نظريات النهايات

Esam shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

نظرية (١)

نهاية الثابت تساوي الثابت نفسه

$$\underset{س \leftarrow أ}{نهـا} ب = ب$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

نظرية (٢)

$$\underset{\text{س} \to \text{م}}{\text{نها}}\ \text{س}^{\text{ن}} = \text{م}^{\text{ن}}$$

نظرية (٣)

النهاية توزع على الجمع والطرح والضرب والقسمة

إذا كان $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = \text{ب}$ ، $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) = \text{جـ}$

فإن

① $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \left(\text{ق}(س) \pm \text{هـ}(س)\right) =$

$\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) \pm \underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) =$

$\text{ب} \pm \text{جـ}$

② $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \left(\text{ق}(س) \times \text{هـ}(س)\right) =$

$\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) \times \underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) =$

$\text{ب} \times \text{جـ}$

③ $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \dfrac{\text{ق}(س)}{\text{هـ}(س)} =$

$\dfrac{\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س)}{\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س)} = \dfrac{\text{ب}}{\text{جـ}}$ ، $\text{جـ} \neq ٠$

④ $\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{م}\ \text{ق}(س) = \text{م} \times \underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س)$

$= \text{م} \times \text{ب}$

حيث م عدد ثابت

تعميم : إذا كان ق اقتران كثير حدود

فإن

$\underset{س \to أ}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = \text{ق}(أ)$

مثال

إذا كان $\text{ق}(س) = س^٣ + س^٢ + ٥$ فجد

١) $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \text{ق}(س)$ ٢) $\text{ق}(٢)$

الحل :

١) $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = (٢)^٣ + (٢)^٢ + ٥$

$= ٨ + ٤ + ٥ = ١٧$

٢) $\text{ق}(٢) = (٢)^٣ + (٢)^٢ + ٥$

$= ٨ + ٤ + ٥ = ١٧$

مثال

إذا كان $\text{ق}(س) = ٢س$ ، $\text{هـ}(س) = س^٣ + س$

فجد

$\boxed{١}$ $\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \left(\text{ق}(س) + \text{هـ}(س) \times س\right)$

$\boxed{٢}$ $\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \dfrac{\text{ق}(س)}{\text{هـ}(س)}$

الحل :

$\boxed{١}$ $\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = ٢ \times -٢ = -٤$

$\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) = (-٢)^٣ + (-٢) = -٨ - ٢ = -١٠$

$\Leftarrow$

$\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) + \underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) \times \underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ س$

$= -٤ + (-١٠) \times (-٢)$

$= -٤ + ٢٠ = ١٦$

$\boxed{٢}$ $\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \text{ق}(س) = ٢ \times ١ = ٢$

$\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س) = (١)^٣ + ١ = ١ + ١ = ٢$

$\Leftarrow$ $\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \dfrac{\text{ق}(س)}{\text{هـ}(س)} = \dfrac{\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \text{ق}(س)}{\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ \text{هـ}(س)} = \dfrac{٢}{٢} = ١$

مثال

جد $\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}} \frac{\text{س}^{٢}+٥}{\text{س}^{٤}+١}$

الحل :

$$\frac{\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}} (\text{س}^{٢}+٥)}{\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}} (\text{س}^{٤}+١)}$$

$$= \frac{(-١)^{٢}+٥}{(-١)^{٤}+١} = \frac{١+٥}{١+١} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

نظرية (٤)

إذا كان $\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نها}}\ \text{ق(س)} = \text{ب}$ فإن

$$\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نها}}\ \sqrt[\text{ن}]{\text{ق(س)}} = \sqrt[\text{ن}]{\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نها}}\ \text{ق(س)}}$$

$$= \sqrt[\text{ن}]{\text{ب}}$$

بشرط أن تكون $\text{ب} \geq \text{صفر}$ عندما تكون ن عدد زوجي

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - \text{س} - ٦$

$\text{ل}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣$

فجد

$\boxed{١}$ $\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \left(\text{ق}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \right)$

$\boxed{٢}$ $\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \left(\text{ق}(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) \right)$

$\boxed{٣}$ $\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ل}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$

$\boxed{٤}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \left(\text{ل}(\text{س}) \right)^{٤}$

$\boxed{٥}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \sqrt[٣]{١ - \text{ل}(\text{س})}$

$\boxed{٦}$ $\underset{\text{س} \to -١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ل}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$

الحل :

$\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س}) = (١)^{٢} - ١ - ٦$
$= ١ - ١ - ٦ = -٦$

$\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س}) = (١)^{٢} - ٢ \times ١ - ٣$
$= ١ - ٢ - ٣ = -٤$

$\boxed{١}$ $\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س}) + \underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س})$
$= -٦ + -٤ = -١٠$

$\boxed{٢}$ $\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س}) \times \underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س})$
$= -٦ \times -٤ = ٢٤$

$\boxed{٣}$ $\dfrac{\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س})}{\underset{\text{س} \to ١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س})} = \dfrac{-٤}{-٦} = \dfrac{٤}{٦} = \dfrac{٢}{٣}$

$\boxed{٤}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س}) = (٢)^{٢} - ٢ \times ٢ - ٣$
$= ٤ - ٤ - ٣ = -٣$

$\Leftarrow \left(\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س}) \right)^{٤} = (-٣)^{٤} = ٨١$

$\boxed{٥}$ $\sqrt[٣]{\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} ١ - \underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س})}$
$= \sqrt[٣]{١ - (-٣)} = \sqrt[٣]{٤}$

$\boxed{٦}$

$\underset{\text{س} \to -١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س}) = (-١)^{٢} - ٢ \times -١ - ٣$
$= ١ + ٢ - ٣ = \text{صفر}$

$\underset{\text{س} \to -١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س}) = (-١)^{٢} - (-١) - ٦$
$= ١ + ١ - ٦ = -٤$

$\Leftarrow \dfrac{\underset{\text{س} \to -١}{\text{نها}} \text{ل}(\text{س})}{\underset{\text{س} \to -١}{\text{نها}} \text{ق}(\text{س})} = \dfrac{\text{صفر}}{-٤} = \text{صفر}$

مثال

إذا كانت $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} ٢\text{ع}(\text{س}) = ١٠$

$\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \left(٣\text{ل}(\text{س}) + ١ \right) = ٧$ فجد

$\boxed{١}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \left(٢\text{ع}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \right)$

$\boxed{٢}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \left(\text{ع}^{٣}(\text{س}) - \text{ل}^{٢}(\text{س}) \right)$

$\boxed{٣}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{ل}(\text{س})}}{\text{ع}(\text{س})}$

$\boxed{٤}$ $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}} \left(\text{ع}^{٢}(\text{س}) - \text{ل}^{٢}(\text{س}) \right)$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

الحل : تجميع المعطيات

$\boxed{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س) = ٥}$ ،

$٣\ \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س) + \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ١ = ٧$

$٣\ \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س) + ١ = ٧$

$٣\ \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س) = ٦$

$\Leftarrow \boxed{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س) = ٢}$

الآن :

(١) $٢ \times \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س) + \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س)$

$= ٢ \times ٥ + ٢$

$= ١٠ + ٢ = ١٢$

(٢) $\left(\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س)\right)^{٣} - \left(\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س)\right)^{٢}$

$= (٥)^{٣} - (٢)^{٢}$

$= ١٢٥ - ٤ = ١٢١$

(٣) $\dfrac{\sqrt{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س)}}{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س)} = \dfrac{\sqrt{٢}}{٥}$

(٤) $\left(\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س)\right)^{٢} - \left(\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س)\right)^{٢}$

$= (٥)^{٢} - (٢)^{٢}$

$= ٢٥ - ٤ = ٢١$

٢٠١٠ صيفي

إذا كان ق(س) كثير حدود وكانت $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ (ق(س) - ٥) = ٣$ فإن

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ \sqrt{٢ق(س)} =$

أ) ١٦ ب) -٤ $\boxed{\text{ج) ٤}}$ د) غير موجودة

الحل :

تجميع المعطيات

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س) - \underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ٥ = ٣$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س) - ٥ = ٣$

$\boxed{\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س) = ٨}$

$\Leftarrow \sqrt{٢ \times \underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س)}$

$= \sqrt{٢ \times ٨} = \sqrt{١٦} = ٤$

٢٠١١ شتوي

إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود وكانت

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \dfrac{ق(س)}{س} = ٣$

فإن $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \dfrac{ق^{٢}(س)}{س} =$

أ) ٩ $\boxed{\text{ب) ١٨}}$ ج) ٦ د) ٣٦

الحل :

تجميع المعطيات

$\dfrac{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)}{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ س} = ٣ \Leftarrow \dfrac{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)}{٢} = ٣$

$\Leftarrow \boxed{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س) = ٦}$

$\Leftarrow \dfrac{\left(\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)\right)^{٢}}{\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ س} = \dfrac{(٦)^{٢}}{٢} = \dfrac{٣٦}{٢} = ١٨$

مثال

إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (-٣، ٤)
وكانت

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \left(س - ل(س) \right) = -١٠$$

فجد

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \left(ق^{٢}(س) - ٢\, ل(س) \right)$$

الحل:

تجهيز المعطيات

ق كثير حدود و ق(-٣) = ٤ ⇐

$$\boxed{\underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ق(س) = ٤}$$

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ س - \underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ل(س) = -١٠$$

$$-٣ - \underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ل(س) = -١٠$$

$$-٣ + ١٠ = \underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ل(س)$$

$$\boxed{٧ = \underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ل(س)}$$

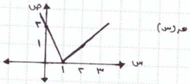
$$\Leftarrow \left(\underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ق(س) \right)^{٢} - ٢ \times \underset{س \to -٣}{\text{نها}}\ ل(س)$$

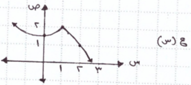
$$= (٤)^{٢} - ٢ \times ٧$$

$$= ١٦ - ١٤ = ٢$$

* العمليات على النهايات من الرسم

مثال





معتمداً الشكلين جد

$\boxed{1}$ $\underset{\text{س}\leftarrow\text{١}}{\text{نها}}\text{ (ق(س) + ع(س))}$

$\boxed{2}$ $\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ (ق(س) }\times\text{ ع(س))}$

الحل:

$\boxed{1}$ من الرسم $\underset{\text{س}\leftarrow\text{١}}{\text{نها}}\text{ ق(س)} = \text{صفر}$

$\underset{\text{س}\leftarrow\text{١}}{\text{نها}}\text{ ع(س)} = ٢$

$\Leftarrow$

$\underset{\text{س}\leftarrow\text{١}}{\text{نها}}\text{ ق(س)} + \underset{\text{س}\leftarrow\text{١}}{\text{نها}}\text{ ع(س)}$

$= \text{صفر} + ٢ = ٢$

$\boxed{2}$ من الرسم $\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ق(س)} = ١$

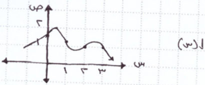
$\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ع(س)} = ١$

$\Leftarrow$

$\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ق(س)} \times \underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ع(س)}$

$= ١ \times ١ = ١$

مثال



معتمداً الشكل جد

$\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ (س + ل(س))}$

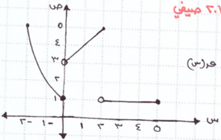
الحل:

من الرسم $\underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ل(س)} = ١$

$\Leftarrow \underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ س} + \underset{\text{س}\leftarrow\text{٢}}{\text{نها}}\text{ ل(س)}$

$= ٢ + ١ = ٣$

٢٠١٧ صيفي



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى ق(س)

جد

$\underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\left(\text{س ق}^{٢}\text{(س)} + \frac{٢}{\text{ق(س)}}\right)$

الحل:

من الرسم $\underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\text{ ق(س)} = ٢$

$\Leftarrow \underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\text{ س} \times \left(\underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\text{ ق(س)}\right)^{٢} + \frac{\underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\text{ ٢}}{\underset{\text{س}\leftarrow\text{١-}}{\text{نها}}\text{ ق(س)}}$

$= ١- \times (٢)^{٢} + \frac{\cancel{٢}}{\cancel{٢}}$

$= ١- \times ٤ + ١$

$= ٤- + ١ = ٣-$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

* ايجاد النهاية مع الجذور

أولاً : ايجاد النهاية مع الجذور الفردية

$\sqrt[3]{\ }$ ، $\sqrt[5]{\ }$ ، $\sqrt[7]{\ }$ ، ...

ملاحظة : نجد النهاية مع الجذور الفردية من خلال التعويض المباشر .

مثال

جد $\lim_{س \to -٣} \sqrt[3]{س-٥}$

الحل

$\lim_{س \to -٣} \sqrt[3]{س-٥} = \sqrt[3]{٣-٥} = \sqrt[3]{-٢}$

مثال

جد $\lim_{س \to -١} \sqrt[3]{٧-س}$

الحل :

$\lim_{س \to -١} \sqrt[3]{٧-س} = \sqrt[3]{٧-(-١)} = \sqrt[3]{٨} = ٢$

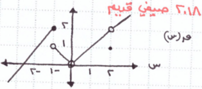
مثال

جد $\lim_{س \to ٢} \sqrt[3]{س^٢-٤}$

الحل

$\lim_{س \to ٢} \sqrt[3]{س^٢-٤} = \sqrt[3]{٤-٤} = \sqrt[3]{٠} = ٠$

٢٠١٨ صيفي قديم



معتمداً الشكل جد $\lim_{س \to ٠} \left(ق(س) + \sqrt[3]{س-٨} \right)$

الحل :

$\lim_{س \to ٠} ق(س) + \lim_{س \to ٠} \sqrt[3]{س-٨}$

$= صفر + \sqrt[3]{٠-٨}$

$= صفر + \sqrt[3]{-٢}$

$= صفر - ٢ = -٢$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

ثانياً: ايجاد النهاية مع الجذور الزوجية $\sqrt{\ }$ ، $\sqrt[٤]{\ }$ ، $\sqrt[٦]{\ }$ ، ...

ملاحظة: نعوض داخل الجذر فاذا كانت القيمة الناتجة تساوي

١) عدد موجب تكون النهاية موجودة

مثال

جد $\underset{س \to ٩}{\text{نهـا}} \sqrt{س - ٥}$

الحل:

$\underset{س \to ٩}{\text{نهـا}} \sqrt{س - ٥} = \sqrt{٩ - ٥} = \sqrt{٤} = ٢$

مثال

جد $- \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \sqrt{س + ٣}$

الحل:

$- \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \sqrt{س + ٣} = - \sqrt{٣ + ٣} = - \sqrt{٦}$

مثال

جد $\underset{س \to -٧}{\text{نهـا}} \sqrt{س^٢ - ٢٥}$

الحل:

$\underset{س \to -٧}{\text{نهـا}} \sqrt{س^٢ - ٢٥} = \sqrt{٤٩ - ٢٥} = \sqrt{٢٤}$

مثال

جد $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \left((س + ١) \sqrt{س^٢ + ٢١} \right)$

الحل:

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (س + ١) \times \sqrt{\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (س^٢ + ٢١)}$

$= (٢ + ١) \times \sqrt{٤ + ٢١}$

$= ٣ \times \sqrt{٢٥}$

$= ٣ \times ٥ = ١٥$

مثال

اذا كان $ق(س) = ٢س$ ، $هـ(س) = س^٣ + س$

فجد

$\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \left(\sqrt{ق(س)} + ٣\sqrt{هـ(س)} + ١٥ \right)$

الحل:

$\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} ق(س) = ٢ \times ١ = ٢$

$\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} هـ(س) = (١)^٣ + ١ = ١ + ١ = ٢$

$\Leftarrow$

$\sqrt{\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} ق(س)} + ٣\sqrt{\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} هـ(س)} + \underset{س \to ١}{\text{نهـا}} ١٥$

$= \sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} + ١٥$

$= ٤\sqrt{٢} + ١٥$

(٣) عدد سالب تكون النهاية غير موجودة

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \sqrt{س - ٧}$

الحل :

$\sqrt{٥ - ٧} = \sqrt{-٢}$

⇐ $\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \sqrt{س - ٧}$ غير موجودة .

مثال

جد قيم جـ التي تجعل

$\underset{س \leftarrow جـ}{نها} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة .

الحل :

$٦ - س = ٠$

$س = ٦$

تكون النهاية غير موجودة في الجذر الزوجي عندما يكون ناتج التعويض يساوي عدد سالب

⇐ قيم جـ ∈]٦ ، ∞)

(٣) صفر :

ندرس المجال ونحدد الاشارة :

- إذا كانت الاشارة موجب تكون النهاية صفر
- إذا كانت الاشارة سالب تكون النهاية غير موجودة .

مثال

جد $\underset{س\leftarrow ٧}{\text{نها}}\sqrt{س-٧}$

الحل :

$\sqrt{٧-٧}=\sqrt{\text{صفر}}$ ⇐ ندرس المجال

س − ٧ = صفر ⇐ س = ٧

$-----\underset{٧}{|}+++++$

$\underset{س\leftarrow ٧^{+}}{\text{نها}}\sqrt{س-٧}=\text{صفر}$

$\underset{س\leftarrow ٧^{-}}{\text{نها}}\sqrt{س-٧}$ غير موجودة

⇐ $\underset{س\leftarrow ٧}{\text{نها}}\sqrt{س-٧}$ غير موجودة .

مثال

جد $\underset{س\leftarrow ٤}{\text{نها}}\sqrt{س-٤}$

الحل :

$\sqrt{٤-٤}=\sqrt{٠}$ ⇐ ندرس المجال

س − ٤ = صفر ⇐ س = ٤

$-----\underset{٤}{|}+++++$

$\underset{س\leftarrow ٤^{+}}{\text{نها}}\sqrt{س-٤}=\text{صفر}$

$\underset{س\leftarrow ٤^{-}}{\text{نها}}\sqrt{س-٤}=$ غيرموجودة

⇐ $\underset{س\leftarrow ٤}{\text{نها}}\sqrt{س-٤}$ غير موجودة .

مثال

جد $\underset{س\leftarrow ٥^{-}}{\text{نها}}\sqrt{٥-س}$

الحل :

$\sqrt{٥-٥}=\sqrt{٠}$ ⇐ ندرس الاشارة للمجال

٥ − س = صفر

⇐ س = ٥

$++++\underset{٥}{|}------$

$\underset{س\leftarrow ٥^{-}}{\text{نها}}\sqrt{٥-س}=\text{صفر}$

مثال

جد $\underset{س\leftarrow ٥}{\text{نها}}\sqrt{س^{٢}-٢٥}$

الحل :

$\sqrt{٢٥-٢٥}=\sqrt{\text{صفر}}$ ⇐ ندرس الاشارة للمجال

$س^{٢}-٢٥=\text{صفر}$

$س^{٢}=٢٥$

س = ± ٥

$+++\underset{-٥}{|}-----\underset{٥}{|}++++$

$\underset{س\leftarrow ٥^{+}}{\text{نها}}\sqrt{س^{٢}-٢٥}=\text{صفر}$

$\underset{س\leftarrow ٥^{-}}{\text{نها}}\sqrt{س^{٢}-٢٥}$ غير موجودة .

⇐ $\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نهـا}} \sqrt{\text{س}^٢ - ٢٥}$ غير موجودة .

مثال

جد $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - \text{س}^٢}$

الحل :

$\sqrt{١ - ١} = \sqrt{\text{صفر}}$ ⇐ ندرس الاشارة للمجال

$١ - \text{س}^٢ = \text{صفر}$

$١ = \text{س}^٢$ ⇐ $\text{س} = \pm ١$

---- ++++ -----

-١ ١

$\underset{\text{س}\to ١^+}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - \text{س}^٢}$ غير موجودة

$\underset{\text{س}\to ١^-}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - \text{س}^٢} = \text{صفر}$

⇐ $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - \text{س}^٢}$ غير موجودة .

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان $\text{ع(س)} = \frac{\sqrt{\text{س} - ٥} + ٣}{\text{س}^٢ + ٢}$

فإن $\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نهـا}} \text{ع(س)} =$

أ) $\frac{٣}{٢٧}$ ب) صفر $\boxed{\text{ج)}}$ غيرموجودة د) $\frac{١}{٤}$

الحل :

$\sqrt{٥ - ٥} = \sqrt{٠}$ ⇐ ندرس الاشارة

$\text{س} - ٥ = \text{صفر}$ ⇐ $\text{س} = ٥$

----- ++++

٥

$\underset{\text{س}\to ٥^-}{\text{نهـا}} \sqrt{\text{س} - ٥}$ غير موجودة ⇐

$\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نهـا}} \sqrt{\text{س} - ٥}$ غير موجودة

⇐ $\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{\text{س} - ٥} + ٣}{\text{س}^٢ + ٢}$ غيرموجودة

* ايجاد النهاية مع الاقتران المتشعب

ملاحظة : الاقتران المتشعب هو الاقتران الذي له أكثر من قاعدة .

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ١ & س > ١ \\ ٣س & س \leq ١ \end{cases}$

جد ① $\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}$ ق(س)

② $\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}$ ق(س)

③ $\underset{س \to ١}{\text{نها}}$ ق(س)

④ $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س)

⑤ $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}$ ق(س)

الحل :

① $\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}$ ق(س) = $(١)^٢ + ١ = ١ + ١ = ٢$

② $\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}$ ق(س) = $٣ \times ١ = ٣$

③ $\underset{س \to ١}{\text{نها}}$ ق(س) غير موجودة لأن

$\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}$ ق(س) = ٢ $\neq$ $\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}$ ق(س) = ٣

④ $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س) = $(٢)^٢ + ١$

= $٤ + ١ = ٥$

⑤ $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}$ ق(س) = ٣×٠ = صفر

مثال

إذا كان

ق(س) = $\begin{cases} س^٢ - ١ & س \neq ٢ \\ ٤س & س = ٢ \end{cases}$

جد ① $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س)

② $\underset{س \to ٣}{\text{نها}}$ ق(س)

③ $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}$ ق(س)

الحل :

① $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س) = $(٢)^٢ - ١$

= $٤ - ١ = ٣$

② $\underset{س \to ٣}{\text{نها}}$ ق(س) = $(٣)^٢ - ١$

= $٩ - ١ = ٨$

③ $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}$ ق(س) = $(٠)^٢ - ١$

= $٠ - ١ = -١$

مثال

إذا كان ل(س) = $\begin{cases} ٢س + ١ & ، س \in ص \\ س^٢ + ٤ & ، س \notin ص \end{cases}$

فجد $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ل(س)

الحل :

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ل(س) = $(٢)^٢ + ٤ = ٤ + ٤ = ٨$

* ايجاد النهاية مع القيمة المطلقه

ملاحظة ① نعوض داخل القيمة المطلقه إذا كانت القيمة الناتجه موجب أو سالب لا نعيد التعريف .

② نعوض داخل القيمة المطلقه إذا كانت القيمة الناتجة صفر نعيد التعريف .

مثال

جد نها |س - ٨|
س ← ٠

الحل :

|٠ - ٨| = |-٨| = ٨

مثال

جد نها |س - ٨|
س ← ٩

الحل :

|٩ - ٨| = |١| = ١

مثال

جد نها |س^{٢} - ٤|
س ← ٣$^{-}$

الحل :

|٩ - ٤| = |٥| = ٥

مثال

جد نها |س^{٢} - ٤|
س ← ٣

الحل :

|٩ - ٤| = |٥| = ٥

مثال

جد نها |س^{٢} - ٤|
س ← ١

الحل :

|١ - ٤| = |-٣| = ٣

مثال

جد نها |س - ٨|
س ← ٨

الحل :

|٨ - ٨| = |٠| ⇐ نعيد التعريف

س - ٨ = صفر ⇐ س = صفر

٨ - س   س - ٨
- - - - - -   + + + + +
٠

نها س - ٨ = ٨ - ٨ = صفر
س ← ٨$^{+}$

نها ٨ - س = ٨ - ٨ = صفر
س ← ٨$^{-}$

⇐ نها |س - ٨| = صفر
س ← ٨

مثال

جد نها |س - ٢|
س ← ٢$^{-}$

الحل :

|٢ - ٢| = |صفر| ⇐ نعيد التعريف

س - ٢ = صفر ⇐ س = ٢

٢ - س   س - ٢
- - - - - - -   + + + + + +
٢

نها ٢ - س = ٢ - ٢ = صفر
س ← ٢$^{-}$

⇐ نها |س - ٢| = صفر .
س ← ٢$^{-}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

مثال

جد $\underset{١٦ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |س − ١٦|

الحل:

|١٦ − ١٦| = |٠| ⇐ نعيد التعريف

س − ١٦ = صفر ⇐ س = ١٦

١٦ − س   − − − − − | ١٦ | + + + + +   س − ١٦

$\underset{^{+}١٦ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ س − ١٦ = ١٦ − ١٦ = صفر

$\underset{^{-}١٦ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ ١٦ − س = ١٦ − ١٦ = صفر

⇐ $\underset{١٦ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |س − ١٦| = صفر

مثال

جد $\underset{٢ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ٤|

الحل:

|٤ − ٤| = |٠| ⇐ نعيد التعريف .

$\text{س}^{٢}$ − ٤ = صفر ⇐ $\text{س}^{٢}$ = ٤

⇐ س = ± ٢

$\text{س}^{٢}$ − ٤   + + + + | −٢ | − − − − − −   ٤ − $\text{س}^{٢}$ | ٢ | + + + + $\text{س}^{٢}$ − ٤

$\underset{^{+}٢ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ $\text{س}^{٢}$ − ٤ = ٤ − ٤ = صفر

$\underset{^{-}٢ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ ٤ − $\text{س}^{٢}$ = ٤ − ٤ = صفر

⇐ $\underset{٢ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ٤| = صفر

مثال

جد $\underset{٤ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ١٦|

الحل:

|١٦ − ١٦| = |٠| ⇐ نعيد التعريف

$\text{س}^{٢}$ − ١٦ = صفر ⇐ $\text{س}^{٢}$ = ١٦

⇐ س = ± ٤

$\text{س}^{٢}$ − ١٦   + + + + | −٤ | − − − − −   ١٦ − $\text{س}^{٢}$ | ٤ | + + + + $\text{س}^{٢}$ − ١٦

$\underset{^{+}٤ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ $\text{س}^{٢}$ − ١٦ = ١٦ − ١٦ = صفر

$\underset{^{-}٤ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ ١٦ − $\text{س}^{٢}$ = ١٦ − ١٦ = صفر

⇐ $\underset{٤ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ١٦| = صفر .

مثال

جد $\underset{٥ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ٢٥|

الحل:

|٢٥ − ٢٥| = |٠| ⇐ نعيد التعريف .

$\text{س}^{٢}$ − ٢٥ = صفر ⇐ $\text{س}^{٢}$ = ٢٥

⇐ س = ± ٥

$\text{س}^{٢}$ − ٢٥   + + + + | −٥ | − − − − −   ٢٥ − $\text{س}^{٢}$ | ٥ | + + + $\text{س}^{٢}$ − ٢٥

$\underset{^{+}٥ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ $\text{س}^{٢}$ − ٢٥ = ٢٥ − ٢٥ = صفر

$\underset{^{-}٥ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ ٢٥ − $\text{س}^{٢}$ = ٢٥ − ٢٥ = صفر

⇐ $\underset{٥ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ٢٥| = صفر .

مثال

جد $\underset{٨ \leftarrow \text{س}}{\text{نها}}$ |$\text{س}^{٢}$ − ٦٤|

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

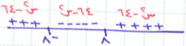
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

الحل:

|٦٤-٦٤| د ١٠١ ⇐ نعيد التعريف

س^2 - ٦٤ = ٠ ⇐ س^2 = ٦٤

⇐ س = ± ٨



نهــا س^2 - ٦٤ = ٦٤ - ٦٤ = صفر
س←٨+

نهــا ٦٤ - س^2 = ٦٤ - ٦٤ = صفر
س←٨-

⇐ نهــا | س^2 - ٦٤| = صفر .
س←٨

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

ملاحظة

عندما يكون داخل الجذر التربيعي مربع كامل يمكن تحويل المسألة إلى مطلق

مثال

جد $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نها}} \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحل:

$= \underset{س \leftarrow -٢}{\text{نها}} \sqrt{(س+٢)(س+٢)}$

$= \underset{س \leftarrow -٢}{\text{نها}} \sqrt{(س+٢)^٢}$

$= \underset{س \leftarrow -٢}{\text{نها}} |س+٢|$

$|-٢+٢| = |٠| \Leftarrow$ نعيد التعريف

$س+٢ = \text{صفر} \Leftarrow س = -٢$

$س+٢$: $++++$ ، $-س-٢$: $----$ ، عند -٢

$\underset{س \leftarrow -٢^+}{\text{نها}} س+٢ = -٢+٢ = \text{صفر}$

$\underset{س \leftarrow -٢^-}{\text{نها}} -س-٢ = -(-٢)-٢ = ٢-٢ = \text{صفر}$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow -٢}{\text{نها}} |س+٢| = \text{صفر}$.

مثال

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} |س| & س \geq ٠ \\ \sqrt{-س} & س < ٠ \end{cases}$

$\boxed{١}$ جد $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} ق(س)$ $\boxed{٢}$ جد $ق(٠)$

الحل:

نعيد تعريف $ق(س)$

$س = ٠$; $س$: $++++$ ، $-س$: $----$

$ق(س) = \begin{cases} س & س \geq ٠ \\ \sqrt{-س} & س < ٠ \end{cases}$

$\boxed{١}$ $\underset{س \leftarrow ٠^+}{\text{نها}} ق(س) = \text{صفر}$

$\underset{س \leftarrow ٠^-}{\text{نها}} ق(س) = \sqrt{٠} = \text{صفر}$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} ق(س) = \text{صفر}$

$\boxed{٢}$ $ق(٠) = \text{صفر}$.

*** ايجاد النهاية مع اقتران أكبر عدد صحيح**

ملاحظة ① نعوض إذا كان ناتج التعويض عدد غير صحيح نجد النهاية مباشرة

② إذا كان ناتج التعويض عدد صحيح صحيح نعيد التعريف .

مثال

جد نها [س + ١]
س ← ٠٫١

الحل :

نها [س + ١] = [٠٫١ + ١]
س ← ٠٫١
= [١٫١] = ١

مثال

جد نها [س - ٢]
س ← ١

الحل :

[١ - ٢] = [-١] ⇐ نعيد التعريف

س - ٢ = ٠
س = ٢
ل = ١/١ = ١

[س - ٢] = { -٢ ، ٠ ≤ س < ١
-١ ، ١ ≤ س < ٢

نها [س - ٢] = -١
س ← ١+

نها [س - ٢] = -٢
س ← ١-

⇐ نها [س - ٢] غير موجودة .
س ← ١

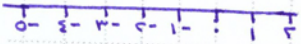
مثال

جد نها [س - ٢]
س ← -٤

الحل :

[-٤ - ٢] = [-٦] ⇐ نعيد التعريف .

س - ٢ = ٠
س = ٢
ل = ١/١ = ١



[س - ٢] = { -٧ ، -٥ ≤ س < -٤
-٦ ، -٤ ≤ س < -٣

نها [س - ٢] = -٧
س ← -٤-

نها [س - ٢] = -٦
س ← -٤+

⇐ نها [س - ٢] غير موجودة .
س ← -٤

مثال

جد نها [٤ - ٢س]
س ← ١٫٥

الحل :

[٤ - ٢×١٫٥] = [٤ - ٣] = [١]
⇐ نعيد التعريف

٤ - ٢س = ٠
٤ = ٢س ⇐ س = ٢
ل = ١/|-٢| = ١/٢

[٤ - ٢س] = { ١ ، ١ < س ≤ ١٫٥
٠ ، ١٫٥ < س ≤ ٢

نها [٤ - ٢س] = ١
س ← ١٫٥-

نها [٤ - ٢س] = ٠
س ← ١٫٥+

⇐ نها [٤ - ٢س] = غير موجودة
س ← ١٫٥

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} [٠٫٥ س]$

الحل:

$[٠٫٥ \times ٤] = [٢] \Leftarrow$ نعيد التعريف

$٠٫٥ س = ٠$

$\Leftarrow س = ٠$

$ل = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$

$[٠٫٥ س] = \begin{cases} ١ & ٢ \le س < ٤ \\ ٢ & ٤ \le س < ٦ \end{cases}$

$\underset{س \leftarrow ٤^-}{\text{نها}} [٠٫٥ س] = ١$

$\underset{س \leftarrow ٤^+}{\text{نها}} [٠٫٥ س] = ٢$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} [٠٫٥ س]$ غير موجودة.

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} [٠٫٢٥ س]$

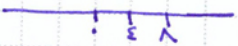
الحل:

$[٠٫٢٥ \times ٤] = [١] \Leftarrow$ نعيد التعريف

$٠٫٢٥ س = ٠$

$\Leftarrow س = ٠$

$ل = \frac{١}{|\frac{١}{٤}|} = ٤$



$[٠٫٢٥ س] = \begin{cases} ٠ & ٠ \le س < ٤ \\ ١ & ٤ \le س < ٨ \end{cases}$

$\underset{س \leftarrow ٤^-}{\text{نها}} [٠٫٢٥ س] =$ صفر

$\underset{س \leftarrow ٤^+}{\text{نها}} [٠٫٢٥ س] = ١$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} [٠٫٢٥ س]$ غير موجودة.

مثال

إذا كان $ق(س) = [س + ٥]$

$ل(س) = [٤ - س]$

فجد

$\boxed{١}$ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} ق(س)$ $\boxed{٢}$ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} ل(س)$

$\boxed{٣}$ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} (ق(س) + ل(س))$

الحل:

$[س + ٥] = \begin{cases} ٥ & ٠ \le س < ١ \\ ٦ & ١ \le س < ٢ \end{cases}$

$[٤ - س] = \begin{cases} ٣ & ٠ < س \le ١ \\ ٢ & ١ < س \le ٢ \end{cases}$

$\boxed{١}$ $\underset{س \leftarrow ١^+}{\text{نها}} ق(س) = ٦$

$\underset{س \leftarrow ١^-}{\text{نها}} ق(س) = ٥$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} ق(س)$ غير موجودة

$\boxed{٢}$ $\underset{س \leftarrow ١^+}{\text{نها}} ل(س) = ٢$

$\underset{س \leftarrow ١^-}{\text{نها}} ل(س) = ٣$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} ل(س)$ غير موجودة.

$\boxed{٣}$ $\underset{س \leftarrow ١^+}{\text{نها}} ق(س) + \underset{س \leftarrow ١^+}{\text{نها}} ل(س)$

$= ٦ + ٢ = ٨$

$\underset{س \leftarrow ١^-}{\text{نها}} ق(س) + \underset{س \leftarrow ١^-}{\text{نها}} ل(س)$

$= ٥ + ٣ = ٨$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} (ق(س) + ل(س)) = ٨$

مسائل ايجاد ثابت

مثال

إذا كان ق(س) = [٠٫٢س] فجد قيم
ج التي تجعل
نهــا [٠٫٢س] = −١
س←ج

الحل : نعيد التعريف حتى نحصل على −١

[٠٫٢س] = ⎫
−٢ ، −١٠ ≤ س < −٥
$\boxed{-١}$ ، −٥ ≤ س < ٠
٠ ، ٠ ≤ س < ٥

ج ∈ (−٥، ٠)

مثال

إذا كان ق(س) = [٢ − س] فجد قيم
م التي تجعل نهـا ق(س) = −١
س←م

الحل : نعيد التعريف حتى نحصل على −١

[٢ − س] = ⎫
١ ، ٠ < س ≤ ١
٠ ، ١ < س ≤ ٢
$\boxed{-١}$ ، ٢ < س ≤ ٣

م ∈ (٢، ٣)

مثال

إذا كان ق(س) = [٢ − س] فجد قيم
م التي تجعل نهـا ق(س) غير موجودة
س←م

الحل :

م ∈ مجموعة الأعداد الصحيحة .

مسائل ايجاد النهاية لمتشعب يحتاج اعادة تعريف.

مثال

إذا كان
$$\text{ق(س)} = \begin{cases} |\text{س} - ٢| & \text{س} \geq ٢ \\ [٦ - \text{س}] & \text{س} < ٢ \end{cases}$$

فجد $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$

الحل:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} - ٢ & \text{س} \geq ٢ \\ ٤ & ١ < \text{س} < ٢ \\ ٥ & ٠ < \text{س} \leq ١ \\ ٦ & -١ < \text{س} \leq ٠ \end{cases}$$

$$\underset{\text{س} \to ٢^+}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = ٢ - ٢ = \text{صفر}$$

$$\underset{\text{س} \to ٢^-}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = ٤$$

$\Leftarrow \underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)}$ غير موجودة.

* إيجاد الثابت والنهاية موجودة

مثال

إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^2 - ٤\text{م} & \text{س} \geq ٣ \\ [٦ - \text{س}] & \text{س} < ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim\limits_{\text{س} \to ٣} \text{ق(س)}$ موجودة فجد قيمة الثابت م .

الحل:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^2 - ٤\text{م} & \text{س} \geq ٣ \\ ٣ & ٢ < \text{س} < ٣ \\ ٤ & ١ < \text{س} \leq ٢ \\ ٥ & ٠ < \text{س} \leq ١ \end{cases}$$

بما أن $\lim\limits_{\text{س} \to ٣} \text{ق(س)}$ موجودة فإن

$$\lim_{\text{س} \to ٣^+} \text{ق(س)} = \lim_{\text{س} \to ٣^-} \text{ق(س)}$$

$$٩ - ٤\text{م} = ٣$$

$$٩ - ٣ = ٤\text{م}$$

$$٦ = ٤\text{م}$$

$$\Leftarrow \text{م} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (١) العنوان (نظريات النهايات) ماجستير رياضيات

* ايجاد النهاية مع الاستبدال

مثال

إذا كانت $\underset{س\leftarrow٣}{\text{نها}}$ ق(س) = ٤ ، ق(٣) = ٦

فجد $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ (ق^{٢}(٢س+١) − س + ٢)

الحل:

ص = ٢س + ١

عندما س ← ١ ⇐ ص ← ٣

⇐ ($\underset{ص\leftarrow٣}{\text{نها}}$ ق(ص))^{٢} − $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ س + $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ ٢

= (٤)^{٢} − ١ + ٢

= ١٦ − ١ + ٢ = ١٧

مثال

إذا كانت $\underset{س\leftarrow٣}{\text{نها}}$ ق(س) = ٤ ، ق(٣) = ٦

فجد $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ (ق^{٢}(٢س+١) − س + ٧)

الحل:

ص = ٢س + ١

عندما س ← ١ ⇐ ص ← ٣

($\underset{ص\leftarrow٣}{\text{نها}}$ ق(ص))^{٢} − $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ س + $\underset{س\leftarrow١}{\text{نها}}$ ٧

= (٤)^{٢} − ١ + ٧

= ١٦ − ١ + ٧

= ١٥ + ٧

= ٢٢

٢٠١٨ صيفي جديد

إذا كانت $\underset{س\leftarrow٢}{\text{نها}}$ (ق(٢س+١) − ٣س) = ٠

فإن

$\underset{س\leftarrow٩}{\text{نها}}$ ٣ ق^{٢}($\sqrt{س}$ + ٢) تساوي

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٣٦ $\boxed{\text{د) ١٠٨}}$

الحل:

تجهيز المعطيات

$\underset{س\leftarrow٢}{\text{نها}}$ ق(٢س+١) − $\underset{س\leftarrow٢}{\text{نها}}$ ٣س = صفر

$\underset{س\leftarrow٢}{\text{نها}}$ ق(٢س+١) − ٦ = صفر

$\underset{س\leftarrow٢}{\text{نها}}$ ق(٢س+١) = ٦

ص = ٢س + ١

س ← ٢ ⇐ ص ← ٥

⇐ $\underset{ص\leftarrow٥}{\text{نها}}$ ق(ص) = ٦

الآن المطلوب:

$\underset{س\leftarrow٩}{\text{نها}}$ ٣ ق^{٢}($\sqrt{س}$ + ٢) =

٣ × $\underset{س\leftarrow٩}{\text{نها}}$ ق^{٢}($\sqrt{س}$ + ٢)

ص = $\sqrt{س}$ + ٢

س ← ٩ ⇐ ص ← ٥

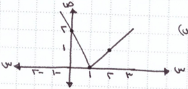
٣ × ($\underset{ص\leftarrow٥}{\text{نها}}$ ق(ص))^{٢}

= ٣ × (٦)^{٢} = ٣ × ٣٦

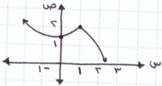
= ١٠٨

مثال

ق(س)



ع(س)



جـ $\underset{س\leftarrow ١}{\text{نها}} \left(٢ ق(س-١) + ع(س) \right)$

الحل :

ص = س − ١

عندما س ← ١ ⇐ ص ← ٠

$\underset{ص\leftarrow \text{صفر}}{\text{نها}}\ ٢ ق(ص) + \underset{س\leftarrow ١}{\text{نها}}\ ع(س)$

$= ٢ \times \underset{ص\leftarrow ٠}{\text{نها}}\ ق(ص) + ٣$

$= ٢ \times ٢ + ٢$

$= ٤ + ٢ = ٦$