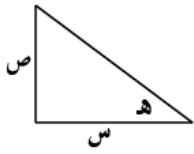


(٥) في المثلث المجاور اذا كان معدل تزايد (س) هو (١) سم/ث ومعدل تناقصه هو (٢٥) سم/ث ، احسب سرعة تغير الزاوية (هـ) عندما يكون

$$س = ص = ٢$$

الحل :

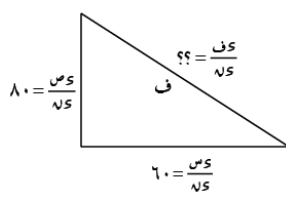


$$\begin{aligned} ٢٥ &= \frac{ص}{س} \\ ١ &= \frac{ص}{س} \\ س &= ص = ٢ \\ \frac{\pi}{٤} &= هـ \leftarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \text{ظاهر} \\ \frac{ص \times \frac{ص}{س} - س \times \frac{ص}{س}}{س^2} &= \frac{هـ}{س} \\ \frac{٢ \times ١ - ٢ \times ٢٥}{١٦} &= \frac{هـ}{س} \\ \frac{٥}{١٦} &= \end{aligned}$$

(٢) انطلقت سفينتان في نفس الوقت فسارت الاولى باتجاه الشرق بسرعة ٦٠ كم/س وسارت الثانية باتجاه الشمال بسرعة ٨٠ كم/س ، احسب معدل تغير المسافة بينهما بعد ساعتين

الحل :



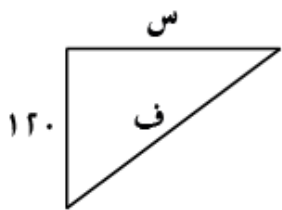
بعد ساعتين :

$$\begin{aligned} ١٢٠ &= ٢ \times ٦٠ = س \\ ١٦٠ &= ٢ \times ٨٠ = ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ف &= \sqrt{س^2 + ص^2} \\ \frac{ص}{س} &= \frac{٢٥}{١٢٠} \\ \frac{ص}{س} &= \frac{٢٥}{١٢٠} \\ \frac{٨٠ \times ١٦٠ \times ٢ + ٦٠ \times ١٢٠ \times ٢}{\sqrt{(١٦٠)^2 + (١٢٠)^2}} &= \end{aligned}$$

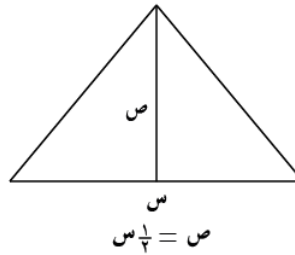
(٦) يمسك خالد بيده خيط طائرة ورقية ارتفاعها (١٢٠) م وتتحرك افقي بمعدل (٨) م/ث ، كم السرعة التي يعطي بها خالد للخيط عندما تبعد الطائرة عنه (٢٠٠) م

الحل :



$$\begin{aligned} ٢(٢٠٠) &= ٢(١٢٠) + ٢س \\ ١٦٠ &= س \\ ٨ &= \frac{ص}{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٢س + ٢(١٢٠) &= ٢ف \\ \frac{٢س + ٢(١٢٠)}{\sqrt{س^2 + (١٢٠)^2}} &= \frac{ص}{س} \\ \frac{٨س + ٢٤٠}{\sqrt{س^2 + ١٤٤٠٠}} &= \frac{ص}{س} \\ \frac{٨ \times ١٦٠ \times ٢}{\sqrt{(١٦٠)^2 + (١٢٠)^2}} &= \frac{٣٢}{٥} \end{aligned}$$



$$ص = \frac{س}{٤}$$

$$٩٠ = \frac{ص}{س} \times \frac{١}{٢} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{٩}{٤,٥}$$

(٤) يرتكز سلم طوله (ل) متر على حائط ، اذا انزلت الطرف السفلي بمعدل (٥) م/ث ، احسب معدل هبوط الطرف المرتكز على الحائط عندما يكون السلم مائل عن الارض بزاوية (٦٠°)

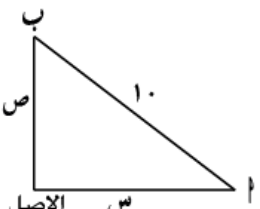
الحل :

(٧) سلك طوله (١٠) م يتحرك بحيث طرفاه ب ، ب على المحاور ، اذا كان (ب) يتحرك مبتعدا عن الاصل بسرعة (٢) م/ث ، احسب ما يلي :

(أ) سرعة الطرف (ب) على الصادات عندما س = ٨

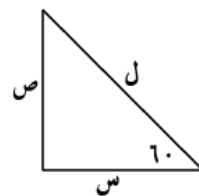
(ب) معدل تغير المسافة بين السلك والمحاور

الحل :



$$٨ = س، ٢ = \frac{ص}{س}$$

$$٢(١٠) = \sqrt{س^2 + ٢^2}$$



$$\begin{aligned} \frac{١}{٥} &= \frac{ص}{س} \\ \frac{ص}{س} &= ٦ \text{ جتا } ٦٠ \\ \frac{ل}{٢} = س &\leftarrow \frac{س}{ل} = \frac{١}{٢} \end{aligned}$$

$$ل^2 = س^2 + ٢^2$$

$$ص = \sqrt{ل^2 - ٢^2}$$

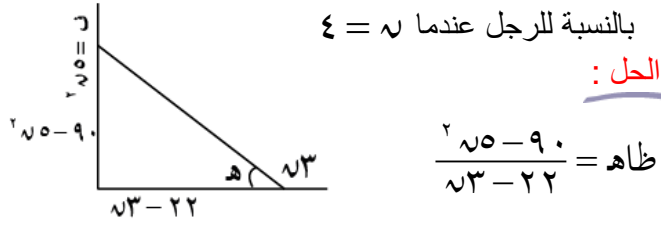
$$\frac{ص}{س} = \frac{٢ - ٠}{\sqrt{ل^2 - ٢^2}}$$

$$\frac{١}{٥} \times \frac{١}{٢} \times ٢ = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{ص}{س} \times \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{٣٧٥} = \frac{ص}{س}$$

(١٠) سقط جسم من برج ارتفاعه (٩٠) م ، بحيث كانت المسافة في = ٥٠ م ، وفي نفس اللحظة تحرك رجل يبعد (٢٢) م عن قاعدة البرج نحوه بسرعة (٣) م / ث ، احسب معدل تغير زاوية ارتفاع الجسم بالنسبة للرجل عندما $h = ٤$



$$\frac{2h-90}{h^2} = \frac{2 \times 50 - 90}{50^2}$$

$$\frac{3 - x(2h-90) - 10 \times (h^2-22)}{h^2} = \frac{2h-90}{h^2}$$

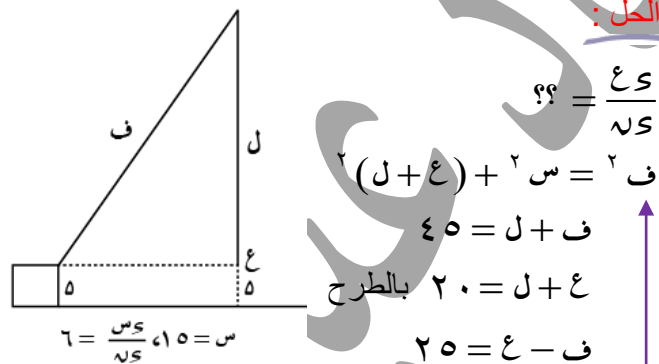
$$1 = \frac{2(4) - 90}{4 \times 3 - 22} = \text{ظاه}$$

$$\text{قاه} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{3 - x(2(4) - 90) - 4 \times 10 - x(4 \times 3 - 22)}{h^2} = \frac{2h}{h^2} \times 2$$

$$\frac{37 - 2h}{20} = \frac{2h}{h^2} \leftarrow$$

(١١) حبل طوله (٤٥) م يمر حول بكرة ترتفع (٢٥) م مربوطة طرفه بثقل والطرف الاخر مربوط في سيارة على ارتفاع (٥) م ، اذا كانت تسير بسرعة (٦) م / ث ، احسب معدل ارتفاع الثقل في اللحظة التي تبعد فيها السيارة مسافة (١٥) م من اسفل البكرة



$$\frac{2x}{h^2} = \frac{2l}{h^2}$$

$$2x^2 = 2(l+x)^2$$

$$45 = l + x$$

$$20 = l + x \text{ بالطرح}$$

$$25 = x - l$$

$$x + 25 = l$$

$$2(20) + 2x^2 = 2(x + 25)^2$$

$$\frac{2x}{h^2} = \frac{2x}{h^2} (x + 25)^2 \dots (1)$$

$$25 = x + 25 \leftarrow 2(20) + 2(15) = 2(x + 25)$$

بالتعويض في (١)

$$\frac{18}{5} = \frac{2x}{h^2} \leftarrow 6 \times 15 \times 2 = \frac{2x}{h^2} \times 25 \times 2 \leftarrow$$

$$\frac{2x-90}{h^2} = \frac{2x}{h^2}$$

$$\frac{8-32}{3} = \frac{32-12}{12} = \frac{2 \times 8 \times 2 - 10 \times \sqrt{2} \times 2}{64 - 10 \times \sqrt{2} \times 2}$$

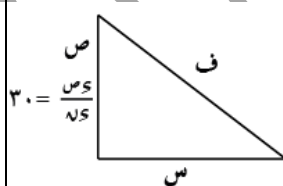
$$(ب) \frac{1}{h} = \frac{2}{h}$$

$$\frac{1}{h^2} \times \frac{1}{h} + \frac{1}{h^2} \times \frac{1}{h} = \frac{2}{h^2} \leftarrow$$

$$\frac{14-3}{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 + \frac{8-1}{3} \times 8 \times \frac{1}{2} =$$

(٨) سفينتان البعد بينهم (١٠٠) ميل بحري تسير الاولى شمالا بسرعة (٣٠) ميل / س والاخرى للغرب بسرعة (٢٠) ميل / س ، احسب معدل البعد بينهم بعد ساعتين

الحل :



$$\frac{2x}{h^2} = \frac{2x}{h^2}$$

بعد ساعتين :

$$40 = 2 \times 20 = x$$

$$60 = 2 \times 30 = h$$

$$2x^2 + 2h^2 = f^2$$

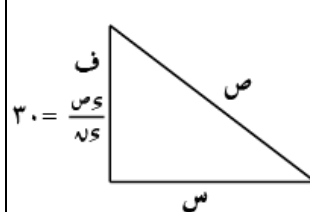
$$\frac{2x^2}{h^2} + \frac{2h^2}{h^2} = \frac{f^2}{h^2}$$

$$\frac{30 \times 60 \times 2 + 20 \times 40 \times 2}{2(60)^2 + 2(40)^2} =$$

$$\frac{1200}{2\sqrt{1200}} =$$

(٩) تحركت كرتان على شارع مستقيم بسرعة (١٥) م / ث والاخرى قذفت حسب العلاقة : $f = 40 - 5t^2$ ، احسب معدل تغير المسافة بين الكرتين عندما تصل (ب) لأقصى ارتفاع

الحل :



$$\frac{2x}{h^2} = \frac{2x}{h^2}$$

عند أقصى ارتفاع :

$$0 = \frac{2x}{h^2}$$

$$0 = 40 - 5t^2$$

$$4 = t \leftarrow$$

$$2x^2 + 2h^2 = f^2$$

$$\frac{2x^2}{h^2} + \frac{2h^2}{h^2} = \frac{f^2}{h^2}$$

$$\leftarrow 4 = t$$

$$60 = 4 \times 15 = h$$

$$80 = 2(4) - 4 \times 40 = f$$

$$9 = \frac{15 \times 60 \times 2}{200} = \frac{2x}{h^2}$$

(١٥) مكعب يتمدد بالحرارة فيزداد ضلعه بمعدل (٠,٠١) سم/ث ، اذا كان معدل التغير في الحجم هو (١٢) سم^٣/د ، احسب ما يلي :

(أ) طول المكعب

(ب) معدل التغير في المساحة الكلية للمكعب

الحل :

$$٤ = ٣ = ٣ \text{ سم} \leftarrow \frac{٤ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} \quad (أ)$$

$$١٢ = ٣ \text{ سم} \times ٠,٠١$$

$$٢٠ = ٣ \text{ سم} \leftarrow \frac{١٢}{٠,٠٣} = ٤٠٠ = ٤ \text{ سم}$$

$$٢ = ٦ = ٦ \text{ سم} \leftarrow \frac{٢ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٦ \text{ سم}}{\text{ص}} \quad (ب)$$

$$١٢ = ٠,٠١ \times ٢٠ \times ٤ \text{ سم}^٢$$

(١٦) صندوق قاعدته مربعة الشكل الارتفاع يساوي ثلاث امثال طول الضلع ، اذا كان الضلع يزداد بمعدل (١/٤) ، احسب معدل التغير في الحجم ومساحة السطح عندما طول الضلع (٨) سم

الحل :

$$٤ = ٣ \text{ سم} ، \frac{١}{٤} = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} ، ٨ = ٣ \text{ سم}$$

$$٤ \times ٣ \times ٣ = ٤ \quad ٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$٤ \times ٣ \times ٣ = ٤ \quad ٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$٤ \times ٣ \times ٣ = ٤ \quad ٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

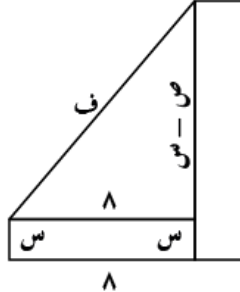
$$٤ \times ٣ \times ٣ = ٤ \quad ٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$\frac{٤ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٢ \text{ سم}}{\text{ص}} \quad \frac{٤ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٢ \text{ سم}}{\text{ص}}$$

$$\frac{١}{٤} \times ٨ \times ٢٨ = \frac{١}{٤} \times ٨ \times ٩ = ١٤٤ = ٥٦ =$$

(١٢) مصعدان واقفان في الطابق الارضي من عمارة والمسافة بينهما (٨) م ، بدأ المصعد الاول يرتفع بسرعة (٢) م/ث وبعد ثانيتهين بدأ المصعد الثاني يرتفع عموديا بسرعة (١) م/ث ، احسب معدل تغير المسافة بين المصعدين بعد مرور ثانيتهين من تحرك المصعد الثاني

الحل :



$$١ = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} ، ٢ = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}}$$

$$٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$٢ = ١ \times ٢ = ٢ \text{ سم}$$

$$٨ = ٢ \times ٤ = ٨ \text{ سم}$$

$$٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$\frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} \quad \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}} = \frac{٣ \text{ سم}}{\text{ص}}$$

$$\frac{(١-٢)(٢-٨) \times ٢}{٢(٢-٨) + ٦٤\sqrt{٢}} =$$

$$٦ = \frac{٦ \times ٢}{١٠ \times ٢} =$$

واجب

(١٣) من نقطة تبعد مسافة (٥٠) م انطلق بالون للأعلى بسرعة (٤) م/ث وكانت الرياح تأخذ البالون افقيا مبتعدا عن الرجل بسرعة (٦) م/ث ، احسب معدل التغير في زاوية ارتفاع البالون بالنسبة للرجل بعد مرور (٥) ثواني من الحركة

(١٤) قرص دائري يتمدد بالحرارة بحيث تزداد مساحته بمعدل (٢١π) م^٢/د ، احسب معدل التغير في المحيط عندما يكون نصف القطر هو (٧) م

الحل :

$$\frac{٢١\pi}{\text{ص}} = \frac{٢١\pi}{\text{ص}}$$

$$٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$\frac{٢١\pi}{\text{ص}} = \frac{٢١\pi}{\text{ص}}$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٣}{\text{ص}} \leftarrow \frac{٣}{\text{ص}} = \frac{٣}{\text{ص}}$$

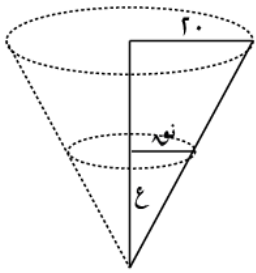
$$٢ = ٢ \text{ سم} + ٢ = ٢$$

$$\frac{٢١\pi}{\text{ص}} = \frac{٢١\pi}{\text{ص}}$$

$$\frac{٣}{٢} \times \pi = \frac{٣}{٢} \times \pi$$

$$\frac{٣}{٢} \times \pi = \frac{٣}{٢} \times \pi$$

لا تقبل
بأقل مما
تستحق



$$(أ) \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{1}{4} \pi \left(\frac{20}{40}\right)^2 \times 40 = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{1}{4} \pi \times 25 = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{25}{4} \pi = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{25}{4} \times 4 = \text{نوه}^2$$

$$\text{نوه} = 5$$

$$\frac{1}{\pi 4} = \frac{4}{\pi 16} = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 \leftarrow$$

$$(ب) \text{نوه} = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{1}{\pi 8} = \frac{1}{\pi 4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \pi \text{نوه}^2 \leftarrow$$

$$(ج) \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 \times 8 = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 \times 8 \leftarrow$$

$$\frac{1}{\pi 8} = \frac{1}{\pi 4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \pi \text{نوه}^2 \leftarrow$$

واجب

(٢٠) يتساقط الرمل (١) م / ٣ / د مكون كومة مخروط ارتفاعها يساوي قطرها ، احسب ما يلي :

(أ) معدل التغير في ارتفاع الكومة عندما $ع = ٢٢$

(ب) معدل التغير في محيط قاعدة المخروط

(٢١) خزان مخروطي رأسه للأسفل وزاوية رأسه (٦٠) يتسرب منه الماء الى حوض اسطواني دائري قائم نصف قطر قاعدته (٤) سم ، احسب معدل ارتفاع الماء في الاسطوانة عندما يكون معدل هبوط سطح الماء (١) سم / ث وارتفاع الماء في المخروط (٣) سم

الحل :

فكرة السؤال :

معدل نقصان حجم الماء

في المخروط يساوي

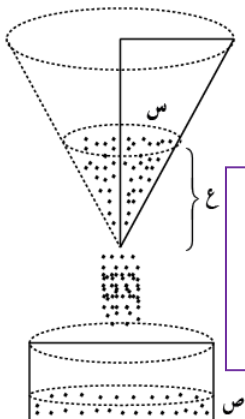
معدل الزيادة في حجم

الماء في الاسطوانة

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dt}$$

$$\text{عندما } ع = 3$$

$$1 = \frac{dV}{dt}$$



٤ سم

(١٧) اسطوانة نصف قطرها $\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)$ ارتفاعها يزداد ارتفاعها بمعدل (٠.٠٢١) سم / د ، احسب معدل التغير في الحجم عندما الارتفاع (١٤) سم

الحل :

$$\frac{dV}{dt} = 0.021 \text{ سم}^3 / \text{د} ، \text{نوه} = \frac{5}{\sqrt{3}} ، ع = 14$$

$$\frac{dV}{dt} = \pi \text{نوه}^2 \frac{d\text{نوه}}{dt} = \pi \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2 \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \pi \times \frac{25}{3} \times \frac{d\text{نوه}}{dt} = \frac{25\pi}{3} \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$0.021 = \frac{25\pi}{3} \frac{d\text{نوه}}{dt} \Rightarrow \frac{d\text{نوه}}{dt} = \frac{0.021 \times 3}{25\pi} = \frac{0.063}{25\pi}$$

(١٨) يزداد حجم بالون كروي بمعدل (١٠٠٠) سم^٣ / د ، احسب معدل الزيادة في مساحة السطح عندما يكون نصف القطر (١٠) سم

الحل :

$$\frac{dV}{dt} = 1000 \text{ سم}^3 / \text{د} ، \frac{dS}{dt} = ?$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi \text{نوه}^3$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi \text{نوه}^2 \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi \text{نوه}^3 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 4\pi \text{نوه}^2 \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dS}{dt} = 8\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi (10)^3 \times \frac{d\text{نوه}}{dt} = 1000 \pi \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dS}{dt} = 8\pi (10) \frac{d\text{نوه}}{dt} = 80\pi \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{1000\pi}{\pi 400} = \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{dS}{dt} = 80\pi \times \frac{1000\pi}{\pi 400} = 200\pi \text{ سم}^2 / \text{د}$$

(١٩) مخروط دائري رأسه للأسفل يخرج منه الماء بمعدل (٢) سم^٣ / ث ، وكانت حنفية تصب الماء بمعدل (٦) سم^٣ / ث في لحظة ما كان ارتفاع المخروط (٨) سم ، احسب ما يلي :

(أ) معدل التغير في ارتفاع الماء بالمخروط

(ب) معدل التغير في نصف القطر الماء العلوي للمخروط

(ج) معدل التغير في مساحة سطح الماء

علما بان ارتفاع المخروط (٤٠) ونصف القطر (٢٠) سم

الحل :

$$\frac{dV}{dt} = 2 - 6 = -4 \text{ سم}^3 / \text{ث} ، ع = 8$$

(٢٣) ماسورة مجوفة طولها ثابت ونصف قطرها الداخلي والخارجي يتغيران بحيث يبقى الحجم ثابت ، اذا كان نصف قطرها الداخلي يزداد بمعدل $(\frac{1}{3})$ سم / ث ، احسب معدل التغير في نصف القطر الخارجي عندما يكون نصف القطر الداخلي (٦) سم والخارجي (٨) سم

الحل :

ع ، ص ثابت

$$\frac{ص}{ص} = \frac{س}{س} ، \frac{1}{2} = \frac{ص}{ص}$$

$$س = ٦ ، ص = ٨$$

حجم الماسورة = ع - ع الداخلي الخارجي

$$ع = ع - ع$$

$$ع = ع - ع$$

$$\frac{ع}{ع} = \frac{ص}{ص} - \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{ص}{ص} - \frac{ص}{ص} = ٠$$

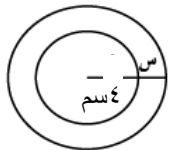
$$\frac{ص}{ص} \times ٦ \times ٢ - \frac{ص}{ص} \times ٨ \times ٢ = ٠$$

$$\frac{٦}{١٦} = \frac{ص}{ص} \leftarrow \frac{ص}{ص} = \frac{١٦}{٦}$$

(٢٤) كرة حديدية قطرها (٨) سم مغطاة بطبقة من الجليد ينوب بمعدل (١٠) سم / د ، احسب ما يلي :

(أ) ما سرعة نقصان سمك الجليد عندما السمك = (٢) سم

(ب) ما سرعة نقصان مساحة السطح الخارجي

الحل :

$$\frac{ع}{ص} = \frac{س}{س} ، ١٠ = \frac{ع}{ص}$$

ع = ع - ع الداخلي الخارجي

$$ع = ع - ع$$

$$\frac{ع}{ص} = \frac{س}{س} \times \frac{٣}{٣} \times \frac{٣}{٣} = \frac{ع}{ص}$$

$$\frac{١٠ -}{٣٦ \times \pi \times ٤} = \frac{ص}{ص} \leftarrow \frac{ص}{ص} \times (٢ + ٤) \pi \times ٤ = ١٠$$

$$(ب) ٢ = (س + ٤) \pi \times ٤$$

$$\frac{ص}{ص} (س + ٤) \times \pi \times ٤ = \frac{٢}{ص}$$

$$\frac{١٠ -}{٣} = \frac{١٠ -}{٣٦ \times \pi \times ٤} \times ٦ \times ٢ \times \pi \times ٤ = \frac{٢}{ص}$$

حجم المخروط = $\frac{1}{3} \pi س^2 ع$ نتخلص من س : ظا. ٣ = $\frac{س}{ع}$

$$\frac{ع}{٣\sqrt{٣}} = س \leftarrow \frac{س}{ع} = \frac{١}{٣\sqrt{٣}}$$

$$٣ ع \frac{\pi}{٩} = ع \times \left(\frac{ع}{٣\sqrt{٣}} \right)^2 \pi = ع$$

$$\pi ٣ - = ١ - \times ٩ \times \frac{\pi}{٣} \leftarrow \frac{ع}{ص} \times \frac{\pi ٣}{٩} = \frac{ع}{ص}$$

حجم الاسطوانة = $\pi ر^2 ع$

$$\frac{ع}{ص} \times \pi ١٦ = \frac{ع}{ص}$$

$$\frac{٣}{١٦} = \frac{ص}{ص} \leftarrow \frac{ص}{ص} \times \pi ١٦ = \pi ٣$$

(٢٢) مخروط نصف قطر قاعدته (٨٠) سم وارتفاعه (١٦٠) سم يتسرب الماء في اسطوانة نصف قطرها (٥٠) سم ، احسب ارتفاع الماء في المخروط في اللحظة التي يكون فيها معدل هبوط الماء في المخروط مساويا لمعدل ارتفاع الماء في الاسطوانة

الحل :

$$ع = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع$$

من التشابه :

$$\frac{٨٠}{ع} = \frac{١٦٠}{\frac{ع}{٣}} \leftarrow \frac{ع}{٣} = \frac{٨٠}{١٦٠} ع$$

$$ع = \frac{1}{3} \pi (ع \frac{1}{3})^2 ع$$

$$ع = \frac{\pi}{١٢} ع^3$$

$$\frac{ع}{ص} \times \frac{٣}{١٢} \times \frac{\pi}{ص} = \frac{ع}{ص}$$

$$\frac{ع}{ص} = \frac{ع}{ص} \text{ لكن } \frac{ع}{ص} = \frac{ع}{ص}$$

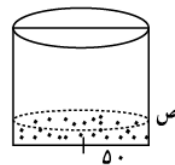
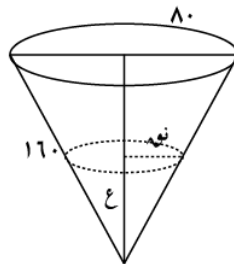
من المطلوب هو (ع) عندما

ع = ع

$$\frac{ع}{ص} = \frac{ع}{ص}$$

$$\frac{ع}{ص} \times (٥٠) \pi = \frac{ع}{ص} \times \frac{\pi}{١٢} \times (٥٠)^2$$

$$١٠٠ = ع \leftarrow (٥٠) = \frac{٢}{٤} ع$$

**الاسطوانة :**

$$ع = \pi ر^2 ع$$

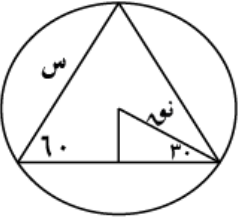
$$ع = \pi ر^2 ع$$

$$ع = \pi (٥٠)^2 ع$$

$$\frac{ع}{ص} \times (٥٠) \pi = \frac{ع}{ص}$$

(٢٨) مثلث متساوي الاضلاع يقع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على الدائرة ، تتمدد الدائرة بحيث يزداد نصف قطرها بمعدل (٢) سم/د ، احسب معدل التغير في مساحة المثلث عندما يصبح نصف القطر (١٠) سم

الحل :



مساحة المثلث

$$\frac{1}{2} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{جا} ٦٠ = \frac{1}{2} \times \text{س}^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{س}^2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \text{س}^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{س} \frac{d\text{س}}{dt}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (2\text{س}) \frac{d\text{س}}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2 \times 10) \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 40 = 10\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{س} \frac{d\text{س}}{dt} = 10\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{d\text{س}}{dt} = 10\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times 2 = 10\sqrt{3}$$

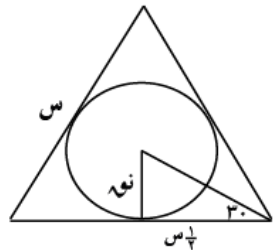
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{س} = 10\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\text{س}}{\sqrt{3}} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\text{س} = 20$$

(٢٩) تتمدد اضلاع مثلث متساوي الاضلاع بمعدل (٢) سم/د رسمت داخله دائرة تتمدد معه ، احسب معدل تمدد المساحة المحصورة بين المثلث والدائرة عندما يكون طول ضلع المثلث (١٢) سم

الحل :



مساحة المثلث - مساحة الدائرة

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{س}^2 - \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \text{س}^2 - \pi \text{نوه}^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{س} \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{س} \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2 - 2\pi \times 6 \times 2 = 12\sqrt{3} - 24\pi$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2 - 2\pi \times 6 \times 2 = 12\sqrt{3} - 24\pi$$

$$12\sqrt{3} - 24\pi = 12\sqrt{3} - 24\pi$$

$$12\sqrt{3} - 24\pi = 12\sqrt{3} - 24\pi$$

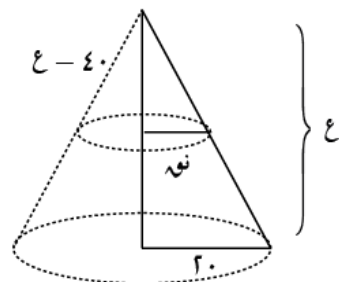
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2 = 12\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2 = 12\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2 = 12\sqrt{3}$$

(٣٠) مخروط دائري قاعدته للأسفل ونصف قطر القاعدة (٢٠) سم وارتفاعه (٤٠) سم ينزل فيه الماء بمعدل (٣٠) سم/د ، احسب معدل التغير في ارتفاع الماء داخل المخروط عندما يكون ارتفاع الماء (١٦) سم

الحل :



تشابه المثلثات

$$\frac{20}{40} = \frac{\text{نوه}}{\text{ع} - 40}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{نوه}}{\text{ع} - 40}$$

(٢٥) مخروط ارتفاعه يساوي نصف القطر ، احسب طول نصف القطر عندما يكون معدل زيادة نصف القطر يساوي $(\frac{3}{4})$ ومعدل زيادة الحجم يساوي (2π)

الحل :

$$\text{ع} = \text{نوه} ، \frac{3}{4} = \frac{\text{نوه}}{\text{نوه}} ، \frac{2\pi}{\text{نوه}} = \frac{\text{ع}}{\text{نوه}}$$

$$\frac{2\pi}{\text{نوه}} = \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\text{نوه}} = \frac{\text{نوه}}{\text{نوه}} \Rightarrow 2\pi = \text{نوه}$$

$$\frac{2\pi}{\text{نوه}} = \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\text{نوه}} = \frac{\text{نوه}}{\text{نوه}} \Rightarrow 2\pi = \text{نوه}$$

$$2\pi = \text{نوه} \Rightarrow 2\pi = \text{نوه} \Rightarrow 2\pi = \text{نوه}$$

(٢٦) مربع يتمدد بحي يزداد طول ضلعه بمعدل (٤) سم/د مرسوم داخله دائرة تتمدد معه ، احسب معدل التغير في المساحة بين المربع والدائرة عندما طول ضلع المربع (٢٠) سم

الحل :



مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$\text{س}^2 - \pi \text{نوه}^2$$

$$\frac{d}{dt} (\text{س}^2 - \pi \text{نوه}^2) = 2\text{س} \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt}$$

$$2\text{س} \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt} = 2 \times 20 \times 4 - 2\pi \times 10 \times 4 = 160 - 80\pi$$

$$2\text{س} \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \text{نوه} \frac{d\text{نوه}}{dt} = 160 - 80\pi$$

$$2 \times 20 \times \frac{d\text{س}}{dt} - 2\pi \times 10 \times \frac{d\text{نوه}}{dt} = 160 - 80\pi$$

$$40 \frac{d\text{س}}{dt} - 20\pi \frac{d\text{نوه}}{dt} = 160 - 80\pi$$

(٢٧) كرة نصف قطرها (١٠) سم وضع داخلها مخروط بحيث رأسه ومحيطه يلامس الكرة ، اذا كان ارتفاع المخروط يزداد بمعدل $(\frac{1}{3})$ سم/د ، احسب معدل تغير حجم المخروط في اللحظة التي يكون فيها ارتفاعه (٨) سم

الحل :

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{نوه}}{\text{ع} - 10}$$

$$\frac{1}{3} (\text{ع} - 10) = \text{نوه} \Rightarrow \frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه}$$

$$\frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه} \Rightarrow \frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه}$$

$$\frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه} \Rightarrow \frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه}$$

$$\frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه} \Rightarrow \frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه}$$

$$\frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه} \Rightarrow \frac{\text{ع}}{3} - \frac{10}{3} = \text{نوه}$$

$$٣٠س - ف = ٢٠ف$$

$$٢٠ف = (٣٠ - ف)س$$

$$\frac{٢٠ف}{٣٠ - ف} = س$$

$$\frac{\frac{٢٠ف}{٣٠ - ف} \times ١ - \frac{٢٠ف}{٣٠ - ف} \times ٢٠}{٣٠ - ف} = \frac{٢٠ف}{٣٠ - ف}$$

$$\frac{٢٠ف}{٣٠ - ف} = ؟؟$$

$$١٥ = ٢٠ف - ٢٠ف = ف \leftarrow$$

$$٠ = ٣ + ٢٠ف - ٢٠ف = ١٥ + ٢٠ف - ٢٠ف$$

$$٠ = (١ - ٢٠) (٣ - ٢٠) \leftarrow$$

$$٣ = ٢٠ \quad \checkmark \quad ١ = ٢٠ \quad \text{لان الجسم صاعد}$$

$$١٠ = ١ \times ١٠ - ٢٠ = ١٠ - ٢٠ = \frac{٢٠ف}{٣٠ - ف}$$

$$\frac{١٠ \times ١ - ١٠ \times ٢٠}{٣٠ - ف} = \frac{٢٠ف}{٣٠ - ف}$$

$$\frac{٨٠}{٣} = \frac{٤٠٠}{١٥} =$$

(٣٣) مصباح معلق فوق منضدة دائرية افقية ارتفاعها عن الارض (٩٠) سم ونصف قطرها (٢٠) سم ، تحرك المصباح رأسيا للأسفل نحو المنضدة بسرعة (٦) سم/ث ، احسب معدل التغير في نصف قطر دارة ظل المنضدة عندما يكون ارتفاع المصباح عن المنضدة (٦٠) سم

الحل :

من التشابه

$$\frac{٢٠}{س + ٩٠} = \frac{٢٠}{س}$$

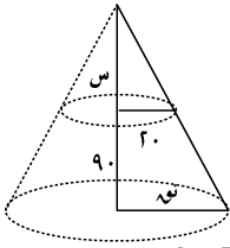
$$\frac{(س + ٩٠) ٢٠}{س} = ٢٠$$

$$\frac{٢٠س + ١٨٠٠}{س} = ٢٠$$

$$٢٠س + ١٨٠٠ = ٢٠س$$

$$\frac{٢٠س + ١٨٠٠ - ٢٠س}{٢٠} = \frac{١٨٠٠}{٢٠}$$

$$٣ = ٦ - \frac{١٨٠٠}{٢(٦٠)}$$



$$\frac{٢٠}{س} = \frac{٦٠}{س}$$

$$\frac{٢٠}{س} = ؟؟$$

$$\frac{ع}{الماء} = \frac{ع}{المخروط الاكبر} - \frac{ع}{المخروط الاصغر}$$

$$\frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣}$$

$$\frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣}$$

$$\frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣}$$

$$\frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{ع}{٣} - \frac{ع}{٣}$$

$$\frac{١٠}{٣٤٨} = \frac{ع}{٣} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{١٠}{٣٤٨} \Rightarrow \frac{ع}{٣} = \frac{١٠}{٣٤٨}$$

(٣١) يمشي رجل طوله (١,٨) م على رصيف بمعدل (٢) م/ث مبتعدا عن مصباح يرتفع (٥) م عن الرصيف ، احسب ما يلي :

(أ) معدل التغير في ظل الرجل على الارض

(ب) سرعة رأس الظل

الحل :

(أ) من تشابه المثلثات

$$\frac{١,٨}{س} = \frac{٥}{س + ٥}$$

$$٥س = ١,٨(س + ٥)$$

$$٥س = ١,٨س + ٩$$

$$٣,٢س = ٩$$

$$\frac{٣,٢س}{٣,٢} = \frac{٩}{٣,٢}$$

$$\frac{٩}{٣,٢} = \frac{٣,٢}{٩} \Rightarrow \frac{٣,٢}{٩} = \frac{٣,٢}{٩}$$

$$\frac{٢٥}{٨} = \frac{٩}{٨} + ٢ = \frac{٣٠}{٨} = \frac{٣٠}{٨}$$

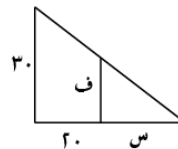
(٣٢) يقع مصباح في قمة عمود ارتفاعه (٣٠) م قذفت كرة رأسيا الى اعلى من نقطة تبعد (٢٠) م عن قاعدة العمود حسب العلاقة : $٢٠س - ٢٠س = ٢٠س$ ، احسب سرعة ظل الكرة على الارض عندما تكون الكرة قطعت مسافة (١٥) م وهي صاعدة للأعلى

الحل :

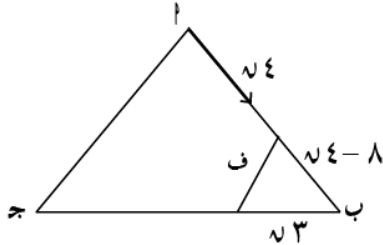
من تشابه المثلثات

$$\frac{٣٠}{س} = \frac{٢٠}{س + ٢٠}$$

$$٣٠(س + ٢٠) = ٢٠س$$



(٣٦) ا ب ج مثلث متساوي الساقين فيهِ
 ا ب = ج ا = ج ب = ٨ سم ، ج ب = ٢ سم ، تحركت نقطة
 من (ا) باتجاه (ب) بسرعة (٤) سم / ث وفي نفس
 الوقت تحركت نقطة ثانية من (ب) باتجاه (ج)
 بسرعة (٣) سم / ث ، احسب معدل التغير في المسافة
 بين النقطتين بعد مرور ثانية واحدة

**الحل :**

$$\text{جواب } \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\text{ف}^2 = (\nu^3)^2 + (\nu^4 - 8)^2 - 2(\nu^3)(\nu^4 - 8)$$

$$\text{ف}^2 = \nu^6 + \nu^8 - 16\nu^4 + 64 - 2\nu^7 + 16\nu^3 + \nu^6 - 64 = 2\nu^6 - 2\nu^7 + 16\nu^3 - 16\nu^4 + 64$$

$$\text{ف}^2 = 2\nu^6 - 2\nu^7 + 16\nu^3 - 16\nu^4 + 64$$

$$\text{ف}^2 = 2\nu^6 - 2\nu^7 + 16\nu^3 - 16\nu^4 + 64$$

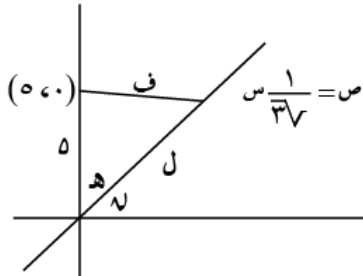
$$\text{ف} = \sqrt{2\nu^6 - 2\nu^7 + 16\nu^3 - 16\nu^4 + 64}$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{12\nu^5 - 14\nu^6 + 48\nu^2 - 64\nu^3}{2\sqrt{2\nu^6 - 2\nu^7 + 16\nu^3 - 16\nu^4 + 64}}$$

$$\text{عندما } \nu = 1 \leftarrow$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{14 - 14 + 48 - 64}{2\sqrt{2 - 2 + 16 - 16 + 64}} = \frac{14 - 64}{2\sqrt{64}} = \frac{-50}{16} = -\frac{25}{8}$$

(٣٧) بدأت نقطة الحركة من الاصل على المستقيم
 ص = $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ سم في الربع الاول بسرعة (٤) وحدات / ث
 ، احسب معدل التغير في المسافة بين النقطة المتحركة
 والنقطة الثابتة (٥ ، ٠) بعد مرور ثانيتين من الحركة

**الحل :**

لإيجاد

$$\text{ظانه } \nu = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

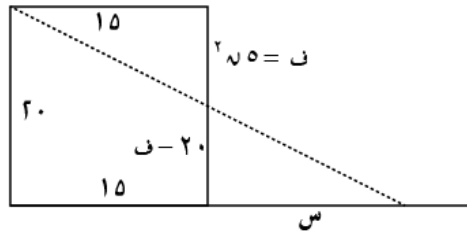
$$\nu = 30 = \text{ه} \leftarrow 60 = \text{ل}$$

$$\text{ف}^2 = \text{ل}^2 + \text{ه}^2 - 2\text{ل}\text{ه}\cos 60^\circ = 60^2 + 30^2 - 2 \times 60 \times 30 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{ف}^2 = 60^2 + 30^2 - 1800 = 3600 + 900 - 1800 = 2700$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{\frac{d\text{ل}}{ds} \text{ه} - \frac{d\text{ه}}{ds} \text{ل}}{2\sqrt{2700}} = \frac{0 - 0}{2\sqrt{2700}} = 0$$

(٣٤) يقع مصباح في برج ارتفاعه (٢٠) سقطت كرة من
 السكون تبعد (١٥) م ، احسب سرعة ظل الكرة على
 الارض بعد ثانية من سقوطها علما بان المسافة التي
 يقطعها الجسم الساقط هي $\nu^2 = ٥$

الحل :

من التشابه :

$$1 = \nu$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{20}{15}$$

$$\frac{20 - 20\nu^2}{s} = \frac{20 - 20\nu^2}{15 + s} \leftarrow \frac{20 - 20\nu^2}{s} = \frac{20}{15 + s}$$

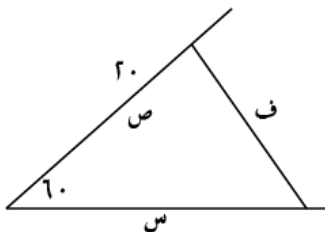
$$\leftarrow 20 - 20\nu^2 = \frac{20s}{15 + s} \Rightarrow 20(15 + s) - 20s\nu^2 = 20s$$

$$\leftarrow 20(15 + s) - 20s\nu^2 = 20s$$

$$\leftarrow 15 + s = \frac{20s}{20 - 20\nu^2} = \frac{20s}{20(1 - \nu^2)} = \frac{s}{1 - \nu^2}$$

$$\leftarrow \frac{df}{ds} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

(٣٥) طريقان متقاطعين الزاوية بينهما (٦٠) بدأ شخص
 الحركة على احد الطريقين بسرعة (٢) م / ث وفي
 نفس الوقت بدأ شخص ثاني الحركة على الطريق الاخر
 من نقطة تبعد (٢٠) م باتجاه التقاطع بسرعة
 (٣) م / ث ، احسب معدل تغير المسافة بين الشخصين
 بعد (٤) ثواني من الحركة

الحل :

$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + 2^2 - 2\text{س}\cos 60^\circ$$

$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + 4 - 2\text{س}$$

$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + 4 - 2\text{س}$$

$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + 4 - 2\text{س}$$

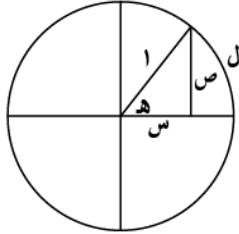
$$\frac{df}{ds} = \frac{\frac{d\text{س}}{ds} \text{س} + \frac{d\text{س}}{ds} \text{س} - \frac{d\text{س}}{ds} \text{س}}{2\sqrt{\text{س}^2 + 4 - 2\text{س}}} = \frac{2\text{س} - \text{س}}{2\sqrt{\text{س}^2 + 4 - 2\text{س}}}$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{(2 \times 8 + 4 - 16) - 8}{2 \times 8} = \frac{4 - 8}{16} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{df}{ds} = -\frac{1}{4}$$

(٤٠) تتحرك نقطة على منحنى $s = 2 + 2v$ ص $v = 1$ بعكس عقارب الساعة ، اذا كان معدل التغير في الاحداثي الصادي عند $(0,1)$ هو (2) ، احسب سرعة النقطة

الحل :



$$\frac{ds}{dt} = \frac{v}{s} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$1 = \frac{v}{s} \cdot 2$$

$$s = 2v$$

$$s = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{v}{s} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 4$$

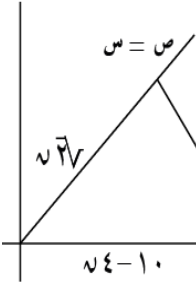
$$1 = \frac{v}{s} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 4$$

(٤١) اذا كانت $(0,1,0)$ بدأت الحركة من (1) على محور السينات بسرعة (4) وحدات في الثانية باتجاه الاصل وفي نفس الوقت تحركت اخرى من الاصل على منحنى $s = 2 + 2v$ ص في الربع الاول بسرعة $(2\sqrt{2})$ ، فما معدل تغير المسافة بين النقطتين بعد مرور ثانيتين

الحل :



زاوية ميل المستقيم $= 45^\circ$
لان $(\text{طاه} = \text{ص} = 1)$

$$f^2 = (2 + 2v)^2 + (v)^2 = 4 + 8v + 4v^2 + v^2 = 5v^2 + 8v + 4$$

$$f^2 = 5(2)^2 + 8(2) + 4 = 20 + 16 + 4 = 40$$

$$f = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cdot \frac{d(5v^2 + 8v + 4)}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cdot (10v + 8) \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$1 = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cdot (10 \cdot 2 + 8) \cdot 4 = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cdot 48 \cdot 4 = \frac{192}{\sqrt{10}}$$

بعد (2) ثانية $\leftarrow 8 = 4 \times 2 = 8$

$$\frac{22}{7} = \frac{4 \times 5 - 4 \times 8 \times 2}{10 - 20 + 64\sqrt{2}} = \frac{f}{s}$$

(٣٨) بدأ بالون بالصعود للأعلى بسرعة (2) م / ث وبعد (10) ثواني انحرف مساره بزاوية تميل (30°) عن الافق ، احسب معدل تغير المسافة بين البالون ونقطة البداية بعد مرور (5) ثواني عن انحرافه

الحل :



$$f^2 = s^2 + 20^2 = s^2 + 400$$

$$f^2 = s^2 + 400 + 400 = s^2 + 800$$

$$f = \sqrt{s^2 + 800}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{s^2 + 800}} \cdot \frac{d(s^2 + 800)}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{s^2 + 800}} \cdot 2s \cdot \frac{ds}{dt}$$

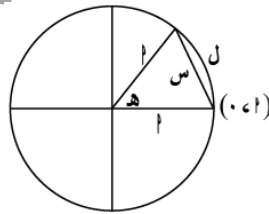
$$\frac{df}{dt} = \frac{s}{\sqrt{s^2 + 800}} \cdot \frac{ds}{dt}$$

بعد (5) ثواني $\leftarrow s = 2 \times 5 = 10$

$$\frac{80}{70\sqrt{2}} = \frac{2 \times 20 + 2 \times 10 \times 2}{400 + 200 + 100\sqrt{2}} = \frac{f}{s}$$

(٣٩) بدأت نقطة الحركة على دائرة مركزها الاصل من النقطة $(0,1)$ بعكس اتجاه عقارب الساعة بحيث يزداد طول قوس الدائرة الذي ترسمه اثناء حركتها بمعدل (8) سم / ث ، احسب معدل ابتعاد النقطة المتحركة عن $(0,1)$ عندما يقابل القوس الذي ترسمه زاوية مركزها $(\frac{\pi}{3})$

الحل :



$$\frac{\pi}{3} = \frac{8}{s} \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{8s}{\pi}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{8s}{\pi}$$

$$s \times 1 = l$$

$$\frac{ds}{dt} \times 1 = \frac{dl}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} \times 1 = 8$$

$$\frac{8}{1} = \frac{dl}{dt}$$

$$s^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 4 + 4 - 4 = 4$$

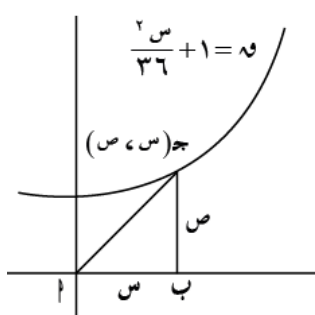
$$s^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 4 + 4 - 4 = 4$$

$$s = 2$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2 \times 2 + 0}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{4 \times \frac{\pi}{3} \times 2}{\frac{1}{2} \times 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2}} = \frac{4\pi}{2 - 2\sqrt{2}}$$

$$3\sqrt{2} = \frac{4\pi\sqrt{2}}{2 - 2\sqrt{2}}$$

الحل :

$$2 = \frac{3s}{5s}$$

(س) بعد (3) ثواني

$$7 = 3 \times 2 + 1 = s$$

$$2 = \frac{1}{4} s \times s$$

$$\left(\frac{2}{36} s + 1\right) \times \frac{1}{4} s = 2$$

$$\frac{2}{72} s + \frac{1}{4} s = 2$$

$$\frac{2s}{72} + \frac{1}{4} s = 2$$

$$2 \times \frac{49 \times 3}{72} + 2 \times \frac{1}{4} =$$

$$\frac{61}{12} = \frac{49}{12} + 1 =$$

(45) تتحرك نقطة على $s^2 + 2s = 117$ ، احسب احداثيات النقطة في اللحظة التي يكون فيها معدل التغير في الاحداثي السيني (3) سم / ث ومعدل التغير في الاحداثي الصادي (2) سم / ث

الحل :

$$2 = \frac{2s}{5s} , 3 = \frac{3s}{5s}$$

$$0 = \frac{2s}{5s} \times 2 + \frac{3s}{5s} \times 2 \Leftarrow 117 = 2s + 2s$$

$$6 - 2s = 4s \Leftarrow 0 = 2 \times 2s + 3 \times 2s$$

$$\Leftarrow 2s = 6$$

بالتعويض في $s^2 + 2s = 117$

$$4 \times (117 = 2s + 2s) \Leftarrow 117 = 2\left(\frac{6}{2}\right) + 2s$$

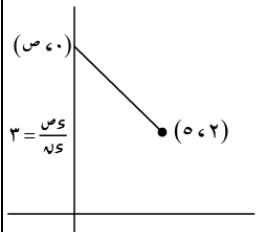
$$468 = 2s + 2s \Leftarrow 468 = 2s + 6$$

$$\Leftarrow 2s = 36$$

$$\Leftarrow s = 6 = 2s \Leftarrow 9 = \text{النقطة } (6, 9)$$

$$s = 6 = 2s \Leftarrow 9 = \text{النقطة } (9, 6)$$

(42) بدأت نقطة الحركة من الاصل في الاتجاه الموجب لمحور الصادات بسرعة (3) سم / ث ، احسب معدل تغير البعد بينها وبين النقطة (2, 5) بعد مرور ثانيتين من الحركة

الحل :

$$6 = 2 \times 3 = s$$

$$\frac{3}{5} = 3 \times \frac{2}{5} = 3 \times \frac{10 - 6 \times 2}{29 + 6 \times 10 - 36 \sqrt{2}} =$$

(43) تتحرك نقطة على منحنى $\sqrt{s} + 2s = 5$ بحيث يزداد احداثي السيني بمعدل (3) سم / ث ، احسب معدل تغير البعد عن النقطة (1, 0) عندما $s = 2$

الحل :

$$f = \sqrt{(s-1)^2 + (0-s)^2}$$

$$\text{لكن } s = \sqrt{s} + 2s = 5 \Leftarrow 5 + 2s = 2s + 2s$$

$$f = \sqrt{s^2 + 1 + 2s + 1 + 2s} = \sqrt{s^2 + 2s + 2}$$

$$f = \sqrt{2s^2 + 2s + 6} \quad \begin{matrix} \times & \text{ن} & \times \\ (s, \sqrt{s}) & & (1, 0) \end{matrix}$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{2s - 4}{2\sqrt{2s^2 + 2s + 6}} = \frac{2s - 4}{2\sqrt{2s^2 + 2s + 6}}$$

$$9 = \frac{2 - 2 \times 4}{6 + 2 \times 2 - 4 \times 2 \sqrt{2}} = \frac{2s}{2\sqrt{2s^2 + 2s + 6}}$$

(44) ا ب ج مثلث قائم الزاوية في (ب) ، اذا علمت ان

هذا المثلث يتغير في المستوى الديكارتي بحيث يبقى

الرأس (ا) عند الاصل ويتحرك الرأس (ج) مع منحنى

$$y = \frac{x}{36} + 1 \quad \text{والرأس (ب) بدأ الحركة من (0, 1)}$$

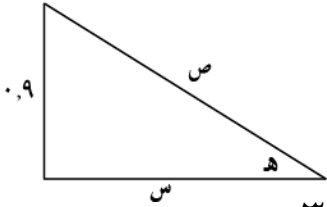
بسرعة (2) سم / ث ، احسب معدل تغير مساحة المثلث

بعد (3) ثواني من حركة (ب)

(٤٩) يقف رجل على رصيف حوض للسفن ويسحب حبل متصل بقارب بمعدل (٣, ٠) م / ث وطرفه الاخر يمر بكرة ترتفع (٩, ٠) م عن خط سير القارب ، احسب سرعة تغير الزاوية المحصورة بين الحبل وخط سير القارب في اللحظة التي يكون القارب على بعد (٢, ١) الم عن الرصيف

عن الرصيف

الحل :



$$\frac{ص}{س} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$ص = 4.5س \quad , \quad 2 = 4.5س$$

$$\frac{ص}{س} = 4.5$$

$$\frac{ص}{س} = 4.5 \quad \frac{ص}{س} = 4.5$$

$$ص^2 = (2)^2 + (9)^2$$

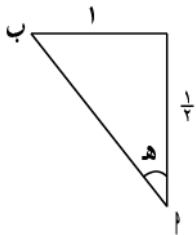
$$ص = 9.8$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{9.8}{2} = 4.9$$

$$\frac{ص}{س} = 4.9$$

(٥٠) كشاف ضوئي في البحر يدور دورة كاملة كل دقيقة في مقابله شاطئ مستقيم واقرب نقطة على الشاطئ الى الكشاف هي بعد (١/٣) كم ، احسب السرعة التي يسير بها ضوء الكشاف عندما يكون الضوء على بعد (١) كم عن اقرب نقطة على الشاطئ للكشاف

الحل :



$$\frac{س}{ظ} = \frac{1/3}{1} = 1/3$$

$$\frac{س}{ظ} = 1/3 \quad \frac{س}{ظ} = 1/3$$

$$\frac{س}{ظ} \times 2 = \pi \times 2 \times 0$$

$$\pi \times 0 = \frac{س}{ظ}$$

$$ق^2 = ظ^2 + س^2$$

$$٤ + ١ =$$

$$ق^2 = ٥$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{٥}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{٥}$$

(٤٦) تتحرك نقطة على منحنى ص = س^٣ + ٥س^٢ ، اذا كان الاحداثي السيني يزداد بمعدل (٢) سم / ث ، احسب ما يلي :

(أ) معدل التغير في الاحداثي الصادي

(ب) معدل التغير في ميل المماس عندما س = ٢

الحل :

$$ص = س^3 + 5س^2$$

$$\frac{ص}{س} \times (س^3 + 5س^2) = \frac{ص}{س}$$

$$٦٤ = 2 \times (2^3 + 5 \times 2^2) =$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} = 2س^2 + ١٠س$$

$$\frac{ص}{س} = 2س^2 + ١٠س \quad \frac{ص}{س} = 2س^2 + ١٠س$$

واجب

(٤٧) تتحرك نقطة على منحنى ص = س^٢ ، اوجد موضع

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

(٤٨) طريق للسباق دائري نصف قطره (نوه) وفي مركزه

كشاف ضوئي ويوجد جدار مستقيم يمس الطريق في

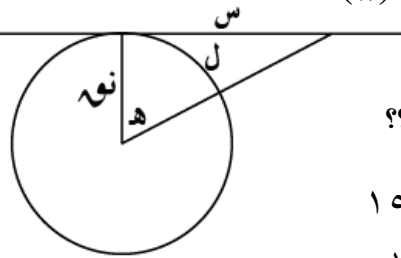
احدى النقاط وتسير السيارة على الطريق بسرعة

(١٥٠) كم / س وفي لحظة ما كانت السيارة عند نقطة

التماس ، احسب سرعة ظل السيارة على الجدار عندما

تكون السيارة قطعت (١/٨) دورة

الحل :



$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$\frac{س}{ظ} = \frac{س}{ظ}$$

$$٢(٠ - ص) + ٢(٢ - س) \sqrt{٢} = ف \quad (أ)$$

$$٢ \sqrt{٢} = ف - ٢س + ٤ + ٢ص$$

$$ص = \sqrt{٢} \leftarrow ٢ص = ٢$$

$$٢ \sqrt{٢} = ف - ٢س + ٤ + ٢ص$$

$$٢ \sqrt{٢} = ف - ٢س + ٤ + ٢ص$$

$$\frac{٢ \sqrt{٢}}{٢} = \frac{ف - ٢س + ٤ + ٢ص}{٢} = \frac{٢ - ٢س + ٤ + ٢ص}{٢}$$

$$٢ = ٤ \times \frac{٢ - ٢س + ٤ + ٢ص}{٤ + ٩ - ٩\sqrt{٢}}$$

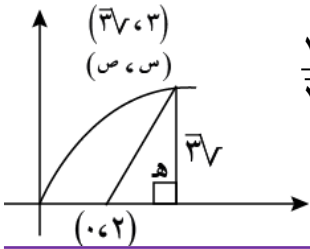
$$\frac{\sqrt{٢}}{٢ - س} = \frac{٠ - ص}{٢ - س} = ظا \quad (ب)$$

$$\frac{٢ \sqrt{٢}}{٢ - س} \times \frac{٢ - س}{٢} = \frac{٢ \sqrt{٢}}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$$

$$٤ = ظا + ١ \leftarrow ٣\sqrt{٢} = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢ - ٣}$$

$$٤ \times \frac{٣\sqrt{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}} \times (٢ - ٣)}{٢(٢ - ٣)} = \frac{٢ \sqrt{٢}}{٢} \times ٤$$

$$\frac{١٠ - \sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢} - ٤} = ٤ \times \frac{٦ - ١}{٣\sqrt{٢} - ٤} = \frac{٢ \sqrt{٢}}{٢}$$



تدريبات :

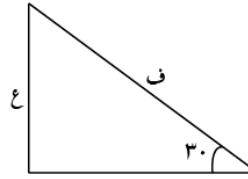
(١) طائرة عمودية على ارتفاع (٣٠٠) م فوق طريق مستقيم شاهد طيار سيارة تبعد عن مسقط الطائرة مسافة (١٥٠) م وتسير مبتعدة عن مسقط الطائرة بسرعة (٢٥) م/د ، اذا بدأت الطائرة بالهبوط بمعدل (٥٠) م/د ، احسب معدل تغير زاوية الانخفاض بين الطائرة والسيارة بعد مرور دقيقتين

(٢) مثلث قائم الزاوية اذا كان الضلع المجاور للزاوية الحادة (هـ) هو (س) ويزداد بمعدل (٢) سم/ث والضلع المقابل هو (ص) ويتناقص بمعدل (١) سم/ث في لحظة ما كانت س = ص = ١٠ ، احسب ما يلي :

(أ) سرعة تغير الزاوية (هـ) عند تلك اللحظة
(ب) معدل تغير مساحة المثلث

(٥١) تصعد طائرة للأعلى بزاوية مقدارها (٣٠°) على الافق ، احسب معدل تزايد ارتفاع الطائرة اذا علمت ان سرعة الطائرة هي (٥٠٠) كم/س

الحل :



$$\frac{٥٠٠}{٢٥٠} = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \text{ ، المطلوب : } \frac{٥٠٠}{٢٥٠}$$

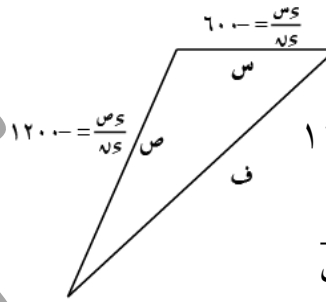
$$٣٠ \text{ جا. } = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \leftarrow ٣٠ \text{ جا. } = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \leftarrow ٣٠ \text{ جا. } = \frac{٥٠٠}{٢٥٠}$$

$$\frac{٥٠٠}{٢٥٠} = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \times \frac{١}{٢} \leftarrow ٣٠ \text{ جا. } = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \times \frac{١}{٢}$$

$$\frac{٥٠٠}{٢٥٠} = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \times \frac{١}{٢} \leftarrow \frac{٥٠٠}{٢٥٠} = \frac{٥٠٠}{٢٥٠} \times \frac{١}{٢}$$

(٥٢) طائرة على ارتفاع ثابت وتسير بخط مستقيم بسرعة (٦٠٠) كم ، اطلق صاروخ بسرعة (١٢٠٠) كم/س في خط بزاوية (١٢٠) على مسار الطائرة ليصيب الطائرة وفي لحظة ما كانت الطائرة على بعد (٢) كم والصاروخ على بعد (٤) كم ، احسب معدل تغير المسافة بينهما عند تلك النقطة

الحل :



$$٢ = ٢س + ٢ص + ١٢٠ \text{ جتا. } = ١٢٠$$

$$٢ = ٢س + ٢ص + ١٢٠ \text{ جتا. } = ١٢٠$$

$$٢ = ٢س + ٢ص + ١٢٠ \text{ جتا. } = ١٢٠$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢س + ٢ص + ١٢٠}{٢} = \frac{٢س + ٢ص + ١٢٠}{٢}$$

$$\frac{١٢٠ - ٢ص + ٢س}{٢} = \frac{١٢٠ - ٢ص + ٢س}{٢}$$

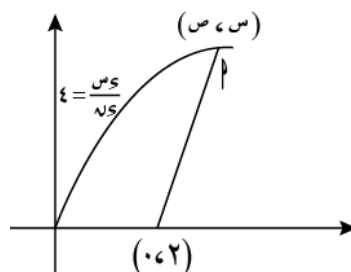
$$\frac{١٦٨٠٠}{٢٨\sqrt{٢}} = \frac{١٦٨٠٠}{٢٨\sqrt{٢}}$$

(٥٣) تتحرك النقطة (٢) على منحنى ص = \sqrt{س} ، اذا كان الاحداثي السيني يزداد بمعدل (٤) وحدات في الثانية عندما س = ٣ ، احسب :

(أ) معدل تغير المسافة بين (٢) والنقطة (٠،٢)

(ب) معدل تغير زاوية ميل المستقيم الواصل بين (٢) والنقطة (٠،٢)

الحل :



$$(٢٤ - ٢٠)(١٠ + ١٠) = ٢$$

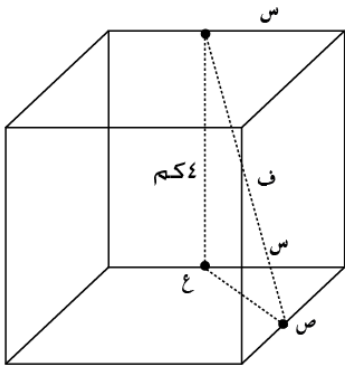
$$(٢٤ - ٢٠)(١٠ + ١٠) + (١٠)(٢٤ - ٢٠) = \frac{٢٤}{١٠}$$

$$٢ \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} = ١ \leftarrow ١٣ - ٢٠ - ١٣ - ٣٦ = ٠$$

$$٢٦ \frac{١}{٢} = (\frac{١}{٢} \times ١٠ + ١٠) (\frac{١}{٢} \times ٢ - ٢٤) = ٢$$

(٨) في لحظة ما كانت طائرة (٢) تمر مباشرة فوق السيارة (ب) وعلى ارتفاع (٤) كم ، اذا كانت (٢) تتحرك شرقا افقيا في خط مستقيم بسرعة (٣٠٠) كم / س والسيارة تسير جنوبا افقيا بسرعة (٩٠) كم / س ، احسب معدل تغير المسافة بين الطائرة والسيارة بعد (٦) دقائق

الحل :



$$٢ \text{ ف} = ٢ \text{ ع} + ٢ (٤)$$

$$٢ \text{ ع} = ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ف}$$

$$\leftarrow \text{ف} = \sqrt{١٦ + ٢ \text{ ع}}$$

$$\text{ف} = \sqrt{١٦ + ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ع}}$$

$$\frac{٣٠٠}{١٠} = \frac{٢ \text{ ص}}{١٠}$$

$$\frac{٩٠}{١٠} = \frac{٢ \text{ ع}}{١٠}$$

$$\frac{٢ \text{ ف}}{١٠} = \frac{٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ع} + ١٦}{١٠}$$

$$\frac{٦}{١٠} \times ٣٠٠ = ٢ \text{ ص}$$

$$\frac{٦}{١٠} \times ٩٠ = ٢ \text{ ع}$$

$$٩ = \frac{٦}{١٠} \times ٩٠ = ٢ \text{ ص}$$

$$\frac{١٩٦٢٠}{٩٩٧\sqrt{٢}} = \frac{١٦ + ٨١ + ٩٠ \cdot \sqrt{٢}}{١٦ + ٨١ + ٩٠ \cdot \sqrt{٢}}$$

(٣) يرتفع بالون رأسيا للأعلى بمعدل (٤٠) م/د وتم رصد البالون من مشاهد على الارض ، احسب معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد للبالون عندما يكون البالون على ارتفاع (٣٧٧٠) م

(٤) مئذنة ارتفاعها (٢٠) م تتحرك كرة في خط مستقيم مبتعدة عن المئذنة بسرعة (٤) م / ث ، احسب ما يلي :

(أ) سرعة تغير زاوية انخفاض خط المشاهد في قمة المئذنة عندما تكون الكرة على بعد (١٥) م من المئذنة

(ب) معدل تغير المسافة بين الكرة وقمة المئذنة

(٥) يسحب قارب بواسطة حبل يمر على بكرة اذا الحبل مثبت في القارب في نقطة تقع بمقدار (١٠) م على مستوى اسفل البكرة اذا سحب الحبل بمعدل (٥) م/د ، احسب سرعة اقتراب القارب عندما يكون طول الحبل بين الكرة والقارب (٢٦) م

(٦) يحتوي وعاء على (١٠٠٠) قدم^٣ من الغاز بضغط (٥) باوند / انش ، احسب معدل التغير في الحجم اذا كان الضغط يتناقص بمعدل (٥,٥) باوند / انش في الساعة

علما بان الحجم \times الضغط = ثابت

الحل :

$$\text{ع} \times \text{ض} = \text{ث} \leftarrow \text{ث} = \frac{\text{ع} \times \text{ض}}{\text{ع}}$$

$$\frac{\text{ع} \times \text{ض}}{١٠} = \frac{\text{ع} \times \text{ض}}{١٠}$$

$$\frac{١٠}{١٠} = \frac{٥ \times ٥}{١٠} = \frac{٥ \times ٥}{١٠}$$

(٧) مستطيل طولاه (٢٤) سم وعرضه (١٠) سم ، اذا كان الطول يتناقص بمعدل (٢) سم / ث بينما يتزايد العرض بمعدل (١,٥) سم / ث ، اوجد متى يصبح الشكل مربعا ثم احسب الزمن الذي يتوقف فيه المساحة عن الزيادة وكم تكون المساحة عندها

الحل :

$$\text{الطول : س} = ٢٤ - ٢ \text{ ت} ، \text{ العرض : ص} = ١٠ + ١,٥ \text{ ت}$$

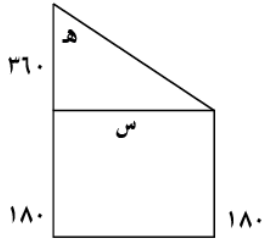
يصبح مربعا عندما س = ص

$$\boxed{\text{ع} = ١٠} \leftarrow ١٠ + ١,٥ \text{ ت} = ٢٤ - ٢ \text{ ت}$$

النجاح الذي تستمتع به
اليوم هو نتيجة الثمن
الذي دفعته في الماضي .



(١٠) رجل طوله (١٨٠) سم يقف امام مصباح يرتفع عن سطح الارض (٥٤٠) سم ، اذا اخذ الرجل بالاقتراب من المصباح بمعدل (٣٠٠) سم / ث ، احسب معدل تغير الزاوية المحصورة بين المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١٨٠) سم من قاعدة المصباح

الحل :عندما $s = 180$

$$\frac{180}{360} = \text{ظاه}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \text{قاه} \leftarrow$$

$$\frac{s}{360} = \text{ظاه}$$

$$\frac{1}{360} \frac{ds}{dt} = \frac{dh}{dt}$$

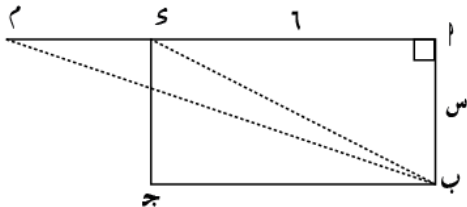
$$300 \times \frac{1}{360} = \frac{dh}{dt} \times \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{dh}{dt}$$

واجب

(١١) يتحرك مستقيم بحيث يبقى مماس للدائرة $s^2 + v^2 = 1$ في الربع الاول ، اذا كان الاحداثي السيني لنقطة التماس يزداد بمعدل (٣) وحدات / ث ، احسب السرعة التي تتحرك بها نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات عند $s = \frac{1}{2}$

(١٢) s مستطيل فيه $ab = 8$ سم ، $sa = 6$ سم ، s عمودي على مستوى المستطيل $sa = 10$ سم بدأت نقطة (ع) الحركة من (١) على ab بسرعة (٢) سم / ث ، احسب معدل تغير زاوية الارتفاع (ع) بالنسبة لـ (٢) عند وصول (ع) الى (ب)

**الحل :**

$$s^2 + v^2 = 1$$

عندما $s = 8$

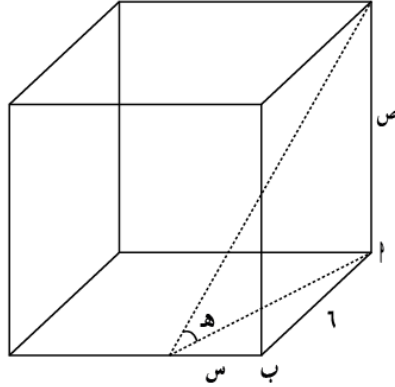
$$s^2 + v^2 = 1$$

$$100 = 100 = 1$$

$$\frac{1}{10} = \text{ظاه}$$

$$\frac{10}{10} \frac{ds}{dt} = \frac{dh}{dt}$$

(٩) في الشكل المجاور من (١) بدأ بالون بالارتفاع بسرعة (٥) م / ث وفي نفس اللحظة بدأت كرة بالدحرجة من (ب) على الارض وفي خط مستقيم من النقطة (١) مسافة (٦) م وبسرعة (٤) م / ث ، احسب معدل تغير الزاوية (ه) بعد مرور ثانييتين

**الحل :**

$$5 = \frac{vs}{vs}$$

$$4 = \frac{vs}{vs}$$

$$\frac{v}{e} = \text{ظاه}$$

$$\frac{e}{vs} - \frac{vs}{vs} = \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{3,2 \times 10 - 5 \times 10}{100} = \frac{dh}{dt} \times 2$$

$$\frac{18}{200} = \frac{18}{2 \times 100} = \frac{dh}{dt}$$

$$36 + s^2 = e^2$$

$$\frac{ds}{dt} \times 2 = \frac{de}{dt} \times 2$$

(س) بعد (٢) ثانية

$$8 = 2 \times 4 \leftarrow$$

$$e^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$10 = e \leftarrow$$

$$4 \times 8 \times 2 = \frac{e}{vs} \times 10 \times 2$$

$$3,2 = \frac{e}{vs}$$

(ص) بعد (٢) ثانية

$$10 = 5 \times 2 \leftarrow$$

$$1 = \frac{v}{e} = \text{ظاه}$$

$$\text{قاه} = 1 + 1 = 2$$

$$2 = 1 + 1 =$$

مع تمنياتي لكم
بالتوفيق والنجاح

أ. ايار عماد عباد



$$\text{نشترك : } \frac{دس}{صس} = \frac{دس}{صس} = \frac{دس}{صس} = \frac{دس}{صس}$$

$$2 \times 1 \times 2 = \frac{دس}{صس} 10 \times 2$$

$$\frac{16}{10} = \frac{دس}{صس}$$

$$1 = \frac{10}{صس} = \frac{10}{صس} = \text{ظاه}$$

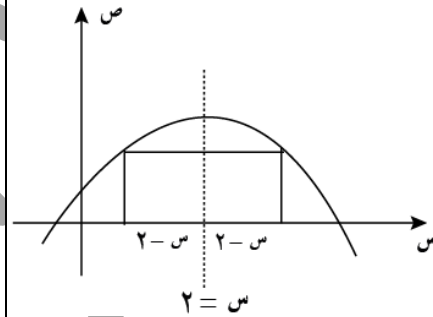
$$2 = \text{قاه} = 1 + \text{ظاه} = 2$$

$$\frac{16}{10} \times \frac{10}{صس} = \frac{دس}{صس} \times 2$$

$$\frac{16}{2 \times 100} = \frac{دس}{صس}$$

$$\frac{16}{200} = \frac{دس}{صس}$$

١٣ رسم مستطيل تحت منحنى ص = ٤س - س^٢ بحيث يقع رأسان من رؤوسه على منحنى (ص) ويقع رأساه الاخران على محور السينات اذا كان ضلعه الذي على محور السينات يتناقص بمعدل (١) سم / ث ، ما معدل تغير مساحة المستطيل في اللحظة التي يكون فيها طول ضلعه الموجود على محور السينات يساوي (٢) سم



الحل :

محور التماثل

$$ص = 4س - س^2 = 0$$

$$س = 2$$

$$\text{طول الضلع ل} = 2(2-س)$$

$$م = 2(2-س) \times ص$$

$$ل = 2(2-س)$$

$$ل = 4 - 2س$$

$$\frac{دس}{صس} = \frac{دس}{صس}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{دس}{صس}$$

$$\text{عندما ل} = 2$$

$$4 - 2س = 2 \leftarrow$$

$$3 = س \leftarrow$$

$$م = 2(2-س)^2 - 2(2-س)^3 + 4س^2 - 4س^3$$

$$م = 2(2-3)^2 - 2(2-3)^3 + 4(3)^2 - 4(3)^3$$

$$\frac{دس}{صس} = \frac{دس}{صس} (16 - 9 \times 6 - 3 \times 24) =$$

$$\frac{1}{2} \times (16 - 9 \times 6 - 3 \times 24) =$$

$$1 = \frac{1}{2} \times 2 =$$