

### نهاية الاقترانات الكسرية

ان المبدأ العام في ايجاد النهايات هو التعويض المباشر وعند التعويض المباشر في الاقتران النسبي ستظهر احدى الحالات التالية :

١.  $\frac{0}{b}$  "مقبوله" حيث  $a, b$  ثابت

٢.  $\frac{0}{0}$  "مقبوله"

٣.  $\frac{a}{0} =$  غير موجوده "مقبوله"

٤.  $\frac{0}{0}$  غير مقبوله

وعند ظهور الحالة الرابعة فاننا نلجأ الى واحدة أو أكثر من الطرق التالية للتغلب على صفر المقام

- التحليل
- توحيد المقامات
- الضرب بالمرافق " تربيعي / تكعيبي "
- التعويض
- التجزئة

اوجد كلاً من النهايات التالية

(٢)  $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9}{s - 3}$

(١)  $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 4}{s - 2}$

(٤)  $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^2 - 1}{s - 1}$

(٣)  $\lim_{s \rightarrow 5} \frac{s^2 - 25}{s - 5}$

(٦)  $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{s^2 - 8s + 2}{s^2 - 16}$

(٥)  $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 36}{s^3 - 18}$

(٨)  $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 3s}{s - 3}$

(٧)  $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 - 6s}{s^2 - 8}$

(١٠)  $\lim_{s \rightarrow 5} \frac{s^2 - 5s}{s - 5}$

(٩)  $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 - s}{s}$

(١٢)  $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{(s+3)^2 - 25}{s - 2}$

(١١)  $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{(s+3)^2 - 4}{s + 1}$

(١٤)  $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{(s+3)^2 - 16}{s - 1}$

(١٣)  $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{(s+1)^2 - 64}{(s-3)^2 - 16}$

$$(15) \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 + 3س - 10}{س - 2} \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 + 5س - 6}{س^2 - 1} \quad (16)$$

$$(17) \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 - 2س - 15}{س + 5} \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 - 5س - 14}{س - 4} \quad (18)$$

$$(19) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 2س^2 - 4س - 7}{س^2 - 1} \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 - 6س - 8}{س^2 + 7س - 18} \quad (20)$$

$$(21) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 8}{س - 2} \quad \text{نها} \quad \frac{س - 1}{س^3 - 1} \quad (22)$$

$$(23) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 1}{س - 2} \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 - 16}{س - 2} \quad (24)$$

$$(25) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 1}{س - 2} \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 5س^2 - 4س - 1}{س^2 - 5س}$$

$$(26) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 5س^2 - 4س - 1}{س^2 - 5س} \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 1}{س^2 - 5س} \quad (27)$$

$$(28) \quad \text{نها} \quad \frac{س^3(4-س) - 25}{س^2(1+س) - 16} \quad \text{نها} \quad \frac{س^4(4س-7) - 18}{س^4 - 8} \quad (29)$$

$$(30) \quad \text{نها} \quad \frac{س^4 - 16}{س^2 - 6س} \quad \text{نها} \quad \frac{س^3(4-س) - 6 + 5س - 2(4-س)}{س^2(1+س) - 21 - 6س} \quad (31)$$

اذا علمت ان

$$(32) \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 + 8س - 1}{س - 2} = 6 \quad \text{فما قيمة } 6 \quad \text{نها} \quad \frac{س^3 - 32}{س^2 + 6س + 12} \quad (33)$$

الثابتين  $p$  ،  $b$

اذا علمت ان

$$(34) \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 + 5س - 6}{س - 2} = 6 \quad \text{فما قيمة } 8 \quad \text{نها} \quad \frac{س^2 - 12س + 12}{س - 3} = 8 \quad \text{فما قيمة } 8 \quad (33)$$

الثابتين  $p$  ،  $b$

اذا كانت

$$\frac{7}{2} = \frac{4 + \sqrt{s} - s}{s-1} \quad (36) \quad \text{فاوجد قيمة } s$$

اذا كانت  $\frac{13-9}{3} = \frac{1-s-2}{s+3}$  فاوجد قيمة  $s$  (35)

الثابتين  $p, b$

$$\frac{2-\sqrt{s}}{4-s} \quad (38) \quad \text{نها} \quad \frac{125-3(1+s^2)}{s^2+2s-(2-s)^3} \quad (37) \quad \text{نها}$$

$$\frac{2-1-\sqrt{s}}{5-s} \quad (40) \quad \text{نها} \quad \frac{3-\sqrt{s+3}}{6-s} \quad (39) \quad \text{نها}$$

$$\frac{6-s^3}{3-1-s^3+s^2} \quad (42) \quad \text{نها} \quad \frac{4-\sqrt{s+6}}{10-s^3} \quad (41) \quad \text{نها}$$

$$\frac{3-1-s+\sqrt{s}}{2-s^5-s^3} \quad (44) \quad \text{نها} \quad \frac{2-3+\sqrt{s}}{2-s-10} \quad (43) \quad \text{نها}$$

$$\frac{27-s}{3-\sqrt{s}} \quad (46) \quad \text{نها} \quad \frac{2-\sqrt{s}}{8-s} \quad (45) \quad \text{نها}$$

$$\frac{1-4+\sqrt{s}}{2-\sqrt{s+7}} \quad (48) \quad \text{نها} \quad \frac{2-5+\sqrt{s}}{6-s^2} \quad (47) \quad \text{نها}$$

$$\frac{4-s}{s^3+10-5+s} \quad (50) \quad \text{نها} \quad \frac{5-s^3+\sqrt{s+3}}{1-s} \quad (49) \quad \text{نها}$$

$$\frac{1-\sqrt{s+7}+\sqrt{s}}{5-s^5} \quad (52) \quad \text{نها} \quad \frac{6-\sqrt{s+6}+\sqrt{s}}{8-s} \quad (51) \quad \text{نها}$$

$$\frac{1-\sqrt{s}(1+s)}{4-s} \quad (54) \quad \text{نها} \quad \frac{35+5+\sqrt{s+6}+\sqrt{s+6}-2s^2-3s^3}{2+s} \quad (53) \quad \text{نها}$$

$$\frac{3-s}{6-1+\sqrt{s}} \quad (56) \quad \text{نها} \quad \frac{4-\sqrt{s} \times (1+s)}{5-s^5} \quad (55) \quad \text{نها}$$

$$(58) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{\sqrt[3]{16 - \text{س}}}{8 - \text{س}}$$

$$(57) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{\sqrt[3]{2 - 6 + \text{س}}}{4 - \text{س}}$$

$$(60) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1}{2 - \text{س}} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{\text{س} + 1} \right)$$

$$(59) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1 - \frac{1}{2}}{2 - \text{س}}$$

$$(62) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1}{1 - \sqrt[3]{\text{س}}} \left( \frac{1}{3 + \text{س}} - \frac{\text{س}}{3 + \text{س}} \right)$$

$$(61) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1}{6 - \text{س}} \left( \frac{3}{9 + \text{س}} - \frac{1}{1 + \text{س}} \right)$$

$$(64) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{\left( \frac{\text{س}^3}{\text{س}^9 - 3} + \frac{\text{س}}{2 - 9} \right)}{3 - \text{س}}$$

$$(63) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(\text{س} + 1)}$$

$$(66) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{9 - 4 - \text{س}}{7 - 1 - \text{س}}$$

$$(65) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{\text{س}}{\text{س} + 2} \right)$$

$$(68) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{3 - (1 + \text{س})}{3 - \text{س}}$$

$$(67) \quad \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{3 - \text{س}^2}{3 - \text{س}}$$

اذا علمت ان  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{2 - (\text{س})}{3 - \text{س}} = 7$  فاوجد  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{2 - (\text{س})}{18 - \text{س} + 3}$  (70)

اذا علمت ان  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{3 - (\text{س})}{2 - \text{س}} = 6$  فاوجد كلاً مما يلي (69)

-  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{4 - 5 + (\text{س})^2}{2 - \text{س}}$

-  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{14 - 5 + 2}{3 - (\text{س})}$

اذا علمت ان  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{5 - (\text{س})}{3 - \text{س}} = 6$  فاوجد (72)

$\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{15 - (\text{س})}{3 - \text{س}}$

اذا علمت ان  $\text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{1 - (\text{س})}{5 - \text{س}} = 4$  فاوجد قيمة الثابت ب (71)

بحيث  $\frac{3}{4} = \text{ب} + \text{نها} \leftarrow \text{س} \frac{10 - \text{س}^3 - 2}{1 - (\text{س})}$

ورقة عمل (١)

رقم	السؤال	الاجابة	رقم	السؤال	الاجابة
(١)	نها $\frac{٢س٢}{٢-س-٢}$ س ← ٢	١-	(٢)	نها $\frac{س٢+٦-س}{س-٢}$ س ← ٢	٥-
(٣)	نها $\frac{س٢-٢}{١-٢}$ س ← ٢	$\frac{١}{٢}$	(٤)	نها $(\frac{١}{٢}-\frac{١}{س})(\frac{١}{٢-س})$ س ← ٢	$\frac{١-}{٤}$
(٥)	نها $\frac{١}{س}(\frac{١}{٢}-\frac{١}{س+٢})$ س ← ٢	$\frac{١-}{٤}$	(٦)	نها $(\frac{١}{٥+س٢}+\frac{١}{س+١})(\frac{١}{١٤-س-٢س٣})$ س ← ٢	$\frac{٣}{١٣}$
(٧)	نها $(\frac{س٢+٢}{س٢-٤}-\frac{١٢+س}{٢-س})$ س ← ٢	١-	(٨)	نها $(\frac{٣}{١-س}-\frac{١}{١-س٣})$ س ← ١	١
(٩)	نها $(\frac{١}{٣}-\frac{س}{س+٢})(١-\frac{١}{س})$ س ← ١	$\frac{٢-}{٩}$	(١٠)	نها $\frac{٢٥-٢(١+س٢)}{٢-س}$ س ← ٢	٢٠
(١١)	نها $\frac{٨-٣(١+س)}{٢س-١}$ س ← ١	٦-	(١٢)	نها $\frac{٧(٥-س)}{٧(٢٥-٢س)}$ س ← ٥	٧-١٠
(٣١)	نها $\frac{س٣-٥س٢+س+٣}{س٢+٢-س}$ س ← ١	٢-	(١٤)	نها $\frac{٢-١+س٣}{١-س}$ س ← ١	$\frac{٣}{٤}$
(١٥)	نها $\frac{٤-س-١}{س-٢}$ س ← ٢	$\frac{١}{٢}$	(١٦)	نها $\frac{٣+س-٢}{٢+س٢}$ س ← ١	$\frac{١-}{٢}$
(١٧)	نها $\frac{٣-١-١}{٢+س}$ س ← ٨	٢-	(١٨)	نها $\frac{٢-س٣-٣}{٢-س+٦}$ س ← ٢	١٠٨
(١٩)	نها $\frac{١}{١-س}(١-\frac{١}{س})$ س ← ١	$\frac{١-}{٢}$	(٢٠)	نها $\frac{٣+٤-ص}{١-٢ص}$ ص ← ١	$\frac{١-}{٢}$
(٢١)	نها $\frac{٣+٧+٣}{١-س}$ س ← ١	$\frac{٣}{٤}$	(٢٢)	نها $\frac{١٨-س+٢}{٤-س}$ س ← ٤	$\frac{٣٣}{٤}$
(٢٣)	نها $\frac{٧+س-٣+س}{١-س}$ س ← ١	$\frac{١}{٦}$	(٢٤)	نها $\frac{٨-٣(١+س)}{١-س}$ س ← ١	١٦
(٢٥)	نها $\frac{٢(١-س)-٣}{٢-س}$ س ← ٢	$\frac{٩}{٢}$	(٢٦)	نها $\frac{٦+س-٢}{٣-س}$ س ← ٣	أ=٥ ب=١

الثابتين أ ، ب

إذا كانت  
ب = فما قيمة

أ=١٤	نهاية س ← ٢ اوجد أ $٢- = \frac{٢٢ - س(١-٦) - ٢س٣}{س٢ - ٤}$	(٢٨)	٢	نهاية س ← ٣ $\frac{٢(س-٢) - ٢(٥-س٢)}{س-٣}$	(٢٧)
أ=١ ب=٤	نهاية س ← ٢ اوجد أ ، ب $\frac{١}{٤} = \left( \frac{ب}{س٢ - ٤} - \frac{١}{س-٢} \right)$	(٣٠)	أ=١٧	نهاية س ← ٣ اوجد أ $\frac{١}{٣} = \frac{١-س + \sqrt{٣س}}{س}$	(٢٩)

(٣١) اذا علمت ان  $٨ = \frac{٤-(س)٧}{س-٣}$  نهاية  
س ← ٣ فاوجد كلا مما يلي :

١. نهاية  
س ← ٣  $(٣-س٣ + (س)٢)$

٢. نهاية  
س ← ٣  $\frac{٤-(س)٧}{س٣-٢س٢-٣س}$

٣. نهاية  
س ← ٣  $\frac{٣٠-س٢-٢س٤}{٨-(س)٧}$

٤. نهاية  
س ← ٣  $\frac{١٦-(س)٢}{٦+س٥-٢س}$

٥. نهاية  
س ← ٣  $\frac{١٢-(س)٧}{س-٣}$

٦. نهاية  
س ← ٣  $\frac{١٠-س٢+(س)٧}{س٣+س٤-٢س}$

٧. نهاية  
س ← ٣  $\frac{٣-\sqrt{٥+(س)٧}}{س-٣}$

٨. نهاية  
س ← ٣  $\frac{٥-س٥}{١+س-(س)٧}$

نهاية الاقتران المتشعب

$$\left. \begin{array}{l} s^2 + 3s - 5, s \leq 2 \\ s^2 - 8, s < 2 \end{array} \right\} = \text{اذا كان ق}(s) =$$

اوجد

نهاى (س)  
س ← ٢

نهاى (س)  
س ← ٣

نهاى (س)  
س ← ١

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 2 \\ 2 < s < 3 \\ 3 \leq s \leq 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} s^2 + 1 \\ s^2 - 2 \\ s^2 + 5 \end{array} = \text{اذا كان ق}(s) =$$

نهاى (س)  
س ← ٣

نهاى (س)  
س ← ٢

اوجد

$$\left. \begin{array}{l} s \leq 1, \frac{s^2 - 1}{s} \\ s > 1, \frac{3}{2} - s^3 \end{array} \right\} = \text{اذا علمت ان ق}(s) =$$

نهاى (س)  
س ← ١ فاوجد

$$\left. \begin{array}{l} s^2 - 3s + 1, s \leq 2 \\ s^2 + b, s > 2 \end{array} \right\} = \text{اذا كان ق}(s) =$$

وكانت نهاى (س) موجوده فما قيمة ب  
س ← ٢

$$\left. \begin{array}{l} s^2, s < 3 \\ s^2 + 6, s > 3 \end{array} \right\} = \text{اذا كان ق}(s) =$$

نهاى (س - ٧)  
س ← ٤ +

نهاى (س + ٢)  
س ← ٣

نهاية اقتران القيمة المطلقة :

$$(2) \quad \left| 7 - \frac{1 + 2s}{5} \right|_{s \leftarrow 2} \text{ نهايا}$$

$$(1) \quad \left| 5 - 2s \right|_{s \leftarrow 2} \text{ نهايا}$$

$$(4) \quad \frac{\left| 5 - 3s \right| + |1 + 4s|}{s^2} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 5}$$

$$(3) \quad \frac{\left| 1 - 4s \right| - |3 + 2s|}{5 + s^2} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 1}$$

$$(6) \quad \frac{2 - \left| 2 - 2s^2 \right| + |4 - 3s|}{1 - s} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 1}$$

$$(5) \quad \frac{5 - |3 - 2s|}{4 - s} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 4}$$

$$(8) \quad \frac{\frac{1}{3} - \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{s} \right|}{3 - s} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 3}$$

$$(7) \quad \frac{5 - |3 - 3s|}{2 - s} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 2}$$

$$(9) \quad \frac{3 + |1 - 2s|}{1 + s} \text{ نهايا}_{s \leftarrow 1}$$

$$(10) \quad \text{اذا كان } \left. \begin{array}{l} |s| \\ s \\ s + 3 \end{array} \right\} = (s) \text{ و } \left. \begin{array}{l} s \neq 0 \\ s = 0 \end{array} \right\} \text{ اوجد نهايا } (s)_{s \leftarrow 0}$$

$$(11) \quad \left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 0 \\ 4 > s \geq 2 \end{array} \right\} = (s) \text{ و } \left. \begin{array}{l} 2 + s^2 \\ |4 - 2s| \end{array} \right\} \text{ اوجد نهايا } (s)_{s \leftarrow 2}$$

$$(12) \quad \left. \begin{array}{l} 3 > s > 1 \\ 5 \geq s > 3 \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} \frac{|s - 3|}{3 - s} \\ \frac{|s^2 - 2s|}{6 - s^2} \end{array} \right\} = (s) \text{ و } \text{اذا علمت ان}$$

وكانت نهايا (س) موجوده ، فما قيمة الثابت ب  $s \leftarrow 3$



$$(13) \quad \text{نها} \left( \frac{1}{2-s} \right) \left( \frac{1}{|3-s|} - 1 \right)$$

$$(14) \quad \text{نها} \frac{\sqrt{2s}}{s}$$

$$(15) \quad \text{نها} \frac{\sqrt{2s+3}}{s}$$

$$(16) \quad \text{اذا علمت } \left. \begin{array}{l} |2s+3| \\ 1+s \end{array} \right\} = n(s) \text{ ان } \begin{array}{l} s \leq 1 \\ s > 1 \end{array}$$

وكانت  $n(s)$  موجوده فاوجد قيمة الثابت ب

$$(17) \quad \text{اذا كان } q(s) \text{ اقتران كثير حدود وكان } \begin{array}{l} n(s) = (s-2) \\ n(s) = 1 \end{array} \text{ فاوجد } \begin{array}{l} n(s) \\ n(s) \end{array}$$

$$\text{فاوجد } \text{نها} (3|s+1) \text{ فاوجد } (2s+4)$$

نهاية اقتران اكبر عدد صحيح

$$(1) \quad \text{نها} [3+2s] \quad (2) \quad \text{نها} [3+4s] \quad (3) \quad \text{نها} [5+2s]$$

$$(4) \quad \text{نها} [2s+3] \quad (5) \quad \text{نها} [3+s] \quad (6) \quad \text{نها} [s]$$

$$(7) \quad \text{نها} [s] \quad (8) \quad \text{نها} [s+1]^2 \quad (9) \quad \text{نها} [s-6] \cdot |2-s|$$

$$(10) \quad \text{نها} \frac{[s]-s}{4-2s} \quad (11) \quad \text{نها} \frac{[s]-s}{15-s+2s} \quad (12) \quad \text{نها} (2+|s|)[s]$$

$$(13) \quad \text{نها} ([2-s]-[6+s]) \quad (14) \quad \text{نها} \frac{3+|s|}{1-[7+s]} \quad (15) \quad \text{نها} \frac{25-[s](3+s)}{|2-s|}$$

$$(16) \text{ اذا علمت ان } \left. \begin{array}{l} \text{ن(س)} = [2+\text{س}] , \text{س} < \text{ب} \\ \text{ن(س)} = [\text{س}]-9 , \text{س} > \text{ب} \end{array} \right\}$$

فان نهاى (س) وكانت  $\text{س} < \text{ب}$   $\exists$  فوجوده حيث  $\text{ب} \Rightarrow$  فوجود قيمة الثابت ب.

$$(17) \text{ اذا علمت ان } \left. \begin{array}{l} \text{ن(س)} = [2+\text{س}] , \text{س} < \text{ب} \\ \text{ن(س)} = [\text{س}]-9 , \text{س} > \text{ب} \end{array} \right\}$$

فان نهاى (س) وكانت  $\text{س} < \text{ب}$   $\nexists$  فوجود قيمة الثابت ب

$$(18) \text{ اذا علمت ان } \left. \begin{array}{l} \text{ن(س)} = [\text{س}+\text{ب}] , \text{س} < 2 \\ \text{ن(س)} = \text{س}^2 + 2 , \text{س} > 2 \end{array} \right\}$$

فان نهاى (س) وكانت  $\text{ب} \Rightarrow$  فوجود قيمة الثابت ب

$$(19) \text{ اذا علمت ان } \left. \begin{array}{l} \text{ن(س)} = [3\text{س}+1] , \text{س} < \text{ب} \\ \text{ن(س)} = [\text{س}]-5 , \text{س} > \text{ب} \end{array} \right\}$$

فان نهاى (س) وكانت  $\text{س} < \text{ب}$   $\nexists$  فوجود قيمة الثابت ب

$$(20) \text{ اذا علمت ان } \left. \begin{array}{l} \text{ن(س)} = [3-\text{س}] , \text{س} > 2 \\ \text{ن(س)} = |4-\text{س}| , 2 < \text{س} < 4 \end{array} \right\}$$

فان نهاى (س) وكانت  $\text{س} < 2$

(21) اذا كان  $\text{ق(س)} = [\text{س}+5]$  وكان  $\text{ه(س)} = [\text{س}-4]$  فوجود كلا مما يلي

(1) نهاى (ه(س) - ن(س))	(2) نهاى (ه(س) × ن(س))	(3) نهاى (ه(س) + ن(س))	(4) نهاى (ه(س) ÷ ن(س))
$\text{س} < 1$	$\text{س} < 1$	$\text{س} < 1$	$\text{س} < 1$

نهاية اقتران الجذر التربيعي :

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s-2}{s^2-4} \quad \text{نهاية (٤)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s-2}{s^2-4} \quad \text{نهاية (٣)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \sqrt{s^2-2s+1} \quad \text{نهاية (٢)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 5} \sqrt{s-5} \quad \text{نهاية (١)}$$