عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

السؤال الأول: أثبت صحة المتطابقات الآتية:

١) $\frac{٢ \text{ جا}١٥ \text{ جتا}١٥ + \text{جا}١٥٠}{\text{جتا}٧٠ \text{ جتا}٢٥ + \text{جا}٧٠ \text{ جا}٢٥} = \sqrt{٢}$

٢) $\frac{\text{جا}٣٥ \text{ جتا}٢٥ + \text{جا}٢٥ \text{جتا}٣٥}{\text{جتا}^{٢}١٥ - \text{جا}^{٢}١٥} = ١$

٣) $\frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس} - \text{جاس}} + \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس} + \text{جاس}} = ٢\text{قا}٢\text{س}$

٤) $\frac{٢\text{جا}٤\text{س}}{٢\text{جا}^{٢}\text{س} + \text{جا}٤\text{س}} = ١ - \text{ظا}^{٢}\text{س}$

٥) $\frac{\text{جاس} + \text{جا}٢\text{س}}{١ + \text{جتاس} + \text{جتا}٢\text{س}} = \text{ظاس}$

٦) $\text{قا}٢\text{س} - \text{ظا}٢\text{س} = \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس} + \text{جاس}}$

٧) $\frac{\text{جا}٢\text{س} + \text{جتاس}}{\text{قاس} + \text{ظاس}} = \text{جاس} + \text{جتا}٢\text{س}$

٨) $\text{قا}^{٢}\text{س} + \text{قتا}^{٢}\text{س} = \text{قا}^{٢}\text{س} \text{ قتا}^{٢}\text{س}$

٩) $\text{جا}٢\text{س ظاس} = ١ - \text{جتا}٢\text{س}$

١٠) $\text{ظتاس} - \text{ظاس} = ٢ \text{ ظتا}٢\text{س}$

١١) $\text{ظاس} + \text{ظتاس} = \text{قاس قتاس}$

١٢) $(\text{جاس} - \text{جتاس})^{٢} = ١ - \text{جا}٢\text{س}$

١٣) $٢\text{جتا}^{٢}\text{س جاس} + ٢\text{جا}^{٢}\text{س جتاس} = \text{جا}٢\text{س}$

١٤) $\frac{\text{جا}(\text{س} + \text{ص})}{\text{جتاس جتاص}} = \text{ظاس} + \text{ظاص}$

١٥) $\text{ظتا}^{٢}\text{س} - \text{جتا}^{٢}\text{س} = \text{جتا}^{٢}\text{س ظتا}^{٢}\text{س}$

١٦) $\text{جا}٢\text{س ظاس} = ١ - \text{جتا}٢\text{س}$

١٧) $\text{ظ س} \times \text{ظ}٢\text{س} \times \text{ظ}٣\text{س} = \text{ظ}٣\text{س} - \text{ظ}٢\text{س} - \text{ظ س}$

١٨) $\frac{\text{جتاس}}{١ - \text{جاس}} - \frac{\text{جتاس}}{١ + \text{جاس}} = ٢\text{ظاس}$

١٩) $\text{جاس قتاس} + \text{ظتا}^{٢}\text{س} = \text{قتا}^{٢}\text{س}$

٢٠) $\text{جتا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٢}(\text{أ} + \text{س}) - ٢ \text{ جتا أ جتاس جتا}(\text{أ} + \text{س}) = \text{جا}^{٢}\text{أ}$

السؤال الثاني: جد الحل الأولي لكل من المعادلات المثلثية الآتية:

١) $\text{جا}٢\text{س} = \frac{١}{٢}$

٢) $\text{جتا}٤\text{س} = ١$

٣) $\text{ظاس} = ١$

٤) $\text{قاس} = \sqrt{٢}$

٥) $\text{جا}٢\text{س} = ١$

٦) $\text{جا}^{٢}\text{س} - \text{جاس} = ٢$

٧) $\text{جتا}^{٢}\text{س} - \text{جتاس} = ٠$

٨) $٢\text{جتا}٢\text{س} + ٢\text{جا}^{٢}\text{س} = \text{جتاس}$

٩) $\text{جاس} - \sqrt{٣} \text{ جتاس} = ٠$

١٠) $\text{جا}^{٢}٢\text{س} + \text{جتا}^{٢}\text{س} = ٠$

١١) $\text{جتاس} - ٢\text{جتاس جاس} = ٠$

١٢) $٢\text{جتا}^{٢}\text{س} = \text{جاس} + ١$

١٣) $\text{جا}٢\text{س} - \text{جتاس} = ٠$

١٤) $\text{جاس} + \text{جتا}٢\text{س} - \text{جا}٣\text{س} = ٠$

١٥) $\text{ظاس} - \text{ظتاس} + ٢\sqrt{٣} = ٠$

١٦) $١ - ٢\text{جا}^{٢}\text{س} = \text{جتاس}$

١٧) $\text{جا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٢}\text{س} = \text{جا}^{٢}\text{س جتاس} + \text{جتا}^{٢}\text{س جاس}$

١٨) $٢\text{جا}^{٢}\text{س} - \text{جاس} = ٠$

١٩) $٤\text{جا}^{٢}\text{س} + ٤\text{جتا}^{٢}\text{س} = ٣\text{جاس} + ٣\text{جتاس}$

٢٠) $\text{قاس قتاس} + \text{قاس} - ٢\text{قتاس} = ٢$

Hasanat

السؤال الثالث: إذا كانت أ ، ب ، جـ زوايا مثلث فأثبت أن : $\text{ظا أ} + \text{ظا ب} + \text{ظا جـ} = \text{ظا أ} \times \text{ظا ب} \times \text{ظا جـ}$

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

حل ② الطرف الأيسر = $\frac{\text{جا}(-٣٠) + \text{جا}(١٥٠)}{\text{جتا}(-٧٥) - \text{جتا}(٧٥)}$

$= \frac{\text{جا}٣٠ + \text{جا}٣٠}{\text{جتا}٤٥}$

$= \frac{\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}}{\frac{\sqrt{٢}}{٢}} = \frac{١}{\frac{\sqrt{٢}}{٢}} = \sqrt{٢}$

③ الأيسر = $\frac{\text{جا}(٣٥ + ٥٥)}{\text{جتا}٢٠} = \frac{\text{جا}٩٠}{\text{جتا}٢٠}$

$= \frac{١}{\text{جتا}٢٠} = ١$

④ بالضرب التبادلي الطرف الأيمن

$\frac{(\text{جا}س + \text{جتا}س)^٢ + (\text{جتا}س - \text{جا}س)^٢}{(\text{جتا}س - \text{جا}س)(\text{جتا}س + \text{جا}س)}$

$= \frac{\text{جا}^٢س + ٢\text{جا}س\text{جتا}س + \text{جتا}^٢س + \text{جتا}^٢س - ٢\text{جا}س\text{جتا}س + \text{جا}^٢س}{\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س}$

$= \frac{\text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س + \text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س}{\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س}$

$= \frac{١ + ١}{\text{جتا}٢س} = ٢\text{قا}٢س$

④ الأيمن = $\frac{٢\text{جا}(٢س)}{٢\text{جا}٢س + \text{جا}٢(٢س)}$

$= \frac{٢ \times ٢\text{جا}س\text{جتا}س}{٢\text{جا}٢س + ٢\text{جا}٢س\text{جتا}٢س}$

$= \frac{٢\text{جتا}٢س}{١ + \text{جتا}٢س} = \frac{٢\text{جتا}٢س}{٢ - ٢\text{جا}^٢س}$

$= \frac{\text{جتا}٢س}{\text{جتا}^٢س} = \frac{\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س}{\text{جتا}^٢س}$

$= \frac{\text{جتا}^٢س}{\text{جتا}^٢س} - \frac{\text{جا}^٢س}{\text{جتا}^٢س}$

$= ١ - \text{ظا}^٢س$ = الأيسر

⑤ الأيسر = $\frac{\text{جا}٢س + ٢\text{جا}س\text{جتا}س}{١ + \text{جتا}٢س + ٢\text{جتا}^٢س}$

$= \frac{\text{جا}س(٢ + ٢\text{جتا}س)}{\text{جتا}س(١ + ٢\text{جتا}س)} = \text{ظا}س$

⑥ الأيسر = $\frac{١}{\text{جتا}س} - \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}$

$= \frac{١ - \text{جا}س}{\text{جتا}س}$ = $\frac{\text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س - ٢\text{جا}س\text{جتا}س}{\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س}$

$= \frac{\text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س - ٢\text{جا}س\text{جتا}س}{(\text{جتا}س + \text{جا}س)(\text{جتا}س - \text{جا}س)}$

$= \frac{(\text{جا}س - \text{جتا}س)(\text{جا}س - \text{جتا}س)}{(\text{جتا}س + \text{جا}س)(\text{جتا}س - \text{جا}س)}$

$= \frac{(\text{جا}س - \text{جتا}س)}{(\text{جتا}س + \text{جا}س)} = \frac{\text{جتا}س - \text{جا}س}{\text{جتا}س + \text{جا}س}$

⑦ الأيمن = $\frac{\text{جا}س\text{جتا}س + ٢\text{جا}س\text{جتا}س}{\frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} + \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}}$

$= \frac{\text{جتا}س(٢\text{جا}س + ١)}{\frac{١ + \text{جا}س}{\text{جتا}س}}$

$= \frac{\text{جتا}س(٢\text{جا}س + ١)}{١ + \text{جا}س} \times \frac{\text{جتا}س}{١}$

$= \frac{\text{جتا}^٢س(٢\text{جا}س + ١)}{١ + \text{جا}س} * \frac{١ - \text{جا}س}{١ - \text{جا}س}$

$= \frac{\text{جتا}^٢س(٢\text{جا}س - ٢\text{جا}^٢س + ٢\text{جا}س + ١)}{١ - \text{جا}^٢س}$

$= \frac{\text{جتا}^٢س(٢\text{جا}س + ١ - ٢\text{جا}^٢س)}{\text{جتا}^٢س}$

$= \text{جا}س + \text{جتا}٢س$

$=$ الأيسر

٣

٨) الأيمن $= \frac{1}{\text{جتا}^2 س} + \frac{1}{\text{جا}^2 س}$

$= \frac{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س}{\text{جتا}^2 س \text{ جا}^2 س}$

$= \frac{1}{\text{جتا}^2 س \times \text{جا}^2 س} = \text{قا}^2 س \times \text{قتا}^2 س$

٩) الأيمن $= \text{جا} س \text{ جتا} س \times \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}$

$= \text{جا}^2 س$

$= 1 - \text{جتا}^2 س$

١٠) الأيمن $= \frac{\text{جتا} س}{\text{جا} س} - \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}$

$= \frac{\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س}{\text{جا} س \text{ جتا} س}$

$= \frac{\text{جتا} 2س}{\text{جا} س \text{ جتا} س} = \frac{2 \text{ جتا} 2س}{\text{جا} 2س}$

$= 2 \text{ ظتا} 2س =$ الأيسر

١١) $\frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س} + \frac{\text{جتا} س}{\text{جا} س} = \frac{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س}{\text{جا} س \text{ جتا} س}$

$= \frac{1}{\text{جا} س \text{ جتا} س} = \frac{1}{\text{جا} س} \times \frac{1}{\text{جتا} س}$

$= \text{قتا} س \text{ قا} س =$ الأيسر

١٢) الأيمن $= \text{جا}^2 س - \text{جتا} 2س + \text{جتا}^2 س$

$= \text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س - \text{جتا} 2س$

$= 1 - \text{جا} 2س$

$= 1 - \text{جا}^2 س$

$=$ الأيسر

١٣) $\text{جتا}^3 س \text{ جتا} 3س + \text{جا}^3 س \text{ جا} 3س$

$= \text{جا} س \text{ جتا} س (\text{جتا}^2 س + \text{جا}^2 س)$

$= \text{جا} س \text{ جتا} س$

$= \frac{1}{2} \text{ جا} 2س =$ الأيسر

١٤) الأيمن $= \frac{\text{جا} س \text{ جتا} ص + \text{جتا} س \text{ جا} ص}{\text{جتا} س \text{ جتا} ص}$

$= \frac{\text{جا} س \text{ جتا} ص}{\text{جتا} س \text{ جتا} ص} + \frac{\text{جتا} س \text{ جا} ص}{\text{جتا} س \text{ جتا} ص}$

$= \text{ظا} س + \text{ظا} ص =$ الأيسر

١٥) الأيمن $= \frac{\text{جتا}^2 س}{\text{جا}^2 س} - \frac{\text{جتا}^2 س}{1}$

$= \frac{\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س \text{ جتا}^2 س}{\text{جا}^2 س}$

$= \frac{\text{جتا}^2 س (1 - \text{جا}^2 س)}{\text{جا}^2 س}$

$= \frac{\text{جتا}^2 س \times \text{جتا}^2 س}{\text{جا}^2 س} = \text{ظتا}^2 س \times \text{جتا}^2 س$

١٦) الأيمن $= \text{جا} 2س \text{ ظا} س$

$= \text{جا} 2س \times \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}$

$= 2 \text{ جا}^2 س$

$= 1 - \text{جتا} 2س$

$=$ الأيسر

١٧) الأيسر = $\tan(2\theta+\theta) - \tan\theta - \tan\theta$

$= \frac{\tan 2\theta + \tan\theta}{1 - \tan 2\theta \tan\theta} - \tan\theta - \tan\theta$

$= \frac{\tan 2\theta + \tan\theta - \tan\theta(1-\tan 2\theta\tan\theta) - \tan\theta(1-\tan 2\theta\tan\theta)}{1 - \tan 2\theta\tan\theta}$

$= \frac{\tan 2\theta + \tan\theta - \tan 2\theta + \tan 2\theta\tan^2\theta - \tan\theta + \tan^2\theta\tan 2\theta}{1 - \tan 2\theta\tan\theta}$

$= \frac{\tan^2 2\theta \tan\theta + \tan 2\theta \tan^2\theta}{1 - \tan 2\theta\tan\theta}$

$= \tan 2\theta \tan\theta \left(\frac{\tan 2\theta + \tan\theta}{1 - \tan 2\theta\tan\theta}\right) = \tan 3\theta$

$= \tan 2\theta \times \tan\theta \times \tan 3\theta$

١٨) الأيمن $= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta) - \sin\theta(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

$= \frac{\sin\theta + \sin\theta\cos\theta - \sin\theta - \sin\theta\cos\theta}{1 - \cos^2\theta}$

$= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta}$

$= 2 \times \frac{\sin\theta}{\sin\theta} \times \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= 2\cot\theta$

$=$ الأيسر .

(٤)

١٩) الأيمن $= \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{1}{\sin^2\theta} = \csc^2\theta$

$=$ الأيسر .

٢٠) الأيمن $= \sin^2\theta + (\sin(2\theta+\theta))^2$

$= \sin^2\theta + (\sin 2\theta\cos\theta + \cos 2\theta\sin\theta)^2$

$= \sin^2\theta + (2\sin\theta\cos\theta\cos\theta + (1-2\sin^2\theta)\sin\theta)^2$

$= \sin^2\theta + (2\sin\theta\cos^2\theta + \sin\theta - 2\sin^3\theta)^2$

$= \sin^2\theta + (2\sin\theta(1-\sin^2\theta) + \sin\theta - 2\sin^3\theta)^2$

$= \sin^2\theta + (2\sin\theta - 2\sin^3\theta + \sin\theta - 2\sin^3\theta)^2$

$= \sin^2\theta + (3\sin\theta - 4\sin^3\theta)^2$

$= \sin^2\theta + 9\sin^2\theta - 24\sin^4\theta + 16\sin^6\theta$

$= 10\sin^2\theta - 24\sin^4\theta + 16\sin^6\theta$

$= 10\sin^2\theta - 24\sin^2\theta(1-\cos^2\theta) + 16\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)^2$

$= 10\sin^2\theta - 24\sin^2\theta + 24\sin^2\theta\cos^2\theta + 16\sin^2\theta(1-2\cos^2\theta+\cos^4\theta)$

$= 10\sin^2\theta - 24\sin^2\theta + 24\sin^2\theta\cos^2\theta + 16\sin^2\theta - 32\sin^2\theta\cos^2\theta + 16\sin^2\theta\cos^4\theta$

$= 2\sin^2\theta - 8\sin^2\theta\cos^2\theta + 16\sin^2\theta\cos^4\theta$

$= 2\sin^2\theta(1 - 4\cos^2\theta + 8\cos^4\theta)$

$= 2\sin^2\theta(1 - 4\cos^2\theta + 4\cos^4\theta + 4\cos^4\theta)$

$= 2\sin^2\theta(1 - 2\cos^2\theta)^2 + 8\sin^2\theta\cos^4\theta$

$= 2\sin^2\theta(\cos 2\theta)^2 + 8\sin^2\theta\cos^4\theta$

$= 2\sin^2\theta\cos^2 2\theta + 8\sin^2\theta\cos^4\theta$

$= 2\sin^2\theta\cos^2\theta(\cos^2 2\theta + 4\cos^2\theta)$

$= \frac{1}{2}\sin^2 2\theta(\cos^2 2\theta + 4\cos^2\theta)$

$=$ الأيمن .

٥

١) $\text{جا}٢س = \frac{١}{٢} \Leftarrow$ ٢س = ٣٠° أو ١٥٠°

$\Leftarrow$ س = ١٥° ، س = ٧٥°

٢) $\text{جتا}٤س = ١ \Leftarrow ٤س = ٠$ أو ٣٦٠°

$\Leftarrow$ س = ٠ أو س = ٩٠

٣) $\text{ظا}س = ١ \Leftarrow$ س = ٤٥° أو س = ٢٢٥°

٤) $\text{قا}س = ٢\sqrt{٢} \Leftarrow \text{جتا}س = \frac{١}{٢\sqrt{٢}}$

$\Leftarrow$ س = ٤٥° أو س = ٣١٥°

٥) $\text{جا}س = ١ \Leftarrow س < ٩٠° \Leftarrow س = ٥$

٦) $\text{جا}^٢س - \text{جا}س - ٢ = ٠$

$(\text{جا}س - ٢)(\text{جا}س + ١) = ٠$

$\text{جا}س - ٢ = ٠$ أو $\text{جا}س + ١ = ٠$

$\text{جا}س = ١$ (مستحيل)

$\text{جا}س = -١ \Leftarrow س = ٢٧٠°$

٧) $\text{جتا}^٢س - \text{جتا}س = ٠$

$\text{جتا}س(\text{جتا}س - ١) = ٠$

$\text{جتا}س = ٠$ أو $\text{جتا}س = ١$

$س = ٩٠°، ٢٧٠°$ أو $س = ٠، ٣٦٠°$

٨) $٢\text{جتا}^٢س + ٣\text{جا}س = ٣$

$٢(١ - \text{جا}^٢س) + ٣\text{جا}س = ٣$

$٢ - ٢\text{جا}^٢س + ٣\text{جا}س = ٣$

$-٢\text{جا}^٢س + ٣\text{جا}س = ٠$

$\text{جا}س(-٢\text{جا}س + ٣) = ٠$

$\text{جا}س = ٠$ أو $-٢\text{جا}س + ٣ = ٠$

$\text{جا}س = ٠$ أو $\text{جا}س = \frac{٣}{٢}$

$س = ٠، ١٨٠، ٣٦٠$ أو $س = ٦٠، ١٢٠$

٩) $\text{جا}س = ٢\sqrt{٣}\,\text{جتا}س$

$\frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} = ٢\sqrt{٣} \Leftarrow \text{ظا}س = ٢\sqrt{٣}$

$\Leftarrow س = ٦٠°$ أو $س = ٢٤٠°$

١٠) $(\text{جا}س)^٢ + \text{جتا}^٢س = ٠$

$(\text{جا}س\,\text{جتا}س)^٢ + \text{جتا}^٢س = ٠$

$\text{جا}^٢س\,\text{جتا}^٢س + \text{جتا}^٢س = ٠$

$\text{جتا}^٢س(\text{جا}^٢س + ١) = ٠$

$\text{جتا}^٢س = ٠ \Leftarrow \text{جتا}س = ٠ \Leftarrow س = ٩٠°$ أو $٢٧٠°$

$\text{جا}^٢س + ١ \neq ٠ \Leftarrow \text{جا}^٢س = -١$ مستحيل

١١) $\text{جتا}س(١ - ٢\text{جا}س) = ٠$

$\text{جتا}س = ٠$ أو $١ - ٢\text{جا}س = ٠$

$س = ٩٠°$ أو $\text{جا}س = \frac{١}{٢}$

$س = ٢٧٠°$ أو $س = ٣٠°، ١٥٠°$

١٢) $٢\text{جتا}^٢س - \text{جا}س - ١ = ٠$

$٢(١ - \text{جا}^٢س) - \text{جا}س - ١ = ٠$

$٢ - ٢\text{جا}^٢س - \text{جا}س - ١ = ٠$

$-٢\text{جا}^٢س - \text{جا}س + ١ = ٠ \times -١$

$٢\text{جا}^٢س + \text{جا}س - ١ = ٠$

$(٢\text{جا}س - ١)(\text{جا}س + ١) = ٠$

$٢\text{جا}س - ١ = ٠$ أو $\text{جا}س + ١ = ٠$

$\text{جا}س = \frac{١}{٢}$ أو $\text{جا}س = -١$

$س = ٣٠°، ١٥٠°$ أو $س = ٢٧٠°$

١٣) $٢\text{جا}س\,\text{جتا}س - \text{جتا}س = ٠$

$\text{جتا}س(٢\text{جا}س - ١) = ٠$

$\text{جتا}س = ٠$ أو $\text{جا}س = \frac{١}{٢}$

$س = ٩٠°، ٢٧٠°$ أو $س = ٣٠°، ١٥٠°$

١٤) $\text{جا}س + \text{جتا}٢س - \text{جا}٣س = ٠$

$\text{جا}س + \text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س - \text{جا}(٢س + س) = ٠$

$\text{جا}س + (١ - \text{جا}^٢س) - \text{جا}^٢س - \text{جا}٢س \text{جتا}س - \text{جتا}٢س \text{جا}س = ٠$

$\text{جا}س + ١ - ٢\text{جا}^٢س - ٢\text{جا}س \text{جتا}^٢س + \text{جا}س \text{جتا}^٢س - \text{جا}^٣س = ٠$

$\text{جا}س + ١ - ٢\text{جا}^٢س - ٢\text{جا}س(١ - \text{جا}^٢س) + \text{جا}^٣س = ٠$

$\text{جا}س + ١ - ٢\text{جا}^٢س - ٢\text{جا}س + ٢\text{جا}^٣س + \text{جا}^٣س = ٠$

$١ - ٢\text{جا}س - ٢\text{جا}^٢س + ٣\text{جا}^٣س = ٠$

$٣\text{جا}^٣س - ٢\text{جا}^٢س - ٢\text{جا}س + ١ = ٠$

$٢\text{جا}^٢س(٢\text{جا}س - ١) - (٢\text{جا}س - ١) = ٠$

$(٢\text{جا}س - ١)[٢\text{جا}^٢س - ١] = ٠$

$٢\text{جا}س - ١ = ٠$ أو $٢\text{جا}^٢س - ١ = ٠$

$\text{جا}س = \frac{١}{٢}$ $\text{جا}^٢س = \frac{١}{٢}$

$\text{جا}س = \pm\frac{١}{\sqrt{٢}}$

$س = ٣٠$ أو ١٥٠

$س = ٤٥$ أو $س = ٢٢٥$

$س = ١٣٥$ $س = ٣١٥$

م.ح $= \{٣٠، ٤٥، ١٣٥، ١٥٠، ٢٢٥، ٣١٥\}$.

١٥) $\text{ظا}س - \text{ظتا}س = -٢$

$\frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} - \frac{\text{جتا}س}{\text{جا}س} = -٢$

$\frac{\text{جا}^٢س - \text{جتا}^٢س}{\text{جا}س \text{جتا}س} = -٢$

$\frac{\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س}{\text{جا}س \text{جتا}س} = +٢$

$\frac{٢(\text{جتا}^٢س - \text{جا}^٢س)}{٢\text{جا}س \text{جتا}س} = ٢$

$\frac{\text{جتا}٢س}{\text{جا}٢س} = ١$

$\text{ظتا}٢س = ١$

$٢س = ٤٥°$ أو $٢س = ٢١٥°$

$س = ٢٢.٥$ $س = ١١٢.٥$

١٦) $١ - ٢\text{جا}^٢س = \text{جتا}س$

$١ - ٢(١ - \text{جتا}^٢س) - \text{جتا}س = ٠$

$١ - ٢ + ٢\text{جتا}^٢س - \text{جتا}س = ٠$

$٢\text{جتا}^٢س - \text{جتا}س - ١ = ٠$

$(٢\text{جتا}س + ١)(\text{جتا}س - ١) = ٠$

$٢\text{جتا}س + ١ = ٠$ أو $\text{جتا}س - ١ = ٠$

$\text{جتا}س = -\frac{١}{٢}$ $\text{جتا}س = ١$

$س = ٠$ ، ٣٦٠

$س = ١٢٠$ ، $س = ٢٤٠$

(١٧) $جا^٣س + جتا^٣س - جاس جتاس - جتاس جاس = ٠$

$جا^٣س - جاس جتاس + جتا^٣س - جتاس جاس = ٠$

$جاس(جاس - جتاس) + جتاس(جتاس - جاس) = ٠$

$جاس(جاس - جتاس) - جتاس(جاس - جتاس) = ٠$

$(جاس + جتاس)(جاس - جتاس) = ٠$

$جاس + جتاس = ٠$ أو $جاس - جتاس = ٠$

$ظاس = -١$ ← $س = ١٣٥، ٣١٥$ أو $س = ٤٥، ٢٢٥$

(١٨) $٢جا^٢س - جاس = ٠$

$جاس(٢جاس - ١) = ٠$

$جاس = ٠$ أو $جاس = \frac{١}{٢}$

$س = ٠، ١٨٠$ $س = ٣٠، ١٥٠$

(١٩) $٤(جا^٣س + جتا^٣س) = ٣(جاس + جتاس)$

$٤(جاس + جتاس)(جا^٢س - جاس جتاس + جتا^٢س) = ٣(جاس + جتاس)$

$(جاس + جتاس)[٤(١ - جاس جتاس) - ٣] = ٠$

$(جاس + جتاس)(٤ - ٤جاس جتاس - ٣) = ٠$

$(جاس + جتاس)(١ - ٢ × ٢جاس جتاس) = ٠$

$(جاس + جتاس)(١ - ٢جا٢س) = ٠$

$جاس + جتاس = ٠$ أو $١ - ٢جا٢س = ٠$

$جاس = -جتاس$ ← $جا٢س = \frac{١}{٢}$

$ظاس = -١$ ← $س = ١٣٥$ أو ٣١٥

$٢س = ٣٠$ أو ١٥٠

$س = ١٥$

$س = ٧٥$

(٧) أ) $جاس جتاس + جاس - ٢جتاس - ٢ = ٠$

$جاس(جتاس + ١) - ٢(جتاس + ١) = ٠$

$(جتاس + ١)(جاس - ٢) = ٠$

$جتاس + ١ = ٠$ أو $جاس - ٢ = ٠$

$جتاس = -١$ أو $جاس = ٢$

$\frac{١}{جتاس} = -١$ $\frac{١}{جاس} = ٢$

$جتاس = -١$ ← $س = ١٨٠$

ب) $أ، ب، ج$ زوايا مثلث ←

$أ + ب + ج = ١٨٠°$

$أ + ب = ١٨٠ - ج$

$ظا(أ + ب) = ظا(١٨٠ - ج)$

$\frac{ظا أ + ظا ب}{١ - ظا أ ظا ب} = \frac{ظا ١٨٠ - ظا ج}{١ + ظا ١٨٠ ظا ج}$

$\frac{ظا أ + ظا ب}{١ - ظا أ ظا ب} = \frac{٠ - ظا ج}{١ + ٠ × ظا ج}$

بضرب بالكل ←

$ظا أ + ظا ب = -ظا ج + ظا أ ظا ب ظا ج$

$ظا أ + ظا ب + ظا ج = ظا أ ظا ب ظا ج$

وهو المطلوب

وبالتوفيق للجميع