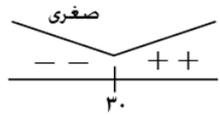


الحل :

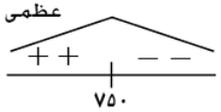
$$\begin{aligned} 900 &= س \times ص & 2 &= (س + 4)(ص + 4) \\ \frac{900}{س} &= ص & 2 &= سس + ص4 + ص4 + 16 \\ 16 + \frac{900}{س} \times 4 + سس &= 2 & & \\ 16 + \frac{3600}{س} + سس &= 2 & & \\ 0 &= \frac{3600}{س} - 4س & & \\ 30 &= س \leftarrow 900 = 2س & & \\ 30 &= \frac{900}{3} = ص & & \end{aligned}$$



(5) ارض مستطيلة الشكل يراد تسيجها ، تكلفة المتر من جانبيين متوازيين هي (3) دنانير ومن الجانبين الاخرين (دينارين) ، احسب مساحة اكر قطع مستطيلة يمكن تسيجها بمبلغ (6000) دينار

الحل :

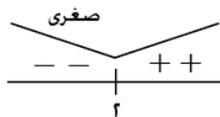
$$\begin{aligned} 2س \times 2 + 3س \times 3 &= 6000 & 2س \times ص &= 2 \\ 4س + 6س &= 6000 & 2س \times (ص - 1000) &= 2 \\ 10س &= 6000 & 2س - 1000 &= ص \\ 750 &= ص & 2س - 1000 &= 2س - 1000 \\ 750 &= ص & 500 &= س \\ 375000 &= 500 \times 750 = 2 & & \end{aligned}$$



(6) نريد صنع صندوق بدون غطاء قاعدته مربعة الشكل وحجمه (32) سم³ ، احسب ابعاد الصندوق لتكون كمية المادة المستخدمة لصنعه اقل ما يمكن

الحل :

$$\begin{aligned} \text{كمية المادة} &= \text{مادة القاعدة} + \text{الجوانب} \\ ع \times س \times س &= ع & 2س + 4س &= 2س + 4س \\ ع^2 س &= 32 & \frac{32}{س} \times 4س + 2س &= 2س + 4س \\ \frac{32}{س} &= ع & \frac{128}{س} + 2س &= 2س + 4س \\ \frac{128}{س} &= 2س \leftarrow 0 = \frac{128}{س} - 2س & & \\ 2 &= س \leftarrow 64 = 3س \leftarrow 128 = 3س & & \\ 2 &= س & & \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{الطول} &= 4 ، \text{ العرض} = 2 \\ \text{الارتفاع} &= 2 = \frac{32}{16} \end{aligned}$$

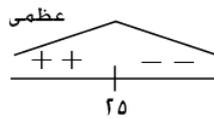
تطبيقات القيم القصوى :**امثلت :**

(1) ما العددين الموجبين مجموعهما (50) وحاصل ضربهم اكر ما يمكن

الحل :

نفرض : (س) العدد الاول ، (ص) العدد الثاني

$$\begin{aligned} 50 &= س + ص & ع &= س \times ص \\ 50 - س &= ص & ع &= (س - 50) \times س \\ 50س - س^2 &= ع & & \\ 50س - 2س^2 &= ع & & \\ 2س - 50 &= س \leftarrow 0 = 2س - 50 & & \\ 25 &= 25 - 50 = ص & & \end{aligned}$$

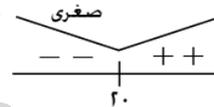


(2) ما العددين مجموعهما (40) ومجموع مربعيهما اقل ما يمكن

الحل :

نفرض : (س) العدد الاول ، (ص) العدد الثاني

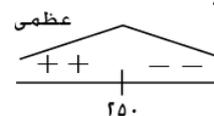
$$\begin{aligned} 40 &= س + ص & ع &= 2س + 2ص \\ 40 - س &= ص & ع &= 2س + 2(س - 40) \\ 40س - س^2 &= ع & & \\ 40س - 2س^2 &= ع & & \\ 40 - 2س &= س \leftarrow 0 = 40 - 2س & & \\ 20 &= 20 - 40 = ص & & \end{aligned}$$



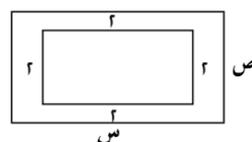
(3) ارض مستطيلة الشكل طول سياجها (1000) متر ، ما اكر مساحة ممكنة لهذه الارض

الحل :

$$\begin{aligned} 1000 &= \text{المحيط} & ع &= س \times ص \\ 1000 &= 2س + 2ص & ع &= س(س - 500) \\ 500 - س &= ص & ع &= 2س - 500س \\ 500س - س^2 &= ع & & \\ 500س - 2س^2 &= ع & & \\ 500 - 2س &= س \leftarrow 0 = 500 - 2س & & \\ 250 &= 250 - 500 = ص & & \end{aligned}$$



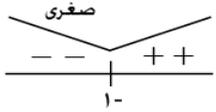
(4) يراد انشاء حديقة مستطيلة الشكل مساحتها (900) متر واحاطتها بطريق خارجي عرضه (2) متر ، ما ابعاد الحديقة التي تجعل للمساحة الكلية والطريق اقل ما يمكن



واجب

الحل :

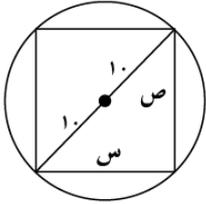
$$\begin{aligned} \sqrt{10 + 6s + 2s^2} = \sqrt{(1-s)^2 + 2(1-s)} &= f \\ \sqrt{10 + 6s + 2s^2} = \sqrt{2s^2 - 2s + 1} &= f \\ \sqrt{10 + 6s + 2s^2} = \sqrt{2s^2 - 2s + 1} &= f \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f &= \sqrt{1 + 4s + 2s^2} \\ f' &= \frac{4s + 4}{2\sqrt{1 + 4s + 2s^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - s &= 0 \Rightarrow s = 1 \\ \sqrt{5} &= \sqrt{10 + 6 - 1} = \sqrt{15} \\ \text{النقطة } &(-1, \sqrt{5}) \end{aligned}$$

(١١) ما اكبر مساحة مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها (١٠) سم



الحل :

$$\begin{aligned} s^2 + s^2 &= 2s^2 = 100 \\ s^2 - 400 &= -200 \\ \sqrt{s^2 - 400} &= s \end{aligned}$$

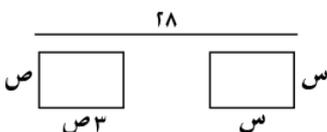
$$0 = 1 \times \sqrt{s^2 - 400} + \frac{s \times 2 - s}{2(s^2 - 400)} = 2$$

$$0 = \frac{\sqrt{s^2 - 400}}{2} + \frac{s}{2(s^2 - 400)}$$

$$\frac{\sqrt{s^2 - 400}}{2} = \frac{s}{2(s^2 - 400)}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{s^2 - 400} &= s \\ 2s^2 - 400 &= s^2 \\ 2s^2 &= 400 \Rightarrow s = 20 \end{aligned}$$

(١٢) سلك طوله (٢٨) سم قطع الى جزئين ثم ثني الجزء الاول ليكون مربعاً وثني الجزء الثاني ليكون مستطيلاً طوله (٣) امثال عرضه ، اوجد طول كلا من الجزئين اذا كان مجموع مساحتي المربع والمستطيل اقل ما يمكن



(٧) ورقة مستطيلة الشكل مساحتها (٥٠) سم^٢ يراد ترك هوامش ما اعلى واسفل الورقة (٤) سم ومن الجانبين (٢) سم ، فما بعدي الورقة لتكون المسافة المطبوعة اقل ما يمكن

(٨) مجموع محيطي مستطيلين (٩٩) والنسبة بين بعدي المستطيل الاول (٣ : ٢) وبين بعدي المستطيل الثاني (٣ : ٤) ، فما اصغر قيمة لمجموع مساحتي المستطيلين

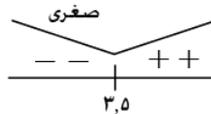
الحل :

$$\begin{aligned} s^2 &= 2 \\ s^3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= 2 \\ s^3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2s^2 \times 3s + 3s^2 \times 2s &= 2 \\ 2s^2 + 2s^2 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 99 &= (s^2 + 3s)2 + (s^2 + 2s)2 \\ 99 &= 4s^2 + 10s \\ \frac{99 - 4s^2}{10} &= s \end{aligned}$$



$$0 = 2s^2 + \frac{14 - s}{10} \times \left(\frac{99 - 4s^2}{10} \right) = 2$$

$$3,5 = s \Rightarrow s = 5$$

(٩) صفيحة معدنية مساحتها (١٢٠٠) سم^٢ يراد صنع صندوق منها قاعدته مربعة الشكل ومفتوح من الاعلى ، اوجد اكبر حجم يمكن تكوينه للصندوق

الحل :

$$\begin{aligned} 1200 &= 2 \\ s \times s \times s &= 2 \\ s \times 2 &= 2 \end{aligned}$$

$$\frac{s}{4} - \frac{1200}{4s} = 2 \quad \left(\frac{s}{4} - \frac{300}{s} \right)^2 = 2$$

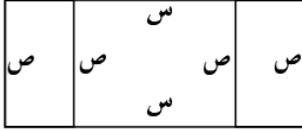
$$\frac{s}{4} - \frac{300}{s} = 2 \quad \frac{s^2}{4} - 300 = 2s$$

$$\frac{s^2}{4} = 300 \Rightarrow s = 30$$

$$\begin{aligned} s^2 &= 2 \\ 20 &= s \Rightarrow s = 20 \\ \frac{s}{2} &= 20 \Rightarrow s = 40 \end{aligned}$$

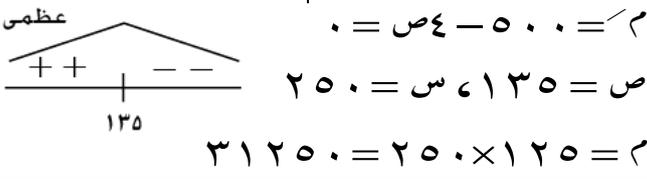
(١٠) اوجد النقطة التي تقع على منحنى $\sqrt{10 + 6s + 2s^2}$ وبعدها عن النقطة (٠،٤) اقل ما يمكن

١٥) لدى رجل حقل مستطيل الشكل يريد سياجه تم قسمته الى (٣) اقسام بسياجين يوازيان احد اضلاعه اذا كان عنده (١٠٠٠) متر من السياج ، اوجد اكبر مساحة يمكن تسيجها



الحل :

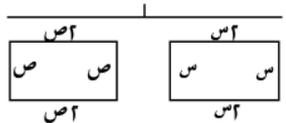
$$\begin{aligned} 2s \times s &= 2 \\ s(2-s) &= 2 \\ 2s - s^2 &= 2 \\ s^2 - 2s + 2 &= 0 \end{aligned}$$



واجب

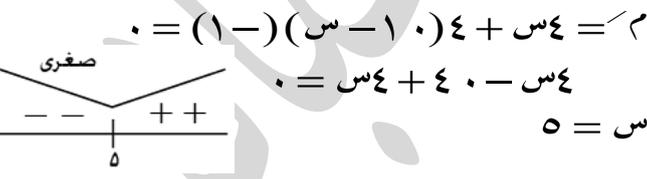
١٦) يريد رجل اقامة سياج حول ارض مستطيلة الشكل وتقع على ضفة نهر ، اذا لم يسيج طرف النهر ، اوجد ابعاد الارض ليكون طول السياج اقل ما يمكن علما بان مساحة الارض (٨٠٠) متر

١٧) سلك طوله (٦٠) سم قطع الى جزئين فتكون مستطيل طوله مثلي عرضه ، اوجد اقل مساحة ممكنة للمستطيلين



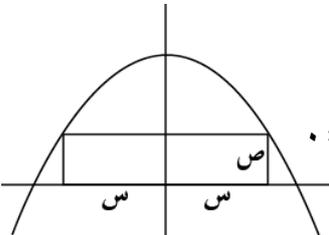
الحل :

$$\begin{aligned} 2s \times s + 2s \times s &= 2 \\ 2s^2 + 2s^2 &= 2 \\ 2s^2 &= 1 \\ s^2 &= 0.5 \end{aligned}$$



١٨) ما مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه فوق السينات بحيث يقع احد بعديه منطبقا على السينات ورأسه الاخران على منحنى $w = 12 - s^2$

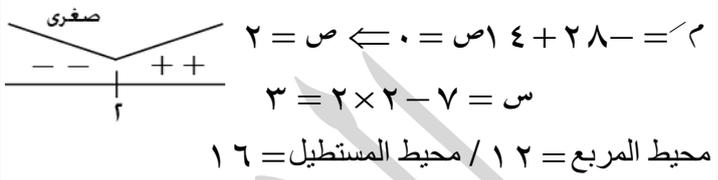
الحل :



وجد محور التماثل :
 $w = s \iff 0 = 12 - s^2$

الحل :

$$\begin{aligned} 2s \times s + s \times s &= 2 \\ 2s^2 + s^2 &= 2 \\ 3s^2 &= 2 \\ s^2 &= \frac{2}{3} \\ s &= \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

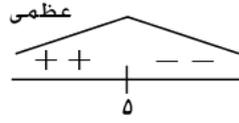


١٣) يصب الماء في وعاء بحيث وزن الماء معطى بالعلاقة : $w = 10s^2 - (2s - 10)$ بحيث (س) هي ارتفاع الماء ، اوجد اكبر وزن للماء في الوعاء

الحل :

$$w = 10s^2 - (2s - 10)$$

$$w = 10s^2 - 2s + 10$$



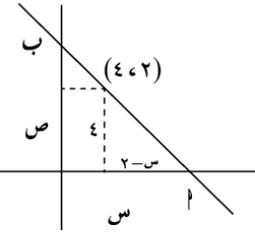
$$w = (s - 5) \times 60$$

$$w = s \times 5$$

$$w(5) = 1250$$

١٤) مر مستقيم بالنقطة (٤،٢) فقطع المحاور في ا، ب اوجد اقل مساحة للمثلث مع الاصل

الحل :



تشابه

$$\frac{4}{2-s} = \frac{ص}{س}$$

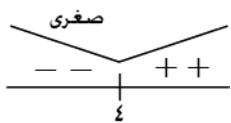
$$\frac{4س}{2-s} = ص$$

$$2 = \frac{1}{4} s \times s$$

$$2 = \frac{1}{4} s \left(\frac{4س}{2-s} \right)$$

$$\frac{2س^2}{2-s} =$$

$$2 = \frac{1 \times 2س^2 - (س)(2-s)}{(2-s)^2}$$



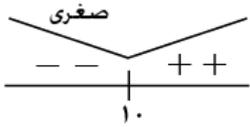
$$2س^2 = 8س - 2$$

$$2س(س - 4) = 0 \iff 4, 0 = س$$

$$ص = \frac{4 \times 2}{2-4} = 8 \iff 16 = 8 \times 4 \times \frac{1}{4}$$

$$ف = (10)^2 + 2س + (12)^2 + (س-20)^2$$

$$ف = 2س^2 + 2(س-20) - 1 = 0$$



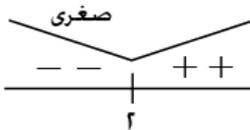
$$2س^2 + 4س - 40 = 0$$

$$س = 10 \leftarrow$$

(21) تحرك جسم حسب العلاقة:

ف = $٧٦ - ٣٧ + ٤٧ + ١٥$ ، احسب اقل سرعة ممكنة

الحل:



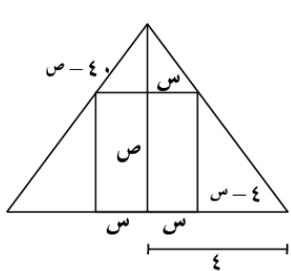
$$ع = ٣٧ - ١٢ + ١٢ + ٢٤ = ٤٠$$

$$ع = ١٢ - ٧٦ = ٠$$

$$٧ = ٢ \leftarrow \quad ٢ = ٤ \leftarrow \quad ٢ = ٢١٢ / ت$$

(22) مثلث ارتفاعه (٤٠) سم قاعدته (٨) سم نريد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث والرأسان الاخرين على ساقي المثلث ، احسب اكبر مساحة ممكنة للمستطيل

الحل:



من التشابه

$$\frac{س}{٤} = \frac{٤٠}{٤٠}$$

$$س = ٤٠ - ٤٠ = ٠$$

$$ص = ٤٠ - ٢ \times ١٠ = ٢٠$$

$$٨٠ = ٢٠ \times ٢ \times ٢ = ٨٠ \text{ سم}^2$$

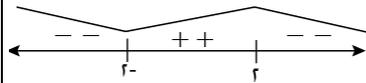
(23) احسب ارتفاع الاسطوانة ذات اكبر حجم والتي يمكن وضعها داخل مخروط نصف قطره (٥) سم وارتفاعه (٩) سم

الحل:

$$ع = \pi ر^2 نوه = ع$$

الاسطوانة

$$ص = ١٢ - ٢س$$



$$٢س \times ٢ = ٢$$

$$٢(١٢ - ٢س) = ٢$$

$$٢٤ - ٤س = ٢$$

$$٢٤ - ٢س = ٢$$

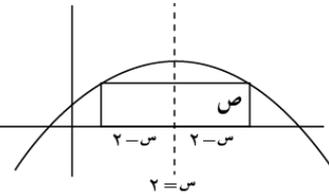
$$٢ - ٤ = ٢ - ٤$$

$$٢ = ٢$$

$$ص = ١٢ - ٢(٢) = ٨$$

$$٣٢ = ٨ \times ٢ \times ٢ = ٣٢$$

(19) احسب مساحة اكبر مستطيل بحيث يكون على محور السينات ورأساه الاخران على منحنى



$$ص = ٨ - ٢س + ٤$$

الحل:

نجد محور التماثل:

$$ص = ٤ - ٢س + ٤ = ٠$$

$$٢ = ٢ \text{ (تماثل)}$$

$$٢(٢ - س) \times ٢ = ٢ \quad | \quad ص = ٨ - ٢س + ٤$$

$$٢(٢ - س)(٢ - س) = ٢(٨ - ٢س + ٤)$$

$$٢(٢ - س)^2 = ٢(١٢ - ٢س)$$

$$٤٠ = ٢(٢ - س)^2$$

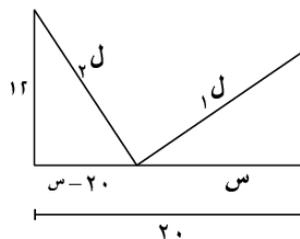
$$٨ = ٢(٢ - س)^2 \quad | \quad ٨ = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$$

(20) عمودان رأسيان على ارض افقية ارتفاعها (١٠) ، (١٢) ، والبعد بينهم (٢٠) ، اوجد

مجموع مربعي بعدي قمتي العمودين عند تلك النقطة اقل ما يمكن

الحل:

$$ف = ل_1^2 + ل_2^2$$



$$81 = 2^2 + 2^2 \quad \text{س} \quad \frac{1}{4} \pi \text{س}^2 = \text{ع}$$

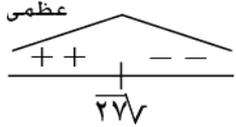
$$2^2 - 81 = 2^2 \quad \text{س} \quad \frac{\pi}{4} (2^2 - 81) = \text{ع}$$

$$\frac{\pi}{4} (2^3 - 81) = \text{ع}$$

$$0 = (2^3 - 81) \frac{\pi}{4} = \text{ع}$$

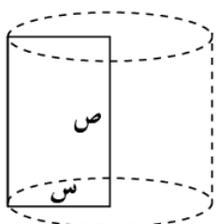
$$2\sqrt{27} = \text{ص} \leftarrow 0 = 2^3 - 81 \leftarrow$$

$$54 = 27 - 81 = 2^2 \quad \text{س}$$



(٢٦) مستطيل محيطه (٣٦) سم دار حول احد اضلاعه فتكون اسطوانة ، ما اكبر حجم ممكن للاسطوانة

الحل :



$$\pi \text{نوه}^2 = \text{ع}$$

$$\pi \text{س}^2 = \text{ع}$$

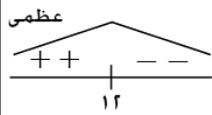
$$\pi \text{س}^2 (18 - \text{س}) = \text{ع}$$

$$0 = (2^3 - 36) \pi = \text{ع}$$

$$36 = 2 + \text{س}$$

$$18 = \text{س} + \text{ص}$$

$$\text{ص} - 18 = \text{س}$$



$$\text{س} = 12$$

$$\text{ص} = 12 - 18 = 6$$

$$64\pi = 6 \times 12 \times 12 \times \pi = \text{ع}$$

(٢٧) مستطيل محيطه (٣٦) سم ثني ليكون اسطوانة ، اوجد اكبر حجم ممكن لها

الحل :

$$\text{ص} = \text{ع}$$

$$\pi \text{نوه}^2 = \text{ع}$$

$$\text{محيط} = 2\pi \text{نوه} = \text{س}$$

$$\text{ع} \times \left(\frac{\text{س}}{\pi 2} \right) \times \pi = \text{ع}$$

$$\frac{\text{س}}{\pi 2} = \text{نوه}$$

$$\frac{1}{\pi 4} \text{س}^2 = \text{ع}$$

لكن :

$$36 = 2 + \text{ص}$$

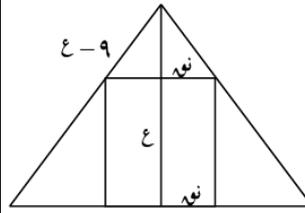
$$\frac{1}{\pi 4} (18 - \text{س})^2 = \text{ع}$$

$$18 = \text{ص} + \text{س}$$

$$\frac{1}{\pi 4} (18 - 2^2) = \text{ع}$$

$$\text{ص} - 18 = \text{س}$$

$$0 = (2^3 - 36) \frac{1}{\pi 4} = \text{ع}$$



من التشابه

$$\frac{5}{9} = \frac{\text{نوه}}{\text{ع} - 9}$$

$$\text{نوه} = \frac{5}{9} (\text{ع} - 9)$$

$$\pi \left(\frac{5}{9} (\text{ع} - 9) \right)^2 = \text{ع}$$

$$\pi (2^2 + 418 - 81) \frac{25}{81} = \text{ع}$$

$$\pi (2^3 + 418 - 81) \frac{25}{81} = \text{ع}$$

$$0 = (2^3 + 436 - 81) \frac{25}{81} = \text{ع}$$

$$0 = 2^3 + 436 - 81$$

$$0 = (2^2 + 412 - 27) 3$$

$$0 = (\text{ع} - 3)(\text{ع} - 9) 3$$

$$\checkmark 3 = \text{ع} , \quad \times 9 = \text{ع} \leftarrow$$

عظمى عندما س = 3

(٢٤) يراد عمل وعاء اسطواني سعته (٦٤) سم^٣ ومفتوح من الاعلى ، احسب ابعاد الوعاء لتكون مساحة المعدن المستخدم اقل ما يمكن

الحل :

مساحة المعدن = مساحة القاعدة + مساحة الجوانب

$$\pi \text{نوه}^2 = \text{ع}$$

$$2\pi \text{نوه} + 2^2 \pi \text{نوه} = \text{ع}$$

$$64\pi = 2\pi \text{نوه} + 2^2 \pi \text{نوه}$$

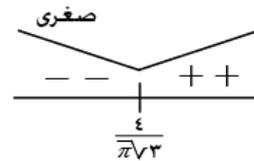
$$\frac{64}{2\pi} = \text{نوه} + 2\pi \text{نوه}$$

$$\frac{64}{2\pi} = \text{ع}$$

$$\frac{128}{\pi} + 2\pi \text{نوه} = \text{ع}$$

$$0 = \frac{1 \times 128}{\pi} - \text{نوه} = \text{ع}$$

$$128 = 3\pi \text{نوه} \leftarrow \frac{128}{\pi} = \text{نوه}$$

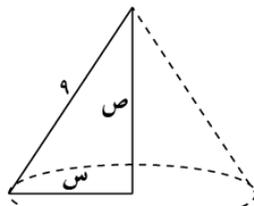


$$\frac{4}{\pi \sqrt{3}} = \text{نوه} \leftarrow \frac{128}{\pi 2} = 3\pi \text{نوه}$$

$$\frac{64}{2 \left(\frac{4}{\pi \sqrt{3}} \right) \pi} = \text{ع}$$

(٢٥) مثلث قائم طول وتره (٩) سم وضع القائمة س ، ص ، اذا دار المثلث حول احد ضلعي القائمة فتكون مخروط ، احسب اكبر حجم ممكن للمخروط

الحل :

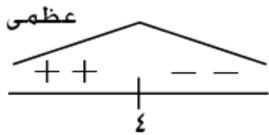


$$\frac{1}{4} \pi \text{نوه}^2 = \text{ع}$$

(٣٠) يراد صنع صندوق من الحديد بدون غطاء على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، احسب اكبر حجم ممكن للصندوق بحيث تبلغ تكاليف صناعته (١٤٤) دينار علما بان تكلفة المتر الربع الواحد من الحديد (٣) دنانير

الحل :

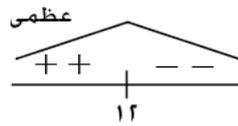
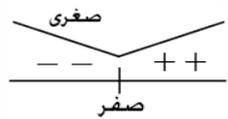
الحجم : $ع \times س \times س = ع$
 $ع \times س^2 = ع$
 $ع = \left(\frac{س}{٤} - \frac{١٢}{س}\right) \times س^2$
 $ع = س^2 - ١٢س$
 $٠ = س^2 - ١٢س$
 $١٢ = س$
 $٤٨ = س^3 = س^2 \times س = ١٦ \times س$
 $٤ = س$
 $ع = \frac{١٢}{٤} - \frac{س}{٤} = ٣ - \frac{س}{٤}$
 $٠ = س^2 - ١٢س$
 $١٦ = س^2 \Rightarrow س = ٤$
 $٣ = س$
 $٢ = ١ - ٣ = \frac{٤}{٤} - \frac{١٢}{٤} = ع$
 $٢ \times ٣ \times ٢ = ٢ \times (٤) = ع$



(٣١) اوجد احداثيات النقط التي تقع على المنحى $س^2 = ٤ص + ٩$ وتكون اقرب ما يمكن للنقطة (٢٤٠)

الحل :

$ف = \sqrt{(٢-ص)^2 + (٠-س)^2}$
 $ف = \sqrt{٤ + ص^2 - ٤ص + ٩ + س^2}$
 $ف = \sqrt{١٣ + ص^2 + س^2 - ٤ص}$
 $٠ = ص = \frac{٢}{١٣ + ص^2 + س^2}$
 $٣ - ٤,٣ = س \Rightarrow ٩ = ٩ + ٠ = س^2$
 $\left(٠,٤,٣\right) \left(٠,٤,٣\right)$ هي النقط هي



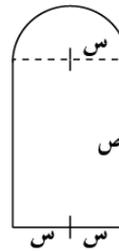
$$٠ = س^3 - ١٢س$$

$$١٢٤٠ = س \Rightarrow ٠ = (س - ١٢)س^2$$

$$٦ = ١٢ - ١٨ = ص$$

$$ع = \frac{١}{\pi \times ١٢ \times ١٢} = \frac{٢١٦}{\pi}$$

(٢٨) نافذة على شكل مستطيل يعلوه نصف دائرة اذا كان محيط النافذة يساوي (٣٠) ، احسب نصف قطر الدائرة بحيث يمر اكبر كمية ضوء ممكنة

الحل :المساحة = مساحة المستطيل + $\frac{1}{2}$ دائرة

$$ع = ٢س \times ص + \frac{1}{2} \pi س^2$$

$$٣٠ = ٢س \times ص + \frac{1}{2} \pi س^2$$

$$٣٠ = ٢س \times ص + \frac{1}{2} \pi س^2$$

$$٠ = س \pi + ٢س \times ص - ٣٠$$

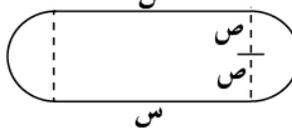
$$٠ = س \pi - ٣٠ - ٢س \times ص$$

$$٣٠ = س \pi + ٢س \times ص$$

$$ص = \frac{٣٠ - س \pi}{٢}$$

$$س = \frac{٣٠}{\pi + ٤}$$

(٢٩) ملعب على شكل مستطيل ينتهي بنصفي دائرة اذا كان محيط الملعب (٢٤٠) متر ، اوجد نصف قطر الدائرة لتكون المساحة اكبر ما يمكن

الحل :

$$ع = ٢س \times ص + \pi س^2$$

$$٢٤٠٠ = ٢س \times ص + \pi س^2$$

$$٢س \times ص = ٢٤٠٠ - \pi س^2$$

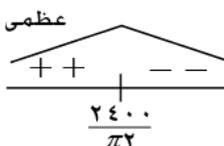
$$ع = (٢٤٠٠ - \pi س^2) \times (٢س + \pi)$$

$$ع = ٢٤٠٠ \times ٢س + ٢س^2 \pi - ٢٤٠٠ \pi س - \pi^2 س^3$$

$$ع = ٢٤٠٠ \times ٢س - ٢٤٠٠ \pi س$$

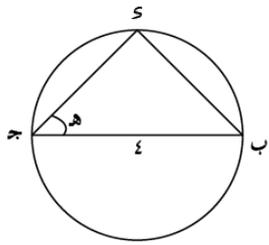
$$٠ = ٢٤٠٠ \times ٢ - ٢٤٠٠ \pi س$$

$$ص = \frac{٢٤٠٠}{\pi}$$



(٣٤) دائرة قطرها ج ب طولها (٤) سم والنقطة (س) تتحرك على محيط الدائرة تبدأ من (ب) عكس عقارب الساعة باتجاه (ج) لترسم مثلث قائم في (س) ، اوجد قياس الزاوية التي تجعل مساحة المثلث اكبر ما يمكن

الحل :



$$\frac{سب}{بج} = جا هـ$$

$$\frac{سب}{٤} = جا هـ$$

$$سب = ٤ جا هـ$$

$$\frac{سب}{بج} = جتا هـ$$

$$\frac{سب}{٤} = جتا هـ$$

$$سب = ٤ جتا هـ$$

$$\Delta م = \frac{1}{2} \times سب \times ج س$$

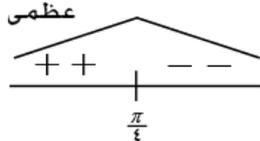
$$\Delta م = \frac{1}{2} \times ٤ جا هـ \times ٤ جتا هـ$$

$$٢ = ٨ جا هـ جتا هـ$$

$$٢ = ٨ جتا هـ جا هـ$$

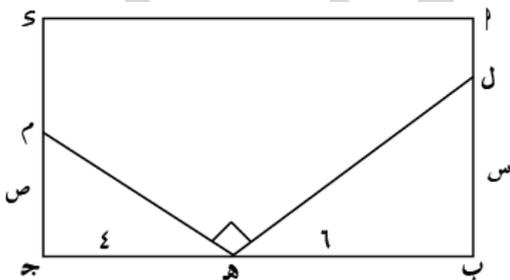
$$\frac{\pi}{4} = هـ ٢ \leftarrow$$

$$\frac{\pi}{٤} = هـ \leftarrow$$



(٣٥) ا ب ج س مستطيل فيه ا ب = ٨ سم ، ب ج = ١٠ سم ، (هـ) نقطة على ب ج بحيث ب هـ = ٦ سم ، اخذت نقطتان ل ، م على ا ب ، بحيث ان الزاوية ل هـ م قائمة ، اذا كانت ل ب = س ، م ج = ص ، اوجد س ، ص اللتين تجعلان مساحة المضلع ا ل هـ م س اكبر ما يمكن

الحل :



$$\text{مساحة } \Delta ل ب هـ = \frac{1}{2} \times ٦ \times ٣ = ٩$$

$$\text{مساحة } \Delta م ج هـ = \frac{1}{2} \times ٤ \times ٢ = ٤$$

$$\text{مساحة الشكل ا ل هـ م س}$$

$$م = \text{مساحة المستطيل} - (\text{مجموع مساحتي المثلثين})$$

(٣٢) يراد صنع خزان على شكل متوازي مستطيلات حجمه (١٠) م^٣ ومفتوح من الاعلى قاعدته مربعة الشكل تكلفة المتر من القاعدة (٥) دنانير والجوانب (دينارين) ، اوجد ابعاد الخزان لتكون التكلفة اقل ما يمكن

الحل :

التكاليف = تكاليف القاعدة + تكاليف الجوانب

$$٤ = ٤ \times س \times س \times ٤ \quad | \quad ت = ٥ س^٢ + ٢ \times ٤ س \times ٤$$

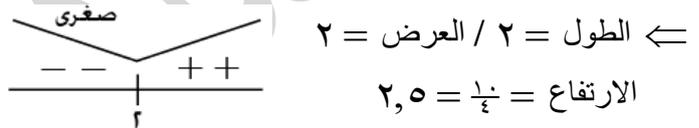
$$١٠ = س^٢ \times ٤ \quad | \quad ت = ٥ س^٢ + ٣٢ س$$

$$\frac{١٠}{٤} = س^٢ \quad | \quad ت = ٥ س^٢ + ٣٢ س$$

$$٢.٥ = س^٢ + ٨ س$$

$$٢.٥ = س^٢ + ٨ س \quad | \quad ت = ٥ س^٢ + ٣٢ س$$

$$٢ = س \leftarrow ٨ = س^٢ \leftarrow ٨.٥ = س^٢ + ٣٢ س$$



(٣٣) اوجد ارتفاع الاسطوانة ذات اكبر حجم والتي يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها (٣√٣) سم

الحل :

$$٤ = \pi \text{ نوه}^٢$$

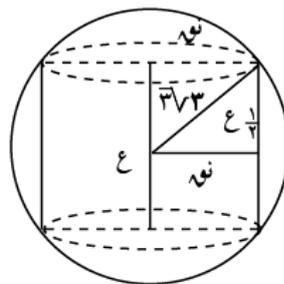
$$٤ \times \left(\frac{٢٤}{٤} - ٢٧ \right) \pi = ٤$$

$$\left(\frac{٢٤}{٤} - ٤٢٧ \right) \pi = ٤$$

$$٠ = \left(\frac{٢٤٣}{٤} - ٢٧ \right) \pi = ٤$$

$$٠ = \frac{٢٤٣}{٤} - ٢٧ \leftarrow$$

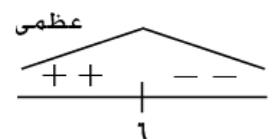
$$٦ = ٤ \leftarrow$$



$$٢(٣√٣) = ٢(نوه) + ٢(٤)$$

$$٢(٣√٣) = ٢نوه + \frac{٢٤}{٤}$$

$$\frac{٢٤}{٤} - ٢٧ = ٢نوه$$

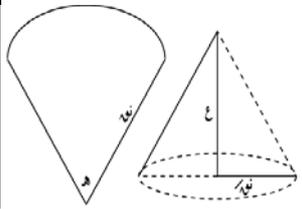


الربح = البيع - التكاليف

$$r = (2000 + 50s) - (2000 - 100s)$$

$$0 = (50) - (100s - 2000) = 1500 = 100s$$

٣٨) قطاع دائري زاويته المركزية (هـ) بالدائري ونصف قطر دائرته (نوه) حول الى مخروط دائري قطره قاعدته (نوه) وارتفاعه (ع) ، احسب قيمة (هـ) التي تجعل للمخروط الناتج اكبر حجم ما يمكن

الحل :

طول القوس القطاع =

محيط الدائرة

$$نوه = 2\pi هـ$$

$$نوه = \frac{نوه}{\pi هـ}$$

$$ع = \sqrt{نوه^2 - هـ^2}$$

$$ع = \sqrt{\frac{نوه^2}{\pi^2 هـ^2} - هـ^2}$$

$$ع = \sqrt{\frac{نوه^2 - \pi^2 هـ^4}{\pi^2 هـ^2}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{نوه^2 - \pi^2 هـ^4}{\pi^2 هـ^2}}$$

$$ع = \frac{نوه}{\pi هـ} \sqrt{1 - \pi^2 هـ^2}$$

$$ع = \frac{1}{\pi} نوه$$

$$\frac{نوه}{\pi هـ} \sqrt{1 - \pi^2 هـ^2} = ع$$

$$ع = \frac{نوه}{\pi هـ} \sqrt{1 - \pi^2 هـ^2}$$

لكن المثلثين لـهـ

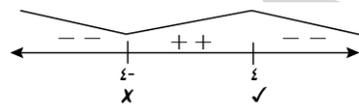
يشابه هـ

من التشابه

$$\frac{س}{ص} = \frac{ع}{هـ}$$

$$س = \frac{ع}{هـ} ص$$

$$س = \frac{ع}{هـ} ص$$



$$2 = 80 - (3س + 2ص)$$

$$2 = 80 - (3س + 2ص)$$

$$2 = 80 - 3س - 2ص$$

$$2 = 80 - 3س - 2ص$$

$$2 = 80 - 3س - 2ص$$

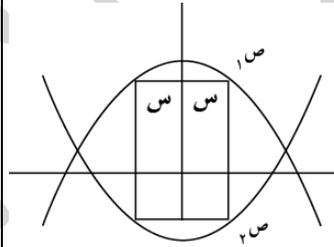
$$س = 48 - 2ص$$

$$س = \frac{24}{4} = \frac{24}{س}$$

٣٦) اوجد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المنحنيين

وهـ = 10 - س^٢ ، هـ = س^٢ - ٨ واضلاعه

موازية للمحاور

الحل :

$$وه = س^2 - 8$$

$$س = س$$

$$وه = س^2 - 8$$

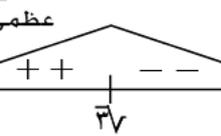
$$س^2 = (س - ص)$$

$$س^2 = (س - 10)$$

$$س^2 = (س - 18)$$

$$س = 36 - 2س$$

$$س = 36 - 2س$$



٣٧) يبيع مصنع (س) قطعة اسبوعيا بسعر

(2000 - 100س) ، اذا كانت التكلفة هي

(500 + 200س) ، فما عدد القطع التي يجب ان ينتجها

اسبوعيا حتى يكون ربحه اكبر ما يمكن

الحل :

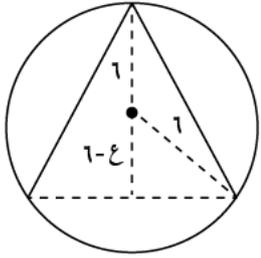
سعر بيع (س) من القطع = س × (السعر)

$$س = (2000 - 100س)$$

$$س = 2000 - 100س$$

(٤١) ما اكبر حجم مخروط دائري يمكن رسمه داخل كرة نصف قطرها (٦) سم

الحل :



$$ع = \frac{\pi}{3} \text{نوه}^2$$

$$ع \times (\frac{2}{3}ع - \frac{4}{3}) = \frac{\pi}{3}$$

$$0 = (\frac{2}{3}ع^2 - \frac{4}{3}ع) \times \frac{\pi}{3}$$

$$0 = \frac{2}{3}ع^2 - \frac{4}{3}ع$$

$$0 = (ع - 2) \times \frac{2}{3}ع$$

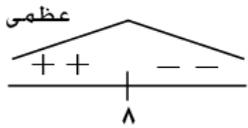
$$ع = 2 \text{ ←}$$

$$ع = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 2$$

$$ع = \frac{8\pi}{3}$$

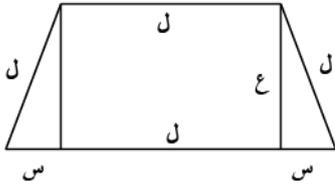
$$\text{نوه}^2 = (6 - ع)^2 - 6^2$$

$$\text{نوه}^2 = 6^2 - ع^2$$



(٤٢) اذا كانت اطوال ثلاث اضلاع لشبه المنحرف متساوية ، اثبت ان مساحة شبة المنحرف تكون اكبر ما يمكن عندما يكون طول الضلع الرابع ضعف طول أي ضلع من اضلاع الثلاث الاخرى

الحل :



مساحة شبه المنحرف

$$ع = \frac{1}{2} \times \text{مجموع القاعدتين} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$0 = 1 \times \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ + \frac{س^2 - ل^2}{2} \times (س + ل)$$

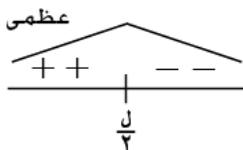
$$\frac{1}{2} (س + ل) \times هـ = \frac{س^2 - ل^2}{2} \times (س + ل) \Rightarrow هـ = \frac{س^2 - ل^2}{س + ل}$$

$$0 = 2س^2 - 2س ل + 2ل^2$$

$$0 = (س - ل)(س + ل)$$

$$س = ل \text{ (مستطيل)}$$

$$س = \frac{ل}{2} + \frac{ل}{2} + ل = \frac{3ل}{2}$$



(٣٩) نريد صنع وعاء اسطواني الشكل قاعدته دائرية ومفتوح من الاعلى لتكون السعة (٤٠٤) سم^٣ ، اذا كانت تكلفة السنتمتر من الجوانب (قرشين) ومن القاعدة (٤) قروش ، احسب ابعاد الوعاء لتكون تكلفه صناعته اقل ما يمكن

الحل :

$$\pi \times ٤ \times ٤ = ع \times \pi \times ٤$$

$$ع = \frac{٥٤}{٢ \text{نوه}}$$

$$ع = ٢ \pi \times \text{نوه} + ع \times \text{نوه}^2$$

$$ع = ٢ \pi \times \text{نوه} + ع \times \text{نوه}^2$$

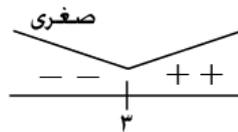
$$ع = ٢ \pi \times \text{نوه} + \frac{٥٤}{\text{نوه}} \times \pi \times \text{نوه} = ٢ \pi \times \text{نوه} + ٥٤ \pi$$

$$ع = ٢ \pi \times \text{نوه} + \frac{٥٤ \times \pi \times ٤}{\text{نوه}}$$

$$ع = ٢ \pi \times ٨ + \frac{\pi \times ٥٤ \times ٤}{٢ \text{نوه}}$$

$$٨ \text{نوه}^3 = ٢١٦ = ٢٧ \text{نوه}^2 \Rightarrow \text{نوه} = ٣$$

$$ع = \frac{٥٤}{٢(٣)} = ٩$$



(٤٠) مثلث متساوي الساقين محيطه (١٢) سم ، ما اكبر مساحة ممكنة

الحل :

$$ع = \frac{1}{2} \times ل \times هـ$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

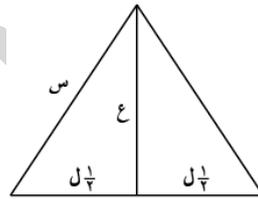
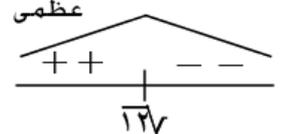
$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$0 = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ - \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$١٢ = ٢ع$$

$$ع = ٦$$

$$ع = ٦$$



$$١٢ = ل + س + س$$

$$ل - ١٢ = ٢س$$

$$س = \frac{ل}{2} - ٦$$

$$٢س = \left(\frac{ل}{2} - ٦\right) + ٢ع$$

$$\left(\frac{ل}{2} - ٦\right) = \frac{ل}{4} + ٢ع$$

$$\frac{ل}{4} + ١٢ - ٣٦ = \frac{ل}{4} + ٢ع$$

$$\left(\frac{ل}{4} - ٣٦\right) = ٢ع$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

$$ع = \frac{1}{2} (س + ل) \times هـ$$

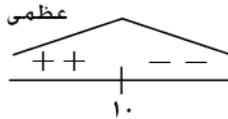
$$ع = ٦$$

$$\frac{1}{4}س^2 - 5س + 100 = 0 \times (2 -)$$

$$س^2 + 20س - 200 = 0$$

$$0 = (س + 20)(س - 10)$$

عظمى



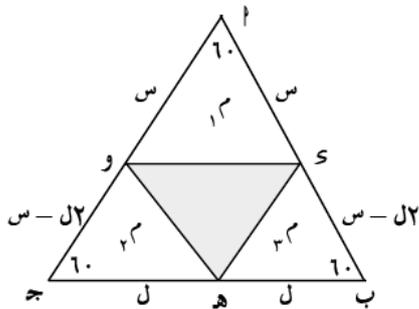
$$10 = س \quad \leftarrow س = 20 \quad \text{و} \quad س = 10$$

$$ص = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

$$2 = \frac{1}{4}س^2 = \frac{1}{4}(10 + 20) \cdot 5\sqrt{2} = 2$$

(٤٥) ا ب ج مثلث متساوي الاضلاع طولاه (١٢) ،
 د ، هـ ، و ثلاث نقاط على ا ب ، ب ج ، ج ا بحيث
 د و ب ج ، هـ (منتصف ب ج ، اثبت ان اكبر
 مساحة مثلث د هـ و = $\frac{1}{4}$ مساحة المثلث ا ب ج

الحل :



$$مساحة \Delta د هـ و = مساحة \Delta ا ب ج - (مساحة \Delta ا د و + مساحة \Delta ا هـ و + مساحة \Delta ب د هـ و)$$

$$\frac{1}{4}س^2 = \frac{1}{4}(12 - س)^2 + \frac{1}{4}(12 - س)^2 + \frac{1}{4}(12 - س)^2$$

$$س^2 = 3(12 - س)^2$$

$$س^2 = 3(144 - 24س + س^2)$$

$$س^2 = 432 - 72س + 3س^2$$

$$س^2 = 432 - 72س + 3س^2$$

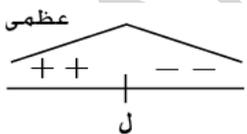
$$0 = 2س^2 - 72س + 432$$

$$\leftarrow س = 18$$

$$مساحة \Delta ا ب ج = \frac{1}{4}س^2 = \frac{1}{4}(18)^2 = 81$$

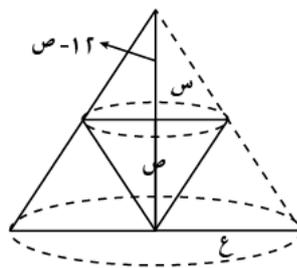
$$مساحة \Delta ا ب ج = 81$$

$$مساحة \Delta ا ب ج = 81$$



(٤٣) اوجد اكبر حجم مخروط يمكن رسمه داخل مخروط قائم نصف قطر قاعدته (٤) سم وارتفاعه (١٢) سم بحيث يقع رأس المخروط الداخلي على مركز القاعدة الخارجي

الحل :



$$ع = \frac{1}{4}س^2$$

$$ع = \frac{1}{4}س^2 = \frac{1}{4}(12 - س)^2$$

$$ع = (س^2 - 6س + 36) \cdot \frac{1}{4}$$

$$ع = \frac{1}{4}(س^2 - 6س + 36)$$

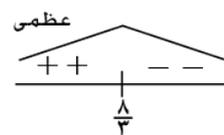
$$\frac{ع}{12} = \frac{س}{12 - س}$$

من تشابه المثلثات

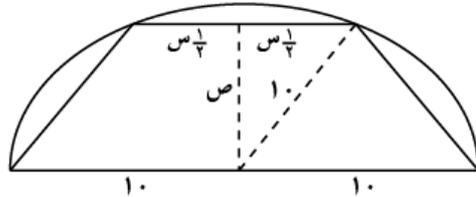
$$ع(12 - س) = 12س$$

$$ع = \frac{12س}{12 - س}$$

$$ع = \frac{1}{4}س^2 = \frac{12س}{12 - س}$$



(٤٤) دائرة نصف قطرها (١٠) سم ، احسب مساحة اكبر شبه منحرف مرسوم داخلها بحيث الرأسان ب ، ج على نهايتي قطر الدائرة والرأسان د ، هـ على محيط الدائرة



الحل :

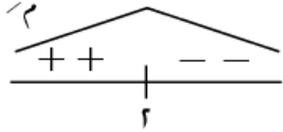
$$ع = \frac{1}{4}س^2 = \frac{1}{4}(10 - س)^2$$

$$2 = 2(s_1 - s_2) \\ 2 = 2(s_1 - 36 - s_2) \\ 2 = 2s_1 - 72 - 2s_2$$

$$2 = 2s_1 - 72 - 2s_2$$

$$2 = 2s_1 - 72 - 2s_2$$

$$2 - 2 = 2s_1 - 72 - 2s_2 - 2 \\ 0 = 2s_1 - 74 - 2s_2$$



عظمى عند $s = 2$

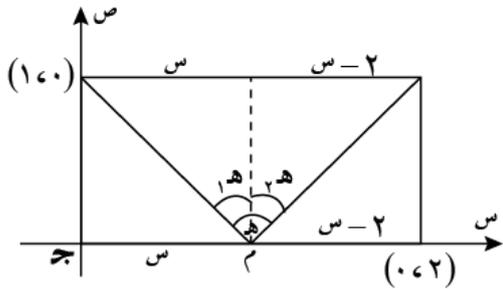
∴ بعدا المستطيل هما

$$2 = 2 \times 2 = 4$$

$$24 = 8 - (4 - 36) = s_1 - s_2$$

(٤٩) يمثل الشكل التالي المستطيل AB ج s ، حيث
ب $(0, 2)$ ، $s(1, 0)$ ، اذا فرضت النقطة (2) على
الضلع AB وعلى بعد (s) من نقطة الاصل
(ج) ووصل 2 ، s فتكونت الزاوية المتغيرة $(هـ)$
، جد قيمة (s) التي تجعل $(هـ)$ في نهايتها العظمى

الحل :



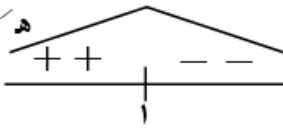
$$هـ = هـ_1 + هـ_2 \Leftarrow \text{ظاهر} = \text{ظا} (هـ_1 + هـ_2)$$

$$\frac{\frac{s}{(s-2)} + \frac{1}{1}}{\frac{1}{(s-2)} - \frac{1}{1}} = \frac{\text{ظا} + \text{ظا}_2}{\text{ظا} - \text{ظا}_2}$$

$$\frac{2}{2(1-s)} = \frac{2}{1+s-2} =$$

$$\frac{4}{3(1-s)} = \frac{(1-s)2 \times 2 -}{4(1-s)}$$

هـ غير موجودة عند $s = 1$



(٤٦) اذا كان مجموع عدد مع ثلاثة امثال عدد اخر يساوي
(٦٠) ، جد العددين بحيث يكون حاصل ضربهما
اكبر ما يمكن

الحل :

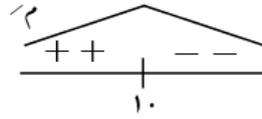
نفرض العددين : $s, 60 - s$

$$s + 3s = 60 \Rightarrow s = 15$$

$$s \times 3s = 2$$

$$2 = 3s - 60 = s \times (3s - 60)$$

$$2 = 3s - 60 = s \Rightarrow s = 10$$

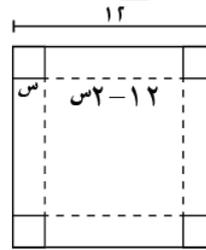


عظمى عند $s = 10$

$$s = 10 \times 3 - 60 = 30$$

(٤٧) صفيحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها (١٢) سم
قص من زواياها الاربعة اربعة مربعات متساوية طول
ضلعها (s) ثم طوينا الجوانب بحيث اصبحت الصفيحة
بشكل عليية مفتوحة من الاعلى ، جد قيمة (s) ليكون
حجم العلبه اكبر ما يمكن

الحل :



$$ع = s(12-2s)(12-2s)$$

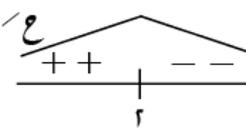
$$ع = 4s^3 - 48s^2 + 144s$$

$$ع = 12s^2 - 96s + 144 = 0$$

$$s^2 - 8s + 12 = 0$$

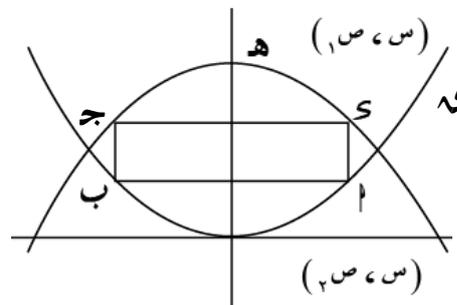
$$s = 2, 6$$

عظمى عند $s = 2$



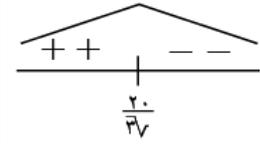
(٤٨) AB ج s مستطيل يقع داخل المنحنيين
وه $(s) = 2s^2$ ، هـ $(s) = 36 - s^2$ بحيث
يقع رأساه $هـ$ ، $ب$ على منحنى وه ورأساه $ج$ ، $د$ يقعان
على منحنى (هـ) ، جد بعدي المستطيل AB ج s لتكون
مساحته اكبر ما يمكن

الحل :



$$\left(\frac{2}{3}\epsilon - 200\right) = \epsilon \times \left(\frac{2}{3}\epsilon - 200\right) = \epsilon$$

$$0 = \frac{2}{3}\epsilon^2 - 200\epsilon = \epsilon$$



$$\frac{200}{3\sqrt{3}} = \epsilon \leftarrow$$

$$\frac{200}{3\sqrt{3}} = \epsilon \leftarrow \text{عظمى عندما } \frac{200}{3\sqrt{3}} = \epsilon$$

٥٢) قطعة ارض مستطيلة الشكل محيطها (٦٠٠) متر ، جد بعدي قطعة الارض لتكون مساحتها اكبر ما يمكن

الحل :

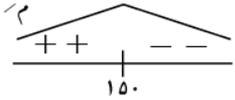
$$2 = \text{مس} \times \text{ص} \text{ لكن : } 2 = \text{ص}^2 + \text{س}^2$$

$$\text{س} + \text{ص} = 300 \leftarrow \text{ص} = 300 - \text{س}$$

$$2 = \text{مس} \times (\text{س} - 300) = \text{س}^2 - 300\text{س}$$

$$2 = \text{س}^2 - 300\text{س} \leftarrow 0 = \text{س}^2 - 300\text{س} - 2$$

$$\text{عظمى عند } \text{س} = 150$$



٥٣) مثلث طول اضلعي فيه (٥) سم ، (٧) سم والزاوية المحصورة بينهما (هـ) ، جد قيمة (هـ) التي تجعل مساحة المثلث اكبر ما يمكن

الحل :

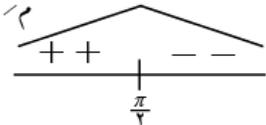


$$2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \sin \text{هـ} = \frac{35}{2} \sin \text{هـ}$$

$$2 = \frac{35}{2} \sin \text{هـ} \leftarrow \sin \text{هـ} = \frac{4}{35}$$

$$\text{هـ} = \frac{4}{35} \text{ ، } \frac{\pi}{3}$$

$$\text{عظمى عند } \text{هـ} = \frac{\pi}{3}$$



٥٤) اذا كانت النقطة م (س١ ، ص١) تقع في الربع الاول

من المستوى الديكارتي ، فجد معادلة المستقيم المار

بالنقطة م (س١ ، ص١) ويصنع مع المحور السيني

والصادي نقطة الاصل مثلث مساحته اقل ما يمكن

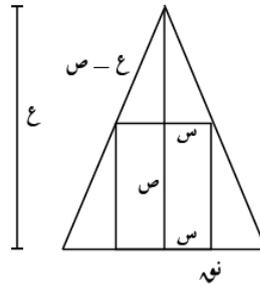
الحل :

$$2 = \frac{1}{2} \text{س} \times \text{ص}$$

$$\text{لكن : } \frac{\text{ص}}{\text{س} - \text{س}١} = \frac{\text{ص}١}{\text{س} - \text{س}١} \leftarrow \text{ص} = \frac{\text{ص}١ \text{س}}{\text{س} - \text{س}١}$$

٥٥) اثبت ان اكبر حجم لاسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم يساوي $\left(\frac{4}{9}\right)$ حجم المخروط

الحل :



$$\text{ع} = \pi \text{س}^2 \text{ص}$$

$$\text{لكن : } \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} = \frac{\text{ع} - \text{ص}}{\text{س}}$$

$$\text{ع} - \text{نوه} = \text{ص} - \text{نوه} = \text{ع} - \text{ص}$$

$$\text{ع} - \text{نوه} = \text{ع} - \text{ص} \leftarrow \text{ص} = \text{نوه}$$

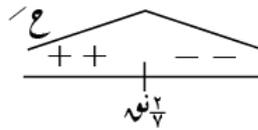
$$\text{ع} (\text{نوه} - \text{س}) = \text{ص} (\text{نوه} - \text{س}) \leftarrow \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} = (\text{نوه} - \text{س})$$

$$\therefore \text{ع} = \pi \text{س}^2 \times \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} (\text{نوه} - \text{س})$$

$$= \frac{\pi \text{ع}}{\text{نوه}} (\text{نوه}^2 \text{س} - \text{نوه} \text{س}^2)$$

$$0 = \frac{\pi \text{ع}}{\text{نوه}} (\text{نوه}^2 \text{س} - \text{نوه} \text{س}^2 - \text{ع} \text{س}^2)$$

$$0 = \text{نوه}^2 \text{س} - \text{نوه} \text{س}^2 - \text{ع} \text{س}^2 \leftarrow 0 = \text{س} (\text{نوه}^2 - \text{نوه} \text{س} - \text{ع} \text{س})$$



$$\text{ع} = \text{س} = \frac{\text{ع}}{2} \text{ ، } \text{س} = \frac{\text{ع}}{2}$$

$$\text{عظمى عند } \text{س} = \frac{\text{ع}}{2}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{نوه}} (\text{نوه} - \frac{\text{ع}}{2}) = \frac{\text{ع}}{3} \times \frac{\text{ع}}{2} = \frac{\text{ع}^2}{6}$$

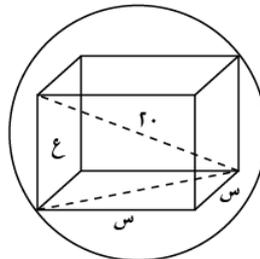
$$\therefore \text{ع} = \pi \text{س}^2 \text{ص} = \pi \left(\frac{\text{ع}}{2}\right)^2 \times \frac{\text{ع}}{6} = \frac{\pi \text{ع}^3}{24}$$

$$\text{ع} = \frac{4}{9} \left(\frac{\pi \text{ع}^2 \text{نوه}}{3}\right) \times \frac{\text{ع}}{9} = \frac{4}{9} \text{حجم المخروط}$$

٥٦) كرة مصممة نصف قطرها (١٠) سم وضع بداخلها متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه (ع) سم ، جد ابعاد متوازي المستطيلات ليكون حجمه

اكبر ما يمكن

الحل :



$$\text{ل}^2 = \text{س}^2 + \text{س}^2 = 2\text{س}^2$$

$$20 = 2\text{ل} + 2\text{ع} \leftarrow \text{ل} = 10 - \text{ع}$$

$$400 = 2\text{ع} + 2\text{س}^2$$

$$2\text{س}^2 = 400 - 2\text{ع} \leftarrow \text{س}^2 = 200 - \text{ع}$$

$$\text{ع} = \text{س} \times \text{س} \times \text{ع} = \text{ع}^2 \text{س}$$

$$س^2 = 6 - 9 \Leftrightarrow 6 - 9 = س^2$$

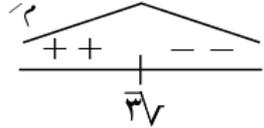
$$\Leftrightarrow 6 - 9 = س^2$$

$$\therefore 6 - 9 = س^2 \Rightarrow 6 - 9 = س^2$$

$$6 - 9 = س^2 \Rightarrow 6 - 9 = س^2$$

$$3 = س^2 \Leftrightarrow 3 = س^2$$

$$\sqrt{3} = س \Leftrightarrow \sqrt{3} = س$$



$$\sqrt{3} = س$$

$$1 = (3 - 9) \frac{1}{4} = ص$$

$$\frac{1}{4} = 1 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{4} = 2 \therefore$$

٥٦) يمثل الشكل التالي الشكل الرباعي ٢ ب ج د الذي فيه

الضلع ٢ ب ثابت وطوله (٢) سم وفيه ٢ س ثابت وطوله

(١) سم الا ان وضعه متحول ، يمكنه ان يدور في مستوى

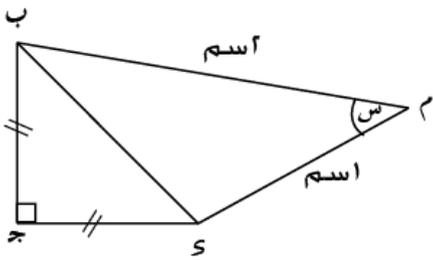
الشكل حول النقطة (٢) ويصنع مع الضلع الثابت ٢ ب

زاوية قدرها (س) ، اما الزاوية ٢ ج د فهي قائمة ،

والضلعان ج د متساويان دوما ، جد قيمة (س) التي

تجعل مساحة الشكل الرباعي عندها اكبر ما يمكن

الحل :



$$\text{المساحة} = \text{مساحة } \triangle(س ب د) + \text{مساحة } \triangle(ب ج د)$$

$$2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$2 = 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$\text{لكن : } (ب د) = 3 + 3 = 6$$

$$\text{وايضا } (ب د) = 6 = 3 + 3 = 6$$

$$5 = 4 - 3$$

$$\therefore 2 = 4 - 3 = 1$$

$$\frac{1}{4} = 3 - 4 = -1$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$2 = 3 - 3 = 0$$

$$2 = [3 - 3] = 0$$

$$2 = (3 - 3 - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3$$

$$2 = \frac{3 \times 3}{3} = \frac{3 \times 3}{3} = 3$$

لايجاد معادلة المساحة المستقيم المار بالنقطتين

$$(2, 0), (0, 3)$$

$$2 = \frac{3 - 0}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\text{المعادلة : } 2 = 3 - 3$$

$$2 = 3 - 3 = 0$$

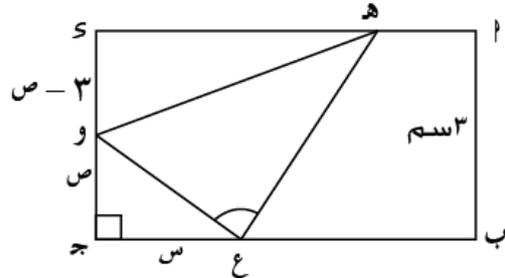
٥٥) يمثل الشكل التالي المستطيل ا ب ج د الذي فيه

ا ب = ٣ سم ، طويت الزاوية ٢ ج د حتى انطبق

الرأس (د) على المستقيم ب ج في النقطة (ع) ، جد

اكبر مساحة ممكنة للمثلث ٢ ج ع

الحل :



$$2 = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{لكن : } ع = 3 \text{ و } س = 3$$

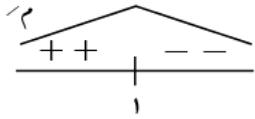
$$\therefore 2 = 3 + 3 = 6$$

$$2 = 3 + 3 = 6$$

$$2 = (3 + s)(9 - s^2)$$

$$2 = 9s - s^3 + 27 - 27s^2 + 3s^3 - 27s^2$$

$$2 = 9s - s^3 + 27 - 27s^2 + 3s^3 - 27s^2$$



$$0 = 3 - s^2 + 2s^2$$

$$0 = (3 + s)(1 - s)$$

$$s = 3 \text{ or } s = -1$$

$$2 = (3 + 1)(1 - 9) = 8 \times 4 = 32$$

(٥٦) وجد مصنع اثاث ان التكلفة الكلية بالدينار للانتاج الاسبوعي لغرف النوم عددها تقدر بالاقتران لـ (س) = $3s^2 - 27s + 27$ ، واذا بيعت كل غرفة نوم بسعر (٢٨٠٠) دينار ، فما الانتاج الاسبوعي للمصنع الذي يجعل الربح اكبر ما يمكن

الحل :

$$\text{الايراد الكلي} = 2800 \times s = 2800s$$

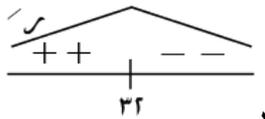
$$\text{الربح} = \text{الايراد} - \text{التكاليف}$$

$$r = 2800s - (3s^2 - 27s + 27)$$

$$r = 2800s - 3s^2 + 27s - 27$$

$$r = 2800s - 3s^2 + 27s - 27$$

$$0 = 960 - 2s - 3s^2$$



$$0 = (30 + s)(32 - s)$$

$$s = 32 \text{ or } s = -30$$

$$\text{عظمى عند } s = 32$$

(٦٠) نافذة على شكل مستطيل يعلو نصف دائرة محيطها (٦) امتار ، اذا كان الزجاج الذي على شكل نصف دائرة ملونا ويسمح بادخال نصف كمية الضوء الذي يسمح بادخاله الزجاج العادي الذي يكون الجزء المتبقي من ان النافذة ، جد ابعاد المنطقة المستطيلة للنافذة بحيث يسمح بادخال اكبر كمية ممكنة للضوء

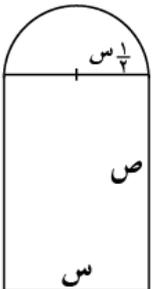
الحل :

$$\text{كمية الضوء} =$$

$$\text{ضوء المستطيل} + \text{ضوء نصف الدائرة}$$

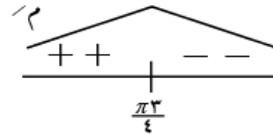
$$لـ = 1 \times \text{مساحة المستطيل}$$

$$+ \frac{1}{2} \times \text{مساحة نصف الدائرة}$$



$$2 = 2 = \text{جاس} + \frac{1}{4} - \text{جاس}$$

$$2 = \text{جاس} + \text{جاس} = 0 = \text{جاس}$$



$$2 = s = 315$$

$$\text{عظمى عند } s = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{عظمى عند } s = \frac{\pi^2}{4}$$

(٥٧) اتفقت احدى الجامعات مع شركة سياحية لتسيير رحلة الى العقبة بان يدفع كل شخص (٦٥) دينار ، اذا كان عدد المشتركين في الرحلة (١٠٠) شخص واذا زاد عدد المشتركين عن (١٠٠) شخص فان الشركة تخفض نصف دينار عن كل مشترك جديد ، جد عدد المشتركين في الرحلة ليكون ايراد الشركة اكبر ما يمكن

الحل :

$$\text{نفرض العدد الزيادة} = s$$

$$\text{عدد المشتركين} = 100 + s$$

$$\text{التكاليف للشخص} = 65 - \frac{1}{4}s$$

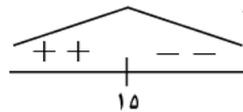
التكاليف :

$$t = (100 + s)(65 - \frac{1}{4}s)$$

$$t = 1 \times (65 - \frac{1}{4}s) + \frac{1}{4}s \times (100 + s)$$

$$0 = 65 - \frac{1}{4}s + 25 + \frac{1}{4}s^2$$

$$0 = s - 15 = 15 = s$$



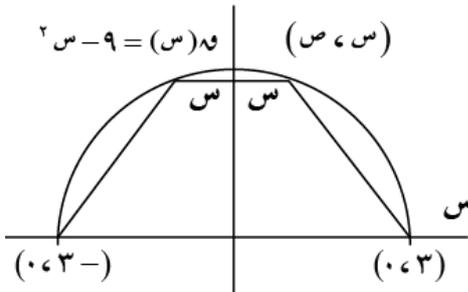
$$\text{عظمى عند } s = 15$$

$$\therefore \text{عدد المشتركين} = 100 + 15 = 115$$

(٥٨) جد اكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف والذي يمكن رسمه فوق محور السينات حيث يكون احدى قاعدتي على محور السينات ورأساه الاخرين على الاقتران

$$9 - s^2 = (s)$$

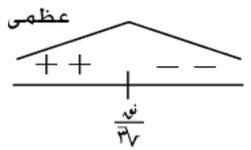
الحل :



$$9 - s^2 = 0 = s = 3 \pm$$

$$2 = \frac{1}{4} \times (2 + s) \times (6 + s) = s \times (3 + s)$$

عظمى



$$2\pi/3 = 2\pi/3 \leftarrow 0 = 2\pi/3 - 2\pi/3$$

$$\frac{2\pi/3}{3\sqrt{3}} = \frac{2\pi/3}{3} \leftarrow \frac{2\pi/3}{3} = \frac{2\pi/3}{3}$$

$$\therefore (\text{نوه}) = 2\pi/3 - 2\pi/3 = 2\pi/3 - 2\pi/3 = 0$$

$$\text{نوه} = \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}}$$

محيط الدائرة المخروط = طول قوس القطاع

$$2\pi \text{نوه} = \text{نوه} \times \text{هـ}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} \pi 2 = \text{هـ} \leftarrow \text{هـ} \times \text{نوه} = \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} \pi 2$$

$$\text{لـ} = \text{س} \text{ص} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{لـ} = \text{س} \text{ص} + \frac{\pi}{27}$$

$$\text{لكن : س} + 2\text{ص} + \frac{1}{3}\pi \text{س} = 2 \times 6 = 12$$

$$12 = \text{س} + 2\text{ص} + \frac{1}{3}\pi \text{س}$$

$$4\text{ص} = 12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{4}(12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س})$$

$$\therefore \text{لـ} = \text{س} + \frac{1}{4}(12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س}) + \frac{\pi}{27}\text{س}$$

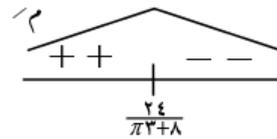
$$\text{لـ} = \frac{1}{4}(2\text{س} - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س} + 12) + \frac{\pi}{27}\text{س}$$

$$\text{لـ} = \frac{1}{4}(12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س}) + \frac{\pi}{27}\text{س}$$

نضرب الطرفين بـ (4) :

$$4\text{لـ} = 12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س} + \frac{4\pi}{27}\text{س}$$

$$24 = 12 - \text{س} - \frac{1}{3}\pi \text{س} + \frac{4\pi}{27}\text{س}$$



$$\text{س} \leftarrow \frac{24}{\pi^3 + 8}$$

$$\text{وبالتعويض : ص} = \frac{\pi^3 + 12}{\pi^3 + 8}$$

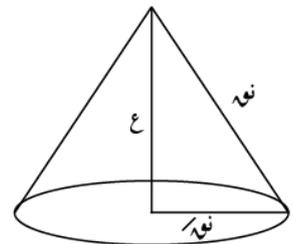
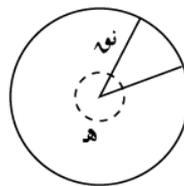
(63) قطاع دائري زاويته المركزية بالتقدير الدائري (هـ)

ونصف قطر دائرته (نوه) حول الى مخروط دائري قائم

نصف قطر قاعدته نوه وارتفاعه (ع) ، جد قيمة

(هـ) التي تجعل للمخروط الناتج اكبر حجم ممكن

الحل :



$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \pi \text{نوه}^2 \times \text{ع}$$

$$\text{لكن : (نوه)} = \sqrt{2\text{ع} - \text{ع}^2}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{1}{3} \pi (2\text{ع} - \text{ع}^2) \times \text{ع} = \frac{1}{3} \pi (2\text{ع}^2 - \text{ع}^3)$$

$$\text{ع} = \frac{1}{3} \pi (2\text{ع}^2 - \text{ع}^3) = 0$$

مراجعة نهائية :

(١) ما قيمة النهايات التالية :

$$(أ) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{|s-2|}{(s-2)(s+2)}$$

$$(ب) \lim_{s \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan 2s}{\pi s - 2}$$

$$(ج) \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{s+4} - \sqrt{s}}{s+2}$$

$$(٢) (أ) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 2} \frac{5+(s)}{2+s} = 9 \text{ وكانت}$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{10+(s)}{2+s} = 15 \text{ ، فما قيمة } (ب)$$

$$(ب) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 + 2s - 12}{s-2} = \begin{cases} s > 2 \\ s \leq 2 \end{cases} \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 2} \frac{5+s}{2+s} = \begin{cases} s > 2 \\ s \leq 2 \end{cases}$$

فما قيم a ، b التي تجعل نهاية (s) موجودة

$$(٣) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 2s + 5}{s-3} = \begin{cases} s \leq 2 \\ s > 2 \end{cases} \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s+3}{s^2 + 2s + 1} = \begin{cases} s > 1 \\ s \geq 1 \end{cases}$$

ابحث في الاتصال على (ع)

$$(٤) (أ) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 5} \sqrt{s+5} = 5 \text{ ، باستخدام تعريف المشتقة احسب } (ب)$$

$$(ب) \text{ إذا كان متوسط } f \text{ في } [2, 4] = 5 \text{ ومتوسط } f \text{ في } [2, 7] = 7 \text{ ، احسب متوسط } f \text{ في } [2, 7]$$

$$(٥) (أ) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 1} (1+s) = 2 \text{ وكانت } s < 0 \text{ ،}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{8}{s} = 4 \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{8}{s} = 8 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{8}{s}$$

عندما $s = 8$

$$(ب) \text{ إذا كانت } s^2 + s + s^2 = 3 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s}$$

$$(٦) (أ) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + s) = 0 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2)$$

$$(ب) \text{ إذا كانت } s^2 + 2s - 3 = 1 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2}{s}$$

$$(ج) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 8s) = 8 \text{ ، وكانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 2s) = 2 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2)$$

$$(د) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 2s) = 2 \text{ ، وكانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 3s) = 3 \text{ ، فما قيمة } (١)$$

$$(٧) (أ) \text{ إذا كان } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + 5s}{s} = \begin{cases} s \leq 2 \\ s > 2 \end{cases} \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + 3s}{s} = \begin{cases} s > 2 \\ s \leq 2 \end{cases}$$

وه قابل للاشتقاق عندما $s = 2$ ، فما قيم a ، b

$$(ب) \text{ إذا كانت } s = 5 \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 5} s = 5 \text{ ، أثبت ان : } \lim_{s \rightarrow 5} \left(\frac{s^3}{s} + s \right) = 3s^2$$

$$(٨) (أ) \text{ إذا كانت } s = 5 \text{ ، أثبت ان : } \lim_{s \rightarrow 5} (2s^2 - 2s) = 2s^2$$

$$(ب) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 2s) = 2 \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 3s) = 3 \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 5s) = 5 \text{ ، } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 7s) = 7 \text{ ، أثبت ان :}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^4}$$

$$(ج) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 0} (s^2 + 2s) = 2 \text{ ، أثبت ان : } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{(s-1)^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2}$$

$$(٩) \text{ اوجد النقاط التي على منحنى } y = \frac{s^2}{s+2}$$

التي يكون المماس افقيا

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq s \text{ ، } 6 - s + 2s \\ 2 > s \text{ ، } 2 + s \end{array} \right\} = \text{ج) اذا كان } s$$

وكان s متصل وكانت $s = 3$ ، احسب :

$$(1) \text{ قيم } s \text{ ، } (2) \text{ القيم القصوى}$$

$$\left. \begin{array}{l} s > 0 \text{ ، } (1+s)^2 \\ s \leq 0 \text{ ، } 3s^2 - 2s + 1 \end{array} \right\} = \text{د) اذا كان } s$$

وكانت s موجودة ، احسب :

$s \leftarrow$

$$(1) \text{ قيم } (s) \text{ ، } (2) \text{ القيم القصوى}$$

حلول بعض اسئلة المراجعة النهائية :

جواب سؤال (1) فرع (أ) :

$$\begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\frac{s(3-s)}{6} = \frac{(s+4)(s-2)}{(s-2)(s-4)}$$

جواب سؤال (1) فرع (ب) :

$$\frac{\text{جنا } s}{(\pi + 4s)(\pi - 4s)} = \frac{\text{جنا } s}{(\pi 2)(\pi - 4s)}$$

$$\frac{\text{جنا } s}{(\pi 2)(\frac{\pi}{4} - 2s)} = \frac{\text{جنا } s}{(\pi 2)(\pi - 4s)}$$

$$\frac{\text{جنا } s}{(\pi 2)(\frac{\pi}{4} - 2s)} = \frac{\text{جنا } s}{(\pi 2)(\pi - 4s)}$$

$$\frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\pi 4} = \frac{\text{جنا } s}{(\pi 2) 2 - \frac{\pi}{4}}$$

جواب سؤال (1) فرع (ج) : الضرب بالمرافق

$$\frac{1 + \sqrt{3} - (\sqrt{3})^2}{1 + \sqrt{3} - (\sqrt{3})^2} \times \frac{(1 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}{(1 + s)s}$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(1+s)(6-)}{(3)(1+s)(s)}$$

$$(10) \text{ اذا كان } s = \frac{l(8+s)}{(s)} \text{ وكان كل من}$$

$$l \text{ ، } h \text{ مماس افقي عند } (4,1) \text{ ، فما قيمة } s$$

(11) قذف جسيم للأعلى من برج ارتفاعه (45) متر حسب

العلاقة : $f = 60 - 5t^2$ ، احسب سرعة الجسيم عندما يكون على ارتفاع (99) متر عن سطح الارض

(12) اذا كانت $e = 1 - f^2$ ، اثبت ان التسارع يساوي $(\frac{3}{4})$ عندما تنعدم السرعة

(13) اذا كانت $f = 64 - 5t^2$ وقذف الجسيم من

ارتفاع (80) متر ، احسب ما يلي :

(أ) اقصى ارتفاع

(ب) الزمن اللازم حتى يعود للقذف

(ج) الزمن اللازم حتى يعود للارض

(د) متى تصبح السرعة 20 / ث

(هـ) مجموعة قيم t بحيث $e < 0$

(14) اذا كانت $f = 2t(2-t)$ وكانت اكبر سرعة

عندما $t = 3$ ، فما المسافة عندما تنعدم السرعة

(15) احسب القيم القصوى لكل من :

$$(أ) s = (10 - s)^4$$

$$(ب) s = \frac{s}{1+s}$$

$$(ج) s = \sqrt{s}$$

$$(د) s = \text{جنا } s \text{ ، } s \in [\pi, 0]$$

(16) (أ) اذا كان $s = \sqrt{s}$ ، احسب معادلة المماس عندما

يتقاطع فيها المماس منحنى $l = 2s^2 - 1$ عندما

$$s = 1 \text{ لمنحنى } s$$

(ب) اذا كانت $e = 3f^2 - 5f$ ، احسب التسارع

$$\text{عندما } f = 5 \text{ متر}$$

س = -٤ غير متصل عندما (داخل الفترة)

الجواب النهائي: \varnothing متصل على $\mathbb{C} - \{٤, ١, ٢\}$

جواب سؤال (٧) فرع (ب) :

$$\frac{ص}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$= \frac{ص}{ص} \times \frac{١}{ص} = \frac{١}{ص} = \frac{١}{ص} - \frac{١}{ص}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{١}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{١}{ص}$$

الطرف الايمن :

$$\frac{١}{ص} \times \frac{ص}{ص} - \frac{ص}{ص} \times \left(\frac{ص}{ص} + \frac{ص}{ص} \right)$$

$$= \frac{١}{ص} - \frac{ص}{ص} - \frac{ص}{ص} - \frac{ص}{ص} = \frac{١}{ص} - ١ - ١ - ١ = \frac{١}{ص} - ٣$$

جواب سؤال (٨) فرع (ب) :

$$٢٢ + ٢ + ٢ = ٢٦$$

$$٢٢ + ٢ + ٢ = ٢٦ \dots (١)$$

اشتق مرة اخرى : $٢ + ٢ + ٢ = ٢٦$

$$٢ + ٢ + ٢ = ٢٦ \dots (٢)$$

$$\frac{٢}{ص} = \frac{٢}{ص} + \frac{٢}{ص}$$

$$\frac{٢}{ص} = \frac{٢}{ص} + \frac{٢}{ص} \dots (٢)$$

$$\frac{٢}{ص} = ٢ : ب ص$$

عوض في معادلة (٢)

جواب سؤال (٩) :

$$\frac{ص(٩ + ٢) - (٩ + ٢)ص}{ص(٩ + ٢)}$$

$$\frac{ص(٩ + ٢) - (٩ + ٢)ص}{ص(٩ + ٢)} = ٠$$

$$٢ - ٢ = ٠$$

$$٢ - ٢ = ٠ \therefore (٠, ٠)$$

جواب سؤال (٢) فرع (أ) :

النهاية موجودة والمقام = صفر

$$٠ = ٥ + (س) \Leftarrow \text{نهاية} = ٥ -$$

$$\text{لكن نهاية}^٢ (س) + \text{نهاية} = ١٥ =$$

$$\boxed{٥ = ٢} \Leftarrow ١٥ = ٢٢ - ٢٥$$

جواب سؤال (٢) فرع (ب) :

$$\text{نهاية موجودة} \Leftarrow \text{نهاية}^٢ + ٢ - ٢ = ٠$$

$$٩ = ١ \Leftarrow ٠ = ١٢ - ١٢$$

$$\text{نهاية} + ٥ = \frac{١٢ - ٤س}{٢ - س} = \frac{٢س + ١٢ - ٤س}{٢ - س}$$

$$٢ + ٥ = \frac{(٢ - س)(٦ + س)}{٢ - س} \Leftarrow \boxed{\frac{٣}{٢} = ب}$$

جواب سؤال (٣) :

$$\frac{٣ - س}{٣} \mid ٣ - س \mid ٣ - س$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \leq س \\ ٢ > س > ١ \\ ١ \geq س \end{array} \right\} = \varnothing$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \leq س \\ ٢ > س > ١ \\ ١ \geq س \end{array} \right\} = \varnothing$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \leq س \\ ٢ > س > ١ \\ ١ \geq س \end{array} \right\} = \varnothing$$

$$\text{عندما } س = ٢ \Leftarrow \varnothing = (٢) - ٢$$

$$\text{نهاية}^٢ س - ٢ = ٥ - ٢ = ٣ \text{ ، } \text{نهاية} - ٣ = ١ - ٢ = -١$$

غير متصل عندما س = ٢

$$\text{عندما } س = ١ \Leftarrow \varnothing = (١) - ١$$

$$\text{نهاية}^٣ س - ٣ = ٤ = ٤ \text{ ، } \text{نهاية} = \frac{١ + ٣س}{٤ + س} = \frac{١ + ٣(١)}{٤ + ١} = \frac{٤}{٥}$$

غير متصل عندما س = ١

$$٢ - ٢ = ٥ - ٥ = ٠ \text{ متصل على } (٢, \infty)$$

$$٣ - ٣ = ١ - ١ = ٠ \text{ متصل على } (-١, ٢)$$

$$\frac{١ + ٣س}{٤ + س} \text{ غير متصل على عندما } س = ٠ \text{ (خارج الفترة)}$$

جواب سؤال (١٠) :

$$v = \frac{(l + h)(h) - (h)(l + s)}{h}$$

$$(l) \text{ افقي عند } (4,1) \leftarrow l = (1) \quad \leftarrow l = (1) = 0$$

$$(h) \text{ افقي عند } (4,1) \leftarrow h = (1) \quad \leftarrow h = (1) = 0$$

$$v = \frac{32}{16} = \frac{0 - 4 \times (1 + 0)}{16} = \frac{0}{16} = 0$$

جواب سؤال (١١) :

$$f + \text{ البرج} = 99$$

$$99 = 45 + 2v - 60$$

$$0 = 9 + v - 2v \leftarrow 0 = 54 + 60 - 2v$$

$$1 = v, 9 = v \leftarrow 0 = (1 - v)(9 - v) \leftarrow$$

$$12 - 60 = 48$$

$$48 = (9) \text{ ت} \quad , \quad 48 = (1) \text{ ع} \quad \text{ت} / \text{ع} = 9$$

جواب سؤال (١٢) :

$$0 = 4 \quad , \quad 1 = f - 1 \quad , \quad 3 = f - 1 \quad \leftarrow f = 1$$

$$2 \text{ ت} = 3 - 2 \times 2$$

$$3 = f - 2 \text{ عندما } f = 1 \quad \leftarrow f = 3$$

جواب سؤال (١٣) :

$$32 - 64 = 4$$

$$(أ) \quad 2 = v \leftarrow 32 = 64 \leftarrow 0 = 4$$

$$(ب) \text{ زمن التحليق} = 2 \times \text{زمن اقصى ارتفاع} = 2 \times 2 = 4$$

$$(ج) \text{ ف} + \text{ل} = 0 \leftarrow 0 = 80 + 2v - 64 \leftarrow 0 = 16 + 2v$$

$$v = 8 \quad , \quad 5 = v \quad \text{تأمل} \quad \times 1 = v$$

$$(د) \text{ الصعود} \leftarrow 0 = 4$$

$$\frac{3}{4} = v \leftarrow 0 = 32 - 64$$

$$\text{الهبوط} \leftarrow 4 = 0$$

$$\frac{13}{4} = v \leftarrow 0 = 32 - 14$$

$$(هـ) \quad 2 > v \leftarrow 0 < 32 - 64 \leftarrow 0 < 4$$

جواب سؤال (١٤) :

$$f = v^2 - 2v^3$$

$$(أ) \text{ اكبر سرعة عندما } v = 3 \leftarrow 3 = (3) = 0$$

$$4 = v^2 - 2v^3$$

$$0 = 6 - 2v^2 \leftarrow 9 = 2$$

$$4 = v^2 - 2v^3$$

$$0 = v \leftarrow 0 = (v - 6)v^3$$

$$108 = (6) \text{ ف} \leftarrow 6 = v$$

جواب سؤال (١٥) فرع (أ) :

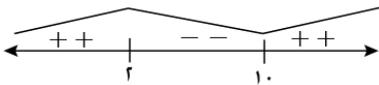
وه متصل

$$v = (10 - s)^3 + (10 - s)^4$$

$$0 = (10 - s)^3 (10 - s + 10 - s)$$

$$0 = (10 - s)^3 (20 - 2s)$$

$$s = 10 \quad , \quad s = 20$$

جواب سؤال (١٥) فرع (ب) :

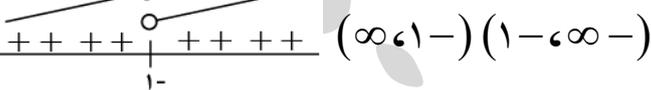
وه متصل على ع - {1}

$$v = \frac{s - 1 + s}{2(1 + s)}$$

اصفار البسط : لا يوجد

اصفار المقام : $s = 1$

متزايد على



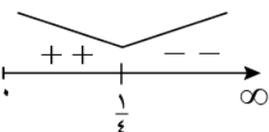
لا يوجد قيم قصوى

جواب سؤال (١٥) فرع (ج) :

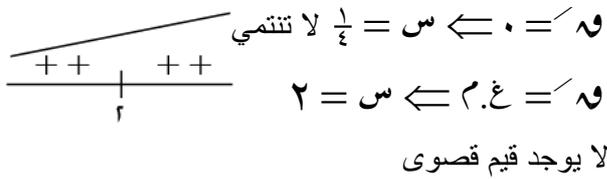
$$v = s - \sqrt{s} \quad , \quad \text{المجال } [0, \infty)$$

$$v = 1 - \frac{1}{\sqrt{s}} = 0 \leftarrow 1 = \frac{1}{\sqrt{s}} \leftarrow s = \frac{1}{4}$$

اصفار المقام : $s = 0$



$$\left. \begin{array}{l} 2 < s \text{ ، } 2 - s \\ 2 > s \text{ ، } 3 - \\ 2 = s \text{ ، } 2 \text{ غ.م} \end{array} \right\} \text{وه } (2)$$

جواب سؤال (١٦) فرع (أ) :

نجد معادلة المماس لمنحنى (ل) عندما $s = 1$

$$ل(1) = 1 \Leftarrow (1, 1)$$

$$ل' = 4s = 2 \Leftarrow 4 = 2$$

$$ص - ص = 1 = 2(s - s)$$

$$ص - 1 = 4(1 - s) \Leftarrow ص = 4s - 3$$

تقاطع المماس مع وه

$$4s - 3 = 3 - 4s \Leftarrow 8s = 6 \Rightarrow s = \frac{3}{4}$$

$$\Leftarrow 4s - 3 = 3 - 4s \Rightarrow 8s = 6 \Rightarrow s = \frac{3}{4}$$

$$\Leftarrow (4s - 3) - (3 - 4s) = 0$$

$$8s - 6 = 0 \Rightarrow s = \frac{3}{4}$$

$$\Leftarrow 4s - 3 = 3 - 4s \Rightarrow 8s = 6 \Rightarrow s = \frac{3}{4}$$

$$س = 1 \checkmark ، س = 1 \times$$

مستحيل

$$عندما $s = 1 \Leftarrow وه(1) = 1$$$

التقاطع (1, 1)

$$2 = وه = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$ص - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - s)$$

جواب سؤال (١٦) فرع (ب) :

$$ت = 6ف - ع = 5 - 5 = 0$$

$$ت = 6 \times 5 - 5 \times 5 = 5 \times 5 = 25 - 25 = 0$$

$$ت = 1250$$

جواب سؤال (١٦) فرع (ج) :

(١) وه متصل عندما $s = 2$

$$نها 1س + 2ب - 6 = نها 1س + 2ب$$

$s \leftarrow 2$

$s \leftarrow 2$

$$\Leftarrow 3 = 2$$

$$وه = 2س + ب عندما $s = 3$$$

$$16 = 2س + ب \Leftarrow ب = 2 -$$