

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (الأول) ماجستير رياضيات

نهايات اقترانات مثلثية

* ايجاد النهاية مع الاقترانات المثلثية

أولاً: التعويض المباشر

قواعد:

$$\boxed{1} \text{ نها جاس} = \text{جا } P \\ P \leftarrow \pi$$

$$\boxed{2} \text{ نها جتاس} = \text{جتا } P \\ P \leftarrow \pi$$

$$\boxed{3} \text{ نها نطاس} = \text{نظا } P \\ P \leftarrow \pi$$

$$\text{حيث } P \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \right\} \text{ و } \pi \neq 1, 3, \dots$$

مثال

$$\text{جد نها جاس} \\ \pi \leftarrow \pi$$

الحل:

$$\text{نها جاس} = \text{جا } \pi = \text{صفر}$$

مثال

$$\text{جد نها جتاس} \\ \pi \leftarrow \pi$$

الحل:

$$\text{نها جتاس} = \text{جتا } \pi = -1$$

مثال

$$\text{جد نها نطاس} \\ \pi \leftarrow \pi$$

الحل:

$$\text{نها نطاس} = \text{نظا } (\pi) = \text{صفر}$$

مثال

$$\text{جد نها (جاس + جتاس)}$$

الحل:

رياضيات (المصري) الوحدة (النعائيات والاتصال)
 (الفصل 1) العنوان (نهاييات اقترانات مثلثية)
 (عصام محمد الشيخ ماجستير رياضيات)

$$\begin{aligned} \text{نها جاس} + \text{نها جتاس} &= \text{نها} \\ \text{س.ع} & \quad \text{س.ع} \\ \text{جا} + \text{جتا} &= \text{نها} \\ \text{صفر} + 1 &= 1 \end{aligned}$$

مثال

$$\frac{\text{جتاس}}{\pi - \text{س}^2} = \text{نها}$$

الحل:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi - 0} = \frac{\text{جتا } (0)}{\pi - 0}$$

مثال

$$\text{نها (قاس + ظاهس)} = \text{نها}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{نها قاس} + \text{نها ظاهس} &= \text{نها} \\ \text{س.ع} & \quad \text{س.ع} \\ \text{نها} + \frac{1}{\text{جتاس}} &= \text{نها} \\ \text{صفر} + \frac{1}{\text{جتا } (0)} &= \text{نها} \\ 1 = \text{صفر} + \frac{1}{1} &= \end{aligned}$$

* إيجاد ثابت النهاية موجودة .

٢.١٣ صبيحي

إذا كان
 فر (س) = $\frac{|٥ - ٣٤ - ٣ - ٣|}{|٥ - ٣|}$ }
 $٥ < ٣$
 $٥ > ٣$ جتا $P = ٥ + ٣ \frac{\pi}{٥}$

وكانت نها (س) موجودة فما قيمة P.
 $٥ \in \mathbb{R}$

الحل:

ق (س) = $\frac{٥ - ٣٤ - ٣ - ٣}{٥ - ٣}$ }
 $٥ < ٣$
 $٥ > ٣$ جتا $P = ٥ + ٣ \frac{\pi}{٥}$
 بما أن نها (س) موجودة \leftarrow
 $٥ \in \mathbb{R}$

نها فر (س) = $٥ + ٣ \frac{\pi}{٥}$
 نها فر (س) = $-٥ + ٣ \frac{\pi}{٥}$

نها $٥ + ٣ \frac{\pi}{٥} P = \frac{٥ - ٣٤ - ٣ - ٣}{٥ - ٣} \frac{\pi}{٥}$

نها $٥ + ٣ \frac{\pi}{٥} P = \frac{(١ + ٣)(٥ - ٣)}{(٥ - ٣)} \frac{\pi}{٥}$

$٥ + ٣ \frac{\pi}{٥} P = ١ + ٥$

$٥ + P - = ٦$

$٦ - ٥ = P$

$١ = P$

ثانياً: $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

□ النظريات:

□ $\frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}} = 1$

□ $\frac{\text{نها ظاس}}{\text{نها س}} = 1$

تعميم

□ $\frac{p}{b} = \frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}}$

□ $\frac{p}{b} = \frac{\text{نها ظاس}}{\text{نها س}}$

ملاحظة

□ $1 = \frac{\text{نها س}}{\text{نها جاس}}$

$\frac{p}{b} = \frac{\text{نها جاس}}{\text{نها جاس}}$

□ $1 = \frac{\text{نها س}}{\text{نها ظاس}}$

$\frac{p}{b} = \frac{\text{نها ظاس}}{\text{نها ظاس}}$

مثال
جد $\frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}}$

الحل:

$\frac{3}{5}$

مثال

أثبت أن $\frac{\text{نها ظاس}}{\text{نها س}} = 1$

الحل:

$\frac{\text{نها ظاس}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}} \times \frac{\text{نها س}}{\text{نها س}}$

$= \frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}} \times \frac{\text{نها س}}{\text{نها س}}$

$= \frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}} \times 1$

$= 1 \times 1$

$= 1$

مثال
جد $\frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}}$

الحل:

$\frac{3}{5}$

مثال

جد $\frac{\text{نها جاس}}{\text{نها س}}$

الحل:

$\frac{4}{3}$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

الحل:

$$9 = \frac{9}{1}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

الحل:

$$\frac{8}{3} = \frac{8}{3}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

الحل:

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

3.18 شتوي جديد

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$1 = |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{3+3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$1 = |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1 =$$

$$\leftarrow \text{نها } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+3}} \cdot \sqrt{3} = \text{غير موجودة}$$

* إيجاد ثابت

$$c - b \cdot c = 7$$

$$c = 8 \iff b = 4$$

مثال

$$7 = \frac{c \cdot 3}{c - b \cdot c} = \frac{c \cdot 3}{c - 4 \cdot c} = \frac{3}{1 - 4}$$

وجد قيمة كل من الثابتين $c < b$.

الحل:

$$7 = \frac{c \cdot 3}{c - b \cdot c} \quad (1)$$

$$17 = 9 \iff 7 = \frac{9}{9} \iff$$

$$7 = \frac{c \cdot 3}{c - b \cdot c} \quad (2)$$

$$7 = \frac{c \cdot 3}{c(1 - b)}$$

$$7 = \frac{3}{1 - b} \iff$$

$$\frac{7}{3} = \frac{1}{1 - b} \iff 7 - b \cdot 7 = 3 \iff b \cdot 7 = 4 \iff \frac{4}{7} = b = \frac{4}{7}$$

٣١٤ صيفي

إذا كانت

$$7 = \frac{c \cdot 3}{c - b \cdot c} = \frac{c \cdot 3}{c - 4 \cdot c} = \frac{3}{1 - 4}$$

وجد قيمة كل من $c < b$.

الحل:

$$17 = 9 \iff 7 = \frac{9}{9} \iff 7 = \frac{c \cdot 3}{c - b \cdot c}$$

$$7 = \frac{3}{1 - b} \iff 7 = \frac{c \cdot 3}{c(1 - b)}$$

□ القائمة على س ، س ، س ، س ، ...

٢.١٣ شتوي

نها س + جا س
 س ٥٠

(P) 1 (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $\frac{1}{5}$ (د) صفر
 الحل:

نها س + جا س
 س ٥٠

$1 = \frac{0}{5} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

٢.١٩ شتوي

نها س + جا س
 س ٣

(P) صفر (ب) 1 (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$
 الحل:

نها س + جا س
 س ٣

$1 = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

مثال

جد نها س + جا س
 س

الحل:

نها س + جا س + نها س + جا س
 س س

$12 = 4 + 8 =$

مثال

جد نها ظا س - جا س
 س

الحل:

نها ظا س - نها ظا س
 س س

$1 - 1 = 0 =$ صفر

مثال

جد نها س + ظا س - جا س
 س

الحل:

نها س + ظا س - نها س + جا س
 س س

$2 = 1 - 2 + 1$

مثال

جد نها س جا س - ظا س
 س ٣

الحل:

نها س جا س - نها س جا س
 س س

$\frac{0}{3} = \frac{0}{3} - \frac{0}{3}$

نها جا س - جا س
 س ٤

$\frac{0}{4} = \frac{0}{4} - \frac{0}{4} = \frac{0}{4}$

مثال

جد نها س - جا س + ظا س
 س ٣

الحل:

نها س - نها س + جا س - جا س
 س س

$\frac{0}{3} = \frac{0}{3} - \frac{0}{3}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)
عصام محمد الشيخ
الفصل (1) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية)
ماجستير رياضيات

$$1 = \frac{2}{3} = \frac{0 + 3 - 1}{(0 \times 1) - 3} =$$

مثال
جد نها $\frac{2x^2 + 3x + 0}{x^2 - 1}$
ع.ع

الحل:

$$\frac{2x^2 + 3x + 0}{x^2 - 1} + \frac{2x^2 + 3x + 0}{x^2 - 1}$$

$$\frac{2x^2 + 3x}{x^2 - 1}$$

$$\frac{(2 \times 1) + 3}{1 \times 1} =$$

$$4 = \frac{5}{1} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{2}{3} =$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ جا ، قا ، قا } - 1$$

مثال ٢.١١ صيفي

جا - ١

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

مثال
جد نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

$\frac{1}{9}$ (ب) صفر (ج) ١ (د) $\frac{1}{9}$
الحل:

الحل:

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2} \times \frac{1 + \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2} \times \frac{1 + \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{(1 + 1) \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{(1 + 1) \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{\text{جتا}^2}{2 \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{\text{جتا}^2}{2 \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1}{2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2}$

نها $\frac{1}{2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2}$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 1 \times 1 =$$

مثال + ٢.١٢ صيفي

مثال

جد نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

جد نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

الحل:

الحل:

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2} \times \frac{1 + \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2} \times \frac{1 + \text{جتا}^2}{1 + \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{(1 + 1) \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1 - \text{جتا}^2}{(1 + 1) \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{\text{جتا}^2}{2 \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{\text{جتا}^2}{2 \times \text{جتا}^2}$

نها $\frac{1}{2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2} \times \frac{\text{جتا}^2}{\text{جتا}^2}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عمام محمد الشيخ
 الفصل (1) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) (ماجستير رياضيات)

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

مثال 2.10 صيفي جديد

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

مثال 2.10 صيفي جديد

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

جد

نها

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

ص

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

مثال 2.16 صيفي جديد

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

$$\text{نها } \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{s}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النمايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ)
 الفصل (1) العنوان (نمايات اقترانات مثلثية) (ماجستير رياضيات)

$$8 \times 8 - \div 7 \times 7$$

$$\frac{9}{17} = \frac{37}{74} =$$

نها = $\frac{ج٦٤س}{ج٦٤س - ج٦٤س} \times \frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} \times \frac{ج٦٤س + ج٦٤س}{ج٦٤س + ج٦٤س}$

نها = $\frac{ج٦٤س \times ج٦٤س \times (ج٦٤س + ج٦٤س)}{ج٦٤س \times ج٦٤س \times (ج٦٤س - ج٦٤س)}$

نها = $\frac{ج٦٤س \times ج٦٤س \times ج٦٤س}{ج٦٤س \times ج٦٤س}$

$$\frac{1}{1} = \frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} =$$

مثال

جد نها $\frac{1 - ج٦٤س}{1 - ج٦٤س}$

الحل:

نها $\frac{1 + ج٦٤س}{1 + ج٦٤س} \times \frac{1 + ج٦٤س}{1 + ج٦٤س} \times \frac{1 - ج٦٤س}{1 - ج٦٤س}$

نها $\frac{(1 - ج٦٤س)}{(1 + ج٦٤س)}$

نها $\frac{ج٦٤س}{ج٦٤س - ج٦٤س}$

نها $\frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} - \frac{ج٦٤س}{ج٦٤س}$

= $\frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} - \frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} \div \frac{ج٦٤س}{ج٦٤س} =$

مثال + ٢٠١٦ شتوي

$$\text{جد نها } \frac{3c - 3s}{\sqrt{1 - 3cs}}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{3c - 3s}{\sqrt{1 - 3cs}} \times \frac{\sqrt{1 + 3cs}}{\sqrt{1 + 3cs}}$$

$$\text{نها } \frac{(3c - 3s) \sqrt{1 + 3cs}}{\sqrt{1 - 3cs}}$$

$$\text{نها } \frac{(3c - 3s) \sqrt{1 + 3cs}}{\sqrt{3cs}}$$

$$\text{نها } \frac{(3c - 3s) \sqrt{1 + 3cs}}{|3cs|}$$

$$\frac{3c - 3s}{+++}$$

$$\text{نها } \frac{(3c - 3s) \sqrt{1 + 3cs}}{3cs}$$

$$\text{نها } \left(\frac{3c}{3cs} - \frac{3s}{3cs} \right) \sqrt{1 + 3cs}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{c} \right)} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{s} - 1 \right)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c} = \sqrt{c} \times \frac{1}{c} =$$

$$\text{نها } \frac{(3c - 3s)}{3cs}$$

$$\text{نها } \left(\frac{3c}{3cs} - \frac{3s}{3cs} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{c} \right)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{s} + 1 \right)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c} = \sqrt{c} \times \frac{1}{c}$$

$$\text{نها } \frac{3c - 3s}{\sqrt{1 - 3cs}} \text{ غير موجودة} \leftarrow$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) (العنوان) **نهايات اقترانات مثلثية** (ماجستير رياضيات

٣.١٧ صيفي

$$\text{جد نها } \frac{\text{جتا } s - \text{جتا } s}{s} - \frac{\text{جتا } s}{s}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s - \text{جتا } s}{s}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s - \text{جتا } s}{s} \times \frac{\text{جتا } s + \text{جتا } s}{\text{جتا } s + \text{جتا } s}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s - \text{جتا } s}{s(1+1)}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s (1-1)}{s^2}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s (1-1)}{s^2} \times \frac{\text{جتا } s + 1}{\text{جتا } s + 1}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s (1-1)}{(1+1) \times s^2}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s (-\text{جتا } s)}{s^2}$$

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } s}{s} - \frac{\text{جتا } s}{s}$$

$$1 \times \frac{s}{s} =$$

$$1 - \frac{s}{s} =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النمايات والاتصال) عصام محمد الشيخ
الفصل (1) العنوان (نمايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$= \text{نها} \cdot \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتاس})}{\text{جتاس}} \times \frac{1}{\text{س}} \times \frac{1}{\text{س}}$$

$$= \text{نها} \cdot \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتاس})}{\text{جتاس}} \times \frac{1}{\text{س}^2} \times \frac{1}{\text{س} + \text{جتاس}}$$

$$= \text{نها} \cdot \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتاس})}{\text{جتاس} \times \text{س}^2 \times (1 + 1)}$$

$$= \text{نها} \cdot \frac{\text{جاس} \times \text{جاس}}{\text{جتاس} \times \text{س}^2 \times 2}$$

$$= \text{نها} \cdot \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \times \frac{1}{\text{جتاس}}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{1}{\text{جتاس}} = \frac{1}{\text{س}} \times 1 =$$

٤) جتا ± جتا e جا ± جا .

مثال

جد نها $\frac{\text{جتا } 3\text{س} - \text{جتا } 5\text{س}}{\text{س}}$.

الحل:

نها $\frac{\text{جا } 3\text{س} \cdot \text{جا } 5\text{س} - \text{جا } 5\text{س} \cdot \text{جا } 3\text{س}}{\text{س}}$.

= نها $\frac{\text{جا } 5\text{س}}{\text{س}} (\text{جا } 3\text{س} - \text{جا } 5\text{س})$.

= 1 - 0 = 1 .

متطابقات

جا P - جا P = جتا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$.

جا P + جا P = جتا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$.

جا P - جتا P = جتا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$.

جتا P + جتا P = جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$ جا $\frac{P}{C}$.

٦.١٤ صيفي

جد نها $\frac{\text{جتا } 3\text{س} - \text{جتا } 5\text{س}}{\text{س}}$.

الحل:

نها $\frac{\text{جا } 3\text{س} \cdot \text{جا } 5\text{س} - \text{جا } 5\text{س} \cdot \text{جا } 3\text{س}}{\text{س}}$.

نها $\frac{\text{جا } 5\text{س}}{\text{س}} (\text{جا } 3\text{س} - \text{جا } 5\text{س})$.

= 1 - 0 = 1 .

مثال

جد نها $\frac{\text{جا } 3\text{س} + \text{جا } 5\text{س}}{\text{س}}$.

الحل:

نها $\frac{\text{جا } 3\text{س} + \text{جا } 5\text{س}}{\text{س}}$.

نها $\frac{\text{جا } 3\text{س} + \text{جا } 5\text{س}}{\text{س}}$.

= $\frac{1}{\text{س}} (\text{جا } 3\text{س} + \text{جا } 5\text{س})$.

التحليل والضرب

مثال

$$\frac{\text{جا } (x+3)}{17-x} \quad \text{جد نها } \frac{\text{جا } (x+3)}{x-3}$$

الحل:

$$\frac{1}{(x-3)} \times \frac{\text{جا } (x+3)}{(x+3)} \quad \text{نها } \frac{\text{جا } (x+3)}{x-3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} \times 1 = \frac{1}{x-x} \times 1 =$$

مثال

$$\frac{\text{جا } (17-x)}{(x-3)} \quad \text{جد نها } \frac{\text{جا } (x+3)}{x-3}$$

الحل:

$$\frac{(x+3)}{(x+3)} \times \frac{\text{جا } (17-x)}{(x-3)} \quad \text{نها } \frac{\text{جا } (x+3)}{x-3}$$

$$(x+3) \text{ نها } \frac{\text{جا } (17-x)}{17-x} \times \frac{\text{جا } (x+3)}{x-3} =$$

$$(x+3) \times 1 =$$

$$x+3 = x+3 \times 1 =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

الاستبدال

١٢ تبديل ظل مع ظل

$$\text{ظل } P = \text{ظل } (P - \pi)$$

$$\text{ظل } (P + \pi) =$$

$$\text{ظل } (P - \pi c) =$$

$$\text{ظل } (P + \pi c) =$$

$$\text{ظل } (P - \pi r) =$$

$$\text{ظل } (P + \pi r) =$$

⋮

$$\text{جتا } (P) = \text{جتا } P + \text{جتا } P$$

$$\text{جتا } (P) = \text{جتا } P - \text{جتا } P$$

$$\text{جتا } (P) = \text{جتا } P - \text{جتا } P$$

$$\text{جتا } (P) = \text{جتا } P + \text{جتا } P$$

١٣ تبديل جتا مع جتا

$$\text{جتا } P = \text{جتا } (P - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{جتا } (P + \frac{\pi}{2}) =$$

$$\text{جتا } (P - \frac{\pi}{2} c) =$$

$$\text{جتا } (P + \frac{\pi}{2} c) =$$

١٤ تبديل جتا مع جتا

$$\text{جتا } P = \text{جتا } (P - \pi)$$

$$\text{جتا } (P + \pi) =$$

$$\text{جتا } (P - \pi c) =$$

$$\text{جتا } (P + \pi c) =$$

$$\text{جتا } (P - \pi r) =$$

$$\text{جتا } (P + \pi r) =$$

⋮

١٥ تبديل ظل مع ظل

$$\text{ظل } P = \text{ظل } (P - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{ظل } (P + \frac{\pi}{2}) =$$

$$\text{ظل } (P - \frac{\pi}{2} c) =$$

$$\text{ظل } (P + \frac{\pi}{2} c) =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ)
 الفصل (1) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) (ماجستير رياضيات)

مثال

$$\text{جد نها } \frac{\sin x}{x-3}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sin(x-3)}{x-3}$$

$$x-3 = 0$$

$$\text{عندما } x=3 \Rightarrow x \rightarrow 0$$

$$\text{نها } \frac{\sin x}{x-3} = 1$$

مثال 3.13 شتوي

$$\text{جد نها } \frac{\sin x}{1-x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sin(x-1)}{1-x}$$

$$\text{نها } \frac{\sin(x-1)}{1-x}$$

$$x-1 = 0$$

$$\Rightarrow x \rightarrow 0$$

$$\text{نها } \frac{\sin x}{1-x} = \frac{\sin x}{1-x}$$

3.13 شتوي

$$\text{جد نها } \frac{\sin x}{\pi-x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\sin(x-\pi)}{\pi-x}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (1) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

مثال

$$\text{جد نها } \frac{\text{جتا } 3 - \text{جا } 3}{\left(\frac{\pi}{6} - 3\right)} \quad \frac{\pi}{6} \leftarrow 3$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{\text{جتا } 3}{\left(\frac{\pi}{6} - 3\right)} \quad \frac{\pi}{6} \leftarrow 3$$

$$\text{نها } \frac{\text{جا } (3 - \frac{\pi}{6})}{\left(\frac{\pi}{6} - 3\right)} \quad \frac{\pi}{6} \leftarrow 3$$

$$\text{نها } \frac{\text{جا } (3 - \frac{\pi}{6})^2}{\left(\frac{\pi}{6} - 3\right)} \quad \frac{\pi}{6} \leftarrow 3$$

$$3 - \frac{\pi}{6} = 0$$

$$0 \leftarrow 3 \quad \frac{\pi}{6} \leftarrow 3$$

$$\text{نها } \frac{\text{جا } 3}{3 - \frac{\pi}{6}} = \frac{3}{1} = 3$$

مثال

جد نها $\frac{1 - \cos x}{x^2 - \pi}$

الحل:

نها $\frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{x^2 - \pi}$

نها $\frac{1 - \cos x}{(1 + \cos x)(x^2 - \pi)}$

نها $\frac{\sin^2 x}{2 \times (x^2 - \pi)}$

نها $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sin^2 x}{x^2 - \pi} \right)$

نها $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sin^2(x - \frac{\pi}{2})}{x^2 - \pi} \right)$

نها $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\cos^2(x - \frac{\pi}{2})}{(x - \frac{\pi}{2})^2} \right)$

$x - \frac{\pi}{2} = u$

$\frac{1}{2} \times \frac{\cos^2 u}{u^2}$

نها $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\cos^2 u}{u^2} \right)$

نها $\frac{1}{2} \times \frac{\cos^2 u}{u^2}$

نها $\frac{1}{2} \times \frac{\cos^2 u}{u^2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} =$

مثال 2.18 شتوي قديم

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{x}}{1-x}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{(\sqrt{x} - \pi)}{1-x}$$

$$\text{نها } \frac{(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1)\pi}{(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$$

$$1 - \sqrt{x} = 0$$

$$\text{نها } \frac{\text{جا } \pi \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \pi$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{x}}{\pi - \frac{1}{x}}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{(\sqrt{x} - \pi^2)}{\pi - \frac{1}{x}}$$

$$\text{نها } \frac{(\sqrt{x} - \pi^2) \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} (\pi - \frac{1}{x})}$$

$$\sqrt{x} - \pi^2 = 0$$

$$\sqrt{x} - \pi^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\pi^2}$$

مثال

$$\text{جد نها } \frac{(\sqrt{x} - \pi^2)}{x - \pi^2}$$

الحل:

$$\frac{\sqrt{x} - \pi^2}{x - \pi^2} = \frac{\sqrt{x} - \pi^2}{(\sqrt{x} - \pi^2)(\sqrt{x} + \pi^2)}$$

2.19 صيفي

$$\text{جد نها } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \pi}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{(\sqrt{x} - \pi)}{(\sqrt{x} - \pi) \sqrt{x}}$$

٣.١٥ شتوي

$$\text{جد نها } \frac{1 + \text{جتاس}}{\pi - 3}$$

الحل:

$$\text{نها } \frac{1 + \text{جتاس}}{\pi - 3} \times \frac{1 - \text{جتاس}}{1 - \text{جتاس}}$$

$$\text{نها } \frac{1 - \text{جتاس}}{(\pi - 3)(1 + 1)}$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \frac{\text{جاس}}{\pi - 3}$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \left(\frac{\text{جاس}}{\pi - 3} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \left(\frac{\text{جا}(\pi - 3)}{\pi - 3} \right)$$

$$\pi - 3 = \pi$$

$$\pi - 3 = \pi \leftarrow \pi - 3 = \text{صفر}$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \left(\frac{\text{جا}(\pi)}{\pi} \right)$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \frac{\text{جا}(\pi)}{\pi}$$

$$\text{نها } \frac{1}{2} \times \frac{\text{جا}(\pi)}{\pi} \frac{\text{جا}(\pi)}{\text{ص}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

١١ شتوي

$$\begin{aligned} s - \frac{\pi}{2} &= v \\ \cdot \leftarrow v \leftarrow \frac{\pi}{2} + s \\ \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} &= \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} \\ 1 - x &= \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} \times \frac{1}{\sqrt{v}} \\ \frac{1}{\sqrt{v}} &= \\ \sqrt{v} &= \end{aligned}$$

جد نها جتا - جاس

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

الحل:

نها جتا - جتا (س - س)

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

نها ٢ - جا جا (س - س)

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

٢ - جا جا (س - س) =

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

$$\frac{\pi}{2} - s = v$$

$$\cdot \leftarrow v \leftarrow \frac{\pi}{2} + s$$

٢ - جا جا (س - س) =

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

٢ - جا جا (س - س) =

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

جد نها جاس - جتا

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

الحل:

نها جتا (س - س) - جتا

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

نها ٢ - جا جا (س - س)

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

٢ - جا جا (س - س) =

$$\frac{\frac{\pi}{2} + s}{\frac{\pi}{2} - s}$$

رياضيات (المعلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

٢٠١٥ صيفي

$$\frac{\text{جد زها} - \text{جتاس} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 3}$$

الحل:

$$\frac{\frac{1}{2} (\text{جتاس} - \sqrt{3})}{\frac{1}{2} (\sqrt{3} + 3)}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \text{جتاس} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} (\sqrt{3} + 3)}$$

$$\frac{\text{جا} \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{جتا} \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} (\sqrt{3} + 3)}$$

$$\frac{\text{جا} (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})}{(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{1}{2})}$$

$$3 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

$$3 - 3 = 0$$

$$\frac{\text{جا} (3)}{(3)(\frac{1}{2})}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{1 \times 3} =$$

رياضيات (المحلي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (1) العنوان (نهايات امتحانات مثلثية) ماجستير رياضيات

مثال + ٢٠١٤ شتوي

$$\text{جد نها } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2-x}{3x-5}$$

الحل:

$$\text{نها } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2-x}{(3x-5)}$$

$$\text{نها } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2-x}{(3-x) \cdot \pi}$$

$$2-x = u$$

$$x \rightarrow 3 \Rightarrow u \rightarrow 0$$

$$\text{نها } \lim_{u \rightarrow 0} \frac{u}{(u-2) \cdot \pi}$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{x-x+2} = \frac{u}{u \cdot \pi - 2\pi}$$

مثال

جد نهايات $\frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3}$ لـ $x \rightarrow 3$

الحل:

نهايات $\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{x})}{(x - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{x})}$ لـ $x \rightarrow 3$

نهايات $\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{x})}{2(\sqrt{x} - \sqrt{x})}$ لـ $x \rightarrow 3$

$\sqrt{x} - \sqrt{x} = 0$

$\sqrt{x} - \sqrt{x} = 0$

نهايات $\frac{\sqrt{x} \cdot 0}{0}$ لـ $x \rightarrow 3$

المتباينات :

$$= \text{نما } 2 - \frac{\text{جا } 3}{\text{س}} \quad \text{جا } 3 - \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$= 2 - \frac{5}{11} \times 2 - \frac{5}{11} \times 2 - X$$

$$2 = \frac{3}{11} = 2$$

3.17 شتوي

$$\text{جد نما } 2 \text{ جا } 3 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

الحل:

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 (1 - \text{جتا } 3)$$

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 (1 - \text{جتا } 3) \times \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 (1 - \text{جتا } 3) \times \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 (1 - \text{جتا } 3) \times \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 \text{ جا } 3 (1 - \text{جتا } 3) \times \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 =$$

3.18 صيفي جديد

$$\text{جد نما } 4 \text{ جا } 3 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

الحل:

$$\text{نما } 4 \text{ جا } 3 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

مثال 2.8 شتوي

$$\text{جد نما } 1 + \text{جتا } 3 - 2 \text{ جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

الحل:

$$\text{نما } 1 - 2 \text{ جا } 3 + \text{جتا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } - \text{جتا } 3 + \text{جتا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } \text{جتا } 3 - \text{جتا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$7 = 1 \times 2 \times 2 =$$

3.8 صيفي

$$\text{جد نما } 1 - \text{جتا } 3 - 2 \text{ جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

الحل:

$$\text{نما } 1 - 2 \text{ جا } 3 - \text{جتا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } \text{جتا } 3 - \text{جتا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

$$\text{نما } 2 - \text{جا } 3 - \text{جا } 3 = \frac{\text{جا } 3}{\text{س}}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) (العنوان) **نهايات اقترانات مثلثية** (ماجستير رياضيات

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ - جاس } c \times c - \text{ جاس جتاس جتاس} \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس جتاس}) \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس } (1 - c \text{ جاس})) \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس} + \text{جتاس} \times \text{جتاس}) \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس}) + \text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس} \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس}) + \text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس} \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس } (1 - \text{جتاس}) + \text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس} \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس جاس} + 8 \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$\text{نهاية جاس } \varepsilon \text{ جاس} \left(\frac{1}{s} \right) + 8 \\ \frac{\quad}{s^3} \quad \cdot \varepsilon s$$

$$8 + \frac{1}{s^3} \times 1 \times \varepsilon$$

$$10 = 8 + 2 =$$