الاتصال على فترة

Esam shikh
0796300625

تعريف

إذا كان هـ اقتراناً معرفاً على الفترة [أ ، ب] فإن

١) هـ يكون متصلاً على الفترة (أ ، ب) إذا كان متصل لكل س من (أ ، ب)

٢) هـ يكون متصل عند س = أ من اليمين إذا كان

هـ(أ) = نها هـ(س)
س ← أ⁺

٣) هـ يكون متصل عند س = أ من اليسار إذا كان

هـ(أ) = نها هـ(س)
س ← أ⁻

٤) هـ يكون متصل على الفترة [أ ، ب] إذا كان

- هـ متصل على (أ ، ب)
- هـ متصل من يمين أ
- هـ متصل من يسار ب

مثال

إذا كان

هـ(س) = { ٢س + ٢ ، -٢ ≤ س < ١
{ س + ٤ ، ١ ≤ س ≤ ٥

فابحث في اتصال الاقتران هـ على الفترة [-٢ ، ٥]

الحل:

٢س + ٢ | س + ٤
-٢ ـــــــ ١ ـــــــ ٥

[-٢ ، ١) هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود
(١ ، ٥] هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال س = ١

هـ(١) = ١ + ٤ = ٥

نها هـ(س) = ٥
س ← ١⁺

نها هـ(س) = ٢ + ٢ = ٤
س ← ١⁻

⇐ نها هـ(س) غير موجودة
س ← ١

⇐ هـ غير متصل عند س = ١

⇐ هـ متصل على [-٢ ، ٥] - { ١ }

مثال

إذا كان

ق(س) = { س² ، ٣ ≤ س < ٥
{ س + ٢٠ ، ٥ ≤ س < ٧
{ ٩ ، س = ٧

ابحث في اتصال ق على الفترة [٣ ، ٧] .

الحل:

س² | س + ٢٠
٣ ـــــــ ٥ ـــــــ ٧

[٣ ، ٥) هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود
(٥ ، ٧) هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود

Esam shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)	عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (الاتصال على فترة)	ماجستير رياضيات

نبحث اتصال ٧ من اليسار

ق(٧) = ٩

نها ق(س) (س ← ٧⁻) = ٧ + ٢٠ = ٢٧

⇐ ق غير متصل من يسار ٧

نبحث اتصال س = ٥

ق(٥) = ٥ + ٢٠ = ٢٥

نها ق(س) (س ← ٥⁺) = ٢٥

⇐ نها ق(س) (س ← ٥) = ٢٥

نها ق(س) (س ← ٥⁻) = ٥² = ٢٥

نها ق(س) (س ← ٥) = ق(٥)

⇐ ق متصل عند س = ٥

⇐ ق متصل على [٣ ، ٧)

مثال

إذا كان ق(س) = { ٣س² + ٥ ، -٢ ≤ س < ١
{ ٨س ، ١ ≤ س ≤ ٢

فابحث في اتصال ق على [-٢ ، ٢]

الحل:

٣س² + ٥ ، ٨س : -٢ ، ١ ، ٢

[-٢ ، ١) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

[١ ، ٢] ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال س = ١

ق(١) = ٨ × ١ = ٨

نها ق(س) (س ← ١⁺) = ٨

نها ق(س) (س ← ١⁻) = ٣ × ١ + ٥ = ٣ + ٥ = ٨

نها ق(س) (س ← ١) = ٨

نها ق(س) (س ← ١) = ق(١)

⇐ ق متصل عند س = ١

⇐ ق متصل على [-٢ ، ٢]

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان ق(س) = { [س] + س ، -١ ≤ س < ٠
{ √س + ٣/٥ س² ، ٠ ≤ س ≤ ٢

فابحث في اتصال ق على [-١ ، ٢]

الحل:

ق(س) = { -١ + س ، -١ ≤ س < ٠
{ √س + ٣/٥ س² ، ٠ ≤ س ≤ ٢

-١ ، ٠ ، ٢

[-١ ، ٠) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

[٠ ، ٢] ق متصل لأنه مجموعة اقترانات متصلة على الفترة .

نبحث اتصال س = ٠

ق(٠) = √٠ + ٣/٥ (٠)² = صفر

نها ق(س) (س ← ٠⁺) = صفر

نها ق(س) (س ← ٠⁻) = -١ + ٠ = -١

نها ق(س) (س ← ٠) غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = صفر

⇐ ق متصل على [-١ ، ٢] - {صفر}

Esam shikh
0796300625

٢٠١٩ شتوي

إذا كان

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^2 + \sqrt{-\text{س}} & -1 \le \text{س} < 0 \\ [\text{س}] + 5\text{س} - 2 & 0 \le \text{س} \le 1 \end{cases}$$

فابحث في اتصال ق على الفترة $[-1 ، 1]$

الحل:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^2 + \sqrt{-\text{س}} & -1 \le \text{س} < 0 \\ 5\text{س} - 2 & 0 \le \text{س} < 1 \\ 4 & \text{س} = 1 \end{cases}$$

-1 0 1

ق متصل على $(-1 ، 0)$ لأنه مجموعة اقترانات متصلة على الفترة .

ق متصل على $(0 ، 1)$ لأنه على صورة كثير حدود

س = 1 من اليسار

$\text{ق}(1) = 4$

$\lim\limits_{\text{س} \to 1^-} \text{ق(س)} = 5 - 2 = 3$

⇐ ق غير متصل من يسار 1

س = 0

$\text{ق}(0) = 5 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$

$\lim\limits_{\text{س} \to 0^+} \text{ق(س)} = -2$

$\lim\limits_{\text{س} \to 0^-} \text{ق(س)} = (0)^2 + \sqrt{0} = 0$

⇐ $\lim\limits_{\text{س} \to 0} \text{ق(س)}$ غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = 0

⇐ ق متصل على $[-1 ، 1] - \{0\}$

٢٠١٩ صيفي

إذا كان

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \sqrt[3]{\text{س}} + |\text{س}| & -2 \le \text{س} < 0 \\ \dfrac{4}{\text{س}+1} & 0 \le \text{س} < 3 \\ 6 & \text{س} = 3 \end{cases}$$

فابحث في اتصال ق على $[-2 ، 3]$

الحل:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \sqrt[3]{\text{س}} - \text{س} & -2 \le \text{س} < 0 \\ \dfrac{4}{\text{س}+1} & 0 \le \text{س} < 3 \\ 6 & \text{س} = 3 \end{cases}$$

-2 3

ق متصل على $(-2 ، 0)$ لأنه مجموعة اقترانات متصلة على الفترة .

ق متصل على $(0 ، 3)$ لأنه نسبي معرف على الفترة

نبحث اتصال 3 من اليسار

$\text{ق}(3) = 6$

$\lim\limits_{\text{س} \to 3^-} \text{ق(س)} = \dfrac{4}{3+1} = \dfrac{4}{4} = 1$

⇐ ق غير متصل عند 3 من اليسار

نبحث اتصال س = 0

$\text{ق}(0) = \dfrac{4}{0+1} = \dfrac{4}{1} = 4$

$\lim\limits_{\text{س} \to 0^+} \text{ق(س)} = 4$

$\lim\limits_{\text{س} \to 0^-} \text{ق(س)} = \sqrt[3]{0} - 0 =$ صفر

Esam shikh
0796300625

$\Leftarrow$ $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ \text{ه}(س)$ غير موجودة

$\Leftarrow$ ق غير متصل عند $س = ٠$

$\Leftarrow$ ه متصل على $[-٢ ، ٢) - \{٠\}$

٢٠١٠ شتوي

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{أ}{س} + س^٢ & ٠ < س < ٢ \\ [س] + ٣ & ٢ \leq س < ٣ \\ ٧ & س = ٣ \end{cases}$

وكان ه متصلاً عند $س = ٢$ فأجب عما يأتي

① جد قيمة الثابت أ

② ابحث في اتصال ه على الفترة $(٠ ، ٣]$

الحل:

$ق(س) = \begin{cases} \frac{أ}{س} + س^٢ & ٠ < س \leq ٢ \\ ٥ & ٢ < س < ٣ \\ ٧ & س = ٣ \end{cases}$

① ه متصل عند $س = ٢$

$\text{ه}(٢) = \underset{س \to ٢^+}{\text{نها}}\ \text{ه}(س)$

$\frac{أ}{٢} + ٤ = ٥$

$\frac{أ}{٢} = ١ \Leftarrow أ = ٢$

②

$(٠ ، ٢)$ ق متصل لأنه مجموعة اقترانات متصله على الفترة

$(٢ ، ٣)$ ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ٣ من اليسار

$\text{ه}(٣) = ٧$

$\underset{س \to ٣^-}{\text{نها}}\ \text{ه}(س) = ٥$

$\Leftarrow$ ه غير متصل من يسار ٣

ه متصل عند $س = ٢$ من المعطيات

$\Leftarrow$

ه متصل على $(٠ ، ٣)$

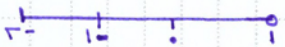
٢٠١٠ صيفي

$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ١}{س + ١} & -٢ \leq س < -١ \\ س[س] + ١ & -١ \leq س < ١ \end{cases}$

ابحث اتصال ه على $[-٢ ، ١)$

الحل:

$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ١}{س + ١} & -٢ \leq س < -١ \\ -س + ١ & -١ \leq س < ٠ \\ ١ & ٠ \leq س < ١ \end{cases}$



$[-٢ ، -١)$ ه متصل لأنه معرف على الفترة

$(-١ ، ٠)$ ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

$(٠ ، ١)$ ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال $س = -١$

$\text{ه}(-١) = --١ + ١ = ٢$

$\underset{س \to -١^+}{\text{نها}}\ \text{ه}(س) = ٢$

$\underset{س \to -١^-}{\text{نها}}\ \text{ه}(س) = \underset{س \to -١^-}{\text{نها}} \frac{(س - ١)(س + ١)}{(س + ١)}$

$= -١ - ١ = -٢$

$\Leftarrow$ $\lim\limits_{س \to 1-}$ ق(س) غير موجودة

$\Leftarrow$ ق غير متصل عند س = ‎-١

نبحث اتصال س = ٠

ق(٠) = ١

$\lim\limits_{س \to 0^+}$ ق(س) = ١

$\lim\limits_{س \to 0^-}$ ق(س) = ٠ + ١ = ١

$\lim\limits_{س \to 0}$ ق(س) = ١

$\lim\limits_{س \to 0}$ ق(س) = ق(٠)

$\Leftarrow$ ق متصل عند س = ٠

$\Leftarrow$ ق متصل على [-٢، ١) - {-١}

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (الاتصال على فترة) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^3 - 64}{س - 4} & س \leq 3 \\ -س + 4 & س > 3 \end{cases}$$

ابحث اتصال ق على مجاله

الحل:

$\frac{س^3-64}{س-4}$ ، $-س+4$: $-\infty$ ، 3 ، ∞

$(-\infty ، 3)$ ق متصل لأنه نسبي معرف على الفترة و ٤ ليست من الفترة

$(3 ، \infty)$ ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ق عند $س = 3$

$$ق(3) = \frac{27 - 64}{3 - 4} = \frac{-37}{-1} = 37$$

$$\lim_{س \to 3^-} ق(س) = 37$$

$$\lim_{س \to 3^+} ق(س) = -3 + 4 = 1$$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to 3} ق(س)$ غير موجودة

$\Leftarrow$ ق غير متصل عند $س = 3$

$\Leftarrow$ ق متصل على $ح - \{3\}$

مثال

اذا كان

$$ل(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 25}{س - 5} & س \neq 5 \\ س + 5 & س = 5 \end{cases}$$

ابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله

الحل:

$\frac{س^2-25}{س-5}$ ، $\frac{س^2-25}{س-5}$: $-\infty$ ، 5 ، ∞

$(-\infty ، 5)$ ل متصل لأنه نسبي معرف على الفترة

$(5 ، \infty)$ ل متصل لأنه نسبي معرف على الفترة

نبحث اتصال ل عند $س = 5$

$$ل(5) = 5 + 5 = 10$$

$$\lim_{س \to 5} ل(س) = \lim_{س \to 5} \frac{س^2 - 25}{س - 5}$$

$$= \lim_{س \to 5} \frac{\cancel{(س-5)}(س+5)}{\cancel{(س-5)}}$$

$$= 5 + 5 = 10$$

$$\lim_{س \to 5} ل(س) = ل(5)$$

$\Leftarrow$ ل متصل عند $س = 5$

$\Leftarrow$ ل متصل على ح .

مثال

إذا كان

$$ع(س) = \begin{cases} \frac{س^3 - 27}{س - 3} & س < 3 \\ 5 + س & س \geq 3 \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ع على ح .

الحل:

$\frac{س^3-27}{س-3}$ ، $5+س$: $-\infty$ ، 3 ، ∞

$(-\infty ، 3)$ ع متصل لأنه نسبي معرف على الفترة

$(3 ، \infty)$ ع متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ع عند $س = 3$

$$ع(3) = 5 + 3 = 8$$

$$\lim_{س \to 3^+} ع(س) = 8$$

$$\lim_{س \to 3^-} ع(س) = \lim_{س \to 3^-} \frac{س^3 - 27}{س - 3}$$

١٠

$$= \lim_{\text{س}\to ٣^-} \frac{(\cancel{\text{س}-٣})(\text{س}^٢+٣\text{س}+٩)}{(\cancel{\text{س}-٣})}$$

$$= -(٩+٩+٩) = -٢٧$$

⇐ $\lim_{\text{س}\to ٣}$ ع(س) غير موجودة

⇐ ع غير متصل عند س = ٣

⇐ ع متصل على ح − {٣}

٢٠٠٨ شتوي

ليكن

$$\text{هـ(س)} = \begin{cases} \text{س}^٣ & \text{س} < ١ \\ ٢\text{س}\sqrt{\text{س}} - ١ & \text{س} \geq ١ \end{cases}$$

ابحث في اتصال الاقتران هـ لجميع قيم س الحقيقية

الحل:

-∞ ، ١ ، ∞

(-∞، ١) هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود

(١، ∞) هـ متصل لأنه مجموعة اقترانات متصلة على الفترة.

نبحث اتصال س = ١

هـ(١) = $٢ \times ١ \times \sqrt{١} - ١ = ٢ - ١ = ١$

$\lim_{\text{س}\to ١^+}$ هـ(س) = ١

$\lim_{\text{س}\to ١^-}$ هـ(س) = $١^٣ = ١$

$\lim_{\text{س}\to ١}$ هـ(س) = ١

$\lim_{\text{س}\to ١}$ هـ(س) = هـ(١)

هـ متصل عند س = ١

هـ متصل على ح

٢٠١٨ صيفي جديد

إذا كان $\text{ق(س)} = \dfrac{١-\text{س}}{\sqrt{١-\text{س}^٢}}$ فإن ق(س) متصل في الفترة

أ) [-١، ١]　　ب) $\boxed{(-١، ١)}$

ج) (-∞، -١]　　د) [١، ∞)

الحل:

ق متصل على مجاله

والآن نجد المجال

$١ - \text{س}^٢ = ٠$

$\text{س}^٢ = ١$

س = ± ١

--- -١ +++ ١ ---

ما داخل الجذر يجب ان يكون موجب

س = ١ تجعل المقام = صفر

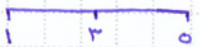
س = -١ تجعل المقام = صفر

⇐ المجال (-١، ١)

وهي فترة الاتصال

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (الاتصال على فترة) ماجستير رياضيات

مثال
إذا كان ق(س) = |٣س - ٩| فابحث في اتصال الاقتران على الفترة [١، ٥]
الحل:
ق(س) = { ٩ - ٣س ، ١ ≤ س < ٣
　　　　{ ٣س - ٩ ، ٣ ≤ س ≤ ٥



[١، ٣) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود
(٣، ٥] ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ق عند س = ٣
ق(٣) = ٣×٣ - ٩ = ٩ - ٩ = صفر
نها ق(س) (س ← ٣⁺) = صفر
نها ق(س) (س ← ٣⁻) = ٩ - ٣×٣ = ٩ - ٩ = صفر
نها ق(س) (س ← ٣) = صفر
نها ق(س) (س ← ٣) = ق(٣)
⇐ ق متصل عند س = ٣
⇐ ق متصل على [١، ٥]

مثال
إذا كان ق(س) = |٠,١ - س| فابحث في اتصال الاقتران على الفترة [٠,٠١، ٠,٩]
الحل:
ق(س) = { ٠,١ - س ، ٠,٠١ ≤ س < ٠,١
　　　　{ س - ٠,١ ، ٠,١ ≤ س ≤ ٠,٩

[٠,٠١، ٠,١) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود
(٠,١، ٠,٩] ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ق عند س = ٠,١
ق(٠,١) = ٠,١ - ٠,١ = صفر
نها ق(س) (س ← ٠,١⁺) = صفر
نها ق(س) (س ← ٠,١⁻) = ٠,١ - ٠,١ = صفر
نها ق(س) (س ← ٠,١) = صفر
نها ق(س) (س ← ٠,١) = ق(٠,١)
⇐ ق متصل عند س = ٠,١
⇐ ق متصل على [٠,٠١، ٠,٩]

مثال
إذا كان ل(س) = |٢س - ١٠| فابحث في اتصال الاقتران ل على الفترة [-١٠، ٨]
الحل:
ل(س) = { ١٠ - ٢س ، -١٠ ≤ س < ٥
　　　　{ ٢س - ١٠ ، ٥ ≤ س ≤ ٨

[-١٠، ٥) ل متصل لأنه على صورة كثير حدود
(٥، ٨] ل متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ل عند س = ٥
ل(٥) = ٢×٥ - ١٠ = ١٠ - ١٠ = صفر
نها ل(س) (س ← ٥⁺) = صفر
نها ل(س) (س ← ٥⁻) = ١٠ - ٢×٥ = ١٠ - ١٠ = صفر
نها ل(س) (س ← ٥) = صفر

$\lim_{س \to ٥}$ ل(س) = ل(٥)

⟸ ل متصل عند س = ٥

⟸ ل متصل على [−١٠ ، ٨]

مثال

إذا كان

$$ل(س) = \begin{cases} \sqrt{٤ - س} & س < ٤ \\ |س^٢ - ١٦| & س \geq ٤ \end{cases}$$

فابحث في اتصال ل(س) عند مجاله

الحل:

$$ل(س) = \begin{cases} \sqrt{٤ - س} & س < ٤ \\ س^٢ - ١٦ & س \geq ٤ \end{cases}$$

−∞ ——— ٤ ——— ∞

(−∞ ، ٤) ل متصل لأنه معرف على الفترة

(٤ ، ∞) ل متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ل عند س = ٤

ل(٤) = ١٦ − ١٦ = صفر

$\lim_{س \to ٤^+}$ ل(س) = صفر

$\lim_{س \to ٤^-}$ ل(س) = $\lim_{س \to ٤^-}$ $\sqrt{٤ - س}$ = صفر

+++ | −−−−
٤

⟸ $\lim_{س \to ٤}$ ل(س) = صفر

$\lim_{س \to ٤}$ ل(س) = ل(٤)

⟸ ل متصل عند س = ٤

⟸ ل متصل على ح .

مثال

إذا كان ع(س) =
- ٥ ، س = ٣
- [س] + ٥ ، ٣ < س < ٤
- ٤ ، س = ٤

فابحث في اتصال ع على الفترة [٣، ٤]

الحل:

ع(س) =
- ٥ ، س = ٣
- ٨ ، ٣ < س < ٤
- ٤ ، س = ٤

٣ ——— ٤

(٣، ٤) ع متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ٣ من اليمين

ع(٣) = ٥ نهـا ع(س) = ٨ (س ← ٣⁺)

⇐ ع غير متصل من يمين ٣

نبحث اتصال ٤ من اليسار

ع(٤) = ٤ نهـا ع(س) = ٨ (س ← ٤⁻)

⇐ ع غير متصل من يسار ٤

⇐ ع متصل على (٣، ٤)

مثال

إذا كان ع(س) =
- ٢س ، س < ٢
- [٠.٥س + ٢] ، ٢ ≤ س < ٤
- ٥س / (س² − ٣٦) ، س ≥ ٤

فابحث في اتصال ع لجميع قيم س الحقيقية

الحل:

ع(س) =
- ٢س ، س < ٢
- ٣ ، ٢ ≤ س < ٤
- ٥س / (س² − ٣٦) ، س ≥ ٤

−∞ ——— ٢ ——— ٤ ——— ∞

(−∞، ٢) ع متصل لأنه على صورة كثير حدود

(٢، ٤) ع متصل لأنه على صورة كثير حدود

(٤، ∞) ع متصل على الفترة ما عدا س = ٦

نبحث اتصال ع عند س = ٢

ع(٢) = ٣

نهـا ع(س) = ٣ (س ← ٢⁺)

نهـا ع(س) = ٢ × ٢ = ٤ (س ← ٢⁻)

⇐ نهـا ع(س) غير موجودة (س ← ٢)

⇐ ع غير متصل عند س = ٢

نبحث اتصال ع عند س = ٤

ع(٤) = (٥ × ٤) / (١٦ − ٣٦) = ٢٠ / −٢٠ = −١

نهـا ع(س) = −١ (س ← ٤⁺)

نهـا ع(س) = ٣ (س ← ٤⁻)

⇐ نهـا ع(س) غير موجودة (س ← ٤)

⇐ ع غير متصل عند س = ٤

⇐ ع متصل على ح − {٦، ٢، ٤}

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} [س] + س & -١ \le س < ٠ \\ \frac{٣س^٢}{٥} + \sqrt{س} & ٠ \le س < ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على [-١، ٢]

الحل:

ق(س) = $\begin{cases} س - ١ & -١ \le س < ٠ \\ \frac{٣س^٢}{٥} + \sqrt{س} & ٠ \le س \le ٢ \end{cases}$

-١ ٠ ٢

[-١، ٠) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

(٠، ٢] ق متصل لأنه مجموع اقترانين متصلين

نبحث اتصال ق عند س = ٠

ق(٠) = ٠ + ٠ = صفر

$\lim_{س \to ٠^+}$ ق(س) = صفر

$\lim_{س \to ٠^-}$ ق(س) = ٠ - ١ = -١

⇐ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = صفر

⇐ ق متصل على [-١، ٢] - {صفر}

٢٠٠٨ شتوي

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ & س = ١ \\ [س] + ٥ & ١ < س < ٢ \\ ٤ & س = ٢ \end{cases}$

فإن ق متصل على الفترة

أ) [١، ٢] ب) $\boxed{(١، ٢)}$

ج) [١، ٢) د) (١، ٢]

الحل:

ق(س) = $\begin{cases} ٣ & س = ١ \\ ١ + ٥ & ١ < س < ٢ \\ ٤ & س = ٢ \end{cases}$

١ ٢

(١، ٢) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

س = ١ من اليمين

ق(١) = ٣ ، $\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = ٦

ق غير متصل من يمين ١

س = ٣ من اليسار

ق(٢) = ٤ ، $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٦

ق غير متصل من يسار ٣

⇐ ق متصل على (١، ٢)

مثال

اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{س+١} & ٠ \leq س < ٣ \\ [٠.٥س + ٢] & ٣ \leq س < ٦ \\ |٩ - س| & س = ٦ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٠، ٦].

الحل:

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{س+١} & ٠ \leq س < ٣ \\ ٢ & ٣ \leq س < ٤ \\ ٣ & ٤ \leq س < ٦ \\ ٩ - س & س = ٦ \end{cases}$$

[٠، ٣) ق متصل لأنه معرف على الفترة.

(٣، ٤) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

(٤، ٦) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال ٦ من اليسار

$ق(٦) = ٩ - ٦ = ٣$

$\lim_{س \to ٦^-} ق(س) = ٣$

⇐ ق متصل من يسار ٦

نبحث اتصال س = ٣

$ق(٣) = ٢$

$\lim_{س \to ٣^+} ق(س) = ٢$

$\lim_{س \to ٣^-} ق(س) = \sqrt{٣+١} = \sqrt{٤} = ٢$

⇐ $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٢$

$\lim_{س \to ٣} ق(س) = ق(٣)$

⇐ ق متصل عند س = ٣

نبحث اتصال س = ٤

$ق(٤) = ٣$

$\lim_{س \to ٤^+} ق(س) = ٣$

$\lim_{س \to ٤^-} ق(س) = ٢$

⇐ $\lim_{س \to ٤} ق(س)$ غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = ٤

⇐ ق متصل على [٠، ٦] − {٤}

٢٠١١ شتوي

$ق(س) = \sqrt{[س] + س}$

ابحث في اتصال ق على الفترة [١، ٢]

الحل:

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{١ + س} & ١ \leq س < ٢ \\ \sqrt{٢ + س} & ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$$

(١، ٢) ق متصل لأنه معرف على الفترة

نبحث اتصال ٢ من اليسار

$ق(٢) = \sqrt{٢+٢} = \sqrt{٤} = ٢$

$\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = \sqrt{٢+١} = \sqrt{٣}$

⇐ ق غير متصل من يسار ٢

⇐ ق متصل على (١، ٢)

٢٠١٢ صيفي

ليكن ق(س) =
$$\begin{cases} \text{س}^2 - ٢\text{س} + ١ & \text{س} < ٣ \\ [\text{س} + ١] & ٣ \le \text{س} < ٤ \\ ٩ - ٢\text{س} & \text{س} \ge ٤ \end{cases}$$

ابحث اتصال ق على مجموعة الأعداد الحقيقية

الحل:

ق(س) =
$$\begin{cases} \text{س}^2 - ٢\text{س} + ١ & \text{س} < ٣ \\ ٤ & ٣ \le \text{س} < ٤ \\ ٩ - ٢\text{س} & \text{س} \ge ٤ \end{cases}$$

$-\infty$ ، ٣ ، ٤ ، ∞

ق متصل على $(-\infty ، ٣)$ لأنه على صورة كثير حدود
ق متصل على $(٣ ، ٤)$ لأنه على صورة كثير حدود
ق متصل على $(٤ ، \infty)$ لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال س = ٣

ق(٣) = ٤

نها $_{\text{س} \to ٣^+}$ ق(س) = ٤

نها $_{\text{س} \to ٣^-}$ ق(س) = ٩ - ٦ + ١ = ٣ + ١ = ٤

⇐ نها $_{\text{س} \to ٣}$ ق(س) = ٤

نها $_{\text{س} \to ٣}$ ق(س) = ق(٣)

⇐ ق متصل عند س = ٣

نبحث اتصال س = ٤

ق(٤) = ٩ - ٢ × ٤ = ٩ - ٨ = ١

نها $_{\text{س} \to ٤^+}$ ق(س) = ١

نها $_{\text{س} \to ٤^-}$ ق(س) = ٤

⇐ نها $_{\text{س} \to ٤}$ ق(س) غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = ٤

⇐ ق متصل على ح - {٤}

٢٠١٢ شتوي

ليكن ق(س) =
$$\begin{cases} ٥\text{س} - ٩ & \text{س} \le ٢ \\ [٢ - \frac{١}{٢}\text{س}] & ٢ < \text{س} \le ٤ \\ |\text{س} - ٤| & \text{س} > ٤ \end{cases}$$

ابحث اتصال ق على مجموعة الأعداد الحقيقية

الحل:

ق(س) =
$$\begin{cases} ٥\text{س} - ٩ & \text{س} \le ٢ \\ \text{صفر} & ٢ < \text{س} \le ٤ \\ \text{س} - ٤ & \text{س} > ٤ \end{cases}$$

$-\infty$ ، ٢ ، ٤ ، ∞

ق متصل على $(-\infty ، ٢)$ لأنه على صورة كثير حدود
ق متصل على $(٢ ، ٤)$ لأنه على صورة كثير حدود
ق متصل على $(٤ ، \infty)$ لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال س = ٢

ق(٢) = ٥ × ٢ - ٩ = ١٠ - ٩ = ١

نها $_{\text{س} \to ٢^-}$ ق(س) = ١

نها $_{\text{س} \to ٢^+}$ ق(س) = صفر

نها $_{\text{س} \to ٢}$ ق(س) غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س = ٢

نبحث اتصال س = ٤

ق(٤) = صفر

نها $_{\text{س} \to ٤^-}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \leftarrow ٤^+}{نها}$ ق(س) = ٤ - ٤ = صفر

$\underset{س \leftarrow ٤}{نها}$ ق(س) = صفر

$\underset{س \leftarrow ٤}{نها}$ ق(س) = ق(٤)

$\Leftarrow$ ق متصل عند س = ٤

$\Leftarrow$ ق متصل على ح − {٢}

* ايجاد الثوابت

مثال

إذا كان $ع(س) = \begin{cases} \dfrac{\text{جا}\,مس}{٥س} & -\pi \leq س < ٠ \\ ٢ & س = \text{صفر} \\ ب(٢+س) & ٠ < س \leq \pi \end{cases}$

متصل على $[-\pi ، \pi]$ فجد م ، ب .

الحل:

ع متصل على $[-\pi ، \pi]$ ⇐ ع متصل عند صفر

ع متصل عند صفر ⇐

$ع(٠) = \lim\limits_{س \to ٠^-} ع(س)$

$٢ = \lim\limits_{س \to ٠^-} \dfrac{\text{جا}\,مس}{٥س}$

$٢ = \dfrac{م}{٥} \Leftarrow م = ١٠$

$ع(٠) = \lim\limits_{س \to ٠^+} ع(س)$

$٢ = ب(٢+٠)$

$٢ = ب \times ٢ \Leftarrow ب = ١$

مثال

إذا كان $ع(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٢ + ٢(هـ-١)س - ٤هـ}{س-٢} & س \neq ٢ \\ ٥ + س & س = ٢ \end{cases}$

متصل على ح فجد قيمة هـ .

الحل:

ع متصل على ح ⇐ ع متصل على س=٢

ع متصل عند س = ٢ ⇐

$ع(٢) = \lim\limits_{س \to ٢} ع(س)$

$٥+٢ = \lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{س^٢ + ٢(هـ-١)س - ٤هـ}{س-٢}$

	$س^٢$	س	العدد
	١	٢هـ-٢	-٤هـ
٢	٠	٢	٤هـ
	١	٢هـ	٠

$٧ = \lim\limits_{س \to ٢} (س + ٢هـ)$

$٧ = ٢ + ٢هـ$

$٥ = ٢هـ \Leftarrow هـ = \dfrac{٥}{٢}$

مثال

إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٢ - س - ٣٠}{مس - ٦م} & س > ٦ \\ ١ & س = ٦ \\ ب\,س & س < ٦ \end{cases}$

متصل على ح فجد قيمة م ، ب .

الحل:

هـ متصل على ح ⇐ هـ متصل عند س=٦

هـ متصل عند ٦ ⇐

$هـ(٦) = \lim\limits_{س \to ٦^-} هـ(س)$

$١ = ب \times ٦ \Leftarrow ب = \dfrac{١}{٦}$

$هـ(٦) = \lim\limits_{س \to ٦^+} هـ(س)$

$١ = \lim\limits_{س \to ٦^+} \dfrac{\cancel{(س-٦)}(س+٥)}{م\cancel{(س-٦)}}$

$١ = \dfrac{٦+٥}{م} \Leftarrow ١ = \dfrac{١١}{م} \Leftarrow م = ١١$

مثال

إذا كان $ل(س) = \frac{س^٢ + ٥س + ٢}{أ س^٢ + س + ٣}$

فما قيمة أ التي تجعل ل متصل على ح

الحل:

ليكون الاقتران النسبي متصل على ح
يجب أن لا يكون له أصفار للمقام
أي أن المقام لا يحلل

وبما أن المقام عبارة تربيعية يجب أن يكون المميز سالب

⇐

$ب^٢ - ٤ أ جـ < صفر$

$(١)^٢ - ٤ \times أ \times ٣ < صفر$

$١ - ١٢ أ < صفر$

$١ < ١٢ أ$

$\frac{١}{١٢} < أ$

⇐ $أ \in (\frac{١}{١٢} ، \infty)$

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان $ق(س) = \frac{س^٢ - ٣س - ٥}{س^٢ - ٢س + ٢أ}$

متصلاً على ح ، فجد مجموعة قيم أ

الحل:

بما أن ق متصل على ح يجب أن لا يكون للمقام أصفار أي أنه لا يحلل ⇐ المميز سالب

$ب^٢ - ٤ أ جـ < صفر$

$٤ - ٤ \times ١ \times ٢أ < صفر$

$٤ - ٨أ < صفر$

$٤ < ٨أ$

$\frac{١}{٢} < أ$

⇐ $أ \in (\frac{١}{٢} ، \infty)$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (الاتصال على فترة) ماجستير رياضيات

* اتصال اقترانين على فترة

٢٠١١ صيفي

إذا كان ل(س) = $\frac{س^2 - ١}{س + ٢}$

هـ(س) = [س]

فابحث اتصال ق(س) = ل(س) × هـ(س)

على الفترة [٠، ٢]

الحل:

$$هـ(س) = \begin{cases} ٠ & ٠ \leq س < ١ \\ ١ & ١ \leq س < ٢ \\ ٢ & س = ٢ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} ٠ & ٠ \leq س < ١ \\ \frac{س^2 - ١}{س + ٢} & ١ \leq س < ٢ \\ \frac{٢(س^2 - ١)}{س + ٢} & س = ٢ \end{cases}$$

٠ ١ ٢

[٠، ١) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

(١، ٢) ق متصل لأنه معرف على الفترة

نبحث اتصال ٢ من اليسار

ق(٢) = $\frac{٢(٤ - ١)}{٢ + ٢} = \frac{٢ \times ٣}{٤} = \frac{٦}{٤}$

$\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = $\frac{٤ - ١}{٢ + ٢} = \frac{٣}{٤}$

⇐ ق غير متصل من يسار ٢

نبحث اتصال س = ١

ق(١) = $\frac{١ - ١}{١ + ٢} = \frac{صفر}{٣}$ = صفر

$\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = صفر

$\lim_{س \to ١^-}$ ق(س) = صفر

$\lim_{س \to ١}$ ق(س) = صفر

$\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ق(١)

⇐ ق متصل عند س = ١

⇐ ق متصل على [٠، ٢)

٢٠١٥ صيفي

إذا كان ق(س) = س + ٢

هـ(س) = [٥ − س]

فابحث في اتصال

$\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ على الفترة (٤، ٧)

الحل:

$$ع(س) = \frac{ق(س)}{هـ(س)} = \begin{cases} \frac{س + ٢}{٠} & ٤ < س \leq ٥ \\ \frac{س + ٢}{-١} & ٥ < س \leq ٦ \\ \frac{س + ٢}{-٢} & ٦ < س < ٧ \end{cases}$$

٤ ٥ ٦ ٧

(٤، ٥) ق غير متصل لأنه غير معرف

(٥، ٦) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

(٦، ٧) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال س = ٥

ع(٥) = غير معرف

⇐ ع غير متصل عند س = ٥

نبحث اتصال س = ٦

ع(٦) = $\frac{٦+٢}{-١} = \frac{٨}{-١} = -٨$

$\lim_{س \leftarrow ٦^-}$ ع(س) = −٨

$\lim_{س \leftarrow ٦^+}$ ع(س) = $\frac{٦+٢}{-٢} = \frac{٨}{-٢} = -٤$

⇐ $\lim_{س \leftarrow ٦}$ ع(س) غير موجودة

⇐ ع غير متصل عند س = ٦

⇐ ع = $\frac{ق}{هـ}$ متصل على (٥، ٧) − {٦}