣ + ١ = ١٠$

الخط في لبتوء  $ص = ٣س + ١$   
 $١٠ = ٣ \times ٣ + ١ = ١٠$

السؤال السابع

ألب جدولاً يكون فيه الارتباط بين المتغيرين  $س$  و  $ص$  على ما يأتي

الحل

$٧ = (س - ٦) (ص - ٦)$   
 $٧ = (س - ٦) (ص - ٦)$

$٧ = \frac{ص - ٦}{١}$

$٧ = ص - ٦$

$٧ = ٦ - ٦ = ٠$   
 $٧ = ٦ - ٦ = ٠$

٥	٤	٣	٢	١	س
١	٢	٣	٤	٥	ص

# الاحتمالات

## المتغير العشوائي

أنواع المتغيرات العشوائية

① متغير عشوائي منفصل وتكون مجموعة وياه قابله للعد  
مثل

عدد العمليات الجراحية التي أجريتها  
من بين (١٠) عمليات أجريتها

② متغير عشوائي متصل وتكون مجموعة وياه فترة أو اتحاد فترتين  
أو أكثر  
مثل

اوقات الاطفال حديثي الولادة  
اوقات لطلاب صف

المتغير العشوائي :-

اقران مجاله الفضاء العيني  $\Omega$   
وياه مجموعة جزئية من الاعداد  
الحقيقية ويرمز له باحد الرموز  
مع الدلالة عليه

المتغير العشوائي

المتصل

المنفصل

التوزيع الطبيعي

التوزيع ذو الحدين



المعلم: ناجح الجمزاوي

ملاحظة هامة

الفضاء العيني  $\Omega$  : هو جميع النواتج الممكنة للتجربة.

احتمال الكادن (ع)

$$\frac{\text{عدد عناصر } E}{\text{عدد عناصر } \Omega} =$$

$$P(E) = \frac{\text{عدد عناصر } E}{\text{عدد عناصر } \Omega}$$

مثال توضيحي

إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور كتابة  $E$  في تجربة رمي قطعة نقد مرتين على الارض

الفضاء العيني  $\Omega =$

$\{ (ص, ص), (ص, ك), (ك, ص), (ك, ك) \}$

$\{ (ك, ك) \}$

عدد عناصر  $\Omega = 4$

القيم للمتغير العشوائي  $X =$  عدد مرات ظهور

العشوائي  $X = 0, 1, 2$

$0 =$  يعني عدم ظهور الكتابة (ص, ص)

$1 =$  ظهور الكتابة مرة واحدة (ص, ك) و (ك, ص)

$2 =$  ظهور الكتابة مرتين (ك, ك)

مثال ①

حدد نوع المتغير العشوائي في كل من الحالات الآتية

① عدد الكلمات التليفونية الصادرة لاسرة خلال شهر

متفصل : لأنه عدد الكلمات يتم قابله للعد .

② مقياس الطول لطلاب صف ما

متصل : لأن الأطوال تمثل فترة بدايتها وانتهائها أقصر طالب وانتهائها طول أطول طالب .

③ في تجربة رمي قطعتي نقود ومعرفة للمتغير العشوائي  $X$  بأنه ظهور الصورة .

متفصل لأن هذه الأعداد ٠, ١, ٢, ٣ قابلة للعد .

④ كمية الأمطار في شهر

متصل

← عليه كتابته على صورة  
ازواج مرتبة

$$\left\{ \left( \frac{1}{4}, 0 \right), \left( \frac{3}{4}, 0 \right), \left( \frac{1}{2}, 1 \right) \right\}$$

سؤال ٥

صندوق به ٥ بطاقات فئاته  
ومرصمه من ١ إلى ٥، سُحبت  
فمنه بطاقتان واحدة بعد الأخرى  
بدون ارجاع أُكْتُب جدول  
التوزيع الاحتمالي للتغير العشوائي  
في الذي يُعبر عن اصغر الهدرين  
على البطاقتين المسحوبتين

الحل

البطاقتان التي سُحبت لا تتم ارجاعها  
للمجموعة يعني ان البطاقتان  
التي سُحبت لا تتكرر اي ان  
البطاقات (١, ١)، (١, ٢)، (٢, ٢)، (٢, ٣)، (٣, ٣)  
(٤, ٤) لا تكون ضمن  
فضاء العينة.

$$S = \left\{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \right\}$$

← عدد التغير العشوائي في  
= { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }

$$P(X=0) = \frac{C(2)}{C(5)} = \frac{1}{10}$$

ل (س=١) = ظهور الكتابه مره  
واحد وهي  
(١, ٢)، (٢, ١)

$$P(X=1) = \frac{C(2)}{C(5)} = \frac{2}{10}$$

ل (س=٢) : يعني احتمال ظهور  
كتابته مرتين وهي (١, ١)

$$P(X=2) = \frac{C(2)}{C(5)} = \frac{1}{10}$$

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

ليس هذا الجدول  
جدول التوزيع الاحتمالي

التوزيع الاحتمالي هو اقتران  
بين عدد التغير العشوائي في  
مع الاحتمالات المقابله وقد  
كُتِب على صورة جدول أو  
مجموعة ازواج مرتبة

عدد التغير العشوائي

$$= 1 \ 6 \ 3 \ 6 \ 4 \ 6 \ 1$$

اصفر لعددية .

$$L(1=1) = \{ (100), (101), (110), (111), (200), (201), (210), (211), (300), (301), (310), (311), (400), (401), (410), (411) \}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$L(2=1) = \frac{1}{2}$$

$$L(3=1) = \frac{1}{2}$$

$$L(4=1) = \text{فقط } (100) \ (101)$$

$$= \frac{1}{2}$$

ن	١	٢	٣	٤
L(1)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

مسألة (٣)

حتوي صندوقه على ٥ كرات حمراء  
٣ كرات بيضاء ، كتب من صندوقه  
ثلاث كرات اذا ذلك المتغير  
العشوائي هو على عدد الكرات الحمراء  
المحويبه ، فكون جدول التوزيع  
الاحصائي للمتغير العشوائي هو  
في كل من الحالات الآتية

① اذا كان سحب الكرات على التوالي  
دون ارجاع

② اذا كان سحب الكرات على التوالي  
مع الارجاع

③ اذا سحب الكرات الثلاثة معاً

الحل

عدد التغير العشوائي = ٣٦٤٦٥٠

① اذا كان سحب على التوالي دون  
ارجاع

$$L(1) = \{ (100), (101), (110), (111), (200), (201), (210), (211), (300), (301), (310), (311), (400), (401), (410), (411) \}$$

$$L(0) = (000)$$

$$= \text{الأولى بيضاء } \times \text{الثانية بيضاء}$$

$$\times \text{الثالثة بيضاء}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

ملاحظة  
L(الكرة بيضاء) = عدد الكرات البيضاء

عدد الكرات الكلي

$$L(1) = (100), (101), (110), (111), (200), (201), (210), (211), (300), (301), (310), (311), (400), (401), (410), (411)$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$$

$$+ \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{15}{64}$$

$$L(2) = (200), (201), (210), (211), (300), (301), (310), (311), (400), (401), (410), (411)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{3}{64} \leftarrow \text{ينبع}$$

جدول لتوزيع الاحصائي

٣	٢	١	٠	س
$\frac{١٢٥}{٥١٢}$	$\frac{٢٥٥}{٥١٢}$	$\frac{١٢٥}{٥١٢}$	$\frac{٤٧}{٥١٢}$	ل (س)

٣) اذا حسب التكرارات بشكل منفرد

$$\frac{١}{٥١٢} = \frac{\binom{٣}{٣} \times \binom{٥}{٠}}{\binom{٨}{٣}} \quad \text{ل (س=٠)}$$

$$\frac{١٥}{٥١٢} = \frac{\binom{٣}{٢} \times \binom{٥}{١}}{\binom{٨}{٣}} \quad \text{ل (س=١)}$$

$$\frac{٣٠}{٥١٢} = \frac{\binom{٣}{١} \times \binom{٥}{٢}}{\binom{٨}{٣}} \quad \text{ل (س=٢)}$$

$$\frac{١٠}{٥١٢} = \frac{\binom{٣}{٠} \times \binom{٥}{٣}}{\binom{٨}{٣}} \quad \text{ل (س=٣)}$$

جدول لتوزيع الاحصائي

٣	٢	١	٠	س
$\frac{١٠}{٥١٢}$	$\frac{٣٠}{٥١٢}$	$\frac{١٥}{٥١٢}$	$\frac{١}{٥١٢}$	ل (س)

ل (س=٣) ٢٢٢

$$\frac{٣}{١} \times \frac{٤}{٢} \times \frac{٥}{١} = \frac{١٠}{٥١٢} =$$

جدول لتوزيع الاحصائي

٣	٢	١	٠	س
$\frac{١٠}{٥١٢}$	$\frac{٣٠}{٥١٢}$	$\frac{١٥}{٥١٢}$	$\frac{١}{٥١٢}$	ل (س)

٤) اذا كان حسب التكرارات على التوالي دون ارجاع

$$\frac{٢٧}{٥١٢} = \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٦} \times \frac{٣}{٥} =$$

ل (س=١) ٢٥٥ ٢٥٥ ٢٥٥

$$\frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٦} \times \frac{٣}{٥} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٣}{٥} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٦} \times \frac{٥}{٥} = \frac{١٢٥}{٥١٢} =$$

ل (س=٢) ٢٢٢ ٢٥٤ ٢٥٥

$$\frac{٢}{٧} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٥} + \frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٦} \times \frac{٥}{٥} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٥} = \frac{٢٢٥}{٥١٢} =$$

ل (س=٣) ٢٢٢

$$\frac{١٢٥}{٥١٢} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٥} =$$



ملاحظة هامة

①  $n! = n(n-1)(n-2) \dots 1$

مثال  $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$

$4! \times 9 = 216$

$5! \times 4 \times 3 = 360$

وهكذا

②  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!7!}$

$= \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

③  $\binom{n}{0} = 1$

④  $\binom{n}{1} = n$

⑤  $\binom{n}{n} = 1$

في مجارب الكرات اذا كان يجب وفقاً تستخدم لتوافيقه

سؤال ٤

صندوق يحتوي على ٣ كرات حمراء وكرتين بيضاء، يجب من الصندوق ٣ كرات حمراء، اذا دل المتغير العشوائي هو على عدد الكرات البيضاء المحبوبة الكتب يدور التوزيع الاحتمالي

هنا المتغير العشوائي = ٥ ٤ ٣ ٢ ١  
لأنه لا يمكن ان تكون ٣ كرات بيضاء لأن عدد الكرات البيضاء (٢)

صننا حسب مفا ← توافيقه

ح (٣) =  $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10$

$10 = \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 1}$

٥ عدد الكرات الكاين ٣ عدد الكرات المحبوبة

Ω = { ٣ حمراء ٢ حمراء وواحدة بيضاء  
٢ بيضاء وواحدة حمراء }

ل (٣=٣) = ٣ حمراء

$\frac{1}{10} = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{5}{3}}$

ل (٣=١) = ٢ حمراء وواحدة بيضاء

$\frac{2}{10} = \frac{\binom{2}{2} \times \binom{3}{1}}{\binom{5}{3}}$

الحل

الاجابه (٥) ٣٦٠٦١٦٠

$$\frac{!٣}{!١ \times !٢} \times \frac{!٤}{!١ \times !٣} =$$

(٥)

$$\frac{!٣}{!١ \times !٢} \times \frac{!٤}{!١ \times !٣} =$$

١٠

ل (٣=٤) = ٢ بيضاء وواحدة حمراء

$$\frac{!٣}{!١ \times !٢} \times \frac{!٤}{!١ \times !٣} =$$

(٤)

$$\frac{!٣}{!١} = \frac{!٣ \times !١}{!١} =$$

جدول لتوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{!١}{!١}$	$\frac{!٢}{!١}$	$\frac{!٣}{!١}$

مثال (٦)

في تجربة رمي قطعة نقد (٣) مرات متتالية ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الكتاب ، أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س ؟

الحل

$$\Omega = \{ (ص، ص، ص)، (ص، ص، ل)، (ص، ل، ص)، (ص، ل، ل)، (ل، ص، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ل، ل) \}$$

(ل، ل، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ص، ص)، (ص، ل، ل)، (ص، ل، ص)، (ص، ص، ل)، (ص، ص، ص)

$$ل (٣=٠) = \frac{!١}{!٣}$$

$$ل (٣=١) = \frac{!٣}{!٣}$$

$$ل (٣=٢) = \frac{!٣}{!٣}$$

$$ل (٣=٣) = \frac{!٣}{!٣}$$

جدول لتوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	$\frac{!١}{!٣}$	$\frac{!٣}{!٣}$	$\frac{!٣}{!٣}$	$\frac{!٣}{!٣}$

مثال (٥)

إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) اطفال وتسجيل النتائج حسب اكنس وتل للولادة ما فان القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س)

٣، ٢، ١، ٠، ٥

٣، ٢، ١، ٠، ٣

(د) ٢، ١، ٠، ٣

(ج) ٣، ٢، ١، ٠، ٣

سؤال ٨

عند رمي حجر نرد مرتين وتسجيل النتيجة الظاهرة على الوجهين اذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور الرقم (٥) فالتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  ؟

الحل

$X \sim (٣, ٦)$

$f(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$f(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$f(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

• ان لا يظهر العدد

١ : ان يظهر العدد مرة واحدة

٢ : ان يظهر العدد مرتين

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
١	١	٢	٣
١	١	٢	٣

سؤال ٩

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة اذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور العدد ٣ فالتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  ؟

الحل

$X \sim (٣, ٦)$   
 $f(x) = \frac{1}{6}$   
 $f(x) = \frac{1}{6}$

• ان لا يظهر العدد ٣ او لا يظهر

$\frac{0}{6} = \frac{0}{6}$

$f(x) = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

١	٠	٣
$\frac{1}{6}$	$\frac{0}{6}$	$\frac{1}{6}$
١	٠	٣

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{17}{49}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{9}{49}$

سؤال ٩

كتبوي صندوق على ٤ كرات حمراء و ٣ كرات صفراء ، فاذا سحبنا من الصندوق كرتين على التوالي مع الارجاع ودون المتغير العشوائي (ع) على عدد الكرات الصفراء فكون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

عدد الكرات = ٣ + ٤ = ٧

ع = ٢ = { (٢، ٢) ، (٢، ٣) ، (٣، ٢) ، (٣، ٣) }

ع = ١ = { (١، ٢) ، (٢، ١) }

ع = ٠ = { (٠، ٢) ، (٢، ٠) }

ل(س = ٠) = ل(٢، ٢) =

الاولى حمراء والثانية صفراء

$\frac{17}{49} = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$   
مع الارجاع

ل(س = ١) = ل(٢، ٣) + ل(٣، ٢) =

$\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} =$

$\frac{24}{49} =$

ل(س = ٢) = ل(٣، ٣) =

$\frac{9}{49} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} =$

سؤال ١٠

كيس به ٦ بطاقات منها بطاقتان تحملان العدد (٢) وثلاثة بطاقات تحملان العدد (٣) و بطاقة تحمل العدد ١١ ، فاذا سحبنا بطاقة واحدة عشوائيه وعُرف المتغير العشوائي س بأنه العدد الظاهر على البطاقة فحوبه كون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

ع = ٢ = { ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ١١ }

ل(س = ٢) =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ل(س = ٣) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ل(س = ١١) =  $\frac{1}{6}$

جدول التوزيع

س	٢	٣	١١
ل(س)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

سؤال ١١

حتوي وعاء اربع بطاقات مرقمة بالارقام ١, ٢, ٣, ٤. سحب شخص بطاقة سوا الاخرى بدون ارجاع ويتوقف عن سحب عندما يحب البطاقة التي تحمل الرقم (مض) اذا ذلك المتغير العشوائي (س) على مجموع الارقام على البطاقات المسوية فاوجد قيم المتغير العشوائي (س) احسب ل (س = ٢)

(١) قيم المتغير العشوائي س

= { ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨ }

(٢) ل (س = ٢) =  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{12}$

=  $\frac{1}{6}$

سؤال ١٢

سحب بطاقةان عشوائياً على التوالي دون ارجاع من بين ١٠ بطاقات تحمل الارقام ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠. فاذا ذلك المتغير العشوائي (س) على مجموع الرقمين الظاهرين على البطاقتين السحوبتين حدد قيم المتغير العشوائي (س)

الحل

قيم س = { ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١ }

سؤال ١٣

صندوقان ١ و ٢ يحتويان صندوق ١ على ٣ بطاقات فمماثلة مرقمة بالارقام ١, ٢, ٣. وصندوق ٢ على ٣ بطاقات فمماثلة مرقمة بالارقام ١, ٢, ٣. سحب بطاقة من صندوق ١ و ٢. فاذا ذلك المتغير العشوائي (س) على اوسط ك.ي للرقمين الظاهرين كون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

قيم س = { ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ }

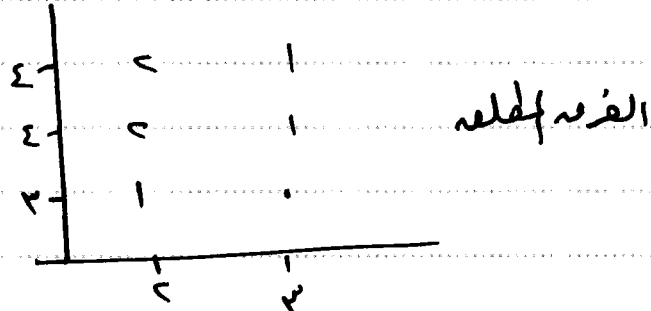
الوسط الحسابي	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦
٢	٢	٣	٤	٥	٦

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٢	٣	٤	٥	٦
ل (س)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

سؤال ١٥

صندوقان يحتويان الأول على ٣ كرات مكتوب عليهما الأرقام ٣ و ٣٦٢ ، والثاني يحتوي على ٣ كرات ورقمها بالأرقام ٣٦٣ ، ٣٦٤ ، ٣٦٥ ، وعرش المتغير العشوائي على أنه الفرق المطلق بين العددين الظاهرين فأكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$



$X = \{0, 1, 2\}$

$P(X=0) = \frac{1}{3}$

$P(X=1) = \frac{2}{3}$

$P(X=2) = \frac{1}{3}$

٣	١	٠	س
1/3	2/3	1/3	P(X)

سؤال ١٤

يحتوي صندوق على (١٠) بصيلا زبج، تحطي سبعة من البصير وثلاثة الابيض، اخذ اهد ثلاث بصيلا عشوائيه ، فاذا كان المتغير العشوائي  $X$  يدل على عدد البصيلات التي تحطي البصير اكتب جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{\binom{3}{0} \times \binom{7}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{35}{120}$

$P(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{7}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{63}{120}$

$P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \times \binom{7}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{21}{120}$

$P(X=3) = \frac{\binom{3}{3} \times \binom{7}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{1}{120}$

٣	٢	١	٠	س
1/120	21/120	63/120	35/120	P(X)

سؤال ١٦

في تجربة اختيار احد الاعداد  
 من ١ الى ١٠ عرف  
 المتغير العشوائي  $X$  على انه  
 قواسم (عوامل) العدد المختار.  
 تكون جدول التوزيع الاحتمالي

العدد	عدد القواسم
1	1
2	2
3	2
4	3
5	2
6	4
7	2
8	4
9	3
10	4

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$X$	1	2	3	4
$P(X)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$

سؤال ١٧

اذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً  
 يعرف على انه الفرق المطلق بين  
 العددين الظاهرين عند رمي حجر  
 الررد ، فالتب جدول التوزيع  
 الاحتمالي .

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S$	0	1	2	3	4	5
$P(S)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$

سؤال ١٨

اذا كان المتغير العشوائي  $S$  هو  
 اكبر العددين الظاهرين او اقلها  
 ان ساويا في تجربة القاء حجر  
 الررد تكون جدول التوزيع  
 الاحتمالي

الحل

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S$	1	2	3	4	5	6
$P(S)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$

سؤال (٩)

كتوي صندوق على ٥ مصابيح  
 كهر بائيه منها ٣ صالحه فاذا تم  
 فحص هذه المصابيح (دون ارجاع)  
 وكان المتغير العشوائي  $X$  يدل على  
 رقم الفحص الذي يظهر فيه اول  
 مصباح صالح اكتب جدول  
 التوزيع الاحتمالي للمتغير  
 العشوائي  $X$ .

الحل

هـ =  $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

٣ مصابيح صالحه ، ٢ تالفه

هـ =  $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

$P(1) = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$

$P(2) = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

$P(3) = \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

س	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

سؤال (١٠)

صندوق فيه (٥٠) زلفاً حيث  
 ١٠ مغلقات كتوي كل منها على جائزه  
 بقيمة ١٠٠ دينا ، (٢٠) مغلقات كتوي  
 كل منها على جائزه بقيمة ٥٠ دينا ،  
 (١٥) مغلقات كتوي كل منها على  
 جائزه بقيمة ٢٠ دينا ، والباقي  
 فارغه لا كتوي على أي جائزه  
 فاذا سحب احد المغلقات  
 عشوائياً وعرف المتغير العشوائي  
 $X$  بأنه الجائزه الظاهره على  
 المظلف

الحل

هـ =  $\{ 0, 20, 50, 100 \}$

س	٠	٢٠	٥٠	١٠٠
ل(س)	$\frac{35}{50}$	$\frac{15}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{10}{50}$



المعلم : ناجح الجمزاوي





الورقة المسحوبة  
أكتب جدول التوزيع الاحصائي

الحل

عدد س = { ٥ ٦ ٣ ٦ ٢ ٦ ١ ٥ ٦ ٤ ٦ }

س	١	٢	٣	٤	٥
ل (س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$

مثال (٤٥)

كتوبي صندوق على (١٠) مصابيح  
كهربائية اثنان منها غير صالحين  
سحب عشوائياً من الصندوق  
مصباحان الواحد وراء الآخر  
و بدون ارجاع فاذا كان المتغير  
العشوائي س يمثل عدد المصابيح  
غير الصالحة في الحين المسحوبه  
أكتب جدول التوزيع الاحصائي

الحل

عدد س = { ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ }

$$ل (س) = (٠ = ٣) = ل (١٠ - س) = \frac{1}{9} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{0.1}{9}$$

$$ل (س) = (١ = ٣) = ل (١٠ - س) + ل (١٠ - س) \leftarrow$$

(٤٣)

اذا كان المتغير العشوائي س يمثل  
بأحد قيمة اي عنصر من عناصر  
المجموعة { ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ } على  
العدد ٣ أكتب جدول التوزيع  
الاحصائي

الحل

بأحد قيمة { ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ }  
على ٣ هي ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
توزيع	٣	١ ٢ ٣	٤

بأحد قيمة ٣ على ٣ يادي ٠

بأحد قيمة ١ ٢ ٣ على ٣ يادي ١

بأحد قيمة ٢ ٣ ٤ على ٣ يادي ٢

(٤٤) دعاء به (٨) ورقات

صمته ومرتبه بالارقام

٥ ٦ ٥ ٦ ٤ ٦ ٣ ٦ ٢ ٦ ٢ ٦ ١ ٥ ٦ ٤ ٦

سحب من دعاء ورقه واحده  
عشوائياً وعرف المتغير العشوائي  
س انه الرقم الظاهر على

٥ -	١٠	س
$\frac{٣}{٦}$	$\frac{٦}{٣٦}$	ل (س)

$$\frac{٨}{٩} \times \frac{٢}{١٠} + \frac{٢}{٩} \times \frac{٨}{١٠} =$$

$$\frac{٢٠}{٩٠} = \frac{١٦}{٩٠} + \frac{١٦}{٩٠} =$$

$$ل (س) = ٢٠ = ٢٠$$

$$\frac{٢}{٩} = \frac{١}{٩} \times \frac{٢}{١} =$$

س	١	٠	س
ل (س)	$\frac{٢٠}{٩}$	$\frac{٥٦}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$

سؤال (٤٧)  
صندوق يحوي كرات بيضاء وحمراء فيه نسبة الكرات البيضاء الى الحمراء هي ٣ : ٥ ، اذا كانت التجربة قد اختيرت كرتين من الصندوق على التوالي مع الرجوع حول المتغير العشوائي س على عدد الكرات المحسوبة البيضاء بعد التوزيع الاحتمالي .

سؤال (٤٦)

يلعب شخص اللعبة التالية  
يلقي حجره مرة واحدة ويلعب ١٠ نقاط عند ظهور وجهين متماثلين ، و٥ عند ظهور ١٠ نقاط عند ظهور وجهين مختلفين ، فاذا كان المتغير العشوائي س يمثل عدد النقاط التي يكسبها الشخص الكعب بعد توزيع الاحتمالي .

الحل

$$س = ٥, ٤, ٣, ٢, ١, ٠$$

$$ل (س) = \frac{٥}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (٥) = \frac{٣}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (٤) = \frac{٢}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (٣) = \frac{١}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (٢) = \frac{٠}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (١) = \frac{٠}{٨} = \frac{س}{٨}$$

$$ل (٠) = \frac{٠}{٨} = \frac{س}{٨}$$

الحل

$$س = ٥, ١, ٠$$

# اقتران الكثافة الاحتمالية

## تعريف

إذا كان  $f$  متغيراً عشوائياً منفصلاً و  $\Omega$  مجاله  $\dots \dots \dots$  فإن الأقران الذي يحققه الشرطين

$$① \quad \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = 1$$

$$\text{حيث } f(\omega) \geq 0$$

$$② \quad \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = 1$$

يسمى اقران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل

## بمعنى

يسمى  $f$  اقران الكثافة الاحتمالية إذا كان

$$① \quad \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = 1$$

$$② \quad \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = 1$$

مجموع الاحتمالات = 1

## سؤال ①

إذا كان  $f$  متغيراً عشوائياً منفصلاً و  $\Omega$  مجاله  $\dots \dots \dots$  فإن الأقران الذي يحققه الشرطين

## الحل

$$\text{ل } \omega = 0 \quad \frac{1}{9} < \frac{2}{9} = \frac{1+1}{9}$$

$$\text{ل } \omega = 1 \quad \frac{2}{9} < \frac{3}{9} = \frac{1+2}{9}$$

$$\text{ل } \omega = 2 \quad \frac{3}{9} < \frac{4}{9} = \frac{1+3}{9}$$

$$\leftarrow \text{ل } \omega = 3 \quad \frac{4}{9} < \frac{5}{9} = \frac{1+4}{9}$$

## ②

$$\text{ل } \omega = 0 \quad \frac{1}{9} + \text{ل } \omega = 1 \quad \frac{2}{9} + \text{ل } \omega = 2 \quad \frac{3}{9} + \text{ل } \omega = 3 \quad \frac{4}{9} = 1$$

$$1 = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9}$$

$$\text{اذن } \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = 1$$

ل  $f$  يحقق شرط اقران

الكثافة الاحتمالية

مسألة ٤

اجدول التالي يمثل جدول التوزيع الاحصائي فان قيمته م تساوي

٧	٦	٤	٢	س
٣	٣	٣	٣	ل (س)

$١٢٠ = \frac{1}{7} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + ١٠$

الحل

$١ = ٣ + ٣ + ٣ + ٣$

$١ = ٣٧$

$١ = \frac{1}{٧} \leftarrow$

مسألة ٥

اذا كان التوزيع الاحصائي للمتغير العشوائي  $X$  معطى بالمجموعة

$\left\{ \left( \frac{3}{14}, \frac{1}{14} \right), \left( \frac{5}{14}, \frac{1}{14} \right), \left( \frac{6}{14}, \frac{1}{14} \right) \right\}$

اوحد قيمة  $P$  ؟

$\sum P = 1$

$1 = \frac{3}{14} + \frac{5}{14} + \frac{6}{14}$

$1 = \frac{14}{14}$

$\frac{14}{14} - \frac{14}{14} = \frac{14}{14} - 1 = 0 \leftarrow$

$\frac{1}{14} =$

مسألة ٥

اذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً عددياً وكان التوزيع الاحصائي لـ  $X$  كما في الجدول التالي فان  $P(X=١)$  تساوي

الحل

$\sum P = 1$  فان

$1 = (١) \cdot \frac{1}{10} + (٢) \cdot \frac{3}{10} + (٣) \cdot \frac{4}{10} + (٤) \cdot \frac{2}{10}$

$1 = \frac{1}{10} + \frac{6}{10} + \frac{12}{10} + \frac{8}{10}$

$1 = \frac{27}{10} + \frac{1}{10}$

$1 = \frac{28}{10} + \frac{1}{10}$

$1 = \frac{29}{10} + \frac{1}{10}$

$1 = \frac{30}{10} + \frac{1}{10}$

$1 = \frac{31}{10} + \frac{1}{10}$

مسألة ٣

اذا كان جدول التوزيع الاحصائي للمتغير العشوائي  $X$  هو المبين اعطيك فاوجد قيمة  $P(X=١)$

٥	٤	٣	٢	١	٠	س
$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	ل (س)

الحل

$1 = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}$

$1 = \frac{15}{10} + (١) \cdot \frac{1}{10} \leftarrow$

الذي كصعها (A)

$$\frac{1+c}{n} + \frac{1+a}{n} + \frac{1+b}{n}$$

$$1 = \frac{0}{n} + \frac{c}{n} + \frac{1}{n}$$

سؤال (B)

إذا كان س متغيراً عشوائياً واه  
 ؟ (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧) وكان ل (س=١)

٢ = ٥ ل (س=٠) و ٤ = ٠ ل (س=١) أو فان ل (س<١)

سأوي

(٢) ٣ و (٥) ٤ و (ج) ٥ و (د) ٦ و

الحل

$$ل (س < ١) = ل (س = ٠)$$

$$١ = ل (٠) + ل (١) + ل (٢) + ل (٣) + ل (٤) + ل (٥)$$

$$١ = ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + ٠$$

$$١ = ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + ٠$$

$$ل (٢) = ٣ و (B)$$

سؤال (C)

إذا كان س متغيراً عشوائياً واه  
 ؟ (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧) فان اهد لإقرانان  
 التاليه على اقران الكثافه  
 الاحتمالية للمتغير العشوي س

$$(A) ل (س) = \frac{1+c}{n} \quad (B) ل (س) = \frac{1+b}{n}$$

$$(C) ل (س) = \frac{1-s}{n} \quad (D) ل (س) = \frac{1}{n+s}$$

الحل

$$١ = ل (٠) + ل (١) + ل (٢)$$

مسألة ٩

إذا كان قيم المتغير العشوائي  
س في تجربة عشوائية هي  
٢، ٠، ٦، ٤، ٦، ٤، ٢، ٠  
على التوالي، فاحتمالات قدرها  
 $\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}$

الحل

$$1 = \frac{2-2}{5} + \frac{1-2}{5} + \frac{1+3}{5} + \frac{1}{5}$$

$$1 = \frac{2-3}{5}$$

$$0 = 2 - 3v$$

$$1 = 3 \leftarrow v = 3v$$

مسألة ١٠

إذا كان س متغيراً عشوائياً منفصلاً  
واقتران الكثافة الاحتمالية  
 $L(s) = \frac{Pc + 3s}{54}$  و  $s = 2, 3, 4, 5, 6, 7$

او هل قيمة P ؟

الحل

$$1 = L(1) + L(2) + L(3) + L(4) + L(5) + L(6) + L(7)$$

$$\frac{9+Pc}{54} + \frac{7+Pc}{54} + \frac{3+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54}$$

$$1 = \frac{14+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54} + \frac{1+Pc}{54}$$

$$1 = \frac{3 + Pc}{54}$$

$$54 = 3 + Pc$$

$$51 = Pc \leftarrow$$

$$3 = \frac{51}{7} = P$$

مسألة ١١

إذا كان س متغيراً عشوائياً  
صحيحاً من ١ إلى ١٠، وكان اقتران  
الكثافة الاحتمالية  
للتغير العشوائي س هو:

$$\left. \begin{aligned} L(s) &= (s+1) \cdot s = 100 \\ L(s) &= s \cdot (s) = 360 \\ L(s) &= (s-1) \cdot s = 564 \end{aligned} \right\}$$

حدد ما يلي:

(٢) قيمة L  
(٣) تكون جدول التوزيع الاحتمال

(٤)  $L(s) < 2$  ← يسع كل

الحل

هو التوزيع الاحصائي للمتغير العشوائي  $X$  او بعبارة اخرى  $P$  ؟

①  $P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$

الحل

$$1 = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4)$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

$$1 = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4)$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

$$1 = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.2$$

ضرب المعادلة في (10)

$$10 = 1 + 2 + 3 + 2 + 2$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 2 + 2$$

0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$	0

$$= (1 + 10)(1 - 0.1)$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 2 + 2$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 2 + 2$$

④  $P(X \leq 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)$

$$= \frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{8}{11}$$

سؤال (13)

اذا كان التوزيع الاحصائي للمتغير العشوائي هو  $\{ (0, 0.1), (1, 0.2), (2, 0.3), (3, 0.2), (4, 0.2) \}$  احاطت ل (0.5) =

(0.1) ، (0.2) ، (0.3) ، (0.4) ، (0.5) ، (0.6) ، (0.7) ، (0.8) ، (0.9) ، (1)

الحل

$$P(X \leq 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)$$

$$= 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 = 0.8$$

سؤال (14)

اذا كان

$$P(0) = 0.1, P(1) = 0.2, P(2) = 0.3, P(3) = 0.2, P(4) = 0.2$$



سؤال ١٣

وه صغرى وائي منفصل وراه  
 $\{ ٣٦٢٥١ \}$

$$\left. \begin{array}{l} ١ = ٥ \quad ٦٥ \\ ٣٦٢ = ٥ \quad ٦٥ \end{array} \right\} = (١٣)$$

فان صيغة ج =

$$(١) \frac{1}{1} \quad (٥) \frac{1}{١٣} \quad (٦) \frac{1}{٥} \quad (د) ٥$$

الحل

$$١ = (١١) + (٢٢) + (٣٣)$$

$$١ = ٦٥ + ٦٢ + ٦٣$$

$$\frac{1}{1} = ٦ \leftarrow ١ = ٦١$$

الاجابة (١٣)



المعلم: ناجح الجمزاوي

# تدريبات الكتاب

## تدريب ① ص ٢٩٤

أكتب عدد المتغير العشوائي في كل من الحالات الآتية

(٣) في تجربة سحب خمس كرات على التوالي دون ارجاع من صندوق يحتوي ٤ كرات بيضاء و ٧ كرات زرقاء ، إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

(١) في تجربة القاء حجرى ترد متظمين وسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجهين الطويلين ، إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على مجموع النقاط الظاهرة على الوجهين الطويلين .

عدد  $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

لأن عدد الكرات البيضاء فقط (٤)

عدد  $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$

عدد  $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$

## تدريب ② ص ٢٩٥

أكتب جدول التوزيع لإجمالي المتغير العشوائي  $X$  الوارد في تدريب ①

(٢) في تجربة إلقاء قطعة نقد اربع مرات وسجيل الوجه الظاهر في كل مرة ، إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور الصورة

عدد  $X = 0, 1, 2, 3, 4$

الحل

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	

تدريب (٣)

إذا كان التوزيع الاحصائي للمتغير العشوائي مع بعض بالمجموعة

{ (١ <= x <= ٢) ، (٢ <= x <= ٣) ، (٣ <= x <= ٤) ، (٤ <= x <= ٥) }  
 حيث  $P(x=٣) = \frac{٣}{١٦}$  و  $P(x=٤) = \frac{٤}{١٦}$

الحل

$$P(x=١) + P(x=٢) + P(x=٣) + P(x=٤) = ١$$

$$P(x=١) + P(x=٢) + \frac{٣}{١٦} + \frac{٤}{١٦} = ١$$

$$P(x=١) + P(x=٢) = ١ - \frac{٣}{١٦} - \frac{٤}{١٦} = \frac{١٠}{١٦} = \frac{٥}{٨}$$

(٥)

-----

ل (١ = x) =

{ ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ } = P(x=٥)

ل (١ = x) =  $\frac{١}{١٦}$

ل (١ = x) =  $\frac{٤}{١٦}$  =  
 ل (٢ = x) =  
 ل (٣ = x) =  
 ل (٤ = x) =

ل (٢ = x) =

$\frac{٦}{١٦}$  =  
 ل (٣ = x) =  
 ل (٤ = x) =  
 ل (٥ = x) =

$\frac{٤}{١٦}$  =  
 ل (٣ = x) =  
 ل (٤ = x) =  
 ل (٥ = x) =

$\frac{١}{١٦}$  = ل (٤ = x) =

٤	٣	٢	١	٠	١
$\frac{١}{١٦}$	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{٦}{١٦}$	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{١}{١٦}$	ل (١ = x)

# تمارين ومسائل

صفحة (٣٩٩) الكتاب

## السؤال الأول

إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد الاطفال الذكور في تجربة اختيار عتوائي لعائلته لديها ثلاثة اطفال وسجل النتائج حسب الجدول التالي للولادة، فجددي المتغير العشوائي  $Y$ .

$$Y = 30000 + 10000X$$

## السؤال الثاني

إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على الفرض لطلعه بين عدد نقاط القاهره على اوجده بين اهلوسين عند لقاء حجرى نرد متتظمين فكون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$ .

الفرض لطلعه	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	2	3	4	5
3	3	2	1	2	3	4
4	4	3	2	1	2	3
5	5	4	3	2	1	2
6	6	5	4	3	2	1

$$Y = 50000 + 10000X$$

## السؤال الثاني

في تجربة اختيار اربع لعب من انتاج مصنع العباب، اذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد اللعب المتالفه فجددي  $Y$ .

اكل

$$Y = 10000 + 10000X$$

س	0	1	2	3	4	5
ل (س)	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{28}{36}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{6}{36}$

السؤال الرابع

ل (٥ = ٢) = ع د د ع د ع د  
 ع د د

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{8} + \frac{5}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{2}{8} =$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{8} +$$

ل (٣ = ٥) = د د د

$$\frac{3}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{8} =$$

يتوي صندوقه على ٦ كرات بيضاء  
 وكرتين حمراوين ، تحت عن  
 الصندوق ثلاث كرات على التوالي  
 دون ارجاع ، اذا دل المتغير  
 العشوائي هو على عدد الكرات  
 البيضاء المحبوسه ماقلون لتوزيع  
 الاحتمالي للمتغير العشوائي هو .

$\Omega = \{ \text{د د د ، د د ع ، د ع د ، ع د د ، ع د ع ، د ع ع ، ع د ع ، ع ع د ، ع ع ع} \}$

لا يوجد ع ع ع لأن عدد الكرات  
 الحمراء = ٢

عدد د =  $\{ ١ ، ٢ ، ٣ \}$

ل (١ = ٣) = ل (٤٤٤) مستحيل  
 = عدد كرات = الحمراء = ٢

ل (٣ = ١) = ل (١٤٤) + ل (٤٤١) + ل (٤٤٤)

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{8} =$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{2}{8} +$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{7} \times \frac{2}{4} \times \frac{7}{8} +$$

$$\frac{3}{5} =$$

السؤال الخامس

اذا كان ل يمثل اقران الكشافه  
 الاحتماليه للمتغير العشوائي المنفصل  
 هو وكان

ل (٣) =  $\left. \begin{matrix} ٤ د د د \\ ٥ د د \\ ٦ د (١+٣) \end{matrix} \right\}$

١ = ٣  
 ٢ = ٣  
 ٣ = ٣

فاجب عن كل مما يأتي  
 (٤) حدد قيمة الثابت د

(٥) كون جدول لتوزيع الاحتمالي  
 للمتغير العشوائي المنفصل هو

(٥) جدول (١ ١ ٣ ٣) يتبع

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

الحل

(P)

$$1 = (1)ل + (2)ل + (3)ل$$

$$1 = 1ل + 2ل + 3ل$$

$$1 = 6ل$$

$$\frac{1}{6} = ل \leftarrow$$

$$\frac{2}{6} = (1)ل \quad \frac{4}{6} = (2)ل$$

$$\frac{6}{6} = (3)ل$$

(U)

س	١	٢	٣
لا (س)	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{6}$

(D)

$$ل (١ + ٢ + ٣) = ل (٦)$$

$$\frac{6}{6} = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} =$$

السؤال السادس

اذا كانت س = ٢ ٣ ٤ ٥  
 يمثل عدد التغيير العشوائي هـ  
 وكانت ل (س) = ل ٥  
 يمثل افتراض ان اكلنا فيه الاصحاب  
 للتغير العشوائي هـ ، حيث ان ل

الحل

$$ل (١ + ٢ + ٣) = ل (٦)$$

$$١ = ٢ل + ٣ل + ٤ل$$

$$١ = ٩ل$$

$$\frac{1}{9} = ل$$

السؤال السابع

في تجربة سحب كرة (دون ارجاع)  
 عشوائية من ٣ كرات  
 بيضاء ، وكرتين حمراوين اذا  
 دل التغيير العشوائي هـ على رقم  
 اسحب الذي تظهر من اول  
 كره فخراد تعلقون جدول لتوزيع  
 الاحصائي .

الاحصائي

ع ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

$$ل (١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩) = ل (45)$$

$$\frac{45}{45} = \frac{1}{45} = ل$$

$$\frac{30}{45} = \frac{2}{15} = ل$$

$$\frac{15}{45} = \frac{1}{3} = ل$$

$$\frac{6}{45} = \frac{2}{15} = ل$$

س	١	٢	٣	٤
لا (س)	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$

# توزيع ذات الحدين

## توزيع ذات الحدين

وإذا كرر هذا النوع من التجارب عدداً معيناً من المرات ، حيث يكون مستقلاً وصحائلاً ، أي أن نتيجة إحدى التجارب لا تؤثر في سواها ، وأن احتمال النجاح في كل مرة يبصر نفسه لجميع المحاولات الأخرى ، يسمى هذا النوع من التجارب

تجارب ذي الحدين

مثلاً إذا أخذت تجربة القاء

قطعة نقد مرات عديدة ، فإن

احتمال ظهور الصورة في كل مرة

يبقى ثابتاً ويداوي  $(\frac{1}{2})$

ومن الأمثلة على متغيرات تتبع

توزيع ذي الحدين

① عدد العمليات الناجحة

② عدد الحيوانات التي لا تطا به

المواصفات

③ عدد الاشجار التي تصاب بمرض معين

اساس التوزيع الاحصائي لتوزيع ذي الحدين هو تجربة برنولي وهي تجربة عشوائية مكونة من محاولة واحدة فقط ، فضاءها العيني مكون من نتيجتين منفصلتين واحدة تسمى نجاحاً والأخرى تسمى فشلاً

وبما ان تجربة برنولي ليس لها سوى نتيجتين هما النجاح والفسل فإن

احتمال النجاح + احتمال الفسل = 1

فمثلاً

إذا كان احتمال الفوز في

عبارة = 0.7

فإن احتمال الخسارة = 1 - 0.7 = 0.3

= 0.3

# قانون ذي الحدين

الحل

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \text{قيم } s = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{حيث } n = 5$$

$$L(s=r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$\textcircled{1} L(s=0) = \binom{5}{0} p^0 (1-p)^5 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$L(s=1) = \binom{5}{1} p^1 (1-p)^4 = 5 \times p \times (1-p)^4$$

$$L(s=2) = \binom{5}{2} p^2 (1-p)^3 = 10 \times p^2 \times (1-p)^3$$

$$L(s=3) = \binom{5}{3} p^3 (1-p)^2 = 10 \times p^3 \times (1-p)^2$$

$$L(s=4) = \binom{5}{4} p^4 (1-p)^1 = 5 \times p^4 \times (1-p)$$

$$L(s=5) = \binom{5}{5} p^5 (1-p)^0 = 1 \times p^5 \times 1 = p^5$$

حيث

n: عدد مرات تكرار التجربة

r: عدد مرات النجاح،  $r \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

p: احتمال النجاح في مرة الواحدة

1-p: احتمال عدم النجاح (الفشل)

n = 6: معامل المتغير العشوائي ذي الحدين

$$\textcircled{2} L(s=1) = \binom{6}{1} p^1 (1-p)^5 = 6 \times p \times (1-p)^5$$

$$L(s=0) = \binom{6}{0} p^0 (1-p)^6 = 1 \times 1 \times (1-p)^6 = (1-p)^6$$

$$L(s=1) = \binom{6}{1} p^1 (1-p)^5 = 6 \times p \times (1-p)^5$$

$$L(s=2) = \binom{6}{2} p^2 (1-p)^4 = 15 \times p^2 \times (1-p)^4$$

$$L(s=3) = \binom{6}{3} p^3 (1-p)^3 = 20 \times p^3 \times (1-p)^3$$

$$L(s=4) = \binom{6}{4} p^4 (1-p)^2 = 15 \times p^4 \times (1-p)^2$$

$$L(s=5) = \binom{6}{5} p^5 (1-p)^1 = 6 \times p^5 \times (1-p)$$

$$L(s=6) = \binom{6}{6} p^6 (1-p)^0 = 1 \times p^6 \times 1 = p^6$$

$$\textcircled{3} L(s \leq 4) = L(s=0) + L(s=1) + L(s=2) + L(s=3) + L(s=4)$$

$$L(s=0) + L(s=1) + L(s=2) + L(s=3) + L(s=4)$$

$$= \binom{6}{0} p^0 (1-p)^6 + \binom{6}{1} p^1 (1-p)^5 + \binom{6}{2} p^2 (1-p)^4 + \binom{6}{3} p^3 (1-p)^3 + \binom{6}{4} p^4 (1-p)^2$$

$$= 1 \times 1 \times (1-p)^6 + 6 \times p \times (1-p)^5 + 15 \times p^2 \times (1-p)^4 + 20 \times p^3 \times (1-p)^3 + 15 \times p^4 \times (1-p)^2$$

$$\textcircled{4} L(s \geq 2) = L(s=2) + L(s=3) + L(s=4) + L(s=5) + L(s=6)$$

$$L(s=2) + L(s=3) + L(s=4) + L(s=5) + L(s=6)$$

$$= \binom{6}{2} p^2 (1-p)^4 + \binom{6}{3} p^3 (1-p)^3 + \binom{6}{4} p^4 (1-p)^2 + \binom{6}{5} p^5 (1-p)^1 + \binom{6}{6} p^6 (1-p)^0$$

مثال 1

إذا كان من قضيء أعوانياً ذا احدين، فمطاله n = 5، p = 0.3، جد كلاهما أي

$$\textcircled{1} L(s=0) = \binom{5}{0} p^0 (1-p)^5 = 1 \times 1 \times (1-0.3)^5 = (0.7)^5$$

$$\textcircled{3} L(s \leq 4) = L(s=0) + L(s=1) + L(s=2) + L(s=3) + L(s=4)$$



وهنا نضع إيجادها

سؤال ٥

$$L(s \leq 1) = 1 - L(s = 0)$$

إذا كان من متغير عشوائي ذا هدين  
معاملاه  $p = 2$  و  $q = 3$  أوحد

$$L(0) + L(1) + L(2) + L(3) + L(4) = 1$$

$$L(s \leq 2) = L(0) + L(1) + L(2)$$

$$1 - L(0) - L(1) - L(2) = 0$$

الحل

$$s = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$1 - 1 - 3 - 6 = 0$$

$$L(s \leq 2) = L(s = 3)$$

$$1 - 9 - 27 = 0$$

$$= \binom{3}{3} (3)^3 (7)^0$$

سؤال ٤

إذا كان من متغير عشوائي يخضع  
لتوزيع ذي كرتيه حيث  $n = 2$   
وكان  $L(s \geq 3) = \frac{10}{17}$  فجد  
قيمة  $p$  ؟

$$L(s \leq 2) = L(s = 3) + L(s = 4)$$

$$\binom{3}{2} (3)^2 (7)^1 + \binom{3}{3} (3)^3 (7)^0$$

الحل

سؤال ٣

$$n = 2 \leftarrow r = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

إذا كان من متغير عشوائي ذا هدين  
معاملاه  $p = 7$  و  $q = 5$  أوحد

$$L(s \geq 3) = L(3) + L(4) + L(5) + \dots$$

$$L(s \leq 2) = L(0) + L(1) + L(2)$$

$$1 - L(0) - L(1) = \frac{10}{17}$$

أوحد

لأن مجموع الاحتمالات = 1

$$L(s \leq 1) = L(0) + L(1)$$

$$L(0) = \binom{2}{0} (7)^0 (5)^2 = 25$$

الحل

$$p = \frac{1}{17}$$

$$L(s \leq 1) = L(0) + L(1) + L(2) + \dots$$

$$L(0) + L(1) + L(2) + \dots$$

سؤال ٦

إذا كان  $n$  متغيراً عوائياً ذا الكرين  
مطالاه  $n=3$  ،  $P=2$  و  $n$  نجد  
④ مِمَّس ⑤ جدول لتوزيع الاحتمالي

الحل

④ مِمَّس  $n=3$  ←  
{ ٣, ٢, ١, ٠ }

$$\begin{aligned} P(0) &= \binom{3}{0} (0.2)^0 (0.8)^3 = 0.512 \\ P(1) &= \binom{3}{1} (0.2)^1 (0.8)^2 = 0.384 \\ P(2) &= \binom{3}{2} (0.2)^2 (0.8)^1 = 0.096 \\ P(3) &= \binom{3}{3} (0.2)^3 (0.8)^0 = 0.008 \end{aligned}$$

٣	٢	١	٠	س
٠.٠٠٨	٠.٠٩٦	٠.٣٨٤	٠.٥١٢	ل (س)

سؤال ٧

إذا كان  $n=3$  ،  $P=1$  و  $n$  نجد  
جدقيقة  $P$  ؟

الحل

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} &= \binom{3}{0} (P-1)^0 (1)^3 = (P-1)^3 \\ \frac{1}{3} &= (P-1)^3 \\ P-1 &= \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \\ P &= 1 + \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

سؤال ٥

إذا كان  $n$  متغيراً عوائياً  
يضع لتوزيع ذات الكرين  
صبي  $n=3$  ،  $P=1$  و  $n$  نجد  
جدقيقة  $P$  ؟

④ مِمَّس  $n=3$  ←

الحل

$n=3$  ← { ٣, ٢, ١, ٠ }

$$\frac{19}{n} = (1 \leq s \leq n)$$

$$\frac{19}{n} = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{19}{n} - 1 &= \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} \\ \frac{19}{n} - 1 &= \frac{19}{n} - 1 = \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{19}{n} = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = (P-1)^3 + 3(P-1)^2 + 3(P-1) + 1$$

$$\frac{19}{n} = (P-1)^3 + 3(P-1)^2 + 3(P-1) + 1$$

$$P-1 = \sqrt[3]{\frac{19}{n} - 1}$$

$$P = 1 + \sqrt[3]{\frac{19}{n} - 1}$$

$$\frac{19}{n} = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = (P-1)^3 + 3(P-1)^2 + 3(P-1) + 1$$

$$\frac{19}{n} = \frac{1}{n} + \frac{3}{n} + \frac{3}{n} + 1$$

سؤال ٨

لدى عائلة ٦ أطفال ، ما احتمال ان يكون (٤) اطفال منهم ذكور

الحل

$n = 6$        $r = 4$

$P = \frac{1}{2}$  لأنه احتمال ان يكون ولد من بينه  $n = \{ \text{و} \text{و} \}$  الكريمة الواحد  $= \frac{1}{2}$

$L (s=4) = \binom{6}{4} (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2 = 15 \times (\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^2 =$

الحل

$s$ : عدد مرات ظهور الصورة  
 $n = 6$

$s = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$   
 $P =$  احتمال ظهور الصورة في اربعة الواحدة

$\frac{1}{2} = P - 1 \leftarrow \frac{1}{2} =$

١ ظهور الصورة مرتين فقط  
 $L (s=2) =$

$= \binom{6}{2} (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^4 =$

٢ ظهور الصورة في اربع مرات

$L (s=4) = \binom{6}{4} (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2 =$

٣ ظهور الصورة في جميع المرات

$L (s=6) = \binom{6}{6} (\frac{1}{2})^6 (\frac{1}{2})^0 =$

$\frac{1}{128} =$

٤ عدم ظهور الصورة  
 $s = 0$

$L (s=0) = \binom{6}{0} (\frac{1}{2})^0 (\frac{1}{2})^6 =$

$\frac{1}{64} =$

سؤال ٩

في تجربة القاء قطعة نقد سبع مرات متتالية جد احتمال

١ ظهور الصورة مرتين فقط

٢ ظهور الصورة في اربع مرات

٣ ظهور الصورة في جميع المرات

٤ ان لا تظهر الصورة

## ملاحظة هامة

① تجديمية P بفرض ان التجربة مره واحده .

② تكون في ذات كحدين عدد مرات التجربة كبيره

③ تبدأ من صفر وتنتهي بعدد مرات اجراء التجربة

④ على الأكثر : تبدأ من الرقم تنازلياً حتى الصفر

⑤ على الأقل تبدأ من الرقم فصاعداً حتى أكبر رقم

## سؤال ١٠

إذا كان احتمال نمو نوع من البذور عند زراعتها (٨٥٪) ، إذا تمت زراعة (٥) بذرات فأوجد  
 (١) احتمال ان تنمو ٤ بذرات  
 (٢) احتمال ان تنمو بذره واحده على الأكثر

(٣) احتمال ان تنمو (٤) بذرات على الأقل .

### الحل

$$n = 5, p = 0.85$$

$$P - 1 = 0.85 - 1 = -0.15$$

$$s = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$① P(s=4) = \binom{5}{4} (0.85)^4 (0.15)^1$$

② واحده على الأكثر ل (s ≥ 1)

$$P(s=1) + P(s=0) =$$

$$= \binom{5}{1} (0.85)^1 (0.15)^4 + \binom{5}{0} (0.85)^0 (0.15)^5$$

$$③ P(s \leq 4) = P(s=4) + P(s=0)$$

$$= \binom{5}{4} (0.85)^4 (0.15)^1 + \binom{5}{0} (0.85)^0 (0.15)^5$$

## سؤال ١١

عند رمي حجر تردد (٤) مرات متتاليه ما احتمال ظهور عدد فردي مره واحده على الأكثر

### الحل

$$n = 4, p = \text{احتمال ظهور عدد فردي} = \frac{3}{4}$$

$$P - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

$$P(s \geq 1) = P(s=1) + P(s=2)$$

$$= \binom{4}{1} \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{4}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

سؤال ١٣

رصد قطع السيارة الكهربائي لمدة ستة ايام متتالية ، اذا كان احتمال ان ينقطع هو (٠.٥) فما احتمال انقطاعه لمدة يومين فقط

الحل

$$n = 6$$

$$p = 0.5 \quad \leftarrow \quad q = 1 - p = 0.5$$

$$L(s=0) = \binom{6}{0} (0.5)^0 (0.5)^6$$

سؤال ١٤

اذا كان احتمال نجاح عملية جراحية ياوي ٠.٩ ، اذا اجرى اربعة عمليات متوالية فما هو احتمال ان لا تنجح اي عملية

الحل

$$p = 0.9 \quad \leftarrow \quad q = 1 - p = 0.1$$

$$n = 4$$

$$L(s=0) = \binom{4}{0} (0.1)^0 (0.9)^4$$

سؤال ١٤

عائلة لديها ستة اطفال تم تسجيلهم حسب جنس وتل للولادة جد احتمال

(١) ان يكون لدى العائلة ولدان فقط

(٢) ان يكون لدى العائلة خمسة اولاد على الأقل

(٣) ان يكون عدد الاولاد اقل من عدد البنات

الحل

$$n = 6 \quad s = \text{عدد الاولاد}$$

$$s = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$p = \frac{1}{2} \quad q = 1 - p = \frac{1}{2}$$

$$① \quad L(s=0) = \binom{6}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$② \quad L(s \leq 0) = L(s=0) + L(s=1) = \binom{6}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \binom{6}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^6 + 6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$③ \quad \text{عدد الاولاد} = 0 \text{ أو } 1 \text{ أو } 2 \text{ أو } 3$$

$$L(s=0) + L(s=1) + L(s=2) =$$

$$\binom{6}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \binom{6}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 +$$

$$+ \binom{6}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

سؤال ١٥

إذا كان احتمال ان يصيب شخص هدفًا ما يادي (٥ لا ٠) فإذا أطلق (٥) لطلق على الهدف فما احتمال .

- (١) اصابة الهدف ٣ مرات
- (٢) ان يخطأ الهدف ٣ مرات
- (٣) عدم اصابة الهدف
- (٤) اصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر
- (٥) اصابة الهدف مرة واحدة على الأقل .

الحل

$$n = 5$$

$$p = 5 \text{ لا } 0 \leftarrow p - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$= 20$$

$$s = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

①  $L(s=3) = \binom{5}{3} (0.5)^3 (0.5)^2 = 10 \cdot (0.5)^5 = 0.3125$

② ان يخطأ الهدف (٣) مرات تعني ان اصابته مرتين

③  $L(s=2) = \binom{5}{2} (0.5)^2 (0.5)^3 = 10 \cdot (0.5)^5 = 0.3125$

④  $L(s=0) = \binom{5}{0} (0.5)^0 (0.5)^5 = 1 \cdot (0.5)^5 = 0.03125$

④  $L(s \geq 3) = L(s=3) + L(s=4) + L(s=5)$

$$= \binom{5}{3} (0.5)^3 (0.5)^2 + \binom{5}{4} (0.5)^4 (0.5)^1 + \binom{5}{5} (0.5)^5 (0.5)^0$$

⑤  $L(s \leq 1) = L(s=0) + L(s=1) + L(s=2)$

$$= 1 + 5 \cdot (0.5) + 10 \cdot (0.5)^2 = 1 + 2.5 + 2.5 = 6$$

سؤال ١٦

إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية يادي ٨٠٪ ، فما احتمال نجاح عمليتين على الأقل إذا اجريت ثلاث عمليات

الحل

$$n = 3$$

$$p = 80 \leftarrow p - 1 = 80 - 1 = 79$$

احتمال نجاح عمليتين على الأقل

$$L(s \leq 2) = L(s=2) + L(s=3)$$

$$= \binom{3}{2} (0.8)^2 (0.2)^1 + \binom{3}{3} (0.8)^3 (0.2)^0 = 3 \cdot (0.8)^2 \cdot (0.2) + (0.8)^3 = 0.816 + 0.512 = 1.328$$

مثال ١٧

صنع به (٥) الآت من نوع واحد  
إذا كان احتمال ان تحتاج أي آلة  
إلى اصلاح في سنة واحدة  
من عمرها هو (٠,٢) فأما  
احتمال

(١) ألا تحتاج أي من الآلات  
إلى الاصلاح .

(٢) ان تحتاج اثنين فقط إلى اصلاح

(٣) ان تحتاج اثنين على الأقل إلى  
الاصلاح

(٤) ان تحتاج واحدة على الأقل إلى اصلاح

الحل

$$n = 5$$

$$p = 0.2 \iff 1 - p = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$p = 0.2$$

$n = 5$  عدد الآلات التي تحتاج إلى اصلاح

$$(1) \quad P(X=0) = \binom{5}{0} (0.2)^0 (0.8)^5$$

$$(2) \quad P(X=1) = \binom{5}{1} (0.2)^1 (0.8)^4$$

$$(3) \quad P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$= \binom{5}{0} (0.2)^0 (0.8)^5 + \binom{5}{1} (0.2)^1 (0.8)^4 =$$

$$+ \binom{5}{2} (0.2)^2 (0.8)^3 +$$

$$(4) \quad P(X=3) =$$

$$= \binom{5}{3} (0.2)^3 (0.8)^2 + \binom{5}{4} (0.2)^4 (0.8)^1 + \binom{5}{5} (0.2)^5 (0.8)^0$$

$$= 1 - P(X=0) -$$

$$= 1 - \binom{5}{0} (0.2)^0 (0.8)^5 -$$

$$= 1 - \binom{5}{0} (0.2)^0 (0.8)^5$$

مثال ١٨

يحتوي صندوق على اربع كرات بيضاء

وست كرات حمراء ، سحب من الصندوق

ثلاث كرات على التوالي مع الاسترجاع

إذا دل المتغير العشوائي  $X$  على

عدد الكرات البيضاء المستحوبه

كون جدول التوزيع الاحصائي

للمتغير  $X$  ؟

الحل

السحب على التوالي مع الاسترجاع

$n = 3$  عدد الكرات البيضاء

$$s = \{0, 1, 2, 3\}$$

$P = 4$  احتمال ان تكون الكره المستحوبه

$$= \frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{مجموع الكرات}} = \frac{4}{10}$$

مجموع الكرات

$$P = 0.4$$

← يتبع

$$L(0) = \binom{3}{0} (0.1)^0 (0.9)^3 = 0.729$$

$$L(1) = \binom{3}{1} (0.1)^1 (0.9)^2 = 0.243$$

$$L(2) = \binom{3}{2} (0.1)^2 (0.9)^1 = 0.027$$

$$L(3) = \binom{3}{3} (0.1)^3 (0.9)^0 = 0.001$$

س	٠	١	٢	٣
L(س)	٠.٧٢٩	٠.٢٤٣	٠.٠٢٧	٠.٠٠١

$$L(0) = \binom{3}{0} (0.4)^0 (0.6)^3 = 0.216$$

$$L(1) = \binom{3}{1} (0.4)^1 (0.6)^2 = 0.432$$

$$L(2) = \binom{3}{2} (0.4)^2 (0.6)^1 = 0.288$$

$$L(3) = \binom{3}{3} (0.4)^3 (0.6)^0 = 0.064$$

س	٠	١	٢	٣
L(س)	٠.٢١٦	٠.٤٣٢	٠.٢٨٨	٠.٠٦٤

مسألة ١٥

يحتوي صندوق (٤) كرات حمراء  
(٣) كرات بيضاء، سُحبت من  
الصندوق كرتان على التوالي مع  
الارجاع إذا دلَّ المتغير العشوائي  
(س) على عدد الكرات الحمراء المسحوبة  
فأكتب جدول التوزيع الاحتمالي  
للمتغير العشوائي (س)

الحل

$$س = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$P = \frac{4}{4} \text{ (كره واحد حمراء)}$$

$$P = \frac{3}{4}$$

$$L(0) = \binom{4}{0} \left(\frac{4}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{9}{64}$$

← يتبع

مسألة ١٩

طائرة بها ٣ محركات من نوع واحد  
تعمل بكل فتق، إذا كان  
احتمال تعطل المحرك خلال (١٠٠٠) ساعة  
ياوي ٠.٨، إذا عُرف  
المتغير العشوائي س بأنه عدد  
المحركات التي يصيبرها العطل أكتب  
التوزيع الاحتمالي للمتغير س؟

الحل

$$ن = 3, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠$$

س: عدد المحركات المعطلة

$$س = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$



مسألة (١١)

عند القاء حجر نرد منتظم ٦ مرات  
يكون احتمال ظهور ٤ نقاط على  
الوجه العلوي ٥ مرات على الأكثر

$$P(X \leq 5) = 1 - P(X = 6)$$

$$P(X \leq 5) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

الحل

$$P(X = 6) = \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

$$P(X \leq 5) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

$$P(X \leq 5) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

الإجابة (١١)

$$P(X = 6) = \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

$$P(X = 6) = \frac{1}{6^6}$$

$$P(X = 6) = \frac{1}{6^6}$$

$$P(X = 6) = \frac{1}{6^6}$$

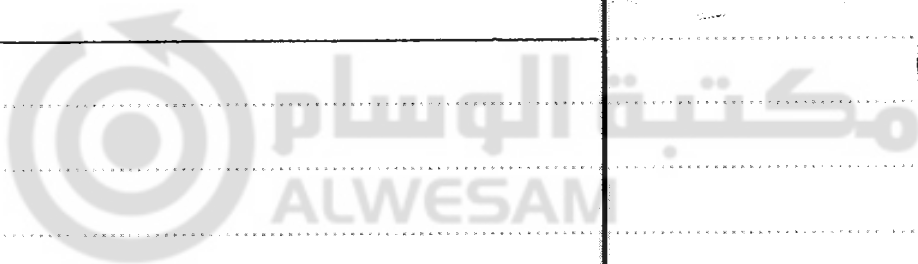
ممكنة هذا السؤال بطريقة اخرى

$$P(X \leq 5) = 1 - P(X = 6)$$

$$P(X = 6) = \left(\frac{1}{6}\right)^6$$

أعز!

س	٠	١	٢
$P(X = s)$	$\frac{9}{6^6}$	$\frac{6}{6^6}$	$\frac{3}{6^6}$



المعلم: ناجح الجمزاوي

مسألة ٢٢

يحمل حجر نرد على كل من الثلاثة وجوه  
 منه نقطة واحدة وعلى كل من وجهين  
 آخرين ٤ نقاط وعلى الوجه السادس  
 ٥ نقاط ، ألقى هذا الحجر ٣ مرات  
 فإذا كانه مقفلاً عوائياً ذا  
 صدين يدل على عدد مرات ظهور ٤  
 نقاط ، فكون جدول التوزيع الاحتمالي  
 للمتغير

$$n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n = 3$$

$$s = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$p = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(0) = \binom{3}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

$$P(1) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$$

$$= \frac{5}{6} \times 3 = \frac{15}{72}$$

$$P(2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{15}{216}$$

$$= \frac{5}{6} \times 3 = \frac{15}{72}$$

$$P(3) = \binom{3}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{1}{216}$$

س	٠	١	٢	٣
P(س)	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

مسألة ٢٣

يلعب فريقين رياضي ٤ مباريات حيث  
 يتلقى كل فائز عقابها ٥٠٠ دينار  
 عن كل مباراة يفوز بها ، فإذا كان  
 احتمال فوزه في أي مباراة يلعبها  
 يساوي  $\frac{1}{3}$  ، أجب المسائل  
 ان يحصل الفريق على مكافأة عقابها  
 ١٥٠٠ دينار -

الحل

$$n = 4 \quad p = \frac{1}{3} \quad P = 1 - p = \frac{2}{3}$$

من حصل الفريق على ١٥٠٠  
 دينار يجب ان يفوز ثلاث  
 مباريات

$$P(3) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{8}{27}$$

$$= \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{1}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{27 \times 3} = \frac{8}{81}$$

$$= \frac{4 \times 2}{81 \times 3} = \frac{8}{243}$$

$$= \frac{8}{243}$$

سؤال ٤٤

نقدم طالب لامتحان مكون من خمسة أسئلة ، اذا كان احتمال اجابته اجابه صحيحه عن اي سؤال منها يساوي (٧/١٠) جد احتمال انه يجيب الطالب اجابه صحيحه عن سؤال واحد على الأقل

الحل

$$n = 5 \quad p = 7/10 \quad q = 3/10$$

$$P(S \leq 1) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$$

$$= 1 - P(0)$$

$$= 1 - \binom{5}{0} (7/10)^0 (3/10)^5$$

$$= 1 - (3/10)^5$$

سؤال ٤٥

اذا كان س متغيراً ذا حدين معاملته (n = k = 1 - p) ، p = 3/4 وكان ل (S = 0) = (1/4)^k فان قيمة k تساوي :

- (٢) ٥ (٣) ٤ (٤) ٣ (٥) ٢

$$L(S=0) = \binom{n}{0} (p)^0 (q)^n$$

$$L(S=0) = \binom{n-1}{0} (1/4)^0 (3/4)^{n-1}$$

$$\binom{n-1}{0} (1/4)^0 (3/4)^{n-1} = (1/4)^k$$

$$\binom{n-1}{0} (1/4)^0 = (1/4)^k$$

$$1 = 1/4^k \iff k = 0$$

الاجابه (٢)

سؤال ٤٦

يجيب طالب بطريقة عشوائية على اختبار من نوع الاختيار من متعدد يتكون من (٥) أسئلة لكل منها (٤) اختيارات .  
 (١) ما احتمال ان يحصل الطالب على اجابه واحدة فقط صحيحه .

(٢) ما احتمال ان يحصل الطالب على اجابتين صحيحتين على الأقل

(٣) ما احتمال ان يحصل الطالب على (٥) اجابان صحيحه .

← يتبع الحل

الحل

$$L(s \leq 1) = L(s=1) + L(s < 1)$$

$$= L(s=1) - 1$$

$$= \binom{1}{1} P^1 (1-P)^0 - 1 = \frac{1}{10} - 1$$

$$= \frac{1}{10} - 1 = \frac{1-10}{10} = \frac{-9}{10}$$

$$\frac{-9}{10} = \frac{1}{10} - 1 = \binom{1}{1} P^1 (1-P)^0 \leftarrow$$

بأخذ جذر الطرفين

$$\frac{1}{10} = P \leftarrow \frac{1}{10} = P - 1$$

$$\frac{1}{10} = P - 1 \leftarrow \frac{1}{10} = P$$

$$L(s=2) = \binom{2}{2} P^2 (1-P)^0 = \binom{2}{2} P^2$$

$$= 1 \times \frac{1}{10} \times 1 = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

الحل

$$L(s=0) = P^0 = 1 \quad L(s=1) = P = \frac{1}{2} \quad L(s=2) = P^2 = \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{1} L(s=1) = \binom{1}{1} P^1 (1-P)^0 = \binom{1}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 (1-\frac{1}{2})^0 = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1.0}{1.04}$$

$L(s \leq 2)$   $\textcircled{2}$

$$= L(s=0) + L(s=1) - 1 = 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$= \binom{2}{2} P^2 (1-P)^0 + \binom{1}{1} P^1 (1-P)^0 - 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1.25}{1.04} - 1 = \frac{0.25}{1.04}$$

$$= \frac{0.25}{1.04} + \frac{1.25}{1.04} - 1 = \frac{1.5}{1.04} - 1 = \frac{0.46}{1.04}$$

$$= \frac{0.46}{1.04} = \frac{0.46}{1.04} - 1 = \frac{0.46-1.04}{1.04} = \frac{-0.58}{1.04}$$

$$\textcircled{3} L(s=0) = \binom{0}{0} P^0 (1-P)^0 = \binom{0}{0} P^0 = 1$$

$$= \frac{1}{1.04}$$

سؤال ٢٧

إذا كان  $s$  متغيراً ذا حدين وكان  $n = 2$  ،  $L(s \leq 1) = \frac{1}{10}$  حدد  $L(s=2)$



سؤال ٤٨

بهدف تشجيع زراعة اشجار الزينة امام المنازل ، تباع احدى البلديات المواطنين (٥) اشجار مجردتيا - واحد لكل شجرة ، ويكرد المواطن مبلغ (١٠) دينار مقابل كل شجرة تنجح زراعتها . ما احتمال ان يكون صافي ربح صاحب منزل (٢٥) دينارًا مقابل زراعته للاشجار الخمسة علمًا بان احتمال نجاح زراعة كل شجرة من هذه الاشجار يوازي  $(\frac{1}{8})$  .

الحل

عند ما يكون المواطن ربح ٢٥ دنيا - يعني ذلك انه قد نجح في زراعة ٣ اشجار ، فنتسلم (٣٠) دنيا - وكان قد دفع (٥) دينار فيصير ربحه ٢٥ دنيا - وصاحب ما يكون التوزيع الاحصائي ذات الكمية  

$$L (S=R) = (N) (P) (P-1)^{N-R}$$
 حيث  $N=٥$   
 $S=٣$   
 $P=\frac{1}{8}$   
 $P-1=\frac{7}{8}$   

$$L (S=٣) = (٥) (\frac{1}{8})^٣ (\frac{7}{8})^٢$$

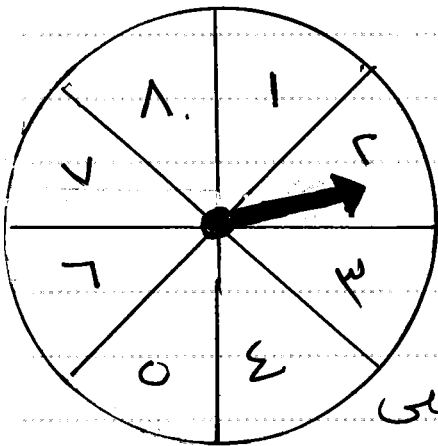
$$= \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} =$$

سؤال ٤٩

في اشكل المجاور اذا ادى المؤشر عشوائيًا في القرص الدائري خمس مرات فما احتمال الوقوف المؤشر عند رقم يقبل القسمة على ٢ ثلاث مرات ؟  
 (١) وقوف المؤشر عند رقم يقبل القسمة على ٢ مرة واحدة ؟  
 (٢) وقوف المؤشر عند رقم يقبل القسمة على ٥ مرة واحدة ؟

الحل

$N=٥$



① الرقم الذي يقبل القسمة على

٢ { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } ← عدد الارقام الاصل

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = P$  ← العدد الكلي

$P-1 = \frac{1}{2}$

$L (S=٣) = (٥) (\frac{1}{2})^٣ (\frac{1}{2})^٢$

② الرقم الذي يقبل القسمة على ٥

هو الرقم ٥ فقط

$\frac{1}{8} = P$  ←

$L (S=١) = (٥) (\frac{1}{8})^١ (\frac{7}{8})^٤$

# تدريبات الكتاب

## تدريب ① ص ٤١

إذا كان  $n$  متغيراً عشوائياً و  $n = 3, 4, 5, 6, 7$  و  $P = 4$  و  $n = 3$  حد كلاهما أي .

$$(1) \quad L(3=3) = 4 \quad L(3 > 3) = 1$$

$$(2) \quad L(3 \leq 3) = 4 \quad L(3 < 3) = 1$$

### الحل

$$n = 3, 4, 5, 6, 7 \quad P = 4$$

$$(1) \quad L(3=3) = \binom{3}{3} = 1 \quad L(3 > 3) = 0$$

$$(2) \quad L(3 > 3) = 0 \quad L(3 = 3) = 1$$

$$(3) \quad L(3) = \binom{3}{3} = 1 \quad L(4) = \binom{3}{4} = 0 \quad L(5) = \binom{3}{5} = 0$$

$$(4) \quad L(3 \leq 3) = L(3) + L(4) = 1 + 0 = 1$$

$$(5) \quad L(3) = \binom{3}{3} = 1 \quad L(4) = \binom{3}{4} = 0 \quad L(5) = \binom{3}{5} = 0$$

$$(6) \quad L(3 \leq 3) = L(3) + L(4) + L(5) = 1 + 0 + 0 = 1$$

$$(7) \quad L(3) = 1 \quad L(4) = 0 \quad L(5) = 0 \quad L(6) = 0 \quad L(7) = 0$$

## تدريب ② ص ٤٢

في اختبار من نوع اختيار من متعدد تكون له فقرات ، لكل فقرة اربعة بدائل مختلفة و احد منها فقط صحيح اذا اجاب الهم بطريقة عشوائية على جميع فقرات هذا الاختبار فما احتمال . ان يجيب الهم على فقرة واحدة بشكل صحيح ؟

(1) ان يجيب الهم على فقرتين على الأقل بشكل صحيح .

(2) ان يجيب الهم على فقرة واحدة على الأكثر بشكل صحيح

### الحل

$$n = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \quad P = 4 \quad \frac{1}{4} = P \quad \frac{3}{4} = P - 1$$

$$(1) \quad L(1) = \binom{7}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^6$$

← يتبع

تدريب (٣) ص ٤٠٣

اظهرت دراسة ان ٥٧٥ من  
يعودون للسيارات لكي يكون  
عزام الامان اثناء القيادة اذا  
اخترى ٥ شخص عوائياً فما  
احتمال

(١) ان يكون ربعهم سيجلون  
عزام الامان

(٢) الا سيجل اي منهم عزام  
الامان

اكل

$$n = 5, p = 0.7$$

$$1 - p = 0.3$$

$$(1) \text{ ربعهم} = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5$$

$$L(5=2) = \binom{5}{2} (0.7)^2 (0.3)^3$$

$$(2) L(5=0) = \binom{5}{0} (0.7)^0 (0.3)^5$$



مكتب الوسام  
ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

# تمارين ومسائل

الكتاب صفحة (٤٠٤)

## السؤال الأول

إذا كانت احتمال نجاح عليه جراحه  $P$  ، وإذا اجريت خمس عمليات فما احتمال نجاح ثلاث منها على الأقل .

الحل

$$\frac{1}{n} = P - 1 \quad \frac{1}{n} = P \quad n = 1$$

$$① \quad L(3=5) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

الحل

$$n = 0, P = 1, P - 1 = 0 \leftarrow P = 1$$

$$② \quad L(3 \leq 5) = L(3) + L(4) + L(5)$$

$$L(3) + L(4) + L(5) + L(6) + L(7) + L(8) + L(9)$$

$$L(3 \leq 5) = L(3) + L(4) + L(5) + L(6) + L(7) + L(8) + L(9)$$

$$= 1 - (L(0) + L(1) + L(2))$$

$$= 1 - \left[ \binom{5}{0} \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^5 + \binom{5}{1} \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^4 + \binom{5}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^3 \right]$$

$$+ \binom{5}{3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^5 \left(\frac{4}{5}\right)^0$$

$$= \binom{5}{0} \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^5 + \binom{5}{1} \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^4 + \binom{5}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \binom{5}{3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^5 \left(\frac{4}{5}\right)^0$$

$$+ \binom{5}{6} \left(\frac{1}{5}\right)^6 \left(\frac{4}{5}\right)^0 + \binom{5}{7} \left(\frac{1}{5}\right)^7 \left(\frac{4}{5}\right)^0 + \binom{5}{8} \left(\frac{1}{5}\right)^8 \left(\frac{4}{5}\right)^0 + \binom{5}{9} \left(\frac{1}{5}\right)^9 \left(\frac{4}{5}\right)^0$$

## السؤال الثاني

في تجربة القاء قطعة نقدية ظهر  
ثماني مرات متتاليتين  
١) احتمال ظهور الثمانية مرات  
٢) احتمال ظهور الثمانية مرات على  
الأقل



فكون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$ .

الحل

السحب على التوالي مع ارجاع

$$n = 3$$

$s$ : عدد الكرات الحمراء

$$P = \{0, 1, 2, 3\}$$

$P$ : احتمال ان تكون الكرات بحسب

عمراد

$$P = \frac{0}{7} \quad P-1 = \frac{3}{7}$$

$$P(0) = \binom{3}{0} \left(\frac{0}{7}\right)^0 \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \frac{27}{343}$$

$$P(1) = \binom{3}{1} \left(\frac{0}{7}\right)^1 \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{54}{2401}$$

$$P(2) = \binom{3}{2} \left(\frac{0}{7}\right)^2 \left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{27}{2401}$$

$$P(3) = \binom{3}{3} \left(\frac{0}{7}\right)^3 \left(\frac{3}{7}\right)^0 = \frac{1}{343}$$

$s$	0	1	2	3
$P(s)$	$\frac{27}{343}$	$\frac{54}{2401}$	$\frac{27}{2401}$	$\frac{1}{343}$

السؤال الثالث

في تجربة القاء حجر نرد منتظم (٨) مرات وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على لوجه الطولي، اذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور عدد يقبل القسمة على ٣، فجد احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على (٣) مرتين على الاقل.

الحل

$$n = 8$$

الاعداد التي يقبل القسمة على ٣ هي ٣، ٦، ٩

$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P-1 = \frac{1}{2}$$

$$P(s \leq 2) = 1 - P(s=3)$$

$$= 1 - \binom{8}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= 1 - \binom{8}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 1 - \frac{56}{256} = \frac{200}{256} = \frac{25}{32}$$

السؤال الرابع

حتوي صندوق على ٥ كرات حمراء ٣ كرات بيضاء، سحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع ارجاع اذا دل المتغير العشوائي  $X$  على عدد الكرات الحمراء المحسوبة

السؤال الخامس

إذا كان عدد متغيراً عشوائياً ذا  
احدين صيغته  $n = 3$

ل (  $s \leq 1$  ) =  $\frac{37}{74}$  فجددلاً  
ما يأتي

(1) قيم  $s$  (عددي)

(2) قيمة  $P$

(3) ل (  $s = 1$  )

الحل

①  $s = \{0, 1, 2, 3\}$

②

ل (  $s \leq 1$  ) = ل (  $s=0$  ) + ل (  $s=1$  )

= ل (  $s=0$  )

$\frac{37}{74} = \binom{3}{0} P^0 (P-1)^3 - 1$

$\frac{37}{74} = \binom{3}{0} (P-1)^3 - 1$

$\frac{37}{74} + 1 = \binom{3}{0} (P-1)^3$

$\frac{37}{74} + 1 = (P-1)^3$

أخذ الجذر التكعيبي

$\frac{3}{2} - 1 = P \iff \frac{3}{2} = P - 1$

$\frac{1}{2} = P \iff$

$\frac{3}{2} = P - 1 \iff$

③ ل (  $s=3$  ) =  $\binom{3}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0$

$1 \times \frac{1}{8} \times 1 =$

$\frac{1}{8}$



# العلاقة المعيارية

## ملاحظات هامة

① الوسيط الحاي هو مجموع القيم (المشاهدات) مقسوماً على عددها ويرمز له بالرمز  $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

② الانحراف المعياري هو متوسط تباعد أو تشتت القيم (المشاهدات) عن الوسيط الحاي ويرمز له بالرمز  $(\sigma)$

## ③ العلامة المعيارية

هي نسبة انحراف المشاهدة (س) عن الوسيط الحاي ( $\bar{x}$ ) إلى الانحراف المعياري ( $\sigma$ ) ويرمز لها بالرمز (ز).

إذا كانت علاقة طالب في الرياضيات (٨٠) وعلاقته في اللغة العربية

(٧٠) فايها افضل مستوى تحصيل الطالب في الرياضيات أم في اللغة العربية ، قد نعتقد ان تحصيل الطالب في الرياضيات افضل من تحصيله في اللغة العربية وهذا ليس امراً مؤكداً ، فقد يكون موقع علاقته في اللغة العربية

بإشبة لعلامات الطالب افضل منه في الرياضيات

ولكن لنتمكن من الحكم أيهما أفضل بين العلامتين يجب ان يتوافر لدينا بعض المعلومات عن طبيعة توزيع علامات المصنف الذي ينتمي اليه الطالب

لكل من المتحسين مثل الوسيط الحاي والانحراف المعياري ثم نقارن وتتم عملية المقارنة بتحويل العلامة اي فالسبي بالعلامة المعيارية .

## قانون العلاقة المعيارية

$$z = \frac{s - \bar{s}}{e} \neq 0$$

أي أن العلاقة المعيارية  $z = \frac{s - \bar{s}}{e}$

المشاهدة (س) تخرف تحت الوط  
الحاي الخرافين معيارين أي  
أن العلاقة المعيارية  $z = \frac{s - \bar{s}}{e}$

### مثال ①

إذا كانت علاقة طالب في الرياضيات (٨٠) وعلاقته في اللغة العربية (٧٠) وكان الوط الحاي لعلامات الصف في الرياضيات (٧٥)، والخراف المعياري (٥)، والوط الحاي لعلامات الصف في اللغة العربية (٦٢) والخراف المعياري (٤) فأيها أفضل تحصيل الطالب في الرياضيات أم اللغة العربية

### الحل

#### الرياضيات

$$z = \frac{80 - 75}{5} = 1$$

$$z = \frac{70 - 62}{4} = 2$$

#### اللغة العربية

$$z = \frac{70 - 62}{4} = 2$$

$$z = \frac{70 - 62}{4} = 2 \leftarrow \text{يتبع}$$

حيث

z = العلاقة المعيارية للمشاهدة

s = العلاقة (المشاهدة) الخام

$\bar{s}$  = الوط الحاي

e = الاخراف المعياري

وتدل قيمة (z) العددية على عدد الاخرافات المعيارية وتدل اشارة (z)

+ : قيمة المشاهدة أكبر (فوقه) من الوط الحاي

- : قيمة المشاهدة أقل (تحت) من الوط الحاي

فمثلاً

المشاهدة (٨) تخرف فوقه الوط الحاي ثلاث اخرافات معيارية

$$ز = \frac{٥ - ٥}{٤} = \frac{٥ - ٦٠}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

$$ز = \frac{٤ - ٤}{٥} = \frac{٤ - ٤٠}{٥} = \frac{٤}{٥}$$

$$ز = \frac{٣ - ٣}{٥} = \frac{٤ - ١٠}{٥} = \frac{٤}{٥}$$

العلامة ايعاريه للرا صيات

$$ز = \frac{٥ - ٥}{٤} = \frac{٥ - ٨٠}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

العلامة المعاريه للغة اعربيه

$$ز = \frac{٥ - ٥}{٤} = \frac{٦٤ - ٧٠}{٤} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$$

سؤال ٣

اذا كان الوط اكامي لتوزيع  
ط ياوي (١٤) و لاخراف ايعاري  
ياوي (٥) فجد اعلامات  
الاصليه (الخام) للعلامات  
المعاريه (٣) - (٥) ٣, ٥

الحل

$$١٤ = ٥ \quad ٣ = ٤$$

$$ز = \frac{٥ - ٥}{٤}$$

$$(٣) \quad ٣ - ٥ = \frac{١٤ - ٥}{٤} \quad \text{ضرب ببادي}$$

$$٨ = ٥ \leftarrow ٦ - ٥ = ١٤ - ٥$$

$$(٥) \quad ٥ = \frac{١٤ - ٥}{٤}$$

$$١٤ - ٥ = ٥ \leftarrow$$

$$\leftarrow ١٩ = ٥$$

تحصيل الطالب في اللغة اعربيه  
افضل من تحصيله في اريا صيات  
وذلك بسبب ان علامه الطالب  
في اريا صيات هي فوقه لوط اكامي  
باخراف معاري واحد ، بينما  
علامه الطالب في اللغة اعربيه  
فوقه الوط اكامي باخرافين  
معاريين .

سؤال ٥

اذا كان الوط اكامي لمجموعة  
من المشاهدات (٤٠) و لاخراف  
المعاري (٥) فاصب اعلامه  
المعاريه للملاحظات  
٣, ٤, ٥, ٦, ٧

الحل

$$٤ = ٥ \quad ٥ = ٤$$

سؤال ٤

إذا كان الانحراف المعياري لعلامات طلاب في صحن الامتحان والعلامة المعيارية المتأصلة للعلامة (٩٠) تساوي ٣ فإن الوسيط كماي لعلامات الطلبة في صحن الامتحان

الحل

$$60(4) \quad 70(5) \quad 80(6) \quad 90(3)$$

$$ع = 0 \quad ٥ = ٣ \quad ٩٠ = ٥ \quad ٣ = ز$$

$$ز = \frac{٥ - ٣}{٥}$$

$$\leftarrow \frac{٣ - ٩٠}{0} = ٣$$

$$١٥ - ٩٠ = ٣ \leftarrow ٣ - ٩٠ = ٣ \quad ١٥ - ٩٠ = ٣$$

$$٧٥ =$$

الاجابه (٧)

سؤال ٥

إذا كان الوسيط كماي لعلامات صفها في اللغة الانجليزية (٦٠) والانحراف المعياري لها (١٠) فجد

- ١) العلامة (س) التي قيمتها المعيارية ٥٥
- ٢) القيمة المعيارية للعلامة ٥٥
- ٣) العلامة التي تكبر في مؤده الوسيط كماي انحرافين معيارين

٤) العلامة التي تكبر في تحت الوسيط كماي انحرافاً معيارياً واحداً

الحل

$$١٠ = ٥ \quad ٦٠ = ٣$$

$$١) \quad ١٠ = ز \quad ٥ = ٥$$

$$ز = \frac{٥ - ٣}{٥} \leftarrow ١٠ = ٥$$

$$\leftarrow ٦٠ - ٥ = ١٥$$

$$\leftarrow ٧٥ = ٥$$

$$٥) \quad ٥٥ = ٥ \quad ٦٠ = ز$$

$$ز = \frac{٦٠ - ٥٥}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

$$٤) \quad ٦٠ = ز \quad ٥ = ٥$$

$$٢ = \frac{٦٠ - ٥}{٥} \leftarrow ٦٠ - ٥ = ٥$$

$$\leftarrow ٨٠ = ٥$$

$$٤) \quad ١ = ز \quad ٥ = ٥$$

$$\leftarrow ١ = \frac{٦٠ - ٥}{٥}$$

$$\leftarrow ٦٠ - ٥ = ١$$

$$\leftarrow ٥ = ٥$$

سؤال ٦

في توزيع تكراري اذا كانت لعلوه الخام (٧٠) تقابل لعلوه بمعياره (٣) وكان الوط احادي (٥٨) فان الانحراف المعياري يادى

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ١

الحل

$$z = \frac{s - \bar{x}}{s}$$

$$12 = \frac{58 - 70}{s} \rightarrow s = 3$$

←  $s = \frac{12}{4} = 3$  (ج)

سؤال ٨

اذا كان الوط احادي لعلامات طلبت احد الصفوف في حين الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري (٥) فان العلامة المعياريه للعلامة (٦٠) هي

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ١

الحل

$$z = \frac{60 - 70}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

(ب)

سؤال ٩

اذا كان الوط احادي لعلامات صبه الادبي في الرياضيات (٧٠) ، والانحراف المعياري لها (٨) ، والوط احادي لعلامات صبه المحلويات (٧٥) ، والانحراف المعياري لها (٥) ، وكانت علامة احد الطلبة في صبه الادبي في الرياضيات (٦٤) ، وعلامة احد الطلبة في صبه المحلويات (٦٥) فاي لعلامتين افضل

الحل

صبه الادبي ←

سؤال ٧

اذا كان الوط احادي لمجموعة من القيم (٦٥) ، والانحراف المعياري لها (٤) ، فاوجد القيمة التي تحرف ثلاث انحرافات معيارية تحت الوط احادي

- (أ) ٥٣ (ب) ٥٥ (ج) ٥٤ (د) ٦٠

الحل

$$z = \frac{65 - x}{4} = 3$$

$$12 = \frac{65 - x}{4} \rightarrow 48 = 65 - x \rightarrow x = 17$$

(د)

تعبئة الادوي

س = ٧٠ ، ع = ٧ ، س = ٦٤  

$$ز = \frac{٧٠ - ٦٤}{٨} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤} = ٠.٧٥$$

تعبئة معلومات

س = ٧٥ ، ع = ٥ ، س = ٦٥  

$$ز = \frac{٧٥ - ٦٥}{٥} = \frac{١٠}{٥} = ٢$$
  
 ← - ٥.٧٥ ، ٢ - ٢  
 علامة طالب الادوي افضل

ع = ١٠ ، س = ١٠ --- ①

٤ = ٤ ← ٠ = ٠ = ز  
 ٢ ← ٠ = ٢ ← ٠

ع = ٢٠ ، س = ٢٠ --- ②

حل المتاديين ① ، ②

ع = ٣٠ ، س = ١٠ = ٢٠ - س  
 ع = ٢٠ ، س = ٢٠ = ٢٠ - س

ع = ٤٥ ، س = ١٠ --- ③  

$$٢ = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

تعبئتها في ①

ع × ٢ = ١٠ - س  
 ← ٦ - ١٠ = س  
 ← س = ٦ + ١٠ = ١٦

تعبئة صال الوال اب بعد

$$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز} = \frac{١٥ - ١٠}{٣ - ٢} = \frac{٥}{١} = ٥$$
  
 الفرق بين علامتين  
 المعياريين المتناظرين

$$ع = \frac{١٥ - ١٠}{٣ - ٢} = \frac{٥}{١} = ٥$$
  

$$٢ = \frac{١٠}{٥}$$

سؤال ١٠

في احد المصانع اذا كانت الاجرة اليومية لعاملين من عمال المصنع هي ٢.٦١ دينار ولعلامتين المعياريين المتقابلتين لهما ٣.٦١ والاجرتهين هما ٣.٦١ والرتيب فاوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لاجور عمال المصنع.

الحل

٣ = ٣ ← ١ = ٣  
 ← ٣ = ٣ ← ١ = ٣



سؤال ١١

صف مكون من (٢٠) طالبا، فإذا كانت علامات الطالبان صدر على شروطه، عندئذ هي ١٠.٦٩.٦٨ على الترتيب وعلامتهن لمعياريه هي ٣.٦.٢.١ فما علامة عندئذ

الحل

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad z_1 = 3 &\leftarrow z = \frac{9.0 - \bar{x}}{s} \\ \textcircled{2} \quad z_2 = 2 &\leftarrow z = \frac{10.0 - \bar{x}}{s} \\ \textcircled{3} \quad z_3 = 1 &\leftarrow z = \frac{9.0 - \bar{x}}{s} \\ \textcircled{4} \quad z_4 = 1 &\leftarrow z = \frac{10.0 - \bar{x}}{s} \\ \textcircled{5} \quad z_5 = 2 &\leftarrow z = \frac{10.0 - \bar{x}}{s} \\ \textcircled{6} \quad z_6 = 3 &\leftarrow z = \frac{9.0 - \bar{x}}{s} \end{aligned}$$

وبحل المعادلتين  $\textcircled{1}$  و  $\textcircled{6}$

$$\begin{aligned} 1.0 &= \frac{9.0 - \bar{x}}{s} \\ 2.0 &= \frac{10.0 - \bar{x}}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.0 - 1.0 &= \frac{10.0 - \bar{x}}{s} - \frac{9.0 - \bar{x}}{s} \\ 1.0 &= \frac{1.0}{s} \\ s &= 1.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.0 &= \frac{9.0 - \bar{x}}{1.0} \\ \bar{x} &= 8.0 \end{aligned}$$

سؤال ١٢

إذا كانت العلاقات المعيارية للطلبة احمد و جاسر ، وائل هي ١.٥ - ٦ - ١ - ٦ - ٢ على الترتيب وكان لوسط احمادي لعلامات نصف (٧.٠) والفرقة بين علامتي احمد و جاسر يساوي ١.٠ ، اوجد العلامة الفضيه للطلبة ثلثان

الحل

$$\begin{aligned} z_1 = 1.5 &\leftarrow z = \frac{1.5 - \bar{x}}{s} \\ z_2 = 6 &\leftarrow z = \frac{6 - \bar{x}}{s} \\ z_3 = 1 &\leftarrow z = \frac{1 - \bar{x}}{s} \\ z_4 = 6 &\leftarrow z = \frac{6 - \bar{x}}{s} \\ z_5 = 2 &\leftarrow z = \frac{2 - \bar{x}}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 - z_3 &= \frac{1.5 - \bar{x}}{s} - \frac{1 - \bar{x}}{s} \\ 0.5 &= \frac{0.5}{s} \\ s &= 1.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_2 &= \frac{6 - \bar{x}}{1.0} \\ \bar{x} &= 5.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_5 &= \frac{2 - \bar{x}}{1.0} \\ \bar{x} &= 3.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{6 - \bar{x}}{1.0} \\ \bar{x} &= 3.0 \end{aligned}$$

سؤال ١٣

إذا كان لوسط الحاي لعلاقات  
طلبه في احد الصفوف في مادة  
العلوم (٦٠) والاحرف الحصري  
لها (٦) احب عمالي

١) احب العلاقة التي تحرف الحرفين  
حصارين فوق لوسط الحاي

٢) اذا كان الفرق بين علامتي  
طالبين من الصف نفسه في  
عادة العلوم (٩) ، فما الفرق  
بين العلامتين المعياريتين  
المناظرتين لهاتين العلامتين

الحل

$$\bar{x} = 60 \quad s = 6$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{60 - 5}{6} = 9 +$$

$$12 = 60 - 5 \Leftarrow 5 = 5$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5 \Delta}{z \Delta} = 8$$

$$\frac{9}{z \Delta} = \frac{13 - 5}{z \Delta} = \frac{7}{1}$$

$$\Leftarrow 9 = z \Delta 7$$

$$z \Delta = \frac{9}{7} = \frac{9}{7}$$

سؤال ١٤

في توزيع تكراري اذا كانت لعلامه  
الخام (٦٨) تقابل لعلامه المعياريه  
(٥٠) ، وكان لوسط الحاي (٦٥)  
احب الاحرف المعياريه للتوزيع

الحل

$$s = 68, \quad z = 5, \quad \bar{x} = 65$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$5 = \frac{68 - 65}{s}$$

$$50 = \frac{3}{s} \Rightarrow s = \frac{3}{5} = 6$$

سؤال ١٥

اذا كانت علامتا طالبين من الصف

نفسه في صحتي اللفه العربي

٩، ٧٥ ، والعلاقتان المعياريتين

المقابلتان لهاتين العلامتين

هما ٢ - ١ على التوالي

فجد لوسط الحاي لعلاقات لطلبه

في صحتي اللفه العربي لهذا

الصف

الحل

$$\textcircled{1} \quad 9 = \frac{75 - 90}{s} \Rightarrow 9s = 75 - 90 = -15 \Rightarrow s = -\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}$$

← يسع

مثال (١٦)

إذا كانت  $٧٠ = ٧$  ،  $٤ = ٢$   
 $٦٠ = ٦$

① إذا عدلت العلامة من  $٧$  إلى  $٦$   
 العلاقة  $٧٠ = ٧$  ،  $٤ = ٢$   
 فأوجد علامة  $٦٠$  بعبارة بعد  
 التبديل .

الحل

$$٧ = \frac{٦٠ - ٧٠}{٤} = \frac{٦٠ - ٧٠}{٤} = ٥$$

العلامة بعبارة بعد التبديل  
 $٥ =$

② إذا عدلت العلامة من  $٧$  إلى  $٦$   
 حسب العلاقة

$٧٠ = ٧$  ،  $٤ = ٢$  فأوجد  
 العلاقة بعبارة بعد التبديل

الحل  $٧ =$  بعد التبديل

$٥ =$  تغيراً  
 فقط

$$١ - \frac{٧٥ - ٧٥}{٤} =$$

$$٤ - ٧٥ = ٧٥ - ٧٥$$

كل إحداهما

$$٤ = ٧٥ - ٧٥$$

$$٤ = ٧٥ - ٧٥$$

$$٤ = ٧٥ - ٧٥ = ٥$$

تحويلها في ①

$$٤ = ٧٥ - ٧٥ = ٥$$

$$٨٠ = ١٠ - ٩٠ = ٥$$

**ملاحظة هامة**

① لا تتأثر العلامة بعبارة إذا  
 أضفنا عقداً ثابتة (م) إلى كل  
 علامة من العلاقات الخمسة .

② العلامة بعبارة لا تتأثر إذا  
 ضربت كل علامة من علامات  
 الخمسة بعقد ثابت موجب .

③ إذا ضربت عقداً ثابتة  
 تغيرت إشارة العلامة بعبارة

# تدريبات الكتاب

## تدريب ① ص ٤٠٧

$$\textcircled{3} \quad \frac{٤٠ - ٥}{٣} = ١٢ +$$

$$\leftarrow ٦ = ٥ - ٤ \leftarrow ٥ = ٦$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{٤٠ - ٥}{٣} = ١ -$$

$$\leftarrow ٣ = ٥ - ٤ \leftarrow ٥ = ٣٧$$

إذا كان المتوسط الحاسبي لمجموعة من القيم (ع)، والانحراف المعياري (س) فبالإضافة إلى ما يأتي

① العلامة المعيارية للقيمة ٤٦

② القيمة التي علامتها المعيارية

ساوي (١٥)

③ القيمة التي تكوّن انحرافين وصاريين

توسط الحاسبي

## تدريب ⑤ ص ٤٠٧

إذا كانت علامة جنس في صيغة إرباضيان

(٩٠)، وعلامتها في الفيزياء (٨٠)

وكان المتوسط الحاسبي لعلامات

الرياضيات (٨٨)، والانحراف

المعياري لها (٦)، أفاً المتوسط

الحاسبي لعلامات الفيزياء (٦٥)

والانحراف المعياري لها (١٠)، ففي

أي المسئين كان مستوى تحصيل

جنس أفضل بالمقارنة مع طالبات

صفرها وماذا

← لتبع

⑥ القيمة التي تكوّن انحرافاً معيارياً

واحداً تحت المتوسط الحاسبي

الحل

$$٥ = ٤ \quad ٣ = ٤$$

$$\textcircled{1} \quad ١ = \frac{٤٦ - ٤٠}{٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{٤٠ - ٥}{٣} = ١,٥ \leftarrow$$

$$\leftarrow ٤,٥ = ٥ - ٤$$

$$٥ = ٤٤,٥$$

الحل

$$\frac{11 - 1}{8} = 1$$

$$\text{كل } \textcircled{1} \text{ و } \textcircled{5} \text{ بالطرح} \leftarrow 11 - 1 = 8 \text{ --- } \textcircled{5}$$

$$\leftarrow 11 - 8 = 3 \text{ --- } 12 = 8 = 4$$

تحويل  $4 = 8$  في  $\textcircled{1}$

$$\leftarrow 11 - 8 = 3 \text{ --- } 11$$

$$11 - 10 = 1$$

$$\leftarrow 11 = 1 + 10 = 11$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{11 - 1}{2} = 5$$

$$\leftarrow 11 - 1 = 10$$

$$\leftarrow 10 = 5$$

$$\text{زلفيزياء} = \frac{11 - 9}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{زلفيزياء} = \frac{11 - 8}{1} = \frac{3}{1} = 3$$

كحل مني هي زلفيزياء افضل

لان زلفيزياء < الرياضيات

تدريب ٣ ص ٤١

اذا كانت علاقات الطالبات

رعد، شهد، زينب: ٦٥، ٧٧، ٥٦

وكانت علامتهن المعيارية ٦٥، ٦٥، ٦٥

على الترتيب فجد كلاهما أي

١) الانحراف المعياري لعلاقات طالبات

الصف

٢) المتوسط الحسابي لعلاقات طالبات

الصف

٣) علامة الطالب زينب

الكل

$$\textcircled{1} \quad \frac{11 - 10}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\leftarrow 11 - 10 = 1 \text{ --- } \textcircled{1}$$

# تمارين ومسائل

## السؤال الأول

إذا كانت علاقة طالبين من الصف نفسه في إحدى الاختبارات (٥٣) ، (٦٣) ، وعلاقات المعيارية المتأخرتان لها (١-١) (١) على الترتيب ، فجد متوسط الحادي لعلاقات طلاب الصف في هذا الاختبار

### الحل

$$\frac{53-63}{1-1} = \frac{55}{5} = 8$$

$$0 = \frac{1}{2} =$$

$$\leftarrow \frac{5-53}{0} = 1-$$

$$0-58 = 5-52 = 0-$$

## السؤال الثاني

إذا كان متوسط الحادي لعلاقات طالبين من الصف نفسه في الاختبار (٦٠) ، والاختلاف المعياري (٤) ، وكانت علاقة رفيق (٨٠) فأجب عما يأتي

- ١) ما العلاقة المعيارية لعلاقة رفيق
- ٢) إذا عدلت علاقة الصف حسب العلاقة  $ص = او ا س - ٥$  حيث  $س$  هي العلاقة قبل التعديل  $ص$  هي العلاقة بعد التعديل فما العلاقة المعيارية لعلاقة رفيق بعد التعديل

### الحل

$$\frac{60-80}{4} = \frac{ص-80}{8} = 1$$

$$0 = \frac{ص}{4} =$$

$$\textcircled{2} \quad ز = ٥ \quad \text{لا تتأثر بالز}$$

في عدد موجب أو النجح

السؤال الثالث

إذا كانت العلاقات المعيارية للطلاب مؤمن، سالم، محمد كما يلي: ٣، ١، ٥، ٧. على الترتيب والمتوسط الحسابي للعلاقات. طلبة الصف (٦٨)، والفرقة بين علامتي مؤمن ومحمد هو (٩) نجد كلاً مما يأتي.

(أ) الانحراف المعياري لعلاقات طلبة الصف

(ب) العلاقات الفعلية لمؤمن وسالم، ومحمد

(ج) علامة الطالب التي تحرف الانحراف معيارياً واهداً كنت المتوسط الحسابي.

الحل

٦٨ = ن

٣ : علامة مؤمن

١ : علامة سالم

٥ : علامة محمد

(أ)  $\frac{68-3}{8} = 3 \leftarrow 68-3 = 65$

(ب)  $\frac{68-5}{8} = 7.5 \leftarrow 68-5 = 63$

(ج) -

كل (١) و (٥)

$68-3 = 65$

$68-5 = 63$

$\frac{68-3}{65} = \frac{68-5}{63} \leftarrow 68-5 = 63$

(٥)  $\frac{68-3}{65} = 3 \leftarrow 68-3 = 65$   
 $68-5 = 63$

$\frac{68-5}{63} = 1 \leftarrow 68-5 = 63$   
 $68-3 = 65$

$\frac{68-35}{6} = 7.5 \leftarrow 68-35 = 33$

$68-35 = 33 \leftarrow 68-35 = 33$

(ب)  $\frac{68-5}{6} = 10.33$

$68-5 = 63$

$68-3 = 65$

السؤال الرابع

إذا كان الفرق بين علامتي أحمد وسفيان في نصف الثاني عشر في إحدى الاختبارات يابوي (9) والفرق بين علامتي سفيان والمباريتين المناظرتين لها (10)، جد الاختلاف لعلامتي في هذا الاختبار

الحل

طريقة ①

$$ع = \frac{س}{\Delta} = \frac{س \Delta}{\Delta} = 7$$

أو طريقة ②

$$\frac{س}{ع} = 9 \Rightarrow س = 9ع$$

$$\frac{س}{ع} = 10 \Rightarrow س = 10ع$$

$$9ع - 10ع = س - س$$

$$-ع = 10 - 9ع$$

$$8ع = 10 \Rightarrow ع = 1.25$$

$$ع = 7$$

السؤال الخامس

أثبت ان المتوسط الحسابي لجميع العلاقات لعبارته لجميع قيم توزيع يابوي صفراً

الحل

لدينا شاهد =

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن}$$

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

المتوسط الحسابي للعلاقات لعبارته

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ن عدد العنصر

توسيع المقام

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع

$$\frac{س_1 + س_2 + \dots + س_n}{ن} = 0$$

ع



# التوزيع الطبيعي

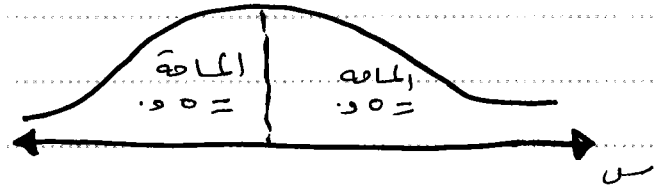
## التوزيع الطبيعي:

الطبيعي فَاوِي (١)

⊙ وسطه كحاي = صفر  
انحرافه المعياري = ١

توزيع احتمالي متصل ، جبرسي ، الشكل ، ومماثل حول المتوسط الحاي ، ويمتد إلى ما لا نهاية في الاتجاهين ، ولكن معظم المساحة ( الاحتمال تتركز حول المتوسط الحاي ) وهو التوزيع الذي وسطه الحاي ( صفر ) وانحرافه المعياري ( واحد ) ومتغيره العشوائي المقادير المعيارية ( ز )

ويتم احساب احتمال وقوع المتغير ( س ) تحت قيمه معينه أو فوقها أو محصورة بين قيمتين في لتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحاي (  $\mu$  ) وانحرافه المعياري (  $\sigma$  ) بتحويل المتغير العشوائي ( س ) إلى متغير عشوائي ( ز ) في لتوزيع الطبيعي المعياري حسب القانون  
$$Z = \frac{S - \mu}{\sigma}$$



وتمثل قيمة ( ز ) موقع السبي (٢) للمتغير ( س )

خواص معنى التوزيع الطبيعي

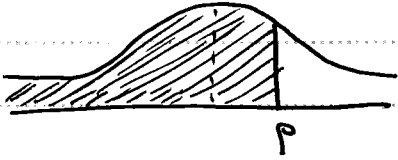


وبالتالي احساب الاحتمال من خلال الجدول الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري الوارد في نهاية الوحدة

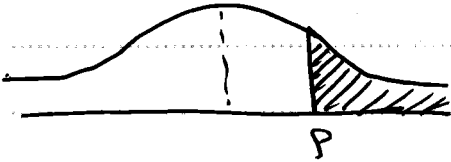
- ① مماثل حول المتوسط الحاي
- ② المتخني يأخذ شكل الجرس
- ③ المتوسط الحاي = الوسط = المتوسط
- ④ المساحة تحت معنى لتوزيع

فاذا كانت  $(P < \text{صفر})$  فإن

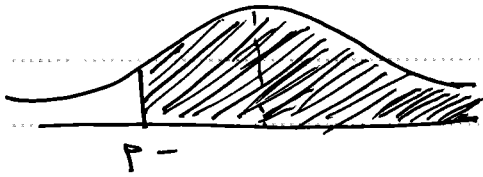
①  $L(z \geq P)$  من الجدول مباشرة



②  $L(z \leq P) = 1 - L(z \geq P)$

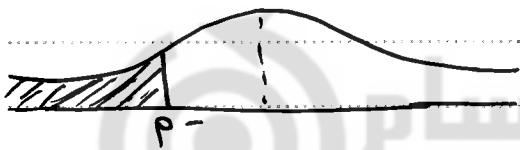


③  $L(z \leq -P) = L(z \geq P)$



④  $L(z \leq P) = L(z \geq -P)$

$= 1 - L(z \geq P)$



⑤  $L(z \geq P) = L(z \geq -U)$

$= L(z \geq U) - L(z \geq P)$



## كيفية استخدام الجدول

ليطلب استخدام الجدول لتحديد المساحة تحت المنحنى (أي قيمة لـ  $P$ ) تحويل القيمة الحاصفة الى قيمة معيارية، وبما أن قيمة  $(z)$  الجدولية تتكون من خانيتين عشريتين لذلك نقرب  $(z)$  إلى خانيتين عشريتين.

ويتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي الوارد في نهاية الكتاب لإيجاد الاحتمالات لقيم  $(z)$  الأقل من  $P$  أي أن

$L(z \geq P)$  حيث  $P \leq \text{صفر}$

أما الاحتمالات الباقية، أي على يار قيم  $(z)$  سالبة أو يمينها (الموجبه) فيتم استخدام خاصية التمثيل

مثال توضيحي

لايجاد قيمة  $L(z \geq P)$  من الجدول

او جد  $L(z \geq 1.34)$

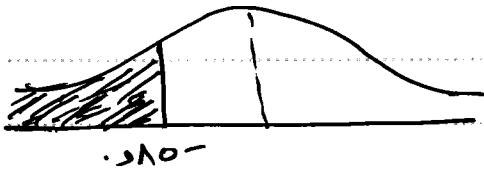
نبحث في العمود الأول للجدول عن الرقم الذي يبدأ بالقيمة ٣ و١ ثم نمر في نفس الطر في العمود الذي يبدأ بالقيمة ٠٤ وتكون القيمة ٩.٩٩

٠.٩	٠.٨	٠.٧	٠.٦	٠.٥	٠.٤	٠.٣	٠.٢	٠.١	٠.٠	...	٠
٩١٧٧	٩١٦٢	٩١٤٧	٩١٣١	٩١١٥	٩٠٩٩	٩٠٨٢	٩٠٦٦	٩٠٤٩	٩٠٣٢	٩٠١٥	٩٠٠٠

٢)  $L(z \geq -0.85)$

$= 1 - L(z \leq 0.85)$

$= 1 - 0.8023 = 0.1977$

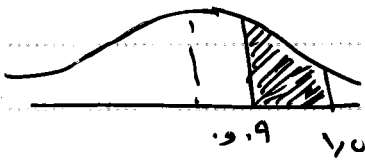


٣)  $L(0.9 \leq z \leq 1.0)$

$= L(z \leq 1.0) - L(z \leq 0.9)$

$= 0.9332 - 0.5359$

$= 0.3973$



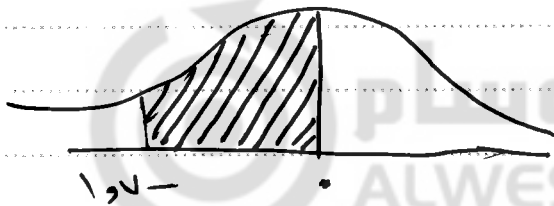
٤)  $L(-1.0 \leq z \leq 0)$

$= L(z \leq 0) - L(z \leq -1.0)$

$= 0.5 - (1 - L(z \leq 1.0))$

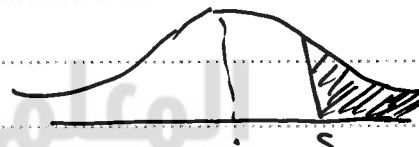
$= 0.5 - (1 - 0.9004)$

$= 0.5 - 0.1 = 0.4$



مثال ١  
اذا كان  $z$  صغيراً عموماً شيئاً طبعياً  
وغيراً فكل ما يأتي

١)  $L(z \leq c) = 1 - L(z \geq c)$



$= 1 - 0.9772 = 0.0228$

سؤال ٤

٦) ل  $(-٢ \geq z \geq ١)$

ليكن  $Z$  متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً  
استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري  
لايجاد كل مما يأتي

$P(-2 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -2)$   
 $= P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 2))$   
 $= (0.9772) - (1 - 0.9772)$   
 $= 0.9544$

٧) ل  $(z \geq ٣)$   
 من الجدول مباشرة = ٠.٠٠٤٤

٧) ل  $(-٣ \geq z \geq ٢)$

$P(-3 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -3)$   
 $= P(Z \leq 2) - (1 - P(Z \leq 3))$   
 $= (0.9772) - (1 - 0.9987)$   
 $= 0.9759$

٨) ل  $(z \leq ١)$   
 $= 1 - P(Z > 1)$   
 $= 1 - 0.2420 = 0.7580$

٩) ل  $(z \geq ٠.٥)$

$= 1 - P(Z \leq 0.5)$   
 $= 1 - 0.6915 = 0.3085$

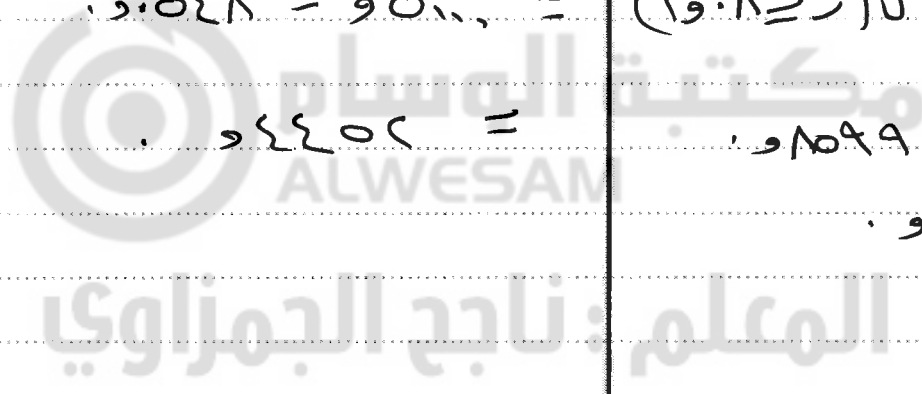
١٠) ل  $(-١.٦ \geq z \geq ٠.٧)$

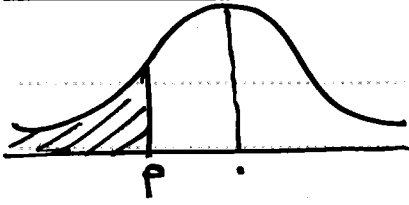
$P(-1.6 \leq Z \leq 0.7) = P(Z \leq 0.7) - P(Z \leq -1.6)$   
 $= P(Z \leq 0.7) - (1 - P(Z \leq 1.6))$   
 $= (0.7580) - (1 - 0.9452)$   
 $= 0.7032$

١١) ل  $(z \leq -٠.٦٥)$   
 $= 0.2578$

١٢) ل  $(٠.٨ \geq z \geq ٠.٥)$

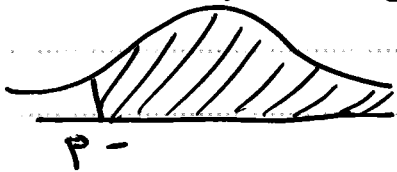
$P(0.5 \leq Z \leq 0.8) = P(Z \leq 0.8) - P(Z \leq 0.5)$   
 $= 0.7881 - 0.6915 = 0.0966$





③ ل (ز < P) = عدد أكبر من ٥٠٠٠ و  
 ← P سالبه

أكبر ، أكبر سالب



④ ل (ز < P) = عدد أقل من ٥٠٠٠ و  
 أكبر ، أقل موجب

نلاحظ اذا كان ① ، ② متعكبان  
 (الاشارة أقل مع عدد أكبر من ٥٠٠٠ و)  
 تكون P موجب ، أما اذا كان  
 ① ، ③ متعكبان (الاشارة أقل  
 مع عدد أقل) أو (الاشارة أكبر  
 مع عدد أكبر) (P) سالبه

ثانياً : القيمة العددية

① اذا كان لعدد أكبر من ٥٠٠٠ و  
 من الجدول مباشرة

② اذا كان لعدد أقل من ٥٠٠٠ و  
 تصح (١ - العدد) ثم  
 من الجدول

استعمال الجدول لإيجاد  
 قيمة (P) اذا علمت المساحة

إيجاد قيمة (P) يتم بخطوتين

① الخطوة الأولى : إيجاد اشارة  
 (P) + أو - (سالب أو موجب)

② الخطوة الثانية : إيجاد لقيمة  
 العددية ل (P)

أولاً : الاشارة

① ل (ز > P) = عدد أكبر من ٥٠٠٠ و  
 ← P موجب

أقل ، أكبر ← P موجب



② ل (ز > P) = عدد أقل من ٥٠٠٠ و  
 ← P سالبه

أقل ، أقل سالب

مثال ①

استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد قيمة  $P$  في كل مما يأتي

(أ)  $P(Z \geq 1.99) = 0.0233$

(ب)  $P(Z \leq 1.2) = 0.8849$

(ج)  $P(Z \geq 1.33) = 0.0918$

(د)  $P(Z \leq 1.5) = 0.9332$

الحل

(أ)  $P(Z \geq 1.99) = 0.0233$   
 مباشرة من الجدول العدد الأكبر من ٥٠٠٠

(ب)  $P(Z \leq 1.2) = 0.8849$   
 أقل مع أكبر موجب

(ج)  $P(Z \geq 1.33) = 0.0918$   
 العدد أقل من ٥٠٠٠

$P(Z \leq -1) = 1 - P(Z \geq 1)$

$P(Z \geq 1) = 0.2420 = 1 - 0.7580$

$P(Z \leq -1) = 0.2420$   
 أكبر مع أقل موجب

(د)  $P(Z \geq 1.5) = 0.0638$

$P(Z \leq -1) = 1 - P(Z \geq 1)$

$1 - 0.2420 = 0.7580$

من الجدول  $P = 0.83$   
 سابه ← أقل مع أقل

(٤)  $P(Z \leq 1.5) = 0.9332$

مباشرة من الجدول

$P = 0.7 - 0.1 = 0.6$   
 أكبر مع أكبر سابه

مثال ②

استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد قيمة  $P$  في كل من الحالات الآتية

(أ)  $P(Z \geq 1.6) = 0.0539$

(ب)  $P(Z \leq 1.6) = 0.9461$

الحل

(أ)  $P(Z \geq 1.6) = 0.0539$

العدد من (٥٠٠٠) ←  $P$  موجب  
 من الجدول ←  $P = 0.4461$

(ب)  $P(Z \leq 1.6) = 0.9461$

العدد من (٥٠٠٠) ←  $P$  سابه  
 ومن الجدول ←  $P = 0.7 - 0.2420 = 0.4580$

تعريف

$P(X \geq 5) = P(X \leq 76)$

ومن الجدول = ٩٧٧٢

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه الحثائي (μ) وانحرافه المعياري (σ) فإن العلامة المعيارية (ز) للمتغير العشوائي (س) هي

$$Z = \frac{S - \mu}{\sigma}$$

٢)  $P(X \leq 48) = P\left(Z \leq \frac{48 - 60}{8}\right)$

$= P(Z \leq -1.5)$

$= P(Z \geq 1.5)$

ومن الجدول = ٩٢٣٢

مثال ٤

في التوزيع الطبيعي احصائي تكون قيمة المتوال

مثال ٣

٤-١-١٠-١٥-٢٠-٢٥-٣٠-٣٥-٤٠

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً طبيعي التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحثائي (٦٠) وانحراف معياري (٨) نجد

الحل

٢) المتوال = ٢٥

مثال ٥

$P(Z \geq 0.5) = P(Z \leq -0.5)$

العلامة المعيارية احصائية

٢)  $P(Z \geq 0.5) = P(Z \leq -0.5)$

٣)  $P(Z \leq 0.5) = P(Z \leq 0.5)$

الحل

$P(Z \geq 0.5) = P(Z \leq -0.5)$

١)  $P(S \geq 76)$

٢)  $P(S \leq 48)$

الحل

$Z = \frac{S - \mu}{\sigma}$

١)  $Z = \frac{76 - 60}{8} = \frac{16}{8} = 2$

سؤال ٦

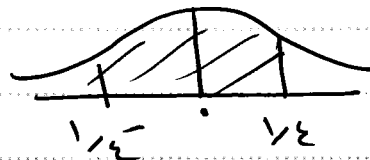
وهو متغير عشوائي يتبع لتوزيع  
الطبيعي وكانت ز العلامة لمتغيره  
للقياس حيث ان

ل ( اذا  $z \geq 1.4$  ) = ٠.٨٤ و  
فان ل (  $z \geq 1.4$  )

(٢) ٠.٣٠ (٣) ٠.٤٢ (٤) ٠.٨٤ (٥) ٠.٩٦

الحل

ل ( اذا  $z \geq 1.4$  ) = ل (  $z \geq 1.4$  )



ل (  $z \geq 1.4$  ) = ل (  $z \geq 1.4$  )

= ل (  $z \geq 1.4$  ) = ٠.٨٤

بالقائه مع  $\leftarrow$

ل (  $z \geq 1.4$  ) = ٠.٤٢

الاجابة (٥)

سؤال ٧

اذا كان س متغيراً عشوائياً  
طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه  
المعياري  $\sigma$  او

(٢) ل (  $s < \mu - 1.0$  )

الحل  
ل (  $z < -1.0$  )

ل (  $z < -1.0$  )

= ل (  $z < -1.0$  )

من الجدول = ٠.٢٤٢٠

(٥) ل (  $s > \mu - 1.0$  )

الحل  
ل (  $z > -1.0$  )

ل (  $z > -1.0$  )

= ل (  $z < 1.0$  )

= ١ - ل (  $z < 1.0$  )

= ١ - ٠.٢٤٢٠

= ٠.٧٥٨٠



مثال ٩

إذا كان  $\mu$  متوسط  $X$ ، الخرافة المعياري  $\sigma$ ، وكان  $L = (180 \leq S) = 0.76$ ، حيث ان  $\mu = 160$  أو صفة  $\sigma$

$$L = (180 \leq S) = (Z \leq \frac{180 - 160}{\sigma}) = 0.76$$

$$\Leftrightarrow L = (Z \leq \frac{10}{\sigma}) = 0.76$$

المسافة أقل من 0.05

$$\Leftrightarrow L = (Z \geq \frac{10}{\sigma}) = 1 - 0.76$$

$$L = (Z \geq \frac{10}{\sigma}) = 0.24$$

من الجدول

$$\Leftrightarrow 0.24 = \frac{10}{\sigma}$$

$$10 = 0.24 \sigma$$

$$7 = \frac{10}{0.24} = \sigma$$

مثال ٩

إذا كان  $\mu$  متوسط  $X$ ، الخرافة المعياري  $\sigma$ ، وكان  $L = (30 < S) = 0.8643$ ، وكانت الخرافة المعياري  $\sigma = 0$  أو صفة  $\mu$

$$L = (30 < S) = 0.8643$$

الحل

$$L = (30 < S) = (Z < \frac{\mu - 30}{\sigma}) = 0.8643$$

$$0.8643 =$$

$$L = (Z > \frac{\mu - 30}{\sigma}) = 0.8643$$

البحر

من الجدول

$$0.1357 = \frac{\mu - 30}{\sigma}$$

$$\Leftrightarrow 0.1357 \sigma = \mu - 30$$

$$0.1357 \sigma + 30 = \mu$$

$$0.1357 \sigma = \mu - 30$$

مثال ١٠

إذا كان  $\mu$  متوسط  $X$ ، الخرافة المعياري  $\sigma$ ، وكان  $L = (19 > S) = 0.7744$ ، وكان  $L = (10 < S) = 0.9332$  أو صفة  $\mu$ ،  $\sigma$

$$L = (10 < S) = 0.9332$$

$$L = (19 > S) = 0.7744$$

ليتب الحل

الحل

①  $L (s > 19) = L \left( z > \frac{\mu - 19}{\sigma} \right) = 0.0774$

من جدول = 0.0774

$0.0774 = \frac{\mu - 19}{\sigma}$

①  $0.0774 \cdot \sigma = \mu - 19$

②  $L (s < 10) = L \left( z < \frac{\mu - 10}{\sigma} \right)$

= 0.9332

سأله = 0.0668

$0.0668 = \frac{\mu - 10}{\sigma}$

③  $0.0668 \cdot \sigma = \mu - 10$

كل معادلتين

$0.0774 \cdot \sigma = \mu - 19$

$0.0668 \cdot \sigma = \mu - 10$

$9 = 8 \cdot \sigma = 9$

①  $8 = \sigma$

$8 \times 0.0774 = \mu - 19$

$3 = \mu - 19$

$10 = 3 - 19 = \mu$

صالح ①

إذا كانت علامات الطلاب في إحدى المدارس هي متغير عشوائي طبيعي متوسطه  $\mu = 44$  وانحرافه المعياري  $\sigma$ ، صحت معلومتان، 66% من الطلاب على الأقل من 50 علامة، أو هجرتة ك

الحل

$L (s < 50) = L \left( z < \frac{50 - 44}{\sigma} \right) = 0.6674$

$L (z < \frac{50 - 44}{\sigma}) = 0.6674$

$L (z > \frac{7}{\sigma}) = 1 - 0.6674$

= 0.3326

من جدول = 0.3326

$0.3326 = \frac{7}{\sigma}$

$0.3326 \cdot \sigma = 7$

$8 = \frac{7}{0.3326} = \sigma$

# مسائل عملية على التوزيع الطبيعي

مسألة ①

$$L = (z \leq 0.5) = 1 - L(z \geq 0.5) \\ = 1 - 0.6915 = 0.3085$$

يُضِعُّ معامل الذكاء للطلبة لاجلين في احدى الجامعات لتوزيع طبيعي وسطه كساي (١٠٥) وانحرافه المعياري (١٠) ، فاذا تم اختيار احد الطلبة عشوائياً

مسألة ②

اذا كانت اوزان الاطفال عند الولادة تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه كساي (٣) كغ ، وانحرافه المعياري (٤٠) كغ ، اذا اُختير طفل عشوائياً عند الولادة ، فما احتمال انه يكون وزنه أكبر من (٤ كغ)

الحل

$$\mu = 3 \text{ و } \sigma = 4$$

لان ان يكون وزنه أكبر من ٤

$$L = (s \leq 4) = L(z \leq \frac{4-3}{4})$$

$$L = (z \leq \frac{1}{4}) = L(z \leq 0.25)$$

$$L = 1 - L(z \geq 0.25)$$

$$L = 1 - 0.5987$$

$$= 0.4013$$

① ما احتمال انه يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم أقل من ١١٠

② ما احتمال انه يكون الطالب من الطلبة الذين معامل ذكائهم أكبر من (١١٠)

الحل

$$\mu = 105 \text{ ، } \sigma = 10$$

①  $L = (s \leq 110)$  معامل ذكاء الطالب أقل من ١١٠

$$L = (s \geq 110) = L(z \geq \frac{110-105}{10})$$

$$L = L(z \geq 0.5) = 0.6915 \text{ من الجدول}$$

②  $L = (s \leq 110)$  معامل ذكاء الطالب أكبر من ١١٠

$$L = (s \leq 110) = L(z \leq \frac{110-105}{10})$$

سؤال ٣

تأخذ اعمار (.....) شخص كل التوزيع الطبيعي بوسطها ياي ياي (٥٢) سنة ، وانحراف معياري ياي (١٠) سنوات ، اذا اخبر شخصاً عوائياً فما احتمال ان يكون من تراوح اعمارهم بين (٤٦) سنة و (٥٨) سنة ؟

الحل

$$١٠ = \sigma , ٥٢ = \mu$$

$$ل (٤٦ \leq x \leq ٥٨)$$

$$= ل \left( \frac{٥٢ - ٤٦}{١٠} \leq z \leq \frac{٥٨ - ٥٢}{١٠} \right)$$

$$= ل \left( \frac{٦}{١٠} \leq z \leq \frac{٦}{١٠} \right)$$

$$= ل (٠.٦ \leq z \leq ٠.٦)$$

$$= ل (z \geq ٠.٦) - ل (z \geq ٠.٦)$$

$$= ل (z \geq ٠.٦) - (١ - ل (z \geq ٠.٦))$$

$$= ٠.٧٢٥٧ - (١ - ٠.٧٢٥٧)$$

$$= ٠.٧٢٥٧ - ٠.٢٧٤٣$$

$$= ٠.٤٥١٤$$

سؤال ٤

طالبت باحد لمصانع تنتج اطوانات اطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٦٥ سم وانحرافه المعياري ٦ سم ، تكون الاطوانات المنتجة مقبولة اذا كان طولها ينحصر بين ٥١ سم ، ٦٠ سم ، اخبرت عنه عوائياً من بين ..... اطوائه فكم عدد الاطوانات المتوقع قبولها .

$$ل (٥١ < x < ٦٠)$$

$$= ل \left( \frac{٥٦ - ٥١}{٦} < z < \frac{٦٠ - ٥٦}{٦} \right)$$

$$= ل (٠.٨٣ < z < ٠.٦٦)$$

$$= ل (z < ٠.٦٦) - ل (z < ٠.٨٣)$$

$$= ٠.٩٧٧٢ - (١ - ل (z < ٠.٨٣))$$

$$= ٠.٩٧٧٢ - (١ - ٠.٩٩٢٨)$$

$$= ٠.٩٧٧٢ - ٠.٠٠٦٢$$

$$= ٠.٩٧١٠$$

← عدد الاطوانات المتوقع قبولها

$$= ٠.٩٧١٠ \times ١٠٠٠$$

$$= ٩٧١ \text{ اطوائه}$$

$$= 29452 - 8040$$

$$= 21412$$

سؤال ٥

إذا كان الهوال الطلاب في إحدى المدارس الثانوي يتبع توزيعاً طبيعيّاً متوسطه بحاي ٦٥ و انحرافه المعياري ٥ سم ، فأوجد احتمال ان يختلف طول أي طالب عن متوسط الحاي بما لا يزيد عن ٨ سم

الحل

نفرض س متغير عشوائي طبيعي يهر عن الهوال الطلاب  
اختلاف طول عن  $\mu = 5 - 14$   
أي الفرق لطله بين لطول المتوسط  $\mu$

$$P(|5 - 14| > 8)$$

$$= P(|5 - 160| > 8)$$

$$= P(5 - 160 > 8 \text{ أو } 5 - 160 < -8)$$

$$= P(152 > 5 > 168)$$

$$= P\left(\frac{152 - 160}{5} > \frac{5 - 160}{5} \text{ أو } \frac{160 - 168}{5} > \frac{5 - 160}{5}\right)$$

$$= P\left(\frac{8}{5} > \frac{157}{5} \text{ أو } \frac{8}{5} > \frac{165}{5}\right)$$

$$= P(1.6 > 31.4 \text{ أو } 1.6 > 33)$$

$$= P(1.6 > 31.4) + P(1.6 > 33)$$

$$= P(1.6 > 31.4) + P(1.6 > 33)$$

$$= 29452 - 8040$$

سؤال ٦

إذا كانت أوزان علفات (١٠٠٠) لطالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط بحاي للعلفات (٦٥) ، والانحراف المعياري لها (١٠) ، وكان عدد الناجحين ٧٥٨ طالباً ، فما علامة النجاح

الحل

العدد الكلي = ١٠٠٠ طالب

عدد لطلبه الناجحين = ٧٥٨

$$\mu = 65 , \sigma = 10$$

نسبة النجاح =  $\frac{\text{عدد لطلبه الناجحين}}{\text{العدد الكلي}}$

$$= \frac{758}{1000} = 0.758$$

نفرض ان القيمة المعيارية لعلفة النجاح هي (P) فإن  
 $P(Z \leq 0.758) = 0.758$  الناجحين هم إما صفوا علامة النجاح أو أكثر

← يتبع لكل

وصلوا على عدد (٩٠) ولعدد لانه  
مقربه لأقرب عدد صحيح ويتوزع  
طبيعي

الحل

$$\mu = 70, \quad \sigma = 10$$

بما ان العلامة مقربة لأقرب  
علامة صحيحة اذن علامة  
الطالب تنحصر بين  
٨٩,٥ - ٩٠,٥

$$L(18,9 \leq z \leq 19,5)$$

$$= L\left(\frac{70-19,5}{10} \leq z \leq \frac{70-18,9}{10}\right)$$

$$= L(1,8 \leq z \leq 1,9)$$

$$= L(z \geq 1,9) - L(z \geq 1,8)$$

$$= 0,9713 - 0,9641$$

$$= 0,0072$$

$$\text{عدد الطلبة} = 0,0072 \times 6000 = 43,2$$

$$= 43 \text{ طالب}$$

ومن الجدول  $P = 1 - 0,0072$   
ولايجاد علامة النجاح نطبق  
القانون  $z = \frac{s - \mu}{\sigma}$

$$-1,0 = \frac{s - 70}{10}$$

$$\leftarrow -1,0 \times 10 = s - 70$$

$$\leftarrow -10 = s - 70$$

$$\leftarrow s = 70 - 10 = 60 \text{ علامة نجاح}$$

ملاحظة هامة

نسبة الطلبة الناجحين  
=  $\frac{\text{عدد الطلبة الناجحين}}{\text{عدد الطلبة الكلي}}$

عدد الطلبة الناجحين  
= نسبة النجاح  $\times$  العدد الكلي

مسألة ٧

تقدم لامتحان شهادة ثانوية  
العامة الفرع العلمي (٤٠٠٠٠)  
طالب وطالبة وكان لوسط الحمايي  
لعلامات الطلبة (٦٤) والانحراف  
المعياري (١٥) حدد عدد الطلبة الذين

مسألة ٥

صدقة فيها (٥٠٠) طالب ، فإذا كانت أطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي وكان لوسط إحصائي لهذه الأطوال يساوي (١٣٠) سم والانحراف المعياري لها (٢٠) سم

١) نسبة الطلبة الذين أطوالهم أكثر من (١٤٠) سم .

٢) نسبة الطلبة الذين تقل أطوالهم عن (١١٨) سم .

٣) نسبة الطلبة الذين تنحصر أطوالهم بين ١٢٦ سم و ١٣٨ سم

الحل

$\mu = 130, \sigma = 20$

١)  $P(X \geq 140) = P\left(\frac{140-130}{20} \leq Z\right)$

$= P(Z \geq 0.5) = 1 - P(Z \leq 0.5)$

$= 1 - 0.6915 = 0.3085$   
نسبة الطلبة ٣٠,٨٥%

٢)  $P(X \leq 118)$

$= P\left(\frac{118-130}{20} \geq Z\right)$

$= P(Z \geq -0.6)$

$= 1 - P(Z \leq -0.6)$

$= 1 - 0.2743 = 0.7257$

$= 72,57\%$

٣)  $P(126 \leq X \leq 138)$

$= P\left(\frac{126-130}{20} \leq Z \leq \frac{138-130}{20}\right)$

$= P\left(-0.2 \leq Z \leq 0.4\right)$

$= P(Z \leq 0.4) - P(Z \leq -0.2)$

$= P(Z \leq 0.4) - (1 - P(Z \leq 0.2))$

$= 0.6554 - 1 + 0.5793 = 0.2347$

$= 23,47\%$

$= 44,02\%$

نسبة الطلبة = ٤٤,٠٢%

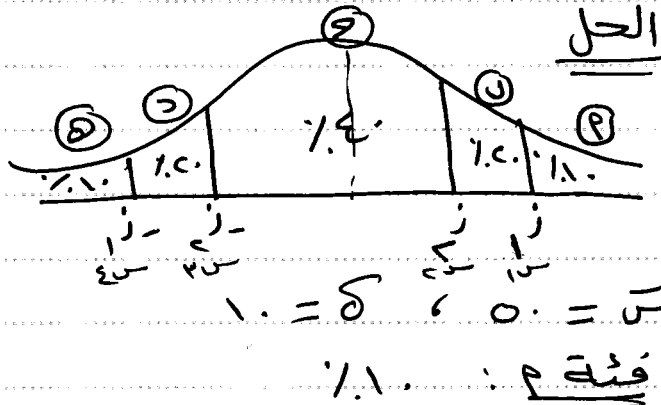
ملاحظة هامة

$\frac{\text{النسبة}}{100} = \text{الاحتمال}$

مسألة ١٠

تتبع علامات الطلاب في فحص ما التوزيع الطبيعي بوسط حادي ياوي ٥٠ ، وانحراف عياري ياوي ١٠ ، فاذا صنفنا علامات الطلاب تنازلياً ضمن خمس فئات ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، وكانت نسبتها هي ١٠٪ ، ٢٠٪ ، ٤٠٪ ، ٢٠٪ ، ١٠٪ على التوالي ، فميين حدي كل فئة من هذه الفئات .

الحل



ل ( ز < ١ ) = ١ - ل ( ز > ١ )

ل ( ز > ١ ) = ١ - ل ( ز < ١ )

ل ( ز > ١ ) = ١ - ل ( ز < ١ )

ل ( ز > ١ ) = ١ - ل ( ز < ١ )

ل ( ز > ١ ) = ١ - ل ( ز < ١ )

مسألة ٩

تقدم ٨٠٠ طالب لامتحان عام وكان توزيع علاماتهم يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حادي ٧٠ ، وانحراف عياري ٨ .

١) اذا كانت علامة النجاح هي ٦٠ فما هي نسبة النجاح ؟

٢) اذا اعطي ١٠٪ من الطلبة تقدير ممتاز ، فما هي أقل علامة يصل عليها الطالب ليكون من فئة الممتازين .

الحل

١) نسبة النجاح ٦٠ فوه العلامة ٦٠

ل ( س ≤ ٦٠ ) = ل ( ز ≤  $\frac{٦٠-٧٠}{٨}$  )

ل ( ز ≤ -١.٢٥ ) = ١ - ل ( ز > -١.٢٥ )

ل ( ز > -١.٢٥ ) = ١ - ل ( ز < ١.٢٥ )

ل ( ز < ١.٢٥ ) = ٠.٨٩٤٤

نسبة النجاح ٨٩.٤٤٪



فئة هـ

$$L(ز \geq 100) = 100 - 100 = 0$$

$$\leftarrow S = 100 - 100 = 0$$

فئة و

$$L(ز \geq 100) = 100 - 100 = 0$$

$$L(ز \geq 100) = 100 - 100 = 0$$

$$L(ز \geq 100) - L(ز \geq 100) = 0$$

$$= 100 - 100 = 0$$

$$\leftarrow L(ز \geq 100) = 100 - 100 = 0$$

$$100 - 100 = 0$$

$$100 - 100 = 0$$

$$100 - 100 = 0$$

كل اكل بنفس الطريقة

مثال ١١

اذا كانت رواتب (١٠٠٠) موظف تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حابي مقداره (١٠٠) دنيا وانحراف معياري مقداره ١٠ دنيا

١) حدد عدد الموظفين الذين تنقص رواتبهم بين ١٩٠ و ١٥٠ دنيا

٢) اذا كان عدد الموظفين الذين تزيد رواتبهم عن اوسط اكل وتقل عن ايب معين (س) هو (٤٤٥٢) محيّد س

الكل

$$S = 100$$

$$\sigma = 10$$

$$L(190 \leq S \leq 150)$$

$$= L\left(\frac{190-100}{10} \leq Z \leq \frac{150-100}{10}\right)$$

$$= L(9 \leq Z \leq 5)$$

$$= L(9) - L(5)$$

$$= L(9) - L(5) = 1 - 0 = 1$$

$$= 100 - 932 = 68$$

$$= 100 - 932 = 68$$

$$100 - 932 = 68$$

٢

عدد الموظفين الذين تقل رواتبهم عن س

$$9652 = 5000 + 4652 =$$

$$\text{النسبة} = \frac{9652}{5000} = 1.9304$$

$$L(ز \geq 1.9304) = 1 - 0.9652 = 0.0348$$

$$\text{مجموع} = 1.9304 \leftarrow S = 116$$

# تدريبات الكتاب

تدريب ① من ٤١٣

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً  
فعلياً، فجد قيمة كل مما يأتي

①  $P(Z \geq 1.36)$  من كيدول

$$= 0.4131$$

②  $P(Z \leq 1.23)$

$$= 1 - P(Z \geq 1.23)$$

$$= 1 - 0.1094$$

$$= 0.8906$$

③  $P(Z \geq 0.90)$

$$= 1 - P(Z \leq 0.90)$$

$$= 1 - 0.8189$$

$$= 0.1811$$

④  $P(Z \geq 0.3)$

$$= P(Z \geq 0.3) - P(Z \geq 0.3)$$

$$= 0.9999 - 0.5120$$

$$= 0.4879$$

⑤  $P(Z \geq 0.8)$  من كيدول

$$= P(Z \geq 0.8) - P(Z \geq 0.8)$$

$$= 0.5 - 0.2088$$

$$= 0.2912$$

$$= 0.2912$$

$$= 0.2912$$

⑥  $P(Z > 1.16)$

$$= 0.8770$$

$$1 - P(Z < 1.16)$$

$$= 1 - 0.8770$$

$$= 0.1230$$

$$= 0.1230$$

$$= 0.1230$$

مكتبة الوسام

تدريب ٤ ص ٤١٤

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً  
معياريًا، فاستعمل جدول التوزيع  
الطبيعي المعياري لإيجاد قيمة P في  
كل من الحالات الآتية

①  $P(Z \geq 1.5) = 0.0639$

P موجب

من جدول  $P = 0.08$

②  $P(Z \leq 1.5) = 0.9361$

P سالبة

$P(Z \geq 1.5) =$

من جدول  $P = 0.0639$

تدريب ٣ ص ٤١٥

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً  
يتبع التوزيع الطبيعي ذي  
متوسطه بحاي (١١٠) وانحرافه  
المعياري (١٠)، فجد:

①  $P(S \geq 90)$

الحل

$P(S \geq 90) = P\left(Z \geq \frac{90 - 110}{10}\right)$

$= P(Z \geq -2) =$

$= P(Z \geq -2) =$

$= 1 - P(Z \leq -2) =$

$= 1 - 0.0540 =$

$= 0.9460$

②  $P(S < 105)$

الحل  
 $= P\left(Z < \frac{105 - 110}{10}\right) =$

$= P(Z < -0.5) =$

$= 1 - P(Z \leq 0.5) =$

$= 1 - 0.6915 =$

$= 0.3085$

③  $P(90 \leq S \leq 130)$

$= P\left(\frac{90 - 110}{10} \leq Z \leq \frac{130 - 110}{10}\right) =$

$= P(-2 \leq Z \leq 2) =$

$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2) =$

$= 0.9772 - 0.0540 =$

$= 0.9232$

$= 0.9232 - 0.0540 =$

$= 0.8692$

تدريب ٤ ص ٤٦٦

إذا كانت درجات الحرارة لماء البحر في خليج العقبة في شهر نيسان تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu$  (٢٧) سيلسوس، وانحرافه المعياري  $\sigma$  (٢) سيلسوس، وكان أكرم يفضل ألا تقل درجة حرارة الماء عن  $\mu - \sigma$  سيلسوس كي يسبح في مياهها فمحدد الأيام التي تكون درجة حرارة الماء مناسبة له للسياحة في هذا الشهر .

الحل

$$\mu = 27, \sigma = 2$$

$$L = (25 \leq X) = L(25 \leq \mu - \sigma)$$

$$= L(Z \leq -1)$$

$$= 1 - L(Z \geq 1)$$

$$= 1 - 0.2420$$

$$= 0.7580$$

$$= 0.7580 \times 30 = 22.74 \text{ أيام}$$



المعلم : ناجح الجمزاوي

# تمارين ومسائل

الكتاب صفحة (٤١٧)

## السؤال الأول

٩) ل (١٥٣ ≤ ز ≤ ١٠١٢)

$$\begin{aligned} &= \text{ل} (ز \geq ١٠١٢) - \text{ل} (ز \geq ١٥٣) \\ &= (١ - \text{ل} (ز \geq ١٠١٢)) - (١ - \text{ل} (ز \geq ١٥٣)) \\ &= \text{ل} (ز \geq ١٥٣) - \text{ل} (ز \geq ١٠١٢) \\ &= ٠.٩٣٧٠ - ٠.٥٤٧٨ \\ &= ٠.٣٨٩٢ \end{aligned}$$

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً  
عصافياً، فجد قيمة كل مما يأتي

١٠) ل (ز ≥ ٣٠٦) مع جدول = ٠.٩٩٨٩

١١) ل (ز ≤ ١٠٨)

١٢) ل (ز ≤ ١) = ٠.٨٤١٣

= ل (١٠٨ ≤ ز ≤ ١٠٨)

من جدول = ٠.٨٤١٣

= ل (ز ≥ ١٠٨) - ل (ز ≤ ١٠٨)

١٣) ل (ز ≤ ١٠٨)

= ل (ز ≥ ١٠٨) - (١ - ل (ز ≥ ١٠٨))

= ١ - ل (ز ≥ ١٠٨)

= ٠.٧٨٨١ - (١ - ٠.٧٨٨١)

= ٠.٣٥٥٤

= ٠.٧٨٨١ - ٠.٢١١٩

= ٠.٥٧٦٢

١٤) ل (٧ ≤ ز ≤ ٧)

١٤) ل (ز ≤ ٠.٧)

= ل (ز ≤ ٧) - ل (ز ≤ ٧)

= ١ - ل (ز ≥ ٠.٧)

= ٠.٥١١١ - (١ - ل (ز ≥ ٠.٧))

= ٠.٥٢٧٩

= ٠.٥١١١ - (١ - ٠.٩٥٥٤)

= ٠.٤٧٢١

= ٠.٥١١١ - ٠.٤٤٤٦

١٥) ل (٠ ≤ ز ≤ ٠.٥)

= ل (ز ≤ ٠.٥) - ل (ز ≤ ٠)

= ل (ز ≤ ٠.٥) - ل (ز ≤ ٠)

= ٠.٥١١١ - ٠.٦٩١٥

= ٠.١٩١٥

السؤال الثاني

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً  
وعيارياً اوجد قيمة  $P$  في كل من الحالات  
الآتية

④  $P(Z \geq 1) = 0.3901$

$P$  لـ  $Z$  ليه

$P(Z \geq 1) = 1 - P(Z < 1)$

$= 1 - 0.3901$

$= 0.6099$

$P = 0.6099$

⑤  $P(Z \geq 1) = 0.1056$

$P(Z \geq 1) = 1 - P(Z < 1)$

$= 1 - 0.8944$

$P(Z \geq 1) = 0.1056$

$P(Z \geq 1) = 1 - 0.8944$

$= 0.1056$

$P = 0.1056$

السؤال الثالث

تقدم (٢٠٠٠) معلم لافتحان  
المرحلة الدولية لقيادة بحاسوب  
(ICDL)، فإذا كان توزيع  
علاماتهم يتبع التوزيع الطبيعي  
بمتوسط حاسوبي (٧٠) وانحراف  
معياري (٨)، فأوجد عن كل مما  
يأتي

(٢) عدد المعلمين الذين تزيد علاماتهم  
عنه (٨) ؟

(٣) إذا كانت علامة النجاح هي ١٠٠ فما  
نسبة النجاح .

الحل

②  $P(X > 8) = P\left(\frac{X - 70}{8} > \frac{8 - 70}{8}\right)$

$= P\left(Z > \frac{14}{8}\right) = P(Z > 1.75)$

$= 1 - P(Z < 1.75)$

$= 1 - 0.9599$

$= 0.0401$

عدد المعلمين  $= 0.0401 \times 2000$

$= 80.2$

أي ٨٠ معلم

③  $P(X > 100) = P\left(\frac{X - 70}{8} > \frac{100 - 70}{8}\right)$

$= P\left(Z > \frac{30}{8}\right) = P(Z > 3.75)$

$= 1 - P(Z < 3.75) = 1 - 0.9999$

$= 0.0001$  أي ٠.٠١%

السؤال الخامس

إذا كانت كتل (١٠٠) صندوق  
يرتقال تتبع توزيعاً طبيعياً  
متوسطة الحادي (٥) كغ، وانحرافه  
المعياري (٤٠) كغ، فمخ نسبة  
الصاديق التي تقل كتلتها عن  
(٤,٨) كغ

$$L = (S > 4.8) = L \left( Z > \frac{4.8 - 5}{40} \right)$$

$$= L \left( Z > \frac{-0.2}{40} \right) = L \left( Z > -0.005 \right)$$

$$= 1 - L \left( Z < -0.005 \right)$$

$$= 1 - 0.6915$$

$$= 0.3085$$

$$= \frac{0.3085}{1} = \text{النسبة}$$

السؤال الرابع

إذا كان علامات (١٠٠٠) طالب  
تتبع توزيعاً طبيعياً، وكان  
متوسطة الحادي (٦٠)، وانحرافه  
المعياري (٥)، وكان عدد  
المتفحجين (٧٥٨٠) طالباً  
مما علاوة النجاج  
العل

$$\text{نسبة النجاج} = \frac{7580}{1000}$$

$$= 7.58$$

تفرض ان  $P$  يعبره لعلاوة  
النجاج =  $P$

$$L \left( Z \leq P \right) = 7.58$$

$$L \left( Z \geq P \right) =$$

$P$  سالبه

$$\text{من الجدول} = P = 0.7$$

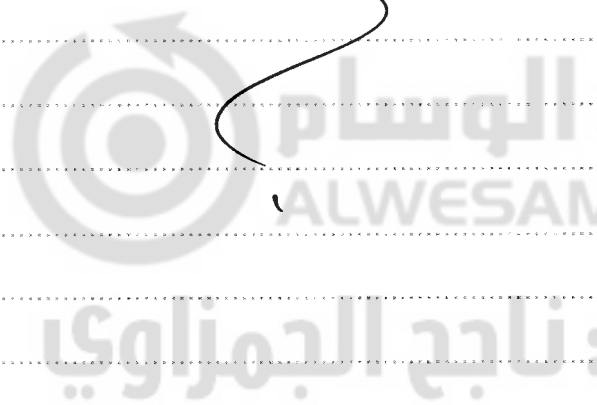
$$Z = \frac{P - \mu}{\sigma}$$

$$0.7 = \frac{P - 60}{5}$$

$$0.7 \times 5 = P - 60$$

$$3.5 = P - 60$$

$$P = 60 + 3.5 = 63.5$$

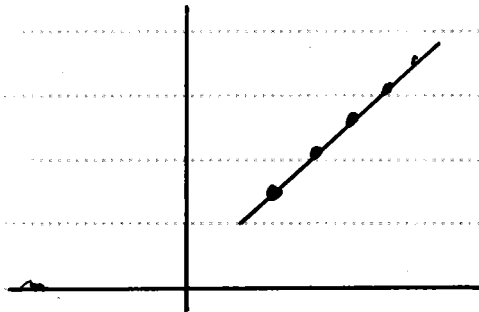


# أسئلة الوحدة

٦	٥	٤	٣	٢	١	رقم الطالب
١٠	٤	٦	٥	٣	٢	معدل التاريخ (س)
٦	٩	٧	٦	٣	٥	معدل الترتيب لوطيطة

## السؤال الأول

مثل الشكل الجانبي لكل الانتشار المتغيرين س، ص حدد نوع العلاقة بينهما، ووجه قوة معامل الارتباط



علاقته خطية طردية تامه  
معامل الارتباط = ١

- (٢) اسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س، ص  
(٣) حدد معادلة خط لاند- بين المتغيرين (ج) حدد علاقة التاريخ لطالب اذا كانت علاقته في الترتيب لوطيطة (٧)  
(٤) حدد الخطأ في التنبؤ في علاقة طالب في الترتيب لوطيطة اذا كانت علاقته في التاريخ (٥)  
الحل

س	ص	س-ص	(س-ص) <sup>2</sup>	(ص-ص) <sup>2</sup>	(ص-ص) <sup>2</sup>
١	٩	٣	٩	٣	٩
٢	٤	٣	٩	٣	٩
٣	٦	٣	٩	٣	٩
٤	٥	٣	٩	٣	٩
٥	٣	٣	٩	٣	٩
٦	٧	٣	٩	٣	٩
٧	٦	٣	٩	٣	٩
٨	٣	٣	٩	٣	٩
٩	٥	٣	٩	٣	٩
١٠	٦	٣	٩	٣	٩
١١	٧	٣	٩	٣	٩
١٢	٥	٣	٩	٣	٩

## السؤال الثاني

بين الجدول الآتي علاقات ستة طلاب في مجيئ التاريخ (س) والترتيب العوطيطة (ص) في امتحان قصي، صفه العظمى (١٠) اجب عما يليه

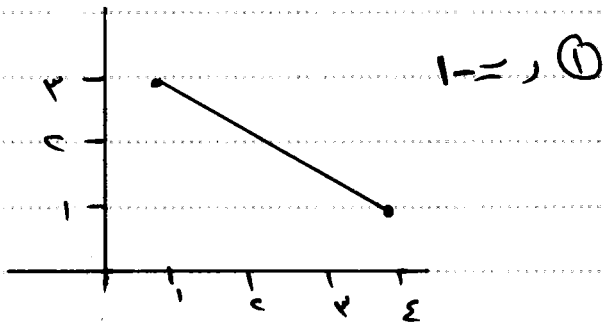
س =  $\frac{3}{7} = 0$  ، ص =  $\frac{3}{7} = 0$  ← سبع



المسألة الثالثة

فقطاً على شكل الجوار الذي يمثل  
شكل الانتشار للمتغيرين  
ص، هـ ا هـ ب عما يأتي  
١٩ ما قيمة معامل ارتباط بيرسون

٥) أكتب معادلة خط الانحدار



معادلة المستقيم المماس بالتقطين  
(١٥٤) ، (٣٥١)

$$ص - هـ = 1 - \frac{3-1}{4-1} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$ص - هـ = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$ص = \frac{1}{3} + هـ$$

$$ص = \frac{1}{3} + هـ$$

المسألة الرابعة

إذا كانت كرتي نقطتين - بين  
المتغيرين ص، هـ تقع على المستقيم الذي  
معادلته ص = ٣ - هـ  
معامل ارتباط بيرسون

$$r = -1$$

$$r = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(هـ - \bar{هـ})}{\sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2 \sum (هـ - \bar{هـ})^2}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{2 \times 2}} = 0$$

$$\textcircled{٥} \quad r = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(هـ - \bar{هـ})}{\sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2 \sum (هـ - \bar{هـ})^2}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{2 \times 2}} = 0$$

$$\bar{ص} - \bar{هـ} = ٥$$

$$٥ = \frac{١}{٤} - ٦$$

$$٦ = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$= \frac{١}{٤}$$

$$\bar{ص} + \bar{هـ} = ٥$$

$$\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = ٥$$

$$\bar{ص} = ٥ \quad \bar{هـ} = ٥$$

$$\bar{ص} = \frac{٥ \times ٤}{٤} + ٥ \times \frac{١}{٤} = \frac{٢٠}{٤} + \frac{٥}{٤} = \frac{٢٥}{٤}$$

$$= \frac{٢٥}{٤}$$

$$\textcircled{٥} \quad \text{خطا في التنبؤ} = \frac{٢٥}{٤} - ٥ = \frac{٥}{٤}$$

$$= \frac{٢٥}{٤} - \frac{٢٠}{٤} = \frac{٥}{٤}$$

السؤال الخامس

صندوق يحتوي ٨ بطاقات مرقمة من ٣ إلى ١٠ ، سُحِبَت ثَلَاثَ بطاقات دفعة واحدة ، إذا دلَّ المتغير العشوائي  $X$  على الرقم الأصغر في البطاقات السحوبه ، فأكتب القيمة الممكنة للمتغير العشوائي  $X$

(ج)  $L(3=8) = (C_3^8)$   
 $1 \times 1 \times (4 \times 3) =$   
 $= 12$

وهي  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

السؤال السابع

إذا كان  $L$  يمثل اقتراح الكشافه الاحتماليه للمتغير العشوائي  $X$  ، الذي  
 واه  $2, 3, 4, 5, 6$  وكان  
 $L(2) = 3L(3) = L(4) =$  نجد  
 قيمة  $L(3)$  .

الحل

$$L(2) = L(3) + L(4) + L(5) + L(6) = 1$$

$$3L(3) + L(3) + L(3) + L(3) + L(3) = 1$$

$$L(3) = \frac{1}{5}$$

السؤال السادس

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً واه  
 $2, 3, 4, 5, 6$  وكان  
 $L(3) = (C_3^N) = (C_4^N) = (C_5^N) = (C_6^N)$   
 اقتراح الكشافه الاحتماليه للمتغير  
 $X$  فاجب عن كل مما يأتي

(أ) ما نوع المتغير العشوائي  $X$  ؟

(ب) جد قيم  $L(2)$  و  $L(3)$  ؟

(ج) جد  $L(5)$  ؟

الحل (أ) متغير عشوائي مفضل  $X$  .

(ب)  $1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 5$   
 $N = 5$

السؤال التاسع

اشارة استطلاع للرأي في إحدى الجامعات ان ٩٥٪ من طلبة الدراسات العليا يتواصلون إلكترونياً مع اساتذتهم الجامعيين اذا اختيرت عندهم عنواناً عن طالباً، فما احتمال ان يكون واحد منهم على الأقل لا يتواصل إلكترونياً مع اساتذته الجامعي؟

الحل

$$P = 95 \text{ و } P - 1 = 5 \text{ يتواصل لا يتواصل}$$

$$n = 5$$

ل (واحد على الأقل لا يتواصل) =

$$L (s \leq 1) = 1 - L (s = 0)$$

$$1 - \binom{5}{0} \left(\frac{5}{100}\right)^0 \left(\frac{95}{100}\right)^5$$

$$1 - \left(\frac{95}{100}\right)^5$$

السؤال العاشر

في تجربة القاء حجر نرد منتظم ست مرات، حدد كلاً مما يأتي

- (أ) احتمال ظهور العدد ٦ مرتين
- (ب) احتمال ظهور العدد ٦ ثلاث مرات على الأكثر

الحل

$$P = 1 \quad \frac{1}{6} = P$$

$$n = 6$$

$$L (s = 2) = \binom{6}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$L (s \geq 3) =$$

$$L (s = 3) + L (s = 4) + L (s = 5) + L (s = 6) =$$

$$L (s = 3) +$$

$$= \binom{6}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \binom{6}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2 +$$

$$+ \binom{6}{5} \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^1 + \binom{6}{6} \left(\frac{1}{6}\right)^6 \left(\frac{5}{6}\right)^0$$



السؤال العاشر

الحل

$$n = 9 \quad p = 1$$

$$1 - p = 1 - 9 = 0$$

$$L(s \leq 3)$$

$$= 1 - (L(0) + L(1) + L(2))$$

$$= 1 - (C(9,0)(0)^0(1)^9 + C(9,1)(0)^1(1)^8 + C(9,2)(0)^2(1)^7)$$

في تجربة سحب كرة (دون ارجاع) من صندوق يحتوي على ٤ كرات بيضاء ، و ٧ كرات حمراء ، اذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على رقم الحبل الذي يظهر فيه أول كرة حمراء ، نجد احتمال ان تظهر اول كرة حمراء في السحب الثاني

$$L(n \leq 2) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{11} = \frac{14}{165}$$

السؤال الثاني عشر

اذا كانت العلامات معيارية لعينة مكونة من (٦) مشاهدة كالاتي :

$$-٥٢ ، -٥٠ ، -١٥ ، ٥ ، ٣٥ ، ٣٦ ، (z)$$

جد كل مما يأتي

- (أ) المتوسط الحسابي للعلامات معيارية  
 (ب) الانحراف المعياري للعلامات معيارية  
 (ج) قيمته (z)

(أ) المتوسط الحسابي للعلامات معيارية = صفر

(ب) الانحراف المعياري للعلامات المعيارية = ١

(ج)  $z = -\frac{35}{1} = -35$

$z = 0$

$z = 0$

السؤال الحادي عشر

قررت إحدى الشركات رفض أي خبثة من المواد تسترجمها من مورد ما اذا تبين وجود (٣) وحدات معيبة أو أكثر في عينة عشوائية مكونة من (٩) وحدات ، اذا كانت نسبة المعيب في خبثة من احد الموردين (اون) ، ما احتمال رفض الشركة للخبثة

تمت بحمد الله

امنياتي بالتوفيق والنجاح

ناجح الجمزاوي



المعلم : ناجح الجمزاوي