قاعدة السلسلة

Esam Shikh
0796300625

قاعدة (1)

$\text{ص} = \text{ق}(\text{ع})$ ، $\text{ع} = \text{هـ}(\text{س})$

$\Leftarrow$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{ظا}\,\text{ع}$ ، $\text{ع} = \text{س}^3 - \text{س}$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

$$= \text{قا}^2\text{ع} \times (3\text{س}^2 - 1)$$

$$= \text{قا}^2(\text{س}^3 - \text{س}) \times (3\text{س}^2 - 1)$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{ل}^2 + 2\text{ل}$ ، $\text{ل} = \text{س}^2 + 1$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دل}} \times \frac{\text{دل}}{\text{دس}}$$

$$= (2\text{ل} + 2) \times (2\text{س})$$

$$= (2(\text{س}^2 + 1) + 2)(2\text{س})$$

$$= (2\text{س}^2 + 2 + 2)(2\text{س})$$

$$= (2\text{س}^2 + 4)(2\text{س})$$

$$= 4\text{س}^3 + 8\text{س}$$

قاعدة (٢)

إذا كان $\text{ص} = \left(\text{ل}(\text{س})\right)^{\text{ن}}$ ، $\text{ن} \in \text{ص}$

$\Leftarrow \dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ن}\left(\text{ل}(\text{س})\right)^{\text{ن}-١} \times \text{ل}'(\text{س})$

البرهان

$\text{ع} = \text{ل}(\text{س}) \Leftarrow \text{ص} = \text{ع}^{\text{ن}}$

الآن $\text{ص} = \text{ع}^{\text{ن}}$ ، $\text{ع} = \text{ل}(\text{س})$

$\Leftarrow \dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = \dfrac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \dfrac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$= \text{ن}\,\text{ع}^{\text{ن}-١} \times \text{ل}'(\text{س})$

$= \text{ن}\left(\text{ل}(\text{س})\right)^{\text{ن}-١} \times \text{ل}'(\text{س})$

مثال

إذا كان $\text{ص} = (\text{س}^٣ - \text{س})^٦$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٦(\text{س}^٣ - \text{س})^٥ \times (٣\text{س}^٢ - ١)$

مثال

إذا كان $\text{ص} = (\text{س}^٣ - ١)^{١٠}$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ١٠(\text{س}^٣ - ١)^٩ \times (٣\text{س}^٢)$

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (\text{س}^٣ + ٢\text{س} - ٨)^٧$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$.

الحل: $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٧(\text{س}^٣ + ٢\text{س} - ٨)^٦ \times (٣\text{س}^٢ + ٢)$

مثال

إذا كان $\text{ص} = (\text{س}^٣ - ٢\text{س} + ٤)^٨$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٨(\text{س}^٣ - ٢\text{س} + ٤)^٧ (٣\text{س}^٢ - ٢)$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \dfrac{\text{س}^٤}{(١ - \text{س}^٣)^٤}$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\text{ص} = \left(\dfrac{\text{س}}{١ - \text{س}^٣}\right)^٤$

$\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٤\left(\dfrac{\text{س}}{١ - \text{س}^٣}\right)^٣ \times \dfrac{(١ - \text{س}^٣)(١) - (\text{س})(-٣\text{س}^٢)}{(١ - \text{س}^٣)^٢}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \dfrac{١}{(\text{س}^٢ + ١)^٥}$ فجد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = \dfrac{-١ \times ٥(\text{س}^٢ + ١)^٤ \times (٢\text{س})}{\left((\text{س}^٢ + ١)^٥\right)^٢}$

$= \dfrac{-٢\text{س} \times ٥(\text{س}^٢ + ١)^٤}{(\text{س}^٢ + ١)^{١٠}}$

$= \dfrac{-١٠\text{س}}{(\text{س}^٢ + ١)^٦}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \left(\text{س} + \dfrac{١}{\text{س}}\right)^٤$ جد $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}}$

عندما $\text{س} = ١$

الحل: $\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٤\left(\text{س} + \dfrac{١}{\text{س}}\right)^٣ \times \left(١ - \dfrac{١}{\text{س}^٢}\right)$

Esam Shikh
0796300625

$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=١} = ٤(١+١)^{٣} \times (١-١)$

$= ٤ \times ٨ \times \text{صفر} = \text{صفر}$

* مشتقة الجذر التربيعي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{هـ}(\text{س})}$

$\Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{هـ}'(\text{س})}{٢\sqrt{\text{هـ}(\text{س})}}$

$= \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه.}}$

* مشتقة الجذر التكعيبي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt[٣]{\text{هـ}(\text{س})}$

$\Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{هـ}'(\text{س})}{٣ \times \sqrt[٣]{\text{هـ}^{٢}(\text{س})}}$

$= \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{٣ \times \text{الجذر التكعيبي لـ } \text{هـ}^{٢}(\text{س})}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \sqrt{\text{س}^{٢} + ٥\text{س}}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٢\text{س} + ٥}{٢\sqrt{\text{س}^{٢} + ٥\text{س}}}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \sqrt[٣]{\text{س}^{٢} + ٥\text{س}}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٢\text{س} + ٥}{٣\sqrt[٣]{(\text{س}^{٢} + ٥\text{س})^{٢}}}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{ل}^{٢} + ٢\text{ل}$ ، $\text{ل} = \sqrt{\text{س}^{٢} + ١}$
جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دل}} \times \frac{\text{دل}}{\text{دس}}$

$= (٢\text{ل} + ٢)\left(\frac{٢\text{س}}{٢\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}\right)$

$= \left(٢\sqrt{\text{س}^{٢}+١} + ٢\right)\left(\frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}\right)$

$= \frac{٢\text{س}\sqrt{\text{س}^{٢}+١} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \sqrt{\text{س}^{٢} + \sqrt{٣\text{س}}}$ جد $\text{ص}'$

الحل:

$\text{ص}' = \frac{٢\text{س} + \frac{٣}{٢\sqrt{٣\text{س}}}}{٢\sqrt{\text{س}^{٢} + \sqrt{٣\text{س}}}}$

٢٠٠٨ شتوي + ٢٠١٣ شتوي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (٢\text{س} + ١)^{٣}$ فإن $\text{ق}''(-١) =$

$\boxed{\text{أ) } -٢٤}$ ب) ٦ ج) -١٢ د) -٦

الحل:

$\text{ق}'(\text{س}) = ٣(٢\text{س}+١)^{٢} \times ٢$

$\text{ق}''(\text{س}) = ١٢(٢\text{س}+١) \times ٢$

$= ٢٤(٢\text{س}+١)$

Esam Shikh
0796300625

$\text{ق}'(-١) = ٢٤(-٢+١)$

$= ٢٤ \times -١ = -٢٤$

٢٠١٣ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt[٣]{(\text{س}-١)^٢}$ فإن $\text{ق}'(١)$ تساوي

أ) $-\frac{٢}{٣}$ ب) صفر ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\boxed{\text{غير موجودة}}$

الحل:

$\text{ق}'(\text{س}) = \dfrac{٢(\text{س}-١)}{٣\sqrt[٣]{(\text{س}-١)^٤}}$

$\text{ق}'(١) = \dfrac{٢ \times ٠}{٣\sqrt[٣]{٠}}$ غير موجودة.

٢٠١٢ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (١ + \text{جاس})^٣$ فإن $\text{ق}'(\frac{\pi}{٢})$

أ) $\boxed{\text{صفر}}$ ب) ٣ ج) ٤ د) ١٢

الحل:

$\text{ق}'(\text{س}) = ٣(١+\text{جاس})^٢ \times \text{جتاس}$

$\text{ق}'(\frac{\pi}{٢}) = ٣(١+\text{جا}\frac{\pi}{٢})^٢ \times \text{جتا}\frac{\pi}{٢}$

$= ٣(٢)^٢ \times \text{صفر} = \text{صفر}$

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان $\text{ل}(\text{س}) = \sqrt[٤]{(\text{س}^٢ - \text{س} + ١)^٣}$ وكان $\text{م}(١) = -٤$ ، $\text{م}'(١) = ٢$ فجد $\left(\frac{\text{م}}{\text{ل}}\right)'(١)$

الحل:

$\text{ل}(\text{س}) = (\text{س}^٢ - \text{س} + ١)^{\frac{٣}{٤}}$

$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{٣}{٤}(\text{س}^٢ - \text{س} + ١)^{-\frac{١}{٤}} \times (٢\text{س} - ١)$

$\Leftarrow \text{ل}'(\text{س}) = \dfrac{٣(٢\text{س}-١)}{٤\sqrt[٤]{\text{س}^٢ - \text{س} + ١}}$

$\left(\frac{\text{م}}{\text{ل}}\right)'(١) = \dfrac{\text{ل}(١) \times \text{م}'(١) - \text{م}(١) \times \text{ل}'(١)}{(\text{ل}(١))^٢}$

$= \dfrac{(١)\times(٢) - (-٤) \times \frac{٣}{٤}}{(١)^٢}$

$= \dfrac{٢ + ٣}{١} = \frac{٥}{١} = ٥$

حيث $\text{ل}(١) = \sqrt[٤]{(١-١+١)^٣} = ١$

$\text{ل}'(١) = \dfrac{٣ \times ١}{٤\sqrt[٤]{١}} = \frac{٣}{٤}$

٢٠٠٩ صيفي

إذا كان $\text{هـ}(\text{س}) = \sqrt[٣]{\text{س}^٤ - ٨\text{س} - ١}$ وكان $\text{م}(-١) = ٣$ ، $\text{م}'(-١) = ٢$ وكان $\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{هـ}(\text{س})}{\text{م}(\text{س})}$ فجد $\text{د}'(-١)$

الحل:

$\text{هـ}'(\text{س}) = \dfrac{٤\text{س}^٣ - ٨}{٣\sqrt[٣]{(\text{س}^٤ - ٨\text{س} - ١)^٢}}$

$\text{د}'(\text{س}) = \dfrac{\text{م}(\text{س})\,\text{هـ}'(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}) \times \text{م}'(\text{س})}{(\text{م}(\text{س}))^٢}$

$\text{د}'(-١) = \dfrac{\text{م}(-١)\,\text{هـ}'(-١) - \text{هـ}(-١)\,\text{م}'(-١)}{(\text{م}(-١))^٢}$

(عصام محمد الشيخ)
(ماجستير رياضيات)

$$= \frac{3 \times \frac{4-8}{2\sqrt[3]{8^2}} - \sqrt[3]{8} \times 2}{\left(\frac{-4}{3\times 4}\right)^2}$$

$$= \frac{3 \times \frac{-4}{3\times 4} - 2 \times 2}{\left(\frac{-1}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{-1-4}{\frac{1}{9}} = -5 \times 9 = -45$$

٢٠١٠ شتوي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{3 + \text{جاس} + \text{جتاس}}$ وكان $\text{هـ}'(0) = -1$ ، $\text{هـ}(0) = 2$ وكان $\text{د}(\text{س}) = \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ق}(\text{س})$ فجد $\text{د}'(0)$

الحل :

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{2\sqrt{3 + \text{جاس} + \text{جتاس}}}$$

$$\text{د}'(\text{س}) = \text{هـ}(\text{س})\ \text{ق}'(\text{س}) + \text{ق}(\text{س})\ \text{هـ}'(\text{س})$$

$$\text{د}'(0) = \text{هـ}(0)\ \text{ق}'(0) + \text{ق}(0)\ \text{هـ}'(0)$$

$$= 2 \times \frac{\text{جتا}0 - \text{جا}0}{2\sqrt{3 + \text{جا}0 + \text{جتا}0}} + \left(\sqrt{3 + \text{جا}0 + \text{جتا}0}\right) \times -1$$

$$= 2 \times \frac{1-0}{2\sqrt{3+0+1}} + \left(\sqrt{3+0+1}\right) \times -1$$

$$= \frac{2}{2\sqrt{4}} + \sqrt{4} \times -1$$

$$= \frac{1}{2} - 2$$

$$= \frac{1-4}{2}$$

$$= \frac{-3}{2}$$

٢٠١٧ شتوي

إذا كان

$$3\text{ص} = -\sqrt{(\text{ع}+1)^3} - \sqrt{(\text{ع}-1)^3}$$

$\text{ع} = 2\text{س}$ حيث $\text{س} > \frac{1}{2}$

بين أن

$$\left|\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right| = \sqrt{4\text{س} + 2\sqrt{4\text{س}^2 - 1}}$$

الحل :

$$\text{ص} = \frac{-1}{3}\left((\text{ع}+1)^{\frac{3}{2}} + (\text{ع}-1)^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دع}} = \frac{-1}{3}\left(\frac{3}{2}(\text{ع}+1)^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}(\text{ع}-1)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$= \frac{-1}{2}\left(\sqrt{\text{ع}+1} + \sqrt{\text{ع}-1}\right)$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دس}} = 2$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

$$= \frac{-1}{2}\left(\sqrt{\text{ع}+1} + \sqrt{\text{ع}-1}\right)(2)$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\left(\sqrt{\text{ع}+1} + \sqrt{\text{ع}-1}\right)$$

$$\left(\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right)^2 = \left(-\left(\sqrt{\text{ع}+1} + \sqrt{\text{ع}-1}\right)\right)^2$$

$$= \text{ع} + \cancel{1} + 2\sqrt{\text{ع}+1}\sqrt{\text{ع}-1} + \text{ع} - \cancel{1}$$

$$= 2\text{ع} + 2\sqrt{\text{ع}^2 - 1}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right)^2} = \sqrt{2(2\text{س}) + 2\sqrt{(2\text{س})^2 - 1}}$$

$$\left|\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right| = \sqrt{4\text{س} + 2\sqrt{4\text{س}^2 - 1}}$$

٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان ص = ٢س² + ٤س ، س = $\sqrt{٣ل^2+١}$ فإن $\frac{دص}{دل}$ عندما ل = ١ تساوي

$\boxed{أ)\ ١٨}$ ب) ١٢ جـ) ٣٦ د) ٦

الحل:

$$\frac{دص}{دل} = \frac{دص}{دس} \times \frac{دس}{دل}$$

$$= (٤س + ٤)\left(\frac{٦ل}{٢\sqrt{٣ل^2+١}}\right)$$

$$\frac{دص}{دس} = \left(٤\sqrt{٣ل^2+١} + ٤\right) \times \frac{٣ل}{\sqrt{٣ل^2+١}}$$

$$\underset{ل=١}{\downarrow} = \left(٤\sqrt{٤} + ٤\right) \times \frac{٣}{\sqrt{٤}}$$

$$= (٨ + ٤) \times \frac{٣}{٢}$$

$$= ١٢ \times \frac{٣}{٢} = ٦ \times ٣ = ١٨$$

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كان ل(س) = $\frac{\pi}{هـ^2(س)}$ وكان لَ(٢) = $-\pi$

هـَ(٢) = ٤ فإن هـ(٢) =

$\boxed{أ)\ ٢}$ ب) ‎-٢ جـ) ٨ د) ‎-٨

الحل:

$$لَ(س) = \frac{-\pi \times ٢هـ(س) \times هـَ(س)}{هـ^4(س)}$$

$$= \frac{-٢\pi \times هـَ(س)}{هـ^3(س)}$$

$$لَ(٢) = \frac{-٢\pi \times هـَ(٢)}{(هـ(٢))^3}$$

$$\cancel{-\pi} = \frac{\cancel{-٢\pi} \times ٤}{(هـ(٢))^3}$$

$$١ = \frac{٨}{(هـ(٢))^3}$$

$$\Leftarrow هـ^3(٢) = ٨ \Leftarrow هـ(٢) = ٢$$

٢٠١٨ شتوي جديد (١٣ علامة)

إذا كان ق(س) = $\frac{(س + [\![س + \frac{١}{٢}]\!])^4}{٤ - س^2}$

هـ(س) = س³ + ٨ فجد

$\frac{د\,(ق(س) \times هـ(س))}{دس}$ عندما س = ١

الحل:

$$ق(س) = \frac{(س+١)^4}{٤-س^2}$$

$$قَ(س) = \frac{(٤-س^2)(٤(س+١)^3) - (س+١)^4 \times -٢س}{(٤-س^2)^2}$$

$$هـَ(س) = ٣س^2$$

$$\frac{د\,(ق(س) \times هـ(س))}{دس}\Big|_{س=١} =$$

$$ق(١) \times هـَ(١) + هـ(١)\,قَ(١)$$

$$\frac{٢^4}{\cancel{٣}} \times \cancel{٣} + \cancel{٩} \times \frac{٣(٤\times ٢^3) - ٢^4 \times -٢}{\cancel{٣^2}}$$

$$١٦ + ٣(٤ \times ٨) - ١٦ \times -٢$$

$$١٦ + ٣ \times ٣٢ + ٣٢$$

$$١٦ + ٩٦ + ٣٢ = ١٤٤$$

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (قاعدة السلسلة) ماجستير رياضيات

قاعدة (٣) السلسلة مع الاقترانات المثلثية

[1] إذا كان ص = جا هـ(س) فإن

$\frac{دص}{دس}$ = جتا هـ(س) × هـ'(س)

البرهان ص = جا هـ(س)

ليكن ع = هـ(س) ← ص = جا ع

الآن ص = جا ع ، ع = هـ(س)

← $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

= جتا ع × هـ'(س)

= جتا هـ(س) × هـ'(س)

[2] إذا كان ص = جا^{ن} هـ(س) ن ∈ ص

← $\frac{دص}{دس}$ = (ن جا$^{ن-1}$ هـ(س))(جتا هـ(س))(هـ'(س))

البرهان ص = جا^{ن} هـ(س)

ليكن ع = هـ(س) ← ص = جا^{ن} ع

← ص = جا^{ن} ع ، ع = هـ(س)

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

= (ن جا$^{ن-1}$ ع × جتا ع)(هـ'(س))

= ن جا$^{ن-1}$ هـ(س) × جتا هـ(س) × هـ'(س)

* ملخص القواعد في الاقترانات المثلثية

ق(س)	ق'(س)
جا س	جتا س
جا هـ(س)	جتا هـ(س) × هـ'(س)
جا^{ن} هـ(س)	ن جا$^{ن-1}$ هـ(س) × جتا هـ(س) × هـ'(س)
جتا س	− جا س
جتا هـ(س)	− جا هـ(س) × هـ'(س)
جتا^{ن} هـ(س)	ن جتا$^{ن-1}$ هـ(س) × (− جا هـ(س)) هـ'(س)
ظا س	قا^{2} س
ظا هـ(س)	قا^{2} هـ(س) × هـ'(س)
ظا^{ن} هـ(س)	ن ظا$^{ن-1}$ هـ(س) قا^{2} هـ(س) هـ'(س)
ظتا س	− قتا^{2} س
ظتا هـ(س)	− قتا^{2} هـ(س) × هـ'(س)
ظتا^{ن} هـ(س)	ن ظتا$^{ن-1}$ هـ(س) × (− قتا^{2} هـ(س)) هـ'(س)
قا س	قا س ظا س
قا هـ(س)	قا هـ(س) ظا هـ(س) × هـ'(س)
قا^{ن} هـ(س)	ن قا$^{ن-1}$ هـ(س) قا هـ(س) ظا هـ(س) هـ'(س)
قتا س	− قتا س ظتا س
قتا هـ(س)	− قتا هـ(س) ظتا هـ(س) × هـ'(س)
قتا^{ن} هـ(س)	ن قتا$^{ن-1}$ هـ(س) (− قتا هـ(س) ظتا هـ(س)) هـ'(س)

مثال

إذا كان ل(س) = ظا س³ فجد لَ(س)

الحل:

لَ(س) = قا² س³ × ٣ س²

مثال

إذا كان ص = جتا(س² + ١) فجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = − جا(س² + ١) × (٢ س)

مثال

إذا كان ق(س) = قا ٤س جد قَ(س)

الحل:

قَ(س) = قا ٤س ظا ٤س × ٤

مثال

إذا كان ص = جتا(س² − س) جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = − جا(س² − س) × (٢س − ١)

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان ق(س) = جا ٢س فإن
قً(س) + ٦ ق(س) =

أ) −١٠ جا ٢س ب) ١٠ جا ٢س

ج) ٤ جا ٢س $\boxed{\text{د) ٢ جا ٢س}}$

الحل:

قَ(س) = جتا ٢س × ٢
قً(س) = ٢ × − جا ٢س × ٢
= −٤ جا ٢س
⇐ قً(س) + ٦ ق(س) =
−٤ جا ٢س + ٦ جا ٢س
= ٢ جا ٢س

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كان ق(س) = ظا ٢س − $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ قتا س

فإن قَ($\frac{ط}{٦}$) تساوي

$\boxed{\text{أ) ١٠}}$ ب) ٨ ج) $\frac{١٠}{٣}$ د) ١٦

الحل:

قَ(س) = قا² ٢س × ٢ + $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ قتا س ظتا س

قَ($\frac{ط}{٦}$) = قا² $\frac{ط}{٣}$ × ٢ + $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ قتا $\frac{ط}{٦}$ ظتا $\frac{ط}{٦}$

= (٢)² × ٢ + $\cancel{\frac{١}{\sqrt{٣}}}$ × ٢ × $\cancel{\sqrt{٣}}$

= ٨ + ٢ = ١٠

٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان ق(س) = ظتا ٢س − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ قا س

فإن قَ($\frac{ط}{٤}$) تساوي

$\boxed{\text{أ) −٣}}$ ب) ٣ ج) $\sqrt{٣}$ − ١ د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ + ١

الحل:

قَ(س) = − قتا² ٢س × ٢ − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × قا س ظا س

قَ($\frac{ط}{٤}$) = − قتا² $\frac{ط}{٢}$ × ٢ − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ قا $\frac{ط}{٤}$ ظا $\frac{ط}{٤}$

= − ١ × ٢ − $\cancel{\frac{١}{\sqrt{٢}}}$ $\cancel{\sqrt{٢}}$ × ١

= −٢ − ١ = −٣

مثال

إذا كان ل(س) = ظا^{٣} س فجد ل$'$(س)

الحل:

ل$'$(س) = ٣ ظا^{٢} س × قا^{٢} س

مثال

إذا كان ص = جا^{٢} ٣س جد $\frac{دص}{دس}$ عند س = $\frac{ط}{٩}$

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = ٢ جا ٣س × جتا ٣س × ٣

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=\frac{ط}{٩}}$ = ٦ جا ٣ $\frac{ط}{٩}$ × جتا ٣ $\frac{ط}{٩}$

= ٦ × جا $\frac{ط}{٣}$ × جتا $\frac{ط}{٣}$

= ٦ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

= ٣ $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$ $\sqrt{٣}$

مثال

إذا كان ص = جتا^{٣} (س^{٢} − ١)^{٢} فجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = ٣ جتا^{٢} (س^{٢} − ١)^{٢} × − جا (س^{٢} − ١)^{٢} × ٢ (س^{٢} − ١) (٢س)

مثال

إذا كان ص = (قاس + ظاس)^{٢} فجد $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٠

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = ٢ (قاس + ظاس) (قاس ظاس + قا^{٢}س)

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٠}$ = ٢ (قا٠ + ظا٠) (قا٠ ظا٠ + قا^{٢} ٠)

= ٢ (١ + ٠) (١ × ٠ + ١)

= ٢ × ١ × ١

= ٢

Esam Shikh

0796300625

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{س}\ \text{ظا}\left(\frac{1}{\text{س}}\right)$ جد ص″

الحل:

$$\text{ص}' = \text{س}\ \text{قا}^2\frac{1}{\text{س}} \times \frac{-1}{\text{س}^2} + \text{ظا}\frac{1}{\text{س}} \times 1$$

$$\text{ص}' = \frac{-1}{\text{س}}\ \text{قا}^2\frac{1}{\text{س}} + \text{ظا}\frac{1}{\text{س}}$$

$$\text{ص}'' = \frac{-1}{\text{س}}\left(2\ \text{قا}\frac{1}{\text{س}}\ \text{قا}\frac{1}{\text{س}}\ \text{ظا}\frac{1}{\text{س}} \times \frac{-1}{\text{س}^2}\right) + \text{قا}^2\frac{1}{\text{س}} \times \frac{-1}{\text{س}^2}$$

$$\text{ص}'' = \frac{2}{\text{س}^3}\ \text{قا}^2\frac{1}{\text{س}}\ \text{ظا}\frac{1}{\text{س}} - \frac{1}{\text{س}^2}\ \text{قا}^2\frac{1}{\text{س}}$$

٢٠١٣ شتوي

إذا كان $\text{ص} = \text{جتا}٤\text{س}$ فإن $\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2}$ عندما $\text{س} = \frac{\pi}{4}$ تساوي

أ) صفر ب) −٨ $\boxed{\text{ج) ١٦}}$ د) −١٦

الحل:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\text{جا}٤\text{س} \times ٤$$

$$\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2} = -٤ \times \text{جتا}٤\text{س} \times ٤$$

$$\left.\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2}\right|_{\text{س}=\frac{\pi}{4}} = -١٦ \times \text{جتا}٤\frac{\pi}{4}$$

$$= -١٦ \times \text{جتا}\,\pi$$

$$= -١٦ \times -١ = ١٦$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \frac{\text{جتا}٢\text{س}}{\text{س}}$ جد ص″

الحل:

$$\text{ص}' = \frac{\text{س}(-\text{جا}٢\text{س})(٢) - \text{جتا}٢\text{س} \times ١}{\text{س}^2}$$

$$\text{ص}' = \frac{-٢\text{س}\ \text{جا}٢\text{س} - \text{جتا}٢\text{س}}{\text{س}^2}$$

$$\text{ص}'' = \frac{(\text{س}^2)(-٢\text{س} \times \text{جتا}٢\text{س} \times ٢ + \text{جا}٢\text{س} \times -٢ + \text{جا}٢\text{س} \times ٢) - (-٢\text{س}\ \text{جا}٢\text{س} - \text{جتا}٢\text{س})(٢\text{س})}{(\text{س}^2)^2}$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{ظا س} + \frac{1}{3}\,\text{ظا}^3\text{س}$

فبرهن أن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^4\text{س}$

الحل:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^2\text{س} + \frac{1}{3}\left(3\,\text{ظا}^2\text{س} \times \text{قا}^2\text{س}\right)$$

$$= \text{قا}^2\text{س} + \text{ظا}^2\text{س}\,\text{قا}^2\text{س}$$

$$= \text{قا}^2\text{س}\left(1 + \text{ظا}^2\text{س}\right)$$

$$= \text{قا}^2\text{س} \times \text{قا}^2\text{س} = \text{قا}^4\text{س}$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{جتا}(\text{س} + \frac{\pi}{4})$ فأثبت أن

$\text{ص} + \text{ص}'' = \text{صفر}$

الحل:

$$\text{ص} = \text{جتا}(\text{س} + \tfrac{\pi}{4})$$

$$\text{ص}' = -\,\text{جا}(\text{س} + \tfrac{\pi}{4})$$

$$\text{ص}'' = -\,\text{جتا}(\text{س} + \tfrac{\pi}{4})$$

$$\Leftarrow \text{ص} + \text{ص}'' = \cancel{\text{جتا}(\text{س} + \tfrac{\pi}{4})} + \cancel{-\text{جتا}(\text{س} + \tfrac{\pi}{4})}$$

$$= \text{صفر}$$

مثال

إذا كان $\text{ص} = (\text{قتا س} + \text{ظتا س})^{\text{ن}}$ ، $\text{ن} \in \text{ص}$

بين أن

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\,\text{ن ص قتا س}$

الحل:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ن}\,(\text{قتا س} + \text{ظتا س})^{\text{ن}-1}\left(-\,\text{قتا س ظتا س} - \text{قتا}^2\text{س}\right)$$

$$= \text{ن}\,(\text{قتا س} + \text{ظتا س})^{\text{ن}-1} \times -\,\text{قتا س}\,(\text{ظتا س} + \text{قتا س})$$

$$= \text{ن}\,(\text{قتا س} + \text{ظتا س})^{\text{ن}} \times -\,\text{قتا س}$$

$$= \text{ن} \times \text{ص} \times -\,\text{قتا س}$$

$$= -\,\text{ن} \times \text{ص} \times \text{قتا س} \,.$$

قاعدة (٤) تركيب الاقترانات

(ق∘هـ)′(س) = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

أو

(ق(هـ(س)))′ = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

مثال

إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ١ - ٦س

جد

① (ق∘هـ)′(س)

② (ق∘هـ)′(١)

الحل: ①

(ق∘هـ)′(س) = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

لكن قَ(س) = ٢س

هـَ(س) = -٦

⇐ = قَ(١-٦س) × -٦

= ٢(١-٦س) × -٦

= -١٢ + ٧٢س

②

(ق∘هـ)′(١) = -١٢ + ٧٢ × ١

= -١٢ + ٧٢ = ٦٠

مثال

إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٢س

هـ(س) = س^{٣} + ١

جد

① (ق∘هـ)′(١)

② (هـ∘ق)′(١)

الحل:

قَ(س) = ٢س - ٢

هـَ(س) = ٣س^{٢}

① (ق∘هـ)′(١) =

قَ(هـ(١)) × هـَ(١)

= قَ(١+١) × ٣×(١)^{٢}

= قَ(٢) × ٣

= (٢×٢-٢) × ٣

= ٢ × ٣ = ٦

② (هـ∘ق)′(١) =

هـَ(ق(١)) × قَ(١)

هـَ(١-٢) × (٢-٢)

هـَ(-١) × صفر = صفر

مثال

إذا كان ق(س) = ٢س + $\frac{١}{س}$

هـ(س) = جاس

جد (ق∘هـ)′(س)

الحل:

قَ(س) = ٢ - $\frac{١}{س^{٢}}$ ، هـَ(س) = جتاس

(ق∘هـ)′(س) = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

= قَ(جاس) × جتاس

= (٢ - $\frac{١}{جا^{٢}س}$) (جتاس)

مثال

إذا كان ق ، هـ اقترانين معرفين على ح وقابلين للاشتقاق على مجاليهما وكان هـ(٢) = ٣ ، قَ(٣) = ٤ ، هـَ(٢) = -٦
فجد (ق ∘ هـ)َ (٢)

الحل:

(ق ∘ هـ)َ (٢) = قَ (هـ(٢)) × هـَ(٢)
= قَ (٣) × -٦
= ٤ × -٦ = -٢٤

٢٠٠٨ شتوي

إذا كان (م ∘ ل)(س) = س وكان م ، ل قابلين للاشتقاق حيث مَ(س) = $\frac{1}{س}$ ، س ≠ ٠ .
فإن لَ(س) =

أ) م(س) ب) ١ جـ) س $\boxed{\text{د) ل(س)}}$

الحل:

مَ (ل(س)) × لَ(س) = ١
$\frac{1}{ل(س)}$ × لَ(س) = ١
⟸ لَ(س) = ل(س)

٢٠١٢ شتوي

إذا كان (ق ∘ هـ)َ (٣) = ٢٨ ، هـ(٣) = -٢
قَ(-٢) = ٤ ، فما قيمة هـَ(٣) .

أ) -١٤ ب) ٢٤ جـ) -٧ $\boxed{\text{د) ٧}}$

الحل:

قَ (هـ(٣)) × هـَ(٣) = ٢٨
قَ (-٢) × هـَ(٣) = ٢٨
٤ × هـَ(٣) = ٢٨
هـَ(٣) = $\frac{٢٨}{٤}$ = ٧

٢٠١٠ شتوي

إذا كان ق(س) = ٣ ظا ٢س وكان
هـ(س) = $\frac{٣س}{س^2 + ١}$ فجد (هـ ∘ ق)َ ($\frac{\pi}{٨}$)

الحل:

قَ(س) = ٣ × قا² ٢س × ٢

هـَ(س) = $\frac{(س^2+١)(٣) - (٣س)(٢س)}{(س^2+١)^2}$

(هـ ∘ ق)َ ($\frac{\pi}{٨}$) =

هـَ (ق($\frac{\pi}{٨}$)) × قَ($\frac{\pi}{٨}$)
هـَ (٣ ظا $\frac{\pi}{٤}$) × ٦ قا² $\frac{\pi}{٤}$

هـَ (٣) × ٦ × ٢

$\frac{١٠ \times ٢ - ٦ \times ٦}{١٠^2}$ × ١٢

$\frac{٢٠ - ٣٦}{١٠٠}$ × ١٢

$\frac{-١٦}{١٠٠}$ × ١٢ = $\frac{-١٩٢}{١٠٠}$

٢٠١٠ صيفي

إذا كان ق(س) = (س − ٥)² ، هـ(س) = $\sqrt{س}$
فجد (هـ ∘ ق)َ (٣)

الحل:

قَ(س) = ٢ (س − ٥)

هـَ(س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

(هـ ∘ ق)َ (٣) = هـَ (ق(٣)) × قَ(٣)

= هـَ ((-٢)²) × ٢ (٣ − ٥)
= هـَ (٤) × -٤
= $\frac{١}{٢\sqrt{٤}}$ × -٤
= $\frac{١}{٤}$ × -٤ = -١

٢٠١١ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{٢(١-\text{س})}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \text{ظا}\,\frac{\text{س}}{٢}$ ، فجد $(\text{ق}\circ\text{هـ})'(\frac{\text{ط}}{٣})$

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-٢}{٢\sqrt{٢-٢\text{س}}}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \text{قا}^٢\,\frac{\text{س}}{٢} \times \frac{١}{٢}$$

$$(\text{ق}\circ\text{هـ})'(\frac{\text{ط}}{٣}) = \text{ق}'(\text{هـ}(\frac{\text{ط}}{٣})) \times \text{هـ}'(\frac{\text{ط}}{٣})$$

$$= \text{ق}'(\text{ظا}\,\frac{\text{ط}}{٦}) \times \text{قا}^٢\,\frac{\text{ط}}{٦} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \text{ق}'(\frac{١}{\sqrt{٣}}) \times \frac{٤}{٣} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{-١}{\sqrt{٢-\frac{٢}{\sqrt{٣}}}} \times \frac{٢}{٣} = \frac{-٢}{٣\sqrt{٢-\frac{٢}{\sqrt{٣}}}}$$

٢٠١٥ شتوي

إذا كان ق اقترانًا متصلاً وكان $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}^٢+١}$ وكان $\text{هـ}(\text{س}) = \sqrt{٥\text{س}-١}$

فجد $(\text{ق}\circ\text{هـ})'(١)$

الحل:

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \frac{٥}{٢\sqrt{٥\text{س}-١}}$$

$$(\text{ق}\circ\text{هـ})'(١) = \text{ق}'(\text{هـ}(١)) \times \text{هـ}'(١)$$

$$= \text{ق}'(\sqrt{٤}) \times \frac{٥}{٢\sqrt{٤}}$$

$$= \text{ق}'(٢) \times \frac{٥}{٤}$$

$$= \frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

٢٠١١ شتوي

إذا كان $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{١}{١+\text{س}^٢}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \text{ظا}\,\text{س}$

أثبت أن $(\text{ق}\circ\text{هـ})'(\text{س}) = ١$

الحل:

$$(\text{ق}\circ\text{هـ})'(\text{س}) =$$

$$\text{ق}'(\text{هـ}(\text{س})) \times \text{هـ}'(\text{س})$$

$$\text{ق}'(\text{ظا}\,\text{س}) \times \text{قا}^٢\text{س}$$

$$\frac{١}{١+\text{ظا}^٢\text{س}} \times \text{قا}^٢\text{س}$$

$$\frac{١}{\text{قا}^٢\text{س}} \times \text{قا}^٢\text{س}$$

$$= ١$$

٢٠١٦ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (٤-\sqrt{\text{س}})^٣$
$\text{هـ}(\text{س}) = ٢\text{س}\sqrt{\text{س}}$ فجد
$(\text{ق}\circ\text{هـ}')'(٩)$

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = ٣(٤-\sqrt{\text{س}})^٢ \times \frac{-١}{٢\sqrt{\text{س}}}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = ٢\text{س} \times \frac{١}{٢\sqrt{\text{س}}} + \sqrt{\text{س}} \times ٢$$

$$= \sqrt{\text{س}} + ٢\sqrt{\text{س}} = ٣\sqrt{\text{س}}$$

$$\text{هـ}''(\text{س}) = ٣ \times \frac{١}{٢\sqrt{\text{س}}} = \frac{٣}{٢\sqrt{\text{س}}}$$

$$(\text{ق}\circ\text{هـ}')'(٩) =$$

$$\text{ق}'(\text{هـ}'(٩)) \times \text{هـ}''(٩)$$

$$\text{ق}'(١٨ \times \frac{١}{٦} + ٣\times٢) \times \frac{٣}{٦}$$

$$\text{ق}'(٣+٦) \times \frac{١}{٢}$$

$$\text{ق}'(٩) \times \frac{١}{٢}$$

$= ٣(١)^٢ \times \frac{١}{٦} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{-٣}{٦} \times \frac{١}{٢} = \frac{-١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{-١}{٤}$

٢٠١٧ شتوي

إذا كان هـ ، هو اقترانين قابلين للاشتقاق $(هـ \circ هو)(س) = س$ وكان $هـَ(س) = ١ + (هـ(س))^٢$ فجد هوَ(س)

الحل:

$هـَ(هو(س)) \times هوَ(س) = ١$

$(١ + هـ(هو(س))^٢) \times هوَ(س) = ١$

$(١ + (هـ \circ هو)^٢(س)) \times هوَ(س) = ١$

$(١ + س^٢) \times هوَ(س) = ١$

$\Leftarrow هوَ(س) = \frac{١}{١+س^٢}$

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كان $هـ(س) = س^٣$ ، $هو(س) = ٢س^٢ + ١$ فإن $(هـَ \circ هوَ)(١)$ تساوي

أ) $\boxed{٧٢}$ ب) ١٠٨ ج) ٩٠ د) ١٣٥

الحل:

$هـَ(س) = ٣س^٢ \leftarrow هـً(س) = ٦س$

$هوَ(س) = ٤س$

$هـً(هوَ(١)) \times هوً(١)$

$هـً(٣) \times ٤$

$١٨ \times ٤ = ٧٢$

مثال

إذا كان ق(س) = $س^{٣}$ + ٢س
ه(س) = ٣ $س^{٢}$

جد
① (ق′ ∘ ه)′ (١) ② (ق′ ∘ ه′)′ (٢)
③ (ق′ ∘ ه)″ (-١) ④ (ق′ ∘ ه′)″ (٣)

الحل:

ق′(س) = ٣ $س^{٢}$ + ٢ ، ه′(س) = ٦ س
ق″(س) = ٦ س ، ه″(س) = ٦
ق‴(س) = ٦ ، ه‴(س) = صفر

① ق″ (ه(س)) × ه′(س)
ق″ (٣ $س^{٢}$) × ٦ س
٦ (٣ $س^{٢}$) × ٦ س
١٨ $س^{٢}$ × ٦ س = ١٠٨ $س^{٣}$

⇐ (ق′ ∘ ه)′ (١) = ١٠٨ × ١ = ١٠٨

② ق″ (ه′(س)) × ه″(س)
ق″ (٦ س) × ٦
٦ (٦ س) × ٦
٣٦ س × ٦ = ٢١٦ س

⇐ (ق′ ∘ ه′)′ (٢) = ٢١٦ × ٢ = ٤٣٢

③ (ق′ ∘ ه)′ (س) =
ق″ (ه(س)) × ه′(س)
(ق′ ∘ ه)″ (س) =
ق″ (ه(س)) × ه″(س) + ه′(س) × ق‴ (ه(س)) ه′(س)
ق″ (٣ $س^{٢}$) × ٦ + ٦ س × ق‴ (٣ $س^{٢}$) × ٦ س
٦ (٣ $س^{٢}$) × ٦ + ٦ س × ٦ × ٦ س
= ١٨ $س^{٢}$ × ٦ + ٢١٦ $س^{٢}$
= ١٠٨ $س^{٢}$ + ٢١٦ $س^{٢}$
= ٣٢٤ $س^{٢}$

⇐ (ق′ ∘ ه)″ (-١) = ٣٢٤ × $(-١)^{٢}$ = ٣٢٤

④ (ق′ ∘ ه′)′ (س) =
ق″ (ه′(س)) × ه″(س)
(ق′ ∘ ه′)″ (س) =
ق″ (ه′(س)) × ه‴(س) + ه″(س) × ق‴ (ه′(س)) ه″(س)
~~ق″ (٦ س) ×~~ صفر + ٦ × ق‴ (٦ س) × ٦
٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦

⇐ (ق′ ∘ ه′)″ (٣) = ٢١٦

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (قاعدة السلسلة) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان هـ(س) = ق(جا٢س) وكان $\text{ق}'(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 8$ ، فجد $\text{هـ}'(\frac{\pi}{6})$

الحل:

$\text{هـ}'(\text{س}) = \text{ق}'(\text{جا}\,2\text{س}) \times \text{جتا}\,2\text{س} \times 2$

$\text{هـ}'(\frac{\pi}{6}) = \text{ق}'(\text{جا}\,\frac{2\pi}{6}) \times \text{جتا}\,\frac{2\pi}{6} \times 2$

$= \text{ق}'(\text{جا}\,\frac{\pi}{3}) \times \text{جتا}\,\frac{\pi}{3} \times 2$

$= \text{ق}'(\frac{\sqrt{3}}{2}) \times \frac{1}{2} \times 2$

$= 8 \times 1 = 8$

مثال

إذا كان ص = ق(س² + ٢س) وكان $\text{ق}'(3) = 5$ فجد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\Big|_{\text{س}=1}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ق}'(\text{س}^2 + 2\text{س}) \times (2\text{س} + 2)$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\Big|_{\text{س}=1} = \text{ق}'(1 + 2) \times (2 + 2)$

$= \text{ق}'(3) \times 4$

$= 5 \times 4 = 20$

مثال

إذا كان ق، هـ اقترانين معرفين على ح وقابلين للاشتقاق على مجاليهما وكان $\text{ق}'(3) = 4$ فجد $(\text{ق}(\text{س}^2))'$ عند $\text{س} = \sqrt{3}$

الحل:

$(\text{ق}(\text{س}^2))' = \text{ق}'(\text{س}^2) \times 2\text{س}$

$= \text{ق}'(3) \times 2\sqrt{3}$

$= 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

٢٠١٣ شتوي

إذا كان ص = ق(ظا٢س) وكان $\text{ق}'(1) = 5$ فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما $\text{س} = \frac{\pi}{8}$ تساوي

أ) ٥ ب) ١٠ $\boxed{\text{ج) ٢٠}}$ د) $10\sqrt{2}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ق}'(\text{ظا}\,2\text{س}) \times \text{قا}^2\,2\text{س} \times 2$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\Big|_{\text{س}=\frac{\pi}{8}} = \text{ق}'(\text{ظا}\,\frac{2\pi}{8}) \times \text{قا}^2\,\frac{2\pi}{8} \times 2$

$= \text{ق}'(\text{ظا}\,\frac{\pi}{4}) \times \text{قا}^2\,\frac{\pi}{4} \times 2$

$= \text{ق}'(1) \times 2 \times 2$

$= 5 \times 4 = 20$

٢٠١٣ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\frac{1}{2}) = 2$ ، $\text{ق}'(\frac{1}{2}) = 8$ فجد

$$\lim_{\text{س} \to 6} \frac{\text{ق}(\text{جا}\,\frac{\pi}{\text{س}}) - 2}{\text{س} - 6}$$

الحل:

المطلوب $\left(\text{ق}(\text{جا}\,\frac{\pi}{\text{س}})\right)'\Big|_{\text{س}=6}$

$\text{ق}'(\text{جا}\,\frac{\pi}{\text{س}}) \times \text{جتا}\,\frac{\pi}{\text{س}} \times \frac{-\pi}{\text{س}^2}$

$\text{ق}'(\text{جا}\,\frac{\pi}{6}) \times \text{جتا}\,\frac{\pi}{6} \times \frac{-\pi}{36}$

$\text{ق}'(\frac{1}{2}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\pi}{36}$

$8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\pi}{36}$

$= 4\sqrt{3} \times \frac{-\pi}{36}$

$= \frac{-\sqrt{3}\pi}{9}$

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ
الفصل (الأول) العنوان (قاعدة السلسلة) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان ق(٣س) = ٦س² + ٩س

جد قَ(٣)

الحل:

٣س = ٣ ⇐ س = ١

قَ(٣س) × ٣ = ١٢س + ٩

قَ(٣) × ٣ = ١٢ + ٩

قَ(٣) × ٣ = ٢١

قَ(٣) = ٢١/٣ = ٧

مثال

إذا كان ق(س³-١) = ١/س - س² فجد قَ(٧)

الحل:

س³ - ١ = ٧ ⇐ س³ = ٨ ⇐ س = ٢

قَ(س³-١) × ٣س² = -١/س² - ٢س

قَ(٧) × ٣×٤ = -١/٤ - ٢×٢

قَ(٧) × ١٢ = -١/٤ - ٤

قَ(٧) × ١٢ = (-١-١٦)/٤

قَ(٧) × ١٢ = -١٧/٤

قَ(٧) = -١٧/٤ × ١/١٢

قَ(٧) = -١٧/٤٨

مثال

إذا كان ق(٤س) = د(س²+٣)/دس

فجد قَ(٤)

الحل:

ق(٤س) = ٢س

٤س = ٤ ⇐ س = ١

قَ(٤س) × ٤ = ٢

قَ(٤) × ٤ = ٢

قَ(٤) = ٢/٤ = ١/٢

مثال

إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان

ق(جا٢س) = قتا٢س

س ∈ (٠، π/٤] فجد قَ(١/٢)

الحل:

جا٢س = ١/٢ ⇐ ٢س = π/٦ ⇐ س = π/١٢

قَ(جا٢س) × جتا٢س × ٢ = -قتا٢س ظتا٢س × ٢

قَ(جا٢ π/١٢) × جتا٢ π/١٢ × ~~٢~~ = -قتا٢ π/١٢ × ظتا٢ π/١٢ × ~~٢~~

قَ(١/٢) × جتا π/٦ = -قتا π/٦ ظتا π/٦

قَ(١/٢) × ~~√٣~~/٢ = -٢ × ~~√٣~~

قَ(١/٢) = -٤

٢٠١٣ شتوي

إذا كان ق(س²-١) = ٢س حيث س > ٠

فإن قَ(٨) =

أ) ٣ ب) $\boxed{١/٣}$ ج) ١/٢ د) ٢

الحل:

س² - ١ = ٨ ⇐ س² = ٩ ⇐ س = ٣

قَ(س²-١) × ٢س = ٢

قَ(٩-١) × ٢×٣ = ٢

قَ(٨) × ٦ = ٢

قَ(٨) = ٢/٦ = ١/٣

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (قاعدة السلسلة) ماجستير رياضيات

٢٠١٣ صيفي

إذا كان $ق(\frac{1}{2}س) = (-س)^3$ فإن $ق''(-1)$ تساوي

أ) -48 ب) -6 ج) 24 $\boxed{د) 48}$

الحل:

$\frac{1}{2}س = -1 \Leftarrow س = -2$

$ق(\frac{1}{2}س) = -س^3$

$ق'(\frac{1}{2}س) \times \frac{1}{2} = -3س^2$

$\frac{1}{2}\, ق''(\frac{1}{2}س) \times \frac{1}{2} = -6س$

$ق''(\frac{1}{2} \times -2) \times \frac{1}{4} = -6 \times -2$

$ق''(-1) \times \frac{1}{4} = 12$

$ق''(-1) = 48$

٢٠١٤ صيفي

إذا كان $ق(3س-1) = \frac{1}{س^2} - \frac{2}{س}$ ، $س \neq 0$

فأثبت أن $ق'(5) = \frac{1}{12}$

الحل:

$3س - 1 = 5 \Leftarrow 3س = 6 \Leftarrow س = 2$

$ق'(3س-1) \times 3 = \frac{-1 \times 2س}{س^4} + \frac{2}{س^2}$

$ق'(5) \times 3 = \frac{-2 \times 2}{16} + \frac{2}{4}$

$ق'(5) \times 3 = \frac{-1}{4} + \frac{2}{4}$

$ق'(5) \times 3 = \frac{1}{4}$

$ق'(5) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

$ق'(5) = \frac{1}{12}$

٢٠١٤ شتوي

إذا كان

$ق(2س-1) = جا^2\left(\frac{\pi}{18}(4س-2)\right)$

فأثبت أن $ق'(3) = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

الحل:

$ق'(2س-1) \times \cancel{2} = \cancel{2}\, جا\left(\frac{\pi}{18}(4س-2)\right) جتا\left(\frac{\pi}{18}(4س-2)\right) \times \frac{4\pi}{18}$

$2س - 1 = 3 \leftarrow 2س = 4 \leftarrow س = 2$

$ق'(3) = جا(\frac{\pi}{18} \times 6)\, جتا(\frac{\pi}{18} \times 6) \times \frac{2\pi}{9}$

$= جا\frac{\pi}{3} \times جتا\frac{\pi}{3} \times \frac{2\pi}{9}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}\pi}{9}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\pi}{3 \times 3}$

$= \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2} \times \frac{\pi}{3 \times \sqrt{3} \times \cancel{\sqrt{3}}} = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

Esam Shikh

0796300625

٢٠١٧ صيفي

إذا كان ق(س) قابل للاشتقاق وكان

ق(٣س² + ٥) = $\sqrt[3]{س + ٧}$ ، س > ٠ .

فجد

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٨+٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ}$$

الحل:

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٨+٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ} = \frac{٢}{٥} \times ق'(٨)$$

الآن

$$ق'(٣س^٢+٥) \times ٦س = \frac{١}{٣\sqrt[3]{(س+٧)^٢}}$$

لكن ٣س² + ٥ = ٨

⟸ ٣س² = ٣ ⟸ س² = ١

⟸ س = ١ لأن س > ١

⟸

$$ق'(٨) \times ٦ = \frac{١}{٣\sqrt[3]{٨^٢}} = \frac{١}{٣\times٤}$$

$$ق'(٨) \times ٦ = \frac{١}{١٢}$$

$$ق'(٨) = \frac{١}{١٢} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٧٢}$$

⟸

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٨+٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ} = \frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٧٢} = \frac{١}{٣٦\times٥} = \frac{١}{١٨٠}$$

٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان ق(س³ − ٧) = $\frac{٣}{س}$ ، س ≠ ٠ .

فإن ق'(١) تساوي

أ) $\frac{١}{١٦}$ ب) −١٦ ج) −٣ $\boxed{د) -\frac{١}{١٦}}$

الحل:

س³ − ٧ = ١

س³ = ٨ ⟵ س = ٢

$$ق'(س^٣-٧) \times ٣س^٢ = \frac{-٣}{س^٢}$$

$$ق'(١) \times ٣ \times ٤ = \frac{-٣}{٤}$$

$$ق'(١) \times ١٢ = \frac{-٣}{٤}$$

$$ق'(١) = \frac{-٣}{٤} \times \frac{١}{١٢}$$

$$= \frac{-١}{٤\times٤} = \frac{-١}{١٦}$$

⊛ إيجاد ثابت

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{أ}\,\text{جاس}$ حيث أ ثابت أ $\neq$ ٠ . وكان $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{\text{٣س}}{\text{س}^2+1}$ وكان $(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\frac{\pi}{6}) =$ صفر ، جد مجموعة قيم أ .

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = \text{أ}\,\text{جتاس}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \frac{(\text{س}^2+1)(3) - (\text{٣س})(\text{٢س})}{(\text{س}^2+1)^2}$$

$$(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\tfrac{\pi}{6}) = \text{صفر}$$

$$\text{هـ}'(\text{ق}(\tfrac{\pi}{6})) \times \text{ق}'(\tfrac{\pi}{6}) = \text{صفر}$$

$$\text{هـ}'(\text{أ جا}\tfrac{\pi}{6}) \times \text{أ جتا}\tfrac{\pi}{6} = \text{صفر}$$

$$\text{هـ}'(\tfrac{\text{أ}}{2}) \times \tfrac{\sqrt{3}}{2}\text{أ} = \text{صفر}$$

$$\Leftarrow \text{هـ}'(\tfrac{\text{أ}}{2}) = \text{صفر} \quad \text{أو} \quad \tfrac{\sqrt{3}}{2}\text{أ} = \text{صفر}$$

$$\Leftarrow \text{أ} = \text{صفر}$$

مرفوض

$$\Leftarrow \text{هـ}'(\tfrac{\text{أ}}{2}) = \text{صفر}$$

$$\frac{(3\frac{\text{أ}^2}{4}+3) - (6\times\frac{\text{أ}^2}{4})}{(\frac{\text{أ}^2}{4}+1)^2} = \text{صفر}$$

$$\Leftarrow -\frac{3\text{أ}^2}{4} + 3 = \text{صفر}$$

$$-\frac{3\text{أ}^2}{4} = -3$$

$$\frac{\text{أ}^2}{4} = 1$$

$$\text{أ}^2 = 4$$

$$\Leftarrow \text{أ} = 2 ، -2$$

٢٠٠٩ شتوي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{٢ظاس}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{\text{أ}}{\text{٢س}+1}$ وكان $(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\frac{\pi}{4}) = \frac{8}{25}$ فجد قيمة أ .

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = 2\,\text{قا}^2\text{س}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \frac{-\text{أ}\times 2}{(\text{٢س}+1)^2}$$

$$(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\tfrac{\pi}{4}) = \frac{8}{25}$$

$$\text{هـ}'(\text{ق}(\tfrac{\pi}{4})) \times \text{ق}'(\tfrac{\pi}{4}) = \frac{8}{25}$$

$$\text{هـ}'(\text{٢ظا}\tfrac{\pi}{4}) \times 2\,\text{قا}^2\tfrac{\pi}{4} = \frac{8}{25}$$

$$\text{هـ}'(2) \times 2 \times 2 = \frac{8}{25}$$

$$\frac{-2\text{أ}}{(5)^2} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{-2\text{أ}}{25} = \frac{4}{25}$$

$$-2\text{أ} = 4 \Leftarrow \text{أ} = -2$$

٢٠٠٩ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{٢ ظتاس}$ وكان $\text{هـ}(\text{س}) = \text{أ س}(\text{س}^2-3)^3$ وكان $(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\frac{\pi}{4}) = -50$ فجد قيمة أ.

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = -2\,\text{قتا}^2\text{س}$$

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \text{أ س}\left(3(\text{س}^2-3)^2 \times \text{٢س}\right) + (\text{س}^2-3)^3 \times \text{أ}$$

$$(\text{هـ}\circ\text{ق})'(\tfrac{\pi}{4}) = \text{هـ}'(\text{ق}(\tfrac{\pi}{4})) \times \text{ق}'(\tfrac{\pi}{4})$$

$\Leftarrow \text{هـَ}(٢\,\text{ظا}\,\frac{\text{ط}}{٤}) \times -٢\,\text{قا}^{٢}\,\frac{\text{ط}}{٤} = -٥٠$

$\Leftarrow \text{هـَ}(٢\times ١) \times -٢\times ٢ = -٥٠$

$\Leftarrow \text{هـَ}(٢) \times -٤ = -٥٠$

$\Leftarrow (٢\text{أ}(٣\times ٤) + \text{أ}) \times ٤ = ٥٠$

$(٢\text{أ} \times ١٢ + \text{أ}) \times ٤ = ٥٠$

$(٢٤\text{أ} + \text{أ}) \times ٤ = ٥٠$

$٢٥\text{أ} \times ٤ = ٥٠$

$١٠٠\text{أ} = ٥٠$

$\text{أ} = \frac{٥٠}{١٠٠} = \frac{١}{٢}$

٢٠١٦ شتوي

إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق

وكان $(\text{ق}\circ\text{هـ})(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣}+\text{أ}}{\text{س}+١} + \frac{١}{٢}$

$\text{س} \neq -١$ وكان $\text{قَ}(\text{س}) = \sqrt[٣]{\text{س}^{٢}+٧}$

$\text{هـَ}(١) = ٤$ ، $\text{هـ}(١) = ١$ فجد قيمة أ

الحل :

$(\text{ق}\circ\text{هـ})'(\text{س}) = \frac{(\text{س}+١)(٣\text{س}^{٢}) - (\text{س}^{٣}+\text{أ})}{(\text{س}+١)^{٢}} + ٠$

$\text{قَ}(\text{هـ}(١))\,\text{هـَ}(١) = \frac{٢\times ٣ - (١+\text{أ})}{(٢)^{٢}}$

$\text{قَ}(١) \times ٤ = \frac{٦ - ١ - \text{أ}}{٤}$

$٢\times ٤\times ٤ = ٥ - \text{أ}$

$٣٢ = ٥ - \text{أ}$

$\text{أ} = ٥ - ٣٢$

$\text{أ} = -٢٧$

٢٠١٧ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{أ} + \text{س}^{\frac{1}{2}})^{2} & \text{س} \geq ٩ \\ \frac{\text{س}^{2}}{٢٧} + \text{ب} & \text{س} < ٩ \end{cases}$

وكانت $\text{قَ}(٩)$ موجودة فجد قيمة كلاً من الثابتين أ، ب .

الحل :

$\text{قَ}(٩)$ موجودة $\Leftarrow$ ق متصل عند ٩

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to ٩^{+}} \text{ق}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س} \to ٩^{-}} \text{ق}(\text{س})$

$(\text{أ} + ٣)^{2} = \frac{٨١}{٢٧} + \text{ب}$

$(\text{أ} + ٣)^{2} = ٣ + \text{ب} \longrightarrow ①$

$\text{قَ}(\text{س}) = \begin{cases} ٢(\text{أ} + \text{س}^{\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{٢\sqrt{\text{س}}} & \text{س} \geq ٩ \\ \frac{٢\text{س}}{٢٧} & \text{س} < ٩ \end{cases}$

$\text{قَ}(٩)$ موجودة $\Leftarrow \text{قَ}_{+}(٩) = \text{قَ}_{-}(٩)$

$\cancel{٢}(\text{أ} + ٣) \times \frac{1}{٣ \times \cancel{٢}} = \frac{٢ \times ٩}{\cancel{٢٧}\,٣}$

$(\text{أ} + ٣) \times \frac{1}{\cancel{٣}} = \frac{٢}{\cancel{٣}}$

$\text{أ} + ٣ = ٢$

$\text{أ} = -١$

نعوض في ①

$(-١ + ٣)^{2} = ٣ + \text{ب}$

$٤ = ٣ + \text{ب}$

$\Leftarrow \text{ب} = ١$