

رياضيات ( العلمي ) الوحدة ( النهايات والاتصال ) عمام محمد الشيخ

ماجستير رياضيات

( الفصل الأول )

# نهايات اقترانات كسرية

\* ايجاد النهاية مع الاقترانات الكسرية

مثال  
 جد نها  $\frac{1+\frac{9}{x}}{x-3}$  نها  $\frac{1}{x}$  غير موجودة

الحل:

$$\frac{1+\frac{9}{x}}{x-3} = \frac{1+\frac{9}{x}}{x-3} = \frac{1+\frac{9}{x}}{x-3}$$

ملاحظة: نعوض العدد في البسط والمقام فإذا كانت

1]  $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}} \rightarrow$  النهاية موجودة

مثال

جد نها  $\frac{x^2}{x^2+5}$

الحل:

$$\frac{x^2}{x^2+5} = \frac{x^2}{x^2+5} = \frac{x^2}{x^2+5}$$

2]  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \leftarrow$

نستخدم الطرق التالية:

3]  $\frac{\text{صفر}}{\text{عدد}} \leftarrow$  النهاية تساوي صفر

مثال

جد نها  $\frac{1-x}{x+3}$

الحل:

$$\frac{1-x}{x+3} = \frac{1-x}{x+3} = \frac{1-x}{x+3}$$

4]  $\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} \leftarrow$  النهاية غير موجودة

مثال

جد نها  $\frac{x^2}{1-x}$

الحل:

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{x^2}{1-x} = \frac{x^2}{1-x}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (امام محمد الشيخ  
 الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) (ماجستير رياضيات

أولاً: التحليل:

مثال  
 جد نها  $\frac{1 - 3s + s^2}{0 + s}$  نها  $\frac{0 - 4s}{0 - 4s}$

الحل:

نها  $\frac{(2-s)(0+s)}{(0+s)}$  نها  $\frac{0-4s}{0-4s}$

$\sqrt{-} = 2-0- = (2-s)$  نها  $\frac{0-4s}{0-4s}$

مثال  
 جد نها  $\frac{2-3s}{3s-2}$  نها  $\frac{2-3s}{3s-2}$

الحل:

نها  $\frac{(2-s)2}{(2-s)3}$  نها  $\frac{2-3s}{3s-2}$

$1 = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$  نها  $\frac{2-3s}{3s-2}$

مثال

جد نها  $\frac{1-3s}{2-3s}$  نها  $\frac{1-3s}{2-3s}$

الحل:

نها  $\frac{(4+s)(2-s)}{(2-s)}$  نها  $\frac{4+s}{2-3s}$

$(4+s)$  نها  $\frac{4+s}{2-3s}$

$15 = 4 + 4 + 4 =$

مثال

جد نها  $\frac{7s+3}{4+s}$  نها  $\frac{7s+3}{4+s}$

الحل:

نها  $\frac{(17+3s-3s)(4+s)}{(4+s)}$  نها  $\frac{17+3s}{4+s}$

$(17+3s)$  نها  $\frac{17+3s}{4+s}$

$48 = 17 + 17 + 17 =$

مثال 3.10

جد نها  $\left( \frac{2+s}{2-s} - \frac{2+3s}{9-3s} \right)$  نها  $\frac{2+s}{2-s}$

الحل:

نها  $\frac{(2+s) \times (2+s)}{(2+s) \times (2-s)} - \frac{2+3s}{9-3s}$  نها  $\frac{2+s}{2-s}$

مثال

جد نها  $\frac{9-3s}{3s+3}$  نها  $\frac{9-3s}{3s+3}$

الحل:

نها  $\frac{(3+s)(2-s)}{(3+s)3}$  نها  $\frac{9-3s}{3s+3}$

نها  $\frac{(2-s)3}{3}$  نها  $\frac{9-3s}{3s+3}$

$2 = \frac{2-2}{2-} = \frac{2-2-}{2-} =$

$$\frac{\epsilon \left( \frac{(3+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{\epsilon(1-\sqrt{3})} \right)}{1+\sqrt{3}} \text{ نها}$$

$$\frac{\epsilon \left( \frac{(3+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{\epsilon(1-\sqrt{3})} \right)}{1+\sqrt{3}} \text{ نها} =$$

$$\frac{\epsilon}{(3+1)} = \frac{\epsilon}{4} \text{ نها} =$$

$$207 = 17 \times 17 =$$

$$\frac{(9+\sqrt{3}7+\sqrt{3}) - \sqrt{3}7 + \sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \text{ نها}$$

$$\frac{9 - \sqrt{3}7 - \sqrt{3}7 + \sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \text{ نها} =$$

$$\frac{18 + \sqrt{3}7 - \sqrt{3}7 + \sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \text{ نها} =$$

$$\frac{(3-\sqrt{3})7 - \sqrt{3}7 + \sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \text{ نها} =$$

$$\frac{7-}{7} = \frac{7-}{3+3} = \frac{7-}{6} \text{ نها} =$$

$$1 =$$

مثال

$$\frac{\epsilon - \sqrt{3}3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \text{ جد نها}$$

الحل:

$$\frac{\epsilon - \sqrt{3}3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{\epsilon - \sqrt{3}3 + \sqrt{3}}{\epsilon - \sqrt{3}3}$$

$$\left( \frac{\epsilon - \sqrt{3}3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} + \sqrt{3} \right) \text{ نها}$$

$$\frac{(1-\sqrt{3})\epsilon}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} \text{ نها} + \sqrt{3} \text{ نها}$$

$$\frac{\epsilon}{1+\sqrt{3}} \text{ نها} + 1 =$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} + 1 =$$

$$2 + 1 =$$

$$3 =$$

مثال

$$\frac{81 - \epsilon(1+\sqrt{3})}{8 - \sqrt{3}} \text{ جد نها}$$

الحل:

$$\frac{(9+1+\sqrt{3})(9-1+\sqrt{3})}{8-\sqrt{3}} \text{ نها}$$

$$\frac{(1+\sqrt{3})(8-\sqrt{3})}{(8-\sqrt{3})} \text{ نها} =$$

$$18 = 1+8 = (1+\sqrt{3}) \text{ نها} =$$

3.17 صيفي

$$\frac{\epsilon \left( \frac{\epsilon - \epsilon(1+\sqrt{3})}{\epsilon(1+\sqrt{3} - \sqrt{3})} \right)}{1+\sqrt{3}} \text{ جد نها}$$

الحل:

$$\frac{\epsilon \left( \frac{(2+1+\sqrt{3})(2-1+\sqrt{3})}{\epsilon((1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3}))} \right)}{1+\sqrt{3}} \text{ نها}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عماد محمد الشيخ  
 الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) ماجستير رياضيات

←  
 نها  $\frac{(7+s+3)(2-s)}{(2+s)(5-s)}$   $\frac{3}{2+s}$

نها  $\frac{7+s+3}{2+s} = \frac{10+s}{2+s}$   
 $0 = \frac{3}{2} = \frac{7+1+3}{2+2} =$

مثال  
 جد نها  $\frac{s^2 - (7s)}{s^2 - 1}$   $\frac{s}{s-1}$

الحل:  
 نها  $\frac{s^2 - (7s)}{s^2 - 1}$   $\frac{s}{s-1}$

نها  $\frac{s^2 - 7s}{s^2 - 1}$   $\frac{s}{s-1}$

نها  $\frac{(1-s)s}{(s-1)}$   $\frac{-s}{-1}$

نها  $\frac{s}{-1} = -s$   
 $1 =$

٢.١٣ صيفي  
 نها  $\frac{s^2 - (5s)}{s^2 - 1}$   $\frac{s}{s-1}$

1 - صفر 1 غير موجودة

الحل:  
 نها  $\frac{s^2 - 5s}{s^2 - 1}$   $\frac{s}{s-1}$

نها  $\frac{(1-s)s}{(s-1)}$   $\frac{-s}{-1}$   
 $1 = (s) =$

مثال

جد نها  $\frac{s^3 - 2s - 1}{s^2 - 1}$   $\frac{3}{s-1}$

الحل:

$$\begin{array}{r} s^3 + 0s^2 - 2s - 1 \\ \underline{-(s^2 - 1)} \\ s^3 - s^2 - 2s \\ \underline{-(s^3 - s^2)} \\ 0s^3 + 0s^2 - 2s \\ \underline{-(0s^3 - 2s)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 0s - 1 \\ \underline{-(0s^3 - 2s)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 2s - 1 \\ \underline{-(0s^3 - 2s)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 0s - 1 \\ \underline{-(0s^3 - 2s)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 2s - 1 \end{array}$$

$(1-s)(1+s) = 1-s^2$

←  
 نها  $\frac{(s^3 - 2s - 1)(s-1)}{(s^2 - 1)(s-1)}$   $\frac{3}{s-1}$

نها  $\frac{s^3 - 2s - 1}{1 + s + s^2}$   $\frac{3}{s-1}$

$\frac{1-1-1+1}{3} = \frac{0}{3} =$  صفر

٢.١٧ شتوي

جد نها  $\frac{s^3 + 3s^2 - 5s - 12}{s^2 - 4}$   $\frac{3}{s-2}$

الحل:

$$\begin{array}{r} s^3 + 3s^2 - 5s - 12 \\ \underline{-(s^2 - 4)} \\ s^3 + 2s^2 - 5s - 8 \\ \underline{-(s^3 + 2s^2)} \\ 0s^3 + 0s^2 - 5s - 8 \\ \underline{-(0s^3 - 5s)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 0s - 8 \\ \underline{-(0s^3 - 8)} \\ 0s^3 + 0s^2 + 0s + 0 \end{array}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ  
 الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) (ماجستير رياضيات

3.18 صيفي قديم

$$\text{نها} \frac{3^3 - 9}{3^3 - 1} \text{ تساوي}$$

(P) 1- (ب) صفر (ج) 1 (د) غير موجودة  
 الحل:

$$\text{نها} \frac{3^3 - 3^2}{3^3 - 1} = \frac{3^2(3 - 1)}{3^3 - 1}$$

$$1 - (2) = \frac{3^2(3 - 1)}{3^3 - 1} = \frac{3^2(1 - 2)}{3^3 - 1}$$

\* ايجاد ثابت والنهاية موجودة

مثال

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان} \\ \text{ل(س)} = \frac{27 - س^3}{18 + ٣س^2 + س^3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} س \leq ٤ \\ س > ٤ \end{array}$$

فجد قيمة الثابت ع التي تجعل  
 نها ل(س) موجودة .

ع ←

الحل:

بما أن نها ل(س) موجودة ←

$$\begin{array}{l} \text{نها ل(س)} = \text{نها ل(س)} \\ \text{+ع ← س} \quad \text{-ع ← س} \end{array}$$

الآن

$$\text{نها ل(س)} = 0 + ع$$

$$\frac{27 - س^3}{18 + ٣س^2 + س^3} = \text{نها ل(س)} = 0 + ع$$

$$\frac{(9 + ٣س^2 + س^3)(٣ - س)}{(9 + ٣س^2 + س^3) ٣} = \text{نها ل(س)} = 0 + ع$$

$$\frac{٣ - ع}{٣} =$$

$$\frac{٣ - ع}{٣} = 0 + ع \quad \leftarrow$$

$$٣ - ع = ١ + ٣ع$$

$$١٣ = ٤ع$$

ثانياً: الضرب بالمخالف التربيعي:

مثال

$$\text{جد نها } \frac{3 - \sqrt{7+3x}}{2-x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{3 + \sqrt{7+3x}}{2 + \sqrt{7+3x}} \times \frac{3 - \sqrt{7+3x}}{3 - \sqrt{7+3x}}$$

$$\text{نها } \frac{9 - 7 + 3x}{(3+x)(3-x)}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{(3-x)}{(7)(3-x)}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{2-x}{7 - \sqrt{3x+3}}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{7 + \sqrt{3x+3}}{7 + \sqrt{3x+3}} \times \frac{2-x}{7 - \sqrt{3x+3}}$$

$$= \frac{(7+7)(2-x)}{49 - 3x - 3}$$

$$12 = \frac{(12)(2-x)}{(7-x)}$$

$$= \frac{\text{نها } 3x - 1 + (3-x)}{(1+1) \cdot 3x}$$

$$= \frac{\text{نها } 3x - 1 + 3 - x}{3 \cdot 3x}$$

$$= \frac{\text{نها } 2}{3 \cdot 3x} = \frac{2}{9}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}{x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{\text{نها } (x-1) - (x+1)}{(1+1) \cdot x}$$

$$= \frac{\text{نها } x - 1 - x - 1}{2 \cdot x}$$

$$= \frac{\text{نها } -2}{2 \cdot x} = -\frac{1}{x}$$

3.13 صيفي

$$\text{جد نها } \frac{1 + \sqrt{4x} - \sqrt{3+4x}}{2-x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1 + \sqrt{4x} + \sqrt{3+4x}}{1 + \sqrt{4x} + \sqrt{3+4x}} \times \frac{1 + \sqrt{4x} - \sqrt{3+4x}}{1 + \sqrt{4x} - \sqrt{3+4x}}$$

$$= \frac{\text{نها } (1+4x) - 3 - 4x}{(3+x)(2-x)}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{1+3x}}{x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3x-1} + \sqrt{1+3x}}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{1+3x}} \times \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{1+3x}}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{1+3x}}$$



$$\text{نها } \frac{(3-3-)}{(9-9-)} \frac{(3+3)}{3-3} =$$

$$\text{نها } \frac{(7-)}{9+9-} \frac{(3+3)}{3-3} =$$

$$\text{نها } \frac{(7-)}{9+9-} \frac{(3+3)}{3-3} =$$

$$\text{نها } \frac{(7-)}{9-9} \frac{(3+3)}{3-3} =$$

$$1 = \frac{7-}{7} = \frac{(7-)}{(3+3)(3-3)} \text{ نها } =$$

$$\text{نها } \frac{1-3-3+3}{(3-3)7} =$$

$$\frac{1-}{7} = \frac{(3-3)}{(3-3)7} \text{ نها } =$$

3.12 شتوي

$$\text{جد نها } \frac{3-3-}{1-1+3-} \frac{3-3}{3-3} =$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{3-3-}{1+3-} \frac{3-3}{3-3} =$$

$$\frac{1+3-+(1-3-)}{1+3-+(1-3-)} \times \frac{3-3-}{1+3-+(1-3-)} \text{ نها } =$$

$$\text{نها } \frac{(3+3-)(3-3-)}{(1+3-)-(1-3-)} =$$

$$\text{نها } \frac{(3-3-)}{3-3-} \frac{3-3-}{3-3-} =$$

$$\varepsilon = \frac{(3-3-)}{(3-3-)} \frac{3-3-}{3-3-} \text{ نها } =$$

3.15 شتوي

$$\text{جد نها } \frac{3+3}{9-3-3-} \frac{3+3}{3-3} =$$

الحل:

$$\frac{9-3-3-}{9-3-3-} \times \frac{3+3}{9-3-3-} \text{ نها } =$$

مثال ٢: الضرب بالمرافق التكعيبي

جد نها  $\frac{1-s}{1+s}$  =

الحل:  $\frac{1-s}{1+s} \times \frac{1-s^2}{1-s^2} = \frac{(1-s)(1-s^2)}{(1+s)(1-s^2)}$

$\frac{1-s}{1+s} = \frac{1-s^3}{1-s^3} = \frac{1-s}{1-s^3}$

جد نها  $\frac{1-s^3}{1-s}$  =

الحل:

$\frac{1-s^3}{1-s} \times \frac{1+s+s^2}{1+s+s^2} = \frac{(1-s^3)(1+s+s^2)}{(1-s)(1+s+s^2)}$

$\frac{1-s^3}{1-s} = \frac{1-s^3}{(1-s)(1+s+s^2)}$

$\frac{1-s^3}{1-s} = \frac{1-s^3}{1-s}$

مثال

جد نها  $\frac{1+s}{1-s}$  =

الحل:

$\frac{1+s}{1-s} \times \frac{1+s+s^2}{1+s+s^2} = \frac{(1+s)(1+s+s^2)}{(1-s)(1+s+s^2)}$

$\frac{1+s}{1-s} = \frac{1+s}{(1-s)(1+s+s^2)}$

$\frac{1+s}{1-s} = \frac{1+s}{(1-s)(1+s+s^2)}$

مثال ٢.١٤ شتوي

جد نها  $\frac{1-s^2}{1-s}$  =

الحل:

$\frac{1-s^2}{1-s} \times \frac{1+s}{1+s} = \frac{(1-s^2)(1+s)}{(1-s)(1+s)}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عمام محمد الشيخ  
الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقتربات كسرية) (ماجستير رياضيات

٢.١٦ صيفي

$$\text{جد نها } \frac{7 - \sqrt{3-9}}{\sqrt{3} + 2} \quad 27-27$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{7 - \sqrt{3-9}}{\sqrt{3} + 2} \times \frac{7 + \sqrt{3-9}}{7 + \sqrt{3-9}} \times \frac{7 - \sqrt{3-9}}{7 - \sqrt{3-9}} \quad 27-27$$

$$\text{نها } \frac{(9+9+9) \times 7 - 3-9}{(7+7)(3+27)} \quad 27-27$$

$$\text{نها } \frac{27 \times (3-27-)}{(12)(3+27)} \quad 27-27$$

$$\text{نها } \frac{27-}{12} = \frac{27 \times (3+27) -}{(12)(3+27)} \quad 27-27$$

الحل:

$$\frac{1}{1-x} \times \frac{(x) \times 1 - (1-x) \times 1}{(1-x)(x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \times \frac{x^2 - 1 - x^2}{(1-x)(x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \times \frac{(1+x^2-x^2) - (1-x^2)}{(1-x)(x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \times \frac{(x-1)(x-1) - (1-x^2)}{(1-x)(x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$= \frac{(x-1) - (1-x^2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) \cdot x}$$

$$\frac{1}{97} = \frac{1}{15 \times 8} = \frac{1}{15 \times 3 \times 3 \times 3} =$$

رابعاً: توحيد المقامات في الكسور

مثال

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$$

جد نهاية  
0 < x < 1

الحل:

$$\frac{1}{x} \times \frac{x(1) + (x+1)(1)}{(x+1)(x)}$$

$$= \frac{1}{x} \times \frac{x + x + 1 + x}{(x+1)(x)} =$$

$$= \frac{1}{x} \times \frac{3x + 1}{(x+1)(x)} =$$

$$\frac{1}{17} = \frac{1}{4 \times 4} =$$

3.12 صيفي

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

جد نهاية  
0 < x < 1

الحل:

$$\frac{1}{(1-x)(1+x)} \times \frac{x(1) + x(1)}{(1-x)(1+x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{(1-x)(1+x)} \times \frac{(x+x)}{(1-x)(1+x)}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{17} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{(1-x) \times 4 \times 4} =$$

3.18 شتوي قديم

$$\frac{1}{1-x} - \frac{1}{x}$$

جد نهاية  
0 < x < 1

مثال

$$\left( \frac{1}{10-x} \right) \left( \frac{x}{0} - \frac{x}{x} \right)$$

جد نهاية  
0 < x < 1

الحل:

$$\frac{1}{(0+x)(0-x)} \times \frac{x \times 0 - 0 \times x}{0 \times x}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$\frac{1}{(0+x)(0-x)} \times \frac{(x-0) \times 0}{0 \times x}$$

نهاية  
0 < x < 1

$$= \frac{x}{(0+0) \times 0 \times 0}$$

$$\frac{1}{150} = \frac{x}{150} = \frac{x}{1 \times 150} =$$

مثال  
 جد نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

الحل:  
 نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x+2) \times 1 - x \times 1}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x+2) - x}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{2}{x^3(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(2x^2 + 4x + 4) - x}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

الحل:  
 نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(1+\sqrt{3}) \times 1 - 1 \times 1}{(1+\sqrt{3})} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{x^2 - x - x + 4}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{\sqrt{3} - 1}{1+\sqrt{3}} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x - x - x + 4)}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{\sqrt{3} - 1}{1+\sqrt{3}} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{4 - x}{x^3(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{1+\sqrt{3}+1}{1+\sqrt{3}+1} \times \frac{1+\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} \right)$   $\cdot \infty$

مثال ٣.١٣ شتوي

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x+3) - 1}{(1+1)(1+\sqrt{3})} \right)$   $\cdot \infty$

٣.١٨ صيفي قديم

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{x}{2x(1+\sqrt{3})} \right)$   $\cdot \infty$

جد نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{1}{2x} \right)$   $\cdot \infty$

الحل:

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x+2) \times 1 - x \times 1}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

نها  $\frac{1}{x} \left( \frac{(x^2 + 2x + 2) - x}{x \times x^2(x+2)} \right)$   $\cdot \infty$

٢٠١٨ صيفي جديد

$$\text{جد نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{\sqrt{s}+s} \right)$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{(\sqrt{s}+s) - 2 \times 1}{(s)(\sqrt{s}+s)} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{\sqrt{s} - s - 2}{(s)(\sqrt{s}+s)} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{(\sqrt{s} - (s-2))}{(s)(\sqrt{s}+s)} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{s - (s-2)}{(1+1)(s)(\sqrt{s}+s)} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{s - s + 2 - 2}{(s)(s)(1+1)} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{0 - 2}{8} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{1-s} \left( \frac{(s-2)(-2)}{8} \right)$$

$$\frac{2-}{8} = \frac{(2-1) \times 1}{8} =$$

خاصة : المطرح والاضافة :

مثال + 2.16 شتوي  
 جد نها  $\frac{1+\sqrt{3}\sqrt{3-6}}{3-9}$  نها  $\frac{3-6}{3-9}$

الحل :  
 $\frac{1+\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \Leftarrow \frac{1+\sqrt{3}\sqrt{3}}{3}$   
 $\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \times \frac{3}{3}$   
 $3 = 3 \times 3$

$\frac{1+\sqrt{3}\sqrt{3-6}}{3-9}$  نها  $\frac{3-6}{3-9}$  نها  $\frac{3-6}{3-9}$   $\Leftarrow$

$\frac{(1+\sqrt{3}\sqrt{-2})}{3-9}$  نها  $\frac{3}{(3-2)3}$  نها  $\frac{3}{(3-2)3}$

$\frac{1+\sqrt{3}\sqrt{+2}}{1+\sqrt{3}\sqrt{+2}} \times \frac{(1+\sqrt{3}\sqrt{-2})}{(3-2)3}$  نها  $\frac{3}{3}$  =

$\frac{((1+\sqrt{3})-2)}{(2+2)(3-2)3}$  نها  $\frac{3}{3}$  =

$\frac{(3-2)}{(2)(3-2)3}$  نها  $\frac{3}{3}$  =

$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{3}{3} =$

$\frac{11}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} =$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والالتصاف) عماد محمد الشيخ  
 الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) ماجستير رياضيات

\* ايجاد النهاية مع المطلق  
 صفر / صفر

ملاحظة:

مثال  
 جد نها  $\frac{|2+s|}{2+s}$   $\frac{2+s}{2+s}$

الحل:

$|2+s| = |0| = |2-2|$  نعيد التعريف.

$$\frac{(2+s) -}{2+s} = \frac{2+s}{2+s} \quad \cdot = 2+s$$

$$\frac{2+s}{2+s} = 2+s$$

نها  $\frac{(2+s)}{(2+s)}$   $\frac{2+s}{2+s}$

مثال 2.14 شتوي

جد نها  $\frac{|1+3s|-0}{1+s}$   $\frac{1+3s}{1+s}$

الحل:

$|1+3s| - 0 = |1+3-3|$

نها  $\frac{(1+3s) - 0}{1+s}$   $\frac{1+3s}{1+s}$

نها  $\frac{1+3s+0}{1+s}$   $\frac{1+3s}{1+s}$

نها  $\frac{3s+1}{1+s}$   $\frac{3s+1}{1+s}$

نها  $\frac{(3s+1)s}{(1+s)(1+s)}$   $\frac{(3s+1)s}{(1+s)(1+s)}$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{3}{4+4+4} =$

جد نها  $\frac{\sqrt{4+5s+3s}}{2+s}$   $\frac{\sqrt{4+5s+3s}}{2+s}$

الحل:

نها  $\frac{(2+s)\sqrt{2+s}}{2+s}$   $\frac{(2+s)\sqrt{2+s}}{2+s}$



$$| \cdot | = | 0 - 0 | \Leftarrow \text{بغية التعريف}$$

$$= 0 - 3$$

$$0 = 3 \Leftarrow$$

$$\frac{3-0}{\text{---}} \quad \frac{0-3}{++++}$$

$$| = \frac{0-3}{0-3} \text{ نها } \frac{0-3}{0-3}$$

$$| - = \frac{3-0}{0-3} \text{ نها } \frac{3-0}{0-3}$$

$$\Leftarrow \text{نها } \frac{|0-3|}{0-3} \text{ غير موجودة.}$$

(علامات)

٢.١٤ صيفي

$$\frac{\sqrt{3s^2 - 3s} - 3s}{12 - 3s - 3s^2} \text{ نها } \frac{3s^2 - 3s}{4+3}$$

الحل:

$$\Leftarrow \text{أع } \Leftarrow \text{القاعدة تبقى } s$$

$$\Leftarrow \text{نها } \frac{\sqrt{3s^2 - 3s}}{12 - 3s - 3s^2} \frac{3s^2 - 3s}{4+3}$$

$$\frac{\sqrt{3s^2 + 3s}}{3s^2 + 3s} \times \frac{\sqrt{3s^2 - 3s}}{12 - 3s - 3s^2} \text{ نها } \frac{3s^2 - 3s}{4+3}$$

$$\frac{3s^2 - 3s}{(8+8)(4-s)(3+3s^2)} \text{ نها } \frac{3s^2 - 3s}{4+3}$$

$$\frac{3s(3-s)}{(16)(4-s)(3+3s^2)} \text{ نها } \frac{3s(3-s)}{4+3}$$

$$\frac{1}{11} = \frac{17}{17 \times 11} =$$

$$\frac{\sqrt{(2+s)^2}}{2+s} \text{ نها } \frac{2+s}{2+s}$$

$$\frac{|2+s|}{2+s} \text{ نها } \frac{2+s}{2+s}$$

$$| \cdot | = | 2-2 | \Leftarrow \text{بغية التعريف}$$

$$= 2+3$$

$$2-2 = 3 \Leftarrow$$

$$\frac{(2+3)-}{\text{---}} \quad \frac{2+3}{++++}$$

$$| = \frac{(2+3)}{(2+3)} \text{ نها } \frac{(2+3)}{(2+3)}$$

$$| - = \frac{(2+3)-}{(2+3)-} \text{ نها } \frac{(2+3)-}{(2+3)-}$$

$$\Leftarrow \text{نها } \frac{|2+3|}{2+3} \text{ غير موجودة.}$$

مثال

$$\frac{\sqrt{2s+3s^2-3s}}{0-3} \text{ نها } \frac{2s+3s^2-3s}{0+3}$$

الحل:

$$\frac{(0-3)(0-3)}{0-3} \text{ نها } \frac{(0-3)(0-3)}{0+3}$$

$$\frac{\sqrt{(0-3)^2}}{0-3} \text{ نها } \frac{(0-3)^2}{0+3}$$

$$\frac{|0-3|}{0-3} \text{ نها } \frac{|0-3|}{0+3}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ)  
 الفصل (1) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) (ماجستير رياضيات)

\* ايجاد ثابتاً والنهاية موجودة

مثال ٢.١٣ + شتوي

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq x \quad \frac{x-3}{|3-x|} \\ 3 > x \quad 4-x \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق (س)}$$

وكانت نهايتها موجودة فجد قيمة  $\frac{3}{4}$

الثابت ج .

الحل:

$$|3-x| = |0-3| = 3$$

$$3-x = 0 \rightarrow x = 3$$



$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq x \quad \frac{x-3}{3-x} \\ 3 > x \quad 4-x \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

$$3 > x \quad 4-x$$

بما أن نهايتها موجودة  $\leftarrow$

$$\text{نهايتها (س)} = \text{نهايتها (س)}$$

$$\frac{3}{4-x} = \frac{x-3}{3-x}$$

$$\text{نهايتها (ج س)} = \frac{x-3}{3-x} = \frac{3}{4-x}$$

$$3 = 4-x$$

$$x = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \leftarrow$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] - x^2}{x^2 - 2x}$$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [x] = [2] = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 > x \geq 1 \\ 3 > x \geq 2 \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow 2} [x] = 2$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2-2}{2-2} = \frac{0}{0} \text{ نهايات غير موجودة}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{0 - x^2}{x^2 - 2x} =$$

$$= \frac{(0 - x^2)}{(x+2)(x-2)} \text{ نهايات}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{0+0} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] - x^2}{x^2 - 2x} \text{ غير موجودة.}$$

\* إيجاد النهاية مع أكبر عدد صحيح

$$= \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

ملاحظة

\* مطلق و أكبر عند صحيح :

٣.١٤ شتوي (علامات)  
 إذا كان

$$\left. \begin{aligned} 3 > u \geq 1 & \quad \left[ \frac{u}{u} \right] + \frac{1}{u} + 9u & = \text{نها (درس)} \\ 4 > u > 3 & \quad \frac{|3-u|}{9-u} & \end{aligned} \right\} \text{فجد نها (درس)}$$

الحل:

$$\left. \begin{aligned} 3 > u \geq 1 & \quad \left[ \frac{u}{u} \right] + \frac{1}{u} + 9u & = \text{نها (درس)} \\ 3 = u & \quad 1 + \frac{1}{u} + 9u & \\ 4 > u > 3 & \quad \frac{3-u}{9-u} & \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{u} + 9u = \text{نها (درس)}$$

$$18 \frac{1}{u} = \frac{1}{u} + 18 =$$

$$\frac{(3-u)}{(3+u)} = \text{نها (درس)}$$

$$\frac{1}{u} =$$

$$\left[ \frac{3-u}{3+u} \right] \neq \text{نها (درس)}$$

$$\left[ \frac{3-u}{3+u} \right] \neq \text{نها (درس) غير موجودة.}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ  
 الفصل ( ١ ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) ماجستير رياضيات

مثال  
 جذ نها  $\frac{\sqrt{35-x}}{5-x}$   $+\infty$

الحل:

$\cdot = 35 - x$   
 $35 = x$   
 $0 \pm = x$

$\cdot = 0 - x$   
 $0 = x$

كلا الجزئين معرف من يميننا 0 لأن  
 الاشارة موجبة

نها  $\frac{\sqrt{(0+3)(0-3)}}{(0-3)}$   $+\infty$

$1 \cdot \sqrt{\quad} = \sqrt{0+0} =$

مثال  
 جذ نها  $\frac{\sqrt{35-x}}{5-x}$   $-\infty$

الحل:

غير موجودة لأنه لاحظنا أن الجزئين  
 غير معرف من يسار (0) لأن الاشارة سالبة

مثال  
 جذ نها  $\frac{\sqrt{35-x}}{5-x}$   $0 \pm$

الحل:

غير موجودة لأنه لاحظنا أن الجزئين  
 غير معرف من يسار (0) لأن الاشارة سالبة

\* ايجاد النهاية مع الجذور

$\frac{\text{صغير}}{\text{صغير}}$

ملاحظة:

← نها  $\frac{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})} + 1 \pm \sqrt{3}$

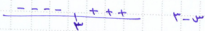
$\sqrt{2} = \sqrt{1+1} =$

٣.١٣ صيفي

نها  $\frac{9-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} + 1 \pm \sqrt{3}$  تساوي

صفر  $\sqrt{6} = 6$  غير موجودة الحل:

$\cdot = 9 - \sqrt{3}$   
 $9 = \sqrt{3}$   
 $3 \pm \sqrt{3}$



كلا الجزئين يعني معرف من يسار ٣

← نها  $\frac{9-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} + 1 \pm \sqrt{3}$  غير موجودة.

مثال جد نها  $\frac{4-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} + 1 \pm \sqrt{3}$

الحل:

$\cdot = 4 - \sqrt{3}$   
 $4 = \sqrt{3}$   
 $3 \pm \sqrt{3}$



$\cdot = 2 - \sqrt{3}$   
 $2 = \sqrt{3}$



← نها  $\frac{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})} + 1 \pm \sqrt{3}$

$2 = \sqrt{2} = \sqrt{2+0} =$

مثال

جد نها  $\frac{4-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} + 1 \pm \sqrt{3}$

الحل:

غير موجودة لأن كلا الجزئين يعني معرف من يسار (٣)

مثال

جد نها  $\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + 1 \pm \sqrt{3}$

الحل:

$\cdot = 1 - \sqrt{3}$   
 $1 = \sqrt{3}$   
 $1 \pm \sqrt{3}$



$\cdot = 1 - \sqrt{3}$   
 $1 = \sqrt{3}$



\* ملاحظة :

إذا كان  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{نهاية (f(x))}{نهاية (g(x))} = ج$

وكان  $\lim_{x \rightarrow a} (g(x)) = صفر$  ←

①  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{نهاية (f(x))}{نهاية (g(x))} = صفر$

②  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{نهاية (f(x))}{نهاية (g(x))} = ج$

مثال ٢٠٩ صيفي

إذا كان  $هـ$  كثير حدود وكانت

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x)) + ٥}{٣} = \frac{١}{٤}$$

وكانت

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x)) - ٥}{(٣ - ج)} = ٢$$

فجد قيمة الثابت  $ج$  .

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x)) + ٥}{٣} = صفر$$

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x))}{٣} = ٥ -$$

←

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x)) - ٥}{(٣ - ج)} = \frac{نهاية (٣) + ٥}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

$$\lim_{x \rightarrow ٥} \frac{نهاية (هـ(x)) - ٥}{(٣ - ج)} = ٢$$

$$\frac{٨}{٣} = \frac{٢}{٣ - ج}$$

$$٨(٣ - ج) = ٦$$

$$٢٤ - ٨ج = ٦$$

مثال ٢٠٩ شتوي

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow ١} \frac{نهاية (f(x)) - ٧}{١ - ٣} = ٨$

وكانت  $\lim_{x \rightarrow ١} \frac{نهاية (f(x)) + ٣ - ٥ج}{٦ - (ج)} = ٣ + ب$

فجد قيمة الثابت  $ب$  .

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow ١} \frac{نهاية (f(x)) + ٣ - ٥ج}{٦ - (ج)} = ٣ + ب$$

مثال ٢١٠ شتوي

إذا كان  $هـ$  كثير حدود وكانت

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x)) + ٥}{٣ - ٣} = ٤$$

وكانت  $\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x)) - (٣٢ + ٣٣ - ٧)}{٣٤٣} = ٧$

فجد قيمة  $ب$  .

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x)) + ٥}{٣٤٣} = صفر$$

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x))}{٣٤٣} = ٥ -$$

الآن

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x)) - (٣٢ + ٣٣ - ٧)}{٣٤٣} = ٧$$

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x)) - ١١}{٣٤٣} = ٧$$

$$\lim_{x \rightarrow ٣} \frac{نهاية (هـ(x))}{٣٤٣} = ١٨$$

$$١٨ = ٣٣$$

$$٦ = ب$$

(P) 3: (ب) 3: - (ج) 13: - (د) 10: -

الحل:

لتكون النهاية موجودة يجب أن يكون

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P}{Q} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{P + 3(13+P) + 3x}{x^2 + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} = P + 3 \times (13+P) + 3 \times 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} = P + 3 \times 16 + P \times 3 + 3 \times 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} = 3 + P \times 3$$

$$3 - = P \times 3$$

$$10 - = P \leftarrow$$

2.18 شتوي كبير

إذا كانت نها  $\frac{\sqrt{2-P-3x}}{2-3x}$  موجودة

فإن قيمة الثابت P تساوي

(P) 3: (ب) 3: - (ج) 3: (د) 2: -

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2-P-3x}}{2-3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} = 2 - \sqrt{2-P-1}$$

$$2 = \sqrt{2-P-1}$$

$$4 = 2 - P - 1$$

$$P = 2 - 1$$

$$3 - = P \leftarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{1-3x}{7-(3x)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1-3x}{7-(3x)} = \frac{1-3 \times 7}{7-(3 \times 7)} = \frac{1-21}{7-21} = \frac{-20}{-14} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{10}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{1}{8}$$

$$\frac{10}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$1 = \frac{10}{7} = \frac{1}{7} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

2.13 شتوي

إذا كانت نها  $\frac{4-(3x)}{3x}$  8

وكان ل(س) اقتتان كثير حدود فإن

$$\lim_{x \rightarrow 0} (3x + 1) = 1$$

(P) 4: (ب) 14: (ج) 18: (د) 7

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4-(3x)}{3x} = \frac{4-0}{0} = \frac{4}{0}$$

$$4 = \frac{4}{0} \leftarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x) = 1$$

$$8 = \frac{4}{0} + \frac{1}{0} = \frac{4}{0}$$

$$14 = 1 + 4 = 5$$

2.12 صيفي

إذا كان  $\frac{P+3(13+P)+3x}{2-3x}$  = (س)

حيث  $3 \neq 2$  جد قيمة P التي تجعل

نها  $\frac{P+3(13+P)+3x}{2-3x}$  موجودة .



٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان  $f(x)$  اقتران كسري مود وكانت

$$\text{نها } f(x) = \frac{2x(x-1)}{x} \quad \text{حيث}$$

$$\text{نها } \frac{1 - (1+x)^2}{x(x-1)} \quad \text{تساوي}$$

$$2 \quad \text{حيث } \frac{1}{x} \quad \text{حيث } 1$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1 - 1 - 2x - x^2}{x(x-1)} < 1$$

$$\text{نها } \frac{x(2+x)}{x(x-1)}$$

$$\text{نها } \frac{x}{x(x-1)} \times \text{نها } (2+x)$$

$$\text{نها } \frac{x^2}{x(x-1)} \times \text{نها } (2+x)$$

$$\text{نها } 2 \times \text{نها } \frac{x}{x(x-1)} \times \text{نها } (2+x)$$

$$2 \times \frac{1}{x} \times 2$$

$$= \frac{1}{x} \times 2 =$$

$$1 =$$

٣.١٨ شتوي جديد

إذا كانت

$$P = \frac{3 - 5P + 9 + \sqrt{7}}{3} \quad \text{نها} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \leftarrow 3 \\ \cdot \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

وجد قيمة الثابت P

الحل:

$$P = \frac{5P}{3} + \frac{3 - 9 + \sqrt{7}}{3} \quad \text{نها} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \leftarrow 3 \\ \cdot \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

$$= P + \frac{3 + 9 + \sqrt{7}}{3} \times \frac{3 - 9 + \sqrt{7}}{3} \quad \text{نها} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \leftarrow 3 \\ \cdot \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{مفرد} = P + \frac{9 - 9 + \sqrt{7}}{(3+3) \cdot 3} \quad \text{نها} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \leftarrow 3 \\ \cdot \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{مفرد} = P + \frac{\sqrt{7}}{(6) \cdot 3} \quad \text{نها} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \leftarrow 3 \\ \cdot \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{مفرد} = P + 1$$

$$1 = P \quad \leftarrow$$

مثال 3.8 شتوي

إذا كانت نها  $1 = \frac{r + 3bc + 9p}{1 - 3}$   
 فجد قيمة كل من الثابتين  $c, p$   
 الحل:

نها  $صفر = \frac{(r + 3bc + 9p)}{1 - 3}$

$0 = r + 3bc + p$

①  $r - = bc + p$

ثابت  $r$   $bc$   $p$

$\frac{r}{bc+p} + \frac{p}{p} = 1$

نها  $1 = \frac{(bc+p) + 3p}{1 - 3}$

$1 = bc + p + p$

②  $1 = bc + 2p$

$r - = bc + p$

$1 = bc + 2p -$

③  $r - = p -$

$r - = bc + 2$

$0 - = bc$

④  $\frac{0}{r} = bc$

3.11 صيفي

إذا كانت نها  $V - = \frac{0 - 3b - 9p}{1 + 3}$

فجد قيمة  $c, p$   
 الحل:

نها  $صفر = \frac{(0 - 3b - 9p)}{1 + 3}$

$صفر = 0 - b + p$

①  $0 = b + p$

ثابت  $b$   $p$

$\frac{0}{b+p} + \frac{p}{p} = 1$

نها  $V - = \frac{((b-p) + 3p)}{1 - 3}$

$V - = b - p + p -$

②  $V - = b - p -$

$0 = b + p$

$V - = b - p - +$

③  $r - = p -$

$0 = b + r$

④  $r = b$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ  
الفصل ( 1 ) العنوان (نهايات اقترانات كسرية) (ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان  $\frac{0 + \frac{1}{p}}{7 + 10 - \frac{1}{p}}$  (درس) =  
جد قيم  $p$  التي تجعل نهايا (درس)  
غير موجودة .

الحل:

$$\frac{0 + \frac{1}{p}}{7 + 10 - \frac{1}{p}} \text{ نهايا } \frac{1}{p} \text{ غير موجودة}$$

$$\frac{1}{p} = 7 + 10 - \frac{1}{p} \text{ نهايا } \frac{1}{p} \leftarrow$$

$$1 = 7 + 10 - 1 \text{ نهايا } \frac{1}{p} \leftarrow$$

$$1 = (7 - 1)(10 - 1) \text{ نهايا } \frac{1}{p}$$

$$1 = 6 \times 9 = 54$$