مشتقات الاقترانات المثلثية

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (مشتقات الاقترانات المثلثية) ماجستير رياضيات

قاعدة (١)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{جاس}$

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = \text{جتاس}$

البرهان:

$$\text{قَ}(\text{س}) = \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{جاع} - \text{جاس}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{2\,\text{جتا}\frac{\text{ع}+\text{س}}{2}\,\text{جا}\frac{\text{ع}-\text{س}}{2}}{(\text{ع} - \text{س})}$$

$$= 2 \times \text{جتا}\frac{2\text{س}}{2} \times \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{جا}\frac{1}{2}(\text{ع}-\text{س})}{\text{ع}-\text{س}}$$

$$= 2\,\text{جتاس} \times \frac{1}{2} = \text{جتاس}$$

قاعدة (٢)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{جتاس}$

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = -\text{جاس}$

البرهان:

$$\text{قَ}(\text{س}) = \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{جتاع} - \text{جتاس}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{-2\,\text{جا}\frac{\text{ع}+\text{س}}{2}\,\text{جا}\frac{\text{ع}-\text{س}}{2}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= -2 \times \text{جا}\frac{2\text{س}}{2} \times \underset{\text{ع}\to\text{س}}{\text{نها}} \frac{\text{جا}\frac{1}{2}(\text{ع}-\text{س})}{\text{ع}-\text{س}}$$

$$= -2 \times \text{جاس} \times \frac{1}{2} = -\text{جاس}$$

قاعدة (٣)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{ظاس}$

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = \text{قا}^2\text{س}$

البرهان:

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{\text{جتاس} \times \text{جتاس} - \text{جاس} \times -\text{جاس}}{\text{جتا}^2\text{س}}$$

$$= \frac{\text{جتا}^2\text{س} + \text{جا}^2\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}}$$

$$= \frac{1}{\text{جتا}^2\text{س}} = \text{قا}^2\text{س}$$

قاعدة (٤)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{ظتاس}$

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = -\text{قتا}^2\text{س}$

البرهان:

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{\text{جاس} \times -\text{جاس} - \text{جتاس} \times \text{جتاس}}{\text{جا}^2\text{س}}$$

$$= \frac{-(\text{جا}^2\text{س} + \text{جتا}^2\text{س})}{\text{جا}^2\text{س}}$$

$$= \frac{-1}{\text{جا}^2\text{س}} = -\text{قتا}^2\text{س}$$

قاعدة (٥)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{قاس}$

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = \text{قاس ظاس}$

البرهان

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{\text{جتاس}}$$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-1 \times -\text{جاس}}{\text{جتا}^2\text{س}}$

$= \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} \times \frac{1}{\text{جتاس}}$

$= \text{ظاس} \times \text{قاس}$

قاعدة (٦)

إذا كان ق(س) = قتاس

⇐ ق'(س) = -قتاس ظتاس

البرهان

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{\text{جاس}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-1 \times \text{جتاس}}{\text{جا}^2\text{س}}$

$= \frac{-\text{جتاس}}{\text{جاس}} \times \frac{1}{\text{جاس}}$

= -ظتاس قتاس

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 + \frac{1}{2}\,\text{جاس}$

فجد ق'(س).

الحل:

$\text{ق}'(\text{س}) = 2\text{س} + \frac{1}{2}\,\text{جتاس}$

مثال

إذا كان ص = ٣ جاس - جتاس

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$.

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 3\,\text{جتاس} + \text{جاس}$

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{جا}^2\text{س} + \text{جتا}^2\text{س}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

ص = ١ ⇐ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = صفر

مثال

إذا كان $\text{ص} = \text{ظاس} - \sqrt{3\pi}\ \text{س}$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^2\text{س} - \sqrt{3\pi}$

٢٠٠٩ شتوي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{\text{جاس}}$ فإن ق'(س) =

أ) $\boxed{\text{-ظتاس قتاس}}$ ب) قتاس ظتاس

ج) -ظتاس د) جاس جتاس

الحل:

ق(س) = قتاس

ق'(س) = -قتاس ظتاس

٢٠١٠ شتوي

إذا كانت $\text{ص} = \frac{2 - \text{جتا}\frac{\pi}{2}}{\text{جتاس}}$ فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ =

أ) صفر ب) قاس ظاس

ج) $\boxed{\text{٢ قاس ظاس}}$ د) -٢ قاس ظاس

الحل:

$\text{ص} = \frac{2-0}{\text{جتاس}} = \frac{2}{\text{جتاس}}$

ص = ٢ قاس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 2\,\text{قاس ظاس}$

Esam Shikh

0796300625

مثال

إذا كان ق(س) = ٢س - ٦ جاس جد قَ($\frac{\pi}{٦}$)

الحل:

قَ(س) = ٢ - ٦ جتاس

قَ($\frac{\pi}{٦}$) = ٢ - ٦ جتا $\frac{\pi}{٦}$

= ٢ - ٦ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٢ - ٣$\sqrt{٣}$

مثال

إذا كان ق(س) = ٢ جاس + ٦ س فجد قَ($\frac{\pi}{٣}$)

الحل:

قَ(س) = ٢ جتاس + ٦

قَ($\frac{\pi}{٣}$) = ٢ جتا $\frac{\pi}{٣}$ + ٦

= ٢ × $\frac{١}{٢}$ + ٦

= ١ + ٦ = ٧

مثال

إذا كان ق(س) = قاس + ظاس فجد قَ($\frac{\pi}{٦}$)

الحل:

قَ(س) = قاس ظاس + قا^{٢}س

قَ($\frac{\pi}{٦}$) = قا $\frac{\pi}{٦}$ ظا $\frac{\pi}{٦}$ + قا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$

= $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ + $\frac{٤}{٣}$

= $\frac{٢}{٣}$ + $\frac{٤}{٣}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

مثال

إذا كان ق(س) = جا(-س) + جتا(-س)

جد قَ($\frac{\pi}{٤}$)

الحل:

ق(س) = - جاس + جتاس

قَ(س) = - جتاس - جاس

قَ($\frac{\pi}{٤}$) = - جتا $\frac{\pi}{٤}$ - جا $\frac{\pi}{٤}$

= - $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ - $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{-٢}{\sqrt{٢}}$

٢٠٠٩ صيفي

إذا كان ق(س) = $\frac{\pi}{\text{قاس}}$ فإن قَ($\frac{\pi}{٦}$) =

أ) $\frac{\pi\sqrt{٣}}{٢}$ ب) - $\frac{\pi\sqrt{٣}}{٢}$

ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\boxed{-\frac{\pi}{٢}}$

الحل:

ق(س) = π جتاس

قَ(س) = -π جاس

قَ($\frac{\pi}{٦}$) = - π جتا $\frac{\pi}{٦}$

= - π × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{-\pi}{٢}$

مثال

إذا كان ص = س^{٢} جاس جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = س^{٢} جتاس + جاس × ٢س

مثال

إذا كان ق(س) = س جاس فجد قَ($\frac{\pi}{٢}$)

الحل:

قَ(س) = س جتاس + جاس × ١

قَ($\frac{\pi}{٢}$) = $\frac{\pi}{٢}$ جتا $\frac{\pi}{٢}$ + جا $\frac{\pi}{٢}$

= $\frac{\pi}{٢}$ × ٠ + ١

= ٠ + ١

= ١

مثال

إذا كان ق(س) = س قاس فجد قَ$(\frac{\pi}{3})$

الحل:

قَ(س) = س قاس ظاس + قاس × 1

قَ$(\frac{\pi}{3})$ = $\frac{\pi}{3}$ قا$\frac{\pi}{3}$ ظا$\frac{\pi}{3}$ + قا$\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\pi}{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \; \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\pi}{9} + \frac{2}{\sqrt{3}}$

مثال

إذا كان ق(س) = جاس جتاس جد قَ$(\frac{\pi}{3})$

الحل:

قَ(س) = جاس × -جاس + جتاس × جتاس

= -جا²س + جتا²س

قَ$(\frac{\pi}{3})$ = -جا²$\frac{\pi}{3}$ + جتا²$\frac{\pi}{3}$

$= -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

مثال

إذا كان ص = قتاس - س ظتاس جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = -قتاس ظتاس - (س × -قتا²س + ظتاس × 1)

= -قتاس ظتاس + س قتا²س - ظتاس

مثال

إذا كان ص = $\frac{\text{س}}{\text{جتاس}}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{جتاس} \times 1 - \text{س} \times -\text{جاس}}{\text{جتا}^2\text{س}}$

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{\text{جتاس}}{\text{س}}$ فجد قَ$(\frac{\pi}{3})$

الحل:

قَ(س) = $\frac{\text{س} \times -\text{جاس} - \text{جتاس} \times 1}{\text{س}^2}$

قَ$(\frac{\pi}{3})$ = $\frac{-\frac{\pi}{3} \times \text{جا}\frac{\pi}{3} - \text{جتا}\frac{\pi}{3}}{(\frac{\pi}{3})^2}$

$= \frac{-\frac{\pi}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\pi^2}{9}}$

$= \left(\frac{-\pi}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{9}{\pi^2}$

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{\text{جتاس}}{1 + \text{جاس}}$ فجد قَ(π)

الحل:

قَ(س) = $\frac{(1+\text{جاس})(-\text{جاس}) - \text{جتاس} \times \text{جتاس}}{(1 + \text{جاس})^2}$

قَ(π) = $\frac{(1+\text{جا}\pi)(-\text{جا}\pi) - \text{جتا}^2\pi}{(1 + \text{جا}\pi)^2}$

$= \frac{(1+0)(0) - (-1)^2}{(1+0)^2}$

$= \frac{0 - 1}{1} = \frac{-1}{1} = -1$

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{ظاس} + \text{س}}{\text{جاس}}$ جد $\text{قَ}(\frac{\pi}{3})$

الحل :

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{(\text{جاس})(\text{قا}^2\text{س}+1) - (\text{ظاس}+\text{س})(\text{جتاس})}{\text{جا}^2\text{س}}$$

$$\text{قَ}(\tfrac{\pi}{3}) = \frac{(\text{جا}\tfrac{\pi}{3})(\text{قا}^2\tfrac{\pi}{3}+1) - (\text{ظا}\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{3})(\text{جتا}\tfrac{\pi}{3})}{(\text{جا}\tfrac{\pi}{3})^2}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt3}{2}(4+1) - (\sqrt3+\frac{\pi}{3})(\frac{1}{2})}{\frac{3}{4}}$$

$$= \left(\frac{5\sqrt3}{2} - \frac{\sqrt3}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{10\sqrt3}{3} - \frac{4\sqrt3}{6} - \frac{4\pi}{18}$$

$$= \frac{16\sqrt3}{6} - \frac{2\pi}{9}$$

$$= \frac{8\sqrt3}{3} - \frac{2\pi}{9}$$

٢٠١٠ صيفي

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س} + \text{قاس}}{\text{جاس}}$ فجد $\text{قَ}(\frac{\pi}{4})$

الحل :

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{(\text{جاس})(1+\text{قاس ظاس}) - (\text{س}+\text{قاس})(\text{جتاس})}{(\text{جا}^2\text{س})}$$

$$\text{قَ}(\tfrac{\pi}{4}) = \frac{\text{جا}\tfrac{\pi}{4}(1+\text{قا}\tfrac{\pi}{4}\,\text{ظا}\tfrac{\pi}{4}) - (\tfrac{\pi}{4}+\text{قا}\tfrac{\pi}{4})(\text{جتا}\tfrac{\pi}{4})}{(\text{جا}\tfrac{\pi}{4})^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt2}(1+\sqrt2\times1) - (\frac{\pi}{4}+\sqrt2)(\frac{1}{\sqrt2})}{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt2} + 1 - \frac{\pi}{4\sqrt2} + 1\right) \times 2$$

$$= \left(\frac{4}{\sqrt2} - \frac{\pi}{\sqrt2} + 2\right) \times 2$$

$$= \frac{(4-\pi)\times 2}{\sqrt2} + 4$$

$$= 4\sqrt2 - \sqrt2\,\pi + 4$$

مثال

إذا كان ق(س) = س + جتاس
س ∈ [-٢π ، ٢π]
جد قيم س حيث قَ(س) = صفر

الحل :

قَ(س) = ١ - جاس
٠ = ١ - جاس
جاس = ١
⇐ س = $\frac{\pi}{2}$ ، $-\frac{3\pi}{2}$

مثال

إذا كان ق(س) = قاس حيث
س ∈ [-٢π ، ٢π] جد قيم س حيث
قَ(س) = صفر .

الحل :

قَ(س) = قاس ظاس
٠ = قاس ظاس
٠ = $\frac{1}{\text{جتاس}} \times \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$
٠ = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتا}^2\text{س}}$
⇐ جاس = صفر
⇐ س = ٠ ، π ، -π
س = ٢π ، -٢π مرفوضه لأن
قَ(٢π) غير موجودة طرف فترة
قَ(-٢π) غير موجودة طرف فترة .

مثال

إذا كان ص = جاس فجد
صً + ٦ص بدلالة ص

الحل :

ص = جاس
٦ص = ٦ جاس
صَ = جتاس
صً = - جاس
صً + ٦ص =
- جاس + ٦ جاس
= ٥ جاس = ٥ص
⇐ صً + ٦ص = ٥ ص

مثال

إذا كان ص = قتا س جد $\frac{د^2ص}{دس^2}$

الحل :

$\frac{دص}{دس} = -\text{قتا س ظتا س}$

$\frac{د^2ص}{دس^2} = (-\text{قتا س})(-\text{قتا}^2\text{ س}) + (\text{ظتا س})(\text{قتا س ظتا س})$

$= \text{قتا}^3\text{ س} + \text{قتا س ظتا}^2\text{ س}$

مثال

إذا كان ص = س جتا س ـ ٤ جا س

جد $\frac{د^2ص}{دس^2}$

الحل :

$\frac{دص}{دس} = (\text{س})(-\text{جا س}) + (\text{جتا س})(1) - 4\text{ جتا س}$

$= -\text{س جا س} - 3\text{ جتا س}$

$\frac{د^2ص}{دس^2} = (-\text{س})(\text{جتا س}) + (\text{جا س})(-1) + 3\text{ جا س}$

$= -\text{س جتا س} + 2\text{ جا س}$

مثال

إذا كان ق(س) = قتاس + ظتاس

أثبت أن

$$\text{قَ(س)} = \frac{1}{\text{جتاس} - 1}$$

الحل:

قَ(س) = − قتاس ظتاس − قتا²س

= − قتاس (ظتاس + قتاس)

$$= \frac{-1}{\text{جاس}}\left(\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} + \frac{1}{\text{جاس}}\right)$$

$$= -\frac{(\text{جتاس}+1)}{\text{جا}^2\text{س}}$$

$$= -\frac{(\text{جتاس}+1)}{1-\text{جتا}^2\text{س}}$$

$$= -\frac{(1+\text{جتاس})}{(1-\text{جتاس})\cancel{(1+\text{جتاس})}}$$

$$= \frac{-1}{1-\text{جتاس}}$$

$$= \frac{1}{\text{جتاس}-1}$$

مثال

إذا كان ص = أ جاس + ب جتاس

أثبت أن

صً + ص = صفر

الحل:

ص = أ جاس + ب جتاس

صَ = أ جتاس − ب جاس

صً = − أ جاس − ب جتاس

الآن

صً + ص =

− أ ~~جاس~~ − ب ~~جتاس~~ + أ ~~جاس~~ + ب ~~جتاس~~

= صفر وهو المطلوب.

مثال ٢٠١٤ شتوي

إذا كان ص = أ جاس + ب جتاس

فأثبت أن

صَ² + ص² = أ² + ب²

الحل:

صَ = أ جتاس − ب جاس

(صَ)² = (أ جتاس − ب جاس)²

= أ² جتا²س − ٢أب جاس جتاس + ب² جا²س

ص = أ جاس + ب جتاس

(ص)² = أ² جا²س + ٢أب جاس جتاس + ب² جتا²س

الآن صَ² + ص² =

أ² جتا²س − ٢أب ~~جاس جتاس~~ + ب² جا²س

+ أ² جا²س + ٢أب ~~جاس جتاس~~ + ب² جتا²س

= أ²(جا²س + جتا²س) + ب²(جا²س + جتا²س)

= أ² × ١ + ب² × ١

= أ² + ب² وهو المطلوب.

مثال

إذا كان ص + صً = صفر فأثبت أن

ص = جتاس ، ص = جاس

يعتبران حلاً للمعادلة.

الحل :

• ص = جتاس

ص + ص″ = ٠

ص = جتاس

ص′ = − جاس

ص″ = − جتاس

الآن ص + ص″ =

جتاس + − جتاس = صفر

• ص = جاس

ص + ص″ = ٠

ص = جاس

ص′ = جتاس

ص″ = − جاس

الآن ص + ص″ =

جاس + − جاس = صفر

٢٠١٦ صيفي

إذا كان $\text{ص} = \dfrac{\text{جاس}}{١ + \text{جتاس}}$ ، جتاس ≠ −١

أثبت أن $\text{ص}'' = \dfrac{\text{جاس}}{(١ + \text{جتاس})^2}$

الحل :

$$\text{ص}' = \dfrac{(١ + \text{جتاس})(\text{جتاس}) - \text{جاس}(-\text{جاس})}{(١ + \text{جتاس})^2}$$

$$= \dfrac{\text{جتاس} + \text{جتا}^2\text{س} + \text{جا}^2\text{س}}{(١ + \text{جتاس})^2}$$

$$= \dfrac{١ + \text{جتاس}}{(١ + \text{جتاس})^2} = \dfrac{١}{١ + \text{جتاس}}$$

$$\text{ص}'' = \dfrac{-١ \times -\text{جاس}}{(١ + \text{جتاس})^2}$$

$$= \dfrac{\text{جاس}}{(١ + \text{جتاس})^2}$$

٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س جا س + ١ & -\frac{\pi}{٢} \le س \le ٠ \\ س - ٥ جا س & ٠ < س \le \frac{\pi}{٢} \end{cases}$$

فإن $ق'(٠)$ تساوي:

أ) صفر ب) -١ $\boxed{\text{ج) غير موجودة}}$ د) ١

الحل:

ندرس اتصال ق عند س = ٠

$ق(٠) = ٠ + ١ = ١$

$\lim_{س \to ٠^-} ق(س) = ١$

$\lim_{س \to ٠^+} ق(س) = ٠ - ٥ جا ٠ = ٠ - ٠ = صفر$

$\Leftarrow \lim_{س \to ٠} ق(س)$ غير موجودة $\Leftarrow$ ق غير متصل عند ٠.

$\Leftarrow ق'(٠)$ غير موجودة.

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ
الفصل (الأول) العنوان (مشتقات الاقترانات المثلثية) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان ق(س) = |جا س|

ابحث قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π

الحل :

$$ق(س) = \begin{cases} جا س & \frac{\pi}{2} < س \le \pi \\ -جا س & \pi < س < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

نبحث اتصال ق عند س = π

ق(π) = جا π = صفر

$\lim\limits_{س \to \pi^+}$ ق(س) = صفر

$\lim\limits_{س \to \pi^-}$ ق(س) = صفر

$\Leftarrow$ $\lim\limits_{س \to \pi}$ ق(س) = صفر = ق(π)

$\Leftarrow$ ق متصل عند س = π

نبحث اشتقاق ق عند س = π

$$ق'(س) = \begin{cases} جتا س & \frac{\pi}{2} < س < \pi \\ -جتا س & \pi < س < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$ق'_-(\pi)$ = جتا π = -1

$ق'_+(\pi)$ = $-$ جتا π = $-(-1)$ = 1

$\Leftarrow$ ق'(π) غير موجودة

$$\Leftarrow ق'(س) = \begin{cases} جتا س & \frac{\pi}{2} < س < \pi \\ -جتا س & \pi < س < \frac{3\pi}{2} \\ غير موجودة & س = \pi \end{cases}$$

ق غير قابل للاشتقاق عند س = π

Esam Shikh
0796300625

مثال

إذا كان ق(س) = { جتا س ، س ≥ ٠ ؛ أ س + ب ، س < ٠

ق قابل للاشتقاق عند س = صفر جد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

الحل :

ق قابل للاشتقاق عند س = صفر ⇐

ق متصل عند س = صفر ⇐

نهـا ق(س) (س ← ٠⁺) = نهـا ق(س) (س ← ٠⁻)

جتا ٠ = أ × ٠ + ب

$\boxed{١ = ب}$

ق قابل للاشتقاق عند س = صفر ⇐

ق̄₊(٠) = ق̄₋(٠)

ق̄(س) = { − جا س ، س ≥ ٠ ؛ أ ، س < ٠

ق̄₊(٠) = ق̄₋(٠)

− جا ٠ = أ

$\boxed{٠ = أ}$