

قاعدة السلسلة :

$$\begin{array}{c} \text{ص} \leftarrow \text{ع} \leftarrow \text{س} \\ \xleftarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \frac{\text{ع س}}{\text{س س}} \times \frac{\text{ص س}}{\text{ع س}} = \frac{\text{ص س}}{\text{س س}} \end{array}$$

واجب

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - 2 + \text{س} 2 - 2 \text{ ، } 2 - \text{س} \geq 1 > \\ \text{س} \geq 1 > 3 \text{ ، } [\text{س}] \\ \text{س} \geq 3 \geq 7 \text{ ، } |\text{س} - 5| \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ وه}$$

احسب وه (س) وقيم (س) التي يكون وه (س) عندها غير موجودة مع ذكر السبب

امثلة :

(1) اذا كانت $\text{ص} = \text{ع} - 3 \text{ ، } 5 \text{ع} + 2 \text{ ، } 3 \text{س} = \text{ع} + 2$ احسب $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

الحل :

(2) اذا كانت $\text{ص} = 2 \text{ ، } 4 \text{ع} + 2 \text{ ، } 7 + 2 \text{س} = 2$ احسب $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ عندما $\text{س} = 2$

الحل :

(3) اذا كانت $\text{ص} = 2 \text{ ، } 2 \text{ل} - 2 \text{ ، } 4 + \text{ل} = \text{س} + 2$ احسب $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{\text{ص}}{\text{س}} &= \frac{\text{ص}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ل}}{\text{س}} \\ &= \frac{\text{ص}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ل}}{\text{س}} \\ &= \frac{\text{ص}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ل}}{\text{س}} \\ &= \frac{\text{ص}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ل}}{\text{س}} \end{aligned}$$

(4) اذا كانت $\text{ص} = 2 \text{ ، } 4 \text{ع} - 2 \text{ ، } 5 + 2 \text{س} = 2$ احسب $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

الحل :

مشتقة الاقترانات الدائرية :

الاقتران	مشتقة
جاس	جتاس
جتاس	-جتاس
ظاس	قتاس ²
ظتاس	-قتاس ²
قاس	قاسظاس
قتاس	-قتاسظتاس

ملاحظة :

عند الاشتقاق نضرب في مشتقة الزاوية

سؤال ؟

احسب مشتقة كلا مما يلي :

(1) $\text{ص} = \text{جاس} + \text{ظتاس}$

(2) $\text{وه} = \text{ظا} 2 \pi \text{س} + \text{ظتا} \frac{\pi}{\text{س}}$

(3) $\text{ص} = \text{س}^\circ \text{ظا} 4 \text{س}$

(4) $\text{ص} = \text{س}^3 \text{قا} \frac{1}{\text{س}}$

(5) $\text{ص} = \frac{\text{جاس}}{2 + \text{جتاس}}$

(6) $\text{ص} = 5 \text{س}^2 \text{جتاس} 2 \text{س}$ ، احسب المشتقة الثانية

سؤال ؟

اذا كانت $\text{ص} = \text{جاس} + \text{بجتاس}$ ، اثبت ان :

$$(\text{ص}^\circ) = 2 \text{ص} + 2 \text{ب} = 2 \text{ب} + 2 \text{ص}$$

قاعدة :

$$ص = (قوس) \text{ قوة}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} (القوة) (نفس القوس) \text{ القوة}^{-1} (مشتقة ما داخل القوس)$$

امثلت :

$$(1) \text{ اذا كانت } ص = (٧س^٢ - ٩س + ٩)^{١٢} \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} (١٢) (٧س^٢ - ٩س + ٩)^{١١} (٤س - ٩)$$

$$(2) \text{ اذا كانت } ص = (س^٢ + ٣س + ٢)^٨ \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} (٨) (س^٢ + ٣س + ٢)^٧ (٢س - ١)$$

$$(3) \text{ اذا كان } و = (س^٣ + ٣)^٣ \text{ ، احسب } و (س)$$

الحل :

$$(4) \text{ اذا كانت } ص = جا^٨ س \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} (٨) (جا س)^٧ (٨س)$$

$$(5) \text{ اذا كانت } ص = جا^٩ س^٢ \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$(5) \text{ اذا كانت } ص = و^٢ + ٤س \text{ ، } و = و^٤ + ٦$$

$$\text{احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$= \frac{٤ + و^٢}{٦ + و^٣} = \frac{١}{٦ + و^٣} \times (٤ + و^٢) =$$

$$(6) \text{ اذا كانت } ص = ٣جا س^٣ \text{ ، } س = جا^٣ و \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$= -٣جا س^٢ = -٣جا س^٢$$

$$(7) \text{ اذا كانت } ص = و^٢ - ٣س + ٨ \text{ ، } و = و^٢ + ٢س$$

$$\text{احسب } \frac{ص}{ص} \text{ عندما } و = ١$$

الحل :

$$(8) \text{ اذا كانت } ص = و^٢ + ٤س \text{ ، } و = و^٢ - ٣س$$

$$\text{احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$= \frac{٤ + و^٢}{٣ - و^٢} = \frac{١}{٣ - و^٢} \times (٤ + و^٢) =$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} \times \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} = \frac{(٢)(٤ + و^٢) - (٢)(٣ - و^٢)}{(٣ - و^٢)^٢} = \frac{٨ - ٦ - ٤و^٢ + ٦و^٢}{(٣ - و^٢)^٢} = \frac{٢ - ٢و^٢}{(٣ - و^٢)^٢} = \frac{١ - و^٢}{(٣ - و^٢)^٢}$$

$$= \frac{١ - و^٢}{(٣ - و^٢)^٢} = \frac{١}{٣ - و^٢} \times \frac{١ - و^٢}{(٣ - و^٢)^٢} =$$

$$(9) \text{ اذا كانت } ص = جا و \text{ ، } س = جا و \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

$$(6) \text{ اذا كانت } ص = ٥س^٢ + ٦س^٢ \text{ ، احسب } \frac{ص}{ص}$$

الحل :

(١٢) اذا كانت ص = ظا^٢ س ، اثبت ان :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص^٢}{٢(ص+١)(ص+١)}$$

البرهان :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} = ٢ظا٢ س$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} = ٢ظا٢ س \times ٢ظا٢ س + ٢ظا٢ س + ٢ظا٢ س$$

$$٢ظا٢ س = ٢(ظا٢ س + ٢ظا٢ س)$$

$$٢(ظا٢ س + ١) = ٢(ظا٢ س + ١ + ٢ظا٢ س)$$

$$٢(ص+١) = ٢(ص+١)$$

(١٣) اذا كانت ص = جا^٩ (ظا^٣ س) ، احسب $\frac{ص}{ص}$

الحل :

(٧) اذا كانت ص = س^٢ جتا^٣ $\frac{١}{س}$ ، احسب $\frac{ص}{ص}$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} = س^٢ \times ٣جتا٢ \frac{١}{س} - \frac{١}{س} \times ٣جتا٢ \frac{١}{س} + س^٢ \times \frac{١}{س}$$

$$= ٣جتا٢ \frac{١}{س} - ٣جتا٢ \frac{١}{س} + س$$

(٨) احسب النهايات التالية :

$$\text{أ) } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{٣جا٣ (٩س + ٩هـ) - جا٣ ٩س}{هـ}$$

الحل :

$$= \text{مشتقة } ٣جا٣ ٩س = ٩س \times ٣جتا٢ ٩س \times ٩$$

$$\text{ب) } \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{٤جتا٢ \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3} - س}$$

الحل :

$$= \text{مشتقة } ٤جتا٢ س = \text{عندما مشتقة } س = \frac{\pi}{3}$$

$$= ٨جتا٢ س - ٨جتا٢ س$$

$$= ٨جتا٢ \frac{\pi}{3} - ٨جتا٢ \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \times ٨ - \frac{\pi}{3} \times ٨ = \frac{\pi}{3}$$

(٩) اذا كانت ص = ظا^٣ س + ١ ، اثبت ان : ص = قاس^٣ س

البرهان :

$$ص = قاس^٣ س + ٣ \times ١ \times ٢ظا٢ س$$

$$= قاس^٣ س + ٦ظا٢ س$$

(١٠) اذا كانت ص = (قاس + ظاس) ، اثبت ان : ص = (قاس) (ص)

$$ص = (قاس) (ص)$$

البرهان :

مشتقة الجذر التربيعي : $\frac{مشتقة ما داخل الجذر}{٢ \times الجذر نفسه}$

امثلت :

(١) اذا كانت ص = $\sqrt[٥]{٦س + ٨جتا٢ ٩س}$ ، احسب $\frac{ص}{ص}$

الحل :

$$\frac{ص}{ص} = \frac{٥ \times ٦س + ٨جتا٢ ٩س}{٢ \times \sqrt[٥]{٦س + ٨جتا٢ ٩س}}$$

واجب

(١١) اذا كانت ص = جا^٦ س ، اثبت ان :

$$ص = ٦ + ١٢جا٢ س = ٠$$

الحل :

$$(2) \text{ اذا كانت } \sqrt{s} = 9 + 8\sqrt{s} + 9, \text{ احسب } \frac{v}{s}$$

الحل :

$$(3) \text{ اذا كانت } \sqrt{s} = 8 + 2\sqrt{s} + 4, \text{ احسب } \frac{v}{s}$$

$$\frac{v}{s}$$

الحل :

$$(2) \text{ اذا كان } \sqrt{s} = 6 + 2\sqrt{s} + 4 = 10, \text{ احسب } \frac{v}{s}$$

الحل :

$$\sqrt{s} = 10$$

$$10 = 6 + 2\sqrt{s} + 4 \Rightarrow 10 = 10 + 2\sqrt{s}$$

$$0 = 2\sqrt{s} \Rightarrow \sqrt{s} = 0 \Rightarrow s = 0$$

$$\frac{v}{s} = \frac{10}{0} = \text{غير معرف}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{s}} \times \frac{1}{2\sqrt{s}} \times 16 \times 22 =$$

$$176 = 8 \times 22 = \frac{16}{2} \times 22 =$$

$$(3) \text{ اذا كان } \sqrt{s} = 3 + 2\sqrt{s} + 3 = 6, \text{ احسب ما يلي :}$$

$$\sqrt{s} = 6 \Rightarrow 6 = 3 + 2\sqrt{s} + 3 \Rightarrow 6 = 6 + 2\sqrt{s}$$

$$(1) \text{ (هـ } \circ \text{ هـ) } (1) \text{ (ب) (هـ } \circ \text{ هـ) } (1)$$

$$(1) \text{ (ج) (هـ } \circ \text{ هـ) } (1) \text{ (د) (هـ } \circ \text{ هـ) } (1)$$

$$(1) \text{ (هـ } \circ \text{ هـ) } (1)$$

الحل :

$$(4) \text{ اذا كانت } \sqrt{s} = 2\sqrt{s} + 2\sqrt{s} + 2\sqrt{s} = 6, \text{ احسب مشتقة}$$

$$\frac{v}{s} = 2 \text{ عندما } s = 2$$

الحل :

$$36 = 8 \times 2 + \frac{5 \times 2 \times 8}{2 \times 2} = 8 \times \sqrt{2} + \frac{v}{\sqrt{2}} \times 8$$

قاعدة :

اذا كان $\sqrt{s} = h$ ، فابليين للاشتقاق ، فان :

$$\frac{v}{s} = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{v}{s} = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{v}{s} = \frac{h}{s}$$

$$\frac{v}{s} = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{v}{s} = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{v}{s} = \frac{h}{s}$$

امثلت :

$$(1) \text{ اذا كان } \sqrt{s} = 3 + 2\sqrt{s} + 5 = 8, \text{ احسب ما يلي :}$$

احسب ما يلي :

$$(1) \text{ (هـ } \circ \text{ هـ) } (1) \text{ (ب) (هـ } \circ \text{ هـ) } (1)$$

$$(1) \text{ (ج) (هـ } \circ \text{ هـ) } (2) \text{ (د) (هـ } \circ \text{ هـ) } (1)$$

(٨) اذا كانت $٧ + ٨س + ٦س^٢ = (١ + ٣س)$ و

احسب ٢ و

الحل :

(٩) اذا كانت $٦جاس + ٢س = (٢جاس)$ و

احسب ١ بحيث $س \in (٠, \frac{\pi}{٤})$

الحل :

(١٠) اذا كانت $٧ = (٨)$ و $١٢ = (٨)$ ، وكانت

$ص = (٣س)^٢$ ، احسب $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ٢$

الاشتقاق الضمني :

هو عملية اشتقاق متغير بدلالة متغير اخر ويستخدم عند وجود علاقات ضمنية مثلا :

(١) $ص^٢ : (ص)$ لها قوة

(٢) $(س)$ مرتبطة في $(ص)$

$ص^٢$ ، $\frac{ص}{س}$ ، $س^٣ \times \sqrt{ص}$

(٣) الزاوية تكون $(ص)$ مثلا جاص ، جاس ص ، ...

الخطوات :

(١) اشتق الطرفين ضمنا بحيث كل ما نشق $(ص)$ نضع

بعدها $\frac{ص}{س}$

(٢) تجميع $\frac{ص}{س}$ في طرف

(٣) اخذ $\frac{ص}{س}$ عامل مشترك

(٤) القسمة على معامل $\frac{ص}{س}$

(٤) اذا كان $٠ > س$ ، $٣س + ٤س^٢$ ، $٠ < س$ ، $٧ + ٢س^٣$ } = و

ه = $(٢س + جاس)$ ، احسب $(٥٠ه)$ و

الحل :

و = $٢س^٢ + ٤س^٣$ ، $٠ > س$ ، $٠ < س$ ، $٦س$ } = و

ه = $٤(٢س + جاس)$ و $(٢جاس)$

$(٥٠ه) = (٥٠ه) \times (٥٠ه)$ و

$٤٨ = ٨ \times ٦ = (٠ - ٢) \times (١ + ٠) \times (٤) \times (١)$ و =

(٥) اذا كان $١ > س$ ، $٦س + ٣س^٢$ ، $١ < س$ ، $٨س + ٢س^٢$ } = (س) و

ه = $\sqrt{٨س + ٢س^٢}$ ، احسب $(٥٠ه)$ و

الحل :

(٦) اذا كانت $٨ = (١)$ و $٩ = (٣)$ ، وكانت

$ص = (٢س + ٣س^٢)$ ، احسب $\frac{ص}{س}$ عندما

$س = ١$

الحل :

(٧) اذا كانت $٨س + ٥س^٢ = (١ + ٢س)$ و

احسب (٥) و

الحل :

نشق الطرفين و $١٠ = (١ + ٢س)$ ، $٨ + ١٠س$

نضع $٢س + ١ = ٥ = ٢س \leftarrow ٤ = س \leftarrow ٢ = س$

و $٢ = (٥) = ٨ + ٢ \times ١٠ = (٥) \leftarrow ١٤ = \frac{٢٨}{٢} = (٥) \leftarrow$

امثلت :

$$(1) \text{ اذا كانت } 3ص^2 - 6س = 9س^2 + 6ص، \text{ اوجد } \frac{ص}{س}$$

الحل :

$$-6ص^3 - 5س^2 = 6س^2 \times 2ص^2 + 2 \times 2ص^2 \times 2س$$

$$-6ص^3 - 5س^2 = 2ص^2 \times 2س + 2س \times 2ص^2$$

$$\frac{ص(-6ص^3 - 5س^2)}{2ص^2 \times 2س - 2س \times 2ص^2} = \frac{2س \times 2ص^2 + 2 \times 2ص^2 \times 2س}{2ص^2 \times 2س - 2س \times 2ص^2}$$

واجب

$$(6) \text{ اذا كانت } 3س^2 + 6ص^2 = 5سص،$$

$$\text{احسب } \frac{ص^2}{س}$$

$$(7) \text{ اذا كانت } 2س^2 + 2ص^2 = 1، \text{ اثبت ان :}$$

$$ص^3 \times \frac{ص^2}{س} = 1 - \frac{ص^2}{س} \text{ عند } (2, 3)$$

الحل :

$$(2) \text{ اذا كانت } 2ص^2 = 3س^2 + 8ص، \text{ احسب } \frac{ص}{س}$$

الحل :

$$2ص^2 = 3س^2 + 8ص \Rightarrow \frac{ص}{س} = 8 + 3\frac{ص}{س}$$

$$2ص^2 = 3س^2 + 8ص \Rightarrow \frac{ص}{س} = 8 - \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = (8 - \frac{ص}{س}) \Rightarrow \frac{ص}{س} = 8 - \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{8ص - 2ص}{8 - 2} = \frac{6ص}{6} = \frac{ص}{س}$$

$$(3) \text{ اذا كانت } 3س^2 + 3ص^2 = 7سص - 5،$$

$$\text{احسب } \frac{ص}{س} \text{ عند } (2, 4)$$

الحل :

$$(8) \text{ اذا كانت } 2س = 3ص، \text{ اثبت ان :}$$

$$ص^2 = 3ص^2$$

$$(9) \text{ اذا كانت } 2س = 3ص، \text{ اثبت ان :}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{2س + 1}$$

$$(10) \text{ اذا كانت } 3ص + 4\sqrt{ص} = 3س، \text{ اثبت ان :}$$

$$2ص^2 + 2(ص)^2 = 4$$

$$(11) \text{ اذا كانت } 2ه - 2م = 10 + 1، \text{ اوجد } \frac{ه}{س}$$

الحل :

$$2ه = \left(\frac{10 \times 1 - 2 \times \frac{ه}{س}}{2م} \right) 2 - \frac{ه}{س} 2$$

$$2ه = \frac{20 + \frac{ه}{س} 2}{2م} - \frac{ه}{س} 2$$

$$2ه = \frac{20}{2م} + \frac{ه}{س} \frac{2}{2م} - \frac{ه}{س} 2$$

$$(4) \text{ اذا كانت } 2ص = 3س، \text{ احسب } \frac{ص}{س}$$

الحل :

$$(5) \text{ اذا كانت } 3ص^2 + 5س = 6ص^2، \text{ احسب } \frac{ص}{س}$$

الحل :

$$3ص^2 = 6ص^2 - 5س$$

وزاري

١٤) إذا كانت $s = \sqrt{v^2 + 1}$ ، $v = (0) = 0$ ،

$$\text{اوجد } \frac{ds}{dv} \text{ عند } v = 2$$

الحل :

$$s = \sqrt{v^2 + 1} \Rightarrow \frac{ds}{dv} = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 1}}$$

$$\frac{ds}{dv} = \frac{1}{\sqrt{v^2 + 1}}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{(0)^2 + 1} = \frac{ds}{dv} \Big|_{v=2}$$

معدل التغير :

ملاحظات :

١) معدل التغير في (v) بالنسبة الى (s) هو نفسه

المشتقة $\frac{ds}{dv}$ ، فمثلا معدل التغير في المساحة (s)

بالنسبة للمحيط (v) هو $\frac{ds}{dv}$ وهكذا ...

٢) كلمة عندما نستخدمها بعد الاشتقاق

امثلة :

١) اوجد معدل التغير في مساحة المربع بالنسبة الى محيطه عندما يكون طول ضلع المربع يساوي (8) سم

الحل :

مساحة المربع = (الضلع)² أي $s = v^2$

لكن المحيط $l = 4s \Rightarrow s = \frac{l}{4}$

$$\therefore s = \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{l^2}{16}$$

$$\frac{ds}{dl} = \frac{2l}{16} = \frac{l}{8} \Rightarrow \frac{ds}{dl} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\frac{32}{8} = \frac{ds}{dl} \text{ عندما } s = 8 \text{ فان } l = 32$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 1}} \cdot 2 = \frac{2v}{\sqrt{v^2 + 1}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2 \cdot 2}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

١٢) إذا كانت $s = \sqrt{v^2 + 4}$ ، $v = 2$ ،

احسب $\frac{ds}{dv}$

الحل :

$$\frac{ds}{dv} = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 4}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 4}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 4}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 4}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 4}}$$

سؤال ؟

إذا كان $s = \sqrt{v^2 + 1}$ ، اوجد $\frac{ds}{dv}$

عند $(2, 3)$

وزاري

١٣) إذا كانت $s = \cos\left(\frac{\pi}{4}v\right)$ ، فجد $\frac{ds}{dv}$

عند $(1, \frac{\pi}{4})$

الحل :

$$\frac{ds}{dv} = -\sin\left(\frac{\pi}{4}v\right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ds}{dv} = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ds}{dv} = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ds}{dv} = -\frac{\pi}{4}$$

$$0 = \frac{1 \times \frac{\pi}{4} \times 1}{1 \times \frac{\pi}{4} - 1} = \frac{\pi}{4}$$

وزاري

واجب

٥) صفيحة معدنية مستطيلة الشكل تتمدد بانتظام بحيث يبقى طولها يساوي (٣) امثال عرضها ، اوجد معدل التغير في مساحتها بالنسبة الى طولها عندما يكون طولها (١٥) سم

اثباتات هامة :

(١) اذا كان $و = (س)$ ، اثبت ان :
 $و = (س)$ = رفض ، حيث (ج) ثابت

البرهان :

$$و = (س) = \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ج - ج}{ع - س} = \text{رفض وهو المطلوب}$$

(٢) اذا كان $و = (س)$ ، اثبت ان :
 $و = (س)$ = $ج \times ل$ (س)

البرهان :

$$و = (س) = \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ج ل (ع) - ج ل (س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ل(ع) - ل(س)}{ع - س} = ج \times ل (س) \text{ وهو المطلوب}$$

(٣) اذا كان $و = (س)$ ، اثبت ان :
 $و = (س)$ = $ل + م$ (س)

البرهان :

$$و = (س) = \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ل(ع) + م(ع) - ل(س) - م(س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ل(ع) - ل(س) + م(ع) - م(س)}{ع - س}$$

$$= \frac{ل(ع) - ل(س)}{ع - س} + \frac{م(ع) - م(س)}{ع - س}$$

$$= ل + م (س) \text{ وهو المطلوب}$$

(٢) متوازي مستطيلات ارتفاعه مثلا طوله وعرضه ثلث ارتفاعه ، اوجد معدل تغير حجمه بالنسبة الى ارتفاعه عندما يكون الارتفاع يساوي (٦) سم

الحل :

$$\text{الحجم} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$ع = س \times ص \times ع$$

$$\text{من السؤال : } ع = ٢س \Leftarrow س = \frac{ع}{٢} ، ص = \frac{١}{٣} ع$$

$$\therefore ع = ع \times \frac{١}{٣} \times \frac{ع}{٢} = \frac{١}{٦} ع^٢$$

$$\text{المطلوب : } \frac{دع}{دع} = \frac{١}{٦} ع \times ٢ = \frac{١}{٣} ع$$

$$\text{عندما } ع = ٦ \Leftarrow \frac{دع}{دع} = \frac{١}{٣} \times ٦ = ٢$$

(٣) ما معدل التغير في حجم مكعب بالنسبة لمساحة سطحه عندما يكون طول ضلعه (١٠) سم

الحل :

$$ع = س^٣ \Leftarrow \frac{دع}{دع} = \frac{٣س^٢}{س}$$

$$٢ = ٢س^٢ \Leftarrow \frac{دع}{دع} = \frac{٢}{س}$$

$$\text{باستخدام قاعدة السلسلة : } \frac{دع}{دع} \times \frac{دع}{دع} = \frac{دع}{دع}$$

$$\Leftarrow \frac{٢}{س^٣} = \frac{١}{س^٢} \times \frac{٢}{س}$$

$$\frac{٢}{١٢} = \frac{٢ \times ٣}{١٠ \times ١٢} = \frac{دع}{دع}$$

(٤) اسطوانة دائرية قائمة حجمها ثابت ، اوجد معدل التغير في ارتفاعها بالنسبة الى طول نصف قطر قاعدتها

الحل :

$$ع = \pi \text{نوه}^٢ \Leftarrow \text{بقسمة الطرفين على } \pi \text{نوه}^٢$$

$$ع = \frac{ع}{\pi \text{نوه}^٢} \Leftarrow \frac{دع}{دع} = \frac{ع}{\pi^٢ \text{نوه}^٢} \times ٢ - \frac{ع}{\pi^٢ \text{نوه}^٢}$$

$$\frac{ع}{دع} = \frac{ع}{\pi^٢ \text{نوه}^٢} - \frac{ع}{\pi^٢ \text{نوه}^٢} = \frac{ع}{\pi^٢ \text{نوه}^٢} (٢ - ١)$$

٤) اذا كان $s = s^n$ ، اثبت ان :
 $s^n - s = (s - s) \times s^{n-1}$ ، حيث n عدد طبيعي
 (صحيح موجب)

البرهان :

$$s^n - s = (s - s) \times \frac{s^n - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^n - s}{s - s}$$

$$= \frac{(s^n - s^1)(s^{n-1} + s^{n-2}s + \dots + s^2s + s^1s + s^0s)}{s - s}$$

عوض مكان $(s^n - s)$ بـ $(s - s)$

$$= \frac{s^n - s^1 + s^{n-1} + s^{n-2}s + \dots + s^2s + s^1s + s^0s}{s - s} = \frac{s^n - s^1 + s^{n-1} + s^{n-2}s + \dots + s^2s + s^1s + s^0s}{s - s}$$

٥) اذا كان $s = s^2$ ، اثبت ان : $s^2 - s = \frac{2}{s}$

البرهان :

$s = s^2$ برفع طرفي العلاقة للقوة (n)

$s^n = s^{2n}$ بالاشتقاق الضمني

$$n s^{n-1} = \frac{2s}{s^2} \times s^{2n-1}$$

$$\leftarrow \frac{2s}{s^2} = \frac{s^{2n-1}}{s^{n-1}} \text{ لكن } s = s^2 \text{ لکن } s = s^{\frac{2}{2}}$$

$$\leftarrow \frac{2s}{s^2} = \frac{s}{s} \times \frac{2}{s} = \frac{s}{s} \left(\frac{2}{s} \right)$$

$$= \frac{s}{s} \times \frac{2}{s} = \frac{s^{1-1} + 2}{s} = \frac{2}{s}$$

$$\leftarrow \frac{2s}{s^2} = \frac{s}{s} \times \frac{2}{s} = \frac{2}{s} \text{ وهو المطلوب}$$

٦) اذا كان $s = s^2$ ، اثبت ان :
 $s^2 - s = s$

البرهان :

$$s^2 - s = (s - s) \times \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

$$= \frac{s(s - 1)}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

$$= \frac{s(s - 1)}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

٧) اذا كان $s = s^2$ ، اثبت ان :
 $s^2 - s = s$

البرهان :

$$s^2 - s = (s - s) \times \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

$$= \frac{s(s - 1)}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

٨) اذا كان $s = s^2$ ، اثبت ان :
 $s^2 - s = s^2$

البرهان :

$$s^2 - s = (s - s) \times \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s(s - 1)}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s^2 - s}{s - s}$$

٩) اذا كان $s = s^2$ ، اثبت ان :
 $s^2 - s = s^2$

البرهان :

$$s^2 - s = (s - s) \times \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= \frac{s^2 - s}{s - s} = \frac{s^2 - s}{s - s}$$

$$= 1 - 2 \text{ جتاس جاس}$$

$$\text{لكن : } (2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}) = 2 \text{ جتاس}$$

$$= \text{جتاس}^2 + 2 \text{ جتاس جتاس} + \text{جتاس}^2$$

$$= 1 + 2 \text{ جتاس جتاس}$$

$$\therefore (2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}) = 2 \text{ جتاس}$$

$$= 1 - 2 \text{ جتاس جتاس} + 1 + 2 \text{ جتاس جتاس}$$

$$= 1 + 1 = 2 \text{ وهو المطلوب}$$

(3) اذا كان $(2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}) = 2 \text{ جتاس}$ ، اثبت ان :

$$0 = \text{جتاس} - 2 \text{ جتاس}$$

البرهان :

$$0 = \text{جتاس} - 2 \text{ جتاس} = 2 \text{ جتاس جتاس} - 2 \text{ جتاس}$$

$$\leftarrow 2 \text{ جتاس} - 2 \text{ جتاس} = 0 \text{ وهو المطلوب}$$

(4) اذا كان $\text{جتاس} = 2 \text{ جتاس}$ ، اثبت ان :

$$0 = \text{جتاس}^3 + \frac{\text{جتاس}^2}{3} + \frac{\text{جتاس}}{4} + 8 \text{ جتاس}$$

البرهان :

$$\frac{\text{جتاس}^3}{3} = 2 \text{ جتاس جتاس} + 2 \text{ جتاس}$$

$$\frac{\text{جتاس}^3}{3} = 2 \text{ جتاس} + 2 \text{ جتاس جتاس} + 2 \text{ جتاس}$$

$$= 4 \text{ جتاس} + 2 \text{ جتاس جتاس}$$

$$= 4 \text{ جتاس} + \text{جتاس}^2$$

$$\frac{\text{جتاس}^3}{3} = 4 \text{ جتاس} + \frac{\text{جتاس}^2}{3} + 2 \text{ جتاس}$$

$$= 4 \text{ جتاس} - \frac{\text{جتاس}^2}{3} + 2 \text{ جتاس}$$

$$\leftarrow \text{جتاس} = \frac{\text{جتاس}^3}{3} - \frac{\text{جتاس}^2}{3} + 4 \text{ جتاس} - 2 \text{ جتاس}$$

$$\therefore 0 = \text{جتاس} + \frac{\text{جتاس}^2}{3} + \frac{\text{جتاس}^3}{3} - 4 \text{ جتاس} + 2 \text{ جتاس}$$

$$\leftarrow \text{جتاس} = 4 \text{ جتاس} + \frac{\text{جتاس}^2}{3} + \frac{\text{جتاس}^3}{3} - 2 \text{ جتاس} \text{ وهو المطلوب}$$

(1) اذا كان $\text{جتاس} = 2 \text{ جتاس}$ ، اثبت ان :

$$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{2 \text{ جتاس}}{\text{جتاس}} \times \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = 2 \times \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

البرهان :

$$\text{ليكن } \text{جتاس} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \leftarrow \text{جتاس} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\text{وينتج ان } \text{جتاس} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \leftarrow \text{جتاس} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\text{باستخدام قاعدة السلسلة : } \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\leftarrow \text{جتاس} \times \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \text{جتاس}$$

$$\leftarrow \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \text{جتاس} \text{ وهو المطلوب}$$

اسئلة الالاثبات :

(1) اذا كان $\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = 2 + \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$ ، اثبت ان : $1 = \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$

البرهان :

$$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = 2 + \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \text{ بتوحيد المقامات}$$

$$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\text{نشقق ضمناً : } \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

بتجميع الحدود التي تحتوي على $\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$ في طرف

$$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} - \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{2 \text{ جتاس}}{\text{جتاس}} - \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} - \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = \frac{2 \text{ جتاس} - \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\leftarrow \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} = 1 \text{ وهو المطلوب}$$

(2) اذا كان $\text{جتاس} = 2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}$ ، اثبت ان :

$$2 = 2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}$$

البرهان :

$$\text{جتاس} = 2 \text{ جتاس} + \text{جتاس}$$

$$\text{جتاس} - \text{جتاس} = 2 \text{ جتاس}$$

$$0 = 2 \text{ جتاس} - \text{جتاس}$$

$$= 2 \text{ جتاس} - \text{جتاس}$$

البرهان :

$$\text{ص} = \frac{\text{س جتاس} - \text{جتاس}}{\text{س}} = \frac{\text{جتاس}}{\text{س}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{س جتاس} - \text{جتاس} - \text{س جتاس} - \text{جتاس}}{\text{س}} = \frac{\text{س جتاس} - \text{جتاس}}{\text{س}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{س جتاس} - \text{جتاس}}{\text{س}} + \frac{\text{جتاس}}{\text{س}} \dots (1)$$

$$2\text{ص} = \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} - \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} \dots (2)$$

$$\text{س ص} = \text{جتاس} \dots (3)$$

$$\Leftarrow (3) + (2) + (1)$$

$$\text{س ص} + 2\text{ص} + \text{س ص} = \text{جتاس}$$

$$\text{س ص} + \text{جتاس} - \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} + \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} + \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} + \frac{2\text{جتاس}}{\text{س}} = \text{جتاس}$$

٨) اذا كان $\sqrt{1+2\text{س}} = \text{ص}$ ، اثبت ان :

$$0 = \frac{1}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}^2}{\text{س}}$$

البرهان :

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{2}{1+\sqrt{2}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{1-\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = \frac{1-\text{ص}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{ص}}$$
 وهو المطلوب

٩) اذا كان $\text{س} = (1-2\text{ص})^6$ ، اثبت ان :

$$\frac{1-2\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

البرهان :

$$\text{س} = (1-2\text{ص})^6 \Leftarrow 1 = \frac{1}{\text{س}} \times (1-2\text{ص})^6$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{1}{(1-2\text{ص})^6}$$

$$\frac{\text{س}}{1-2\text{ص}} = (1-2\text{ص})^5 \Leftarrow \text{س} = (1-2\text{ص})^6$$

$$\Leftarrow \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1-2\text{ص}}{\text{س}}$$
 وهو المطلوب

٥) اذا كان $\text{س} + \text{ص} + \text{جتاس} = 0$ ، اثبت ان :

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = \frac{\text{جتاس}}{(1+\text{جتاس})^3}$$

البرهان :

$$1 + \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 0$$

$$\Leftarrow 1 = \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\Leftarrow 1 = \frac{\text{ص}}{\text{س}}(1+\text{جتاس})$$

$$\Leftarrow \frac{1-\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\Leftarrow \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times (1-\text{ص}) = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times \frac{\text{جتاس}}{(1+\text{جتاس})^3}$$

$$\frac{1-\text{جتاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{جتاس}}{(1+\text{جتاس})^2} = \frac{\text{جتاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{ص}}{(1+\text{جتاس})^2}$$

$$= \frac{\text{جتاس}}{(1+\text{جتاس})^3}$$
 وهو المطلوب

وزاري

٦) اذا كان $\text{ص} = 2\text{س}^3$ ، اثبت ان :

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{س}} - 8\text{ص}^3 + 4\text{ص} = 0$$

البرهان :

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = 2(2\text{س}^3)^2 = 8\text{س}^6 + 4\text{س}^3 = 8\text{ص}^3 + 4\text{ص}$$

$$= 8\text{ص}^3 + 4\text{ص}$$

$$= 8\text{ص}^3 + 4\text{ص} - (8\text{ص}^3 + 4\text{ص}) = 0$$

$$= 8\text{ص}^3 + 4\text{ص} - 8\text{ص}^3 - 4\text{ص} = 0$$

$$= 8\text{ص}^3 + 4\text{ص} - 8\text{ص}^3 - 4\text{ص} = 0$$

$$\therefore \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} - 8\text{ص}^3 + 4\text{ص} = 0$$
 وهو المطلوب

وزاري

٧) اذا كان $\frac{\text{جتاس}}{\text{س}} = \text{ص}$ ، حيث $\text{س} \neq 0$ ، اثبت ان :

$$\text{س ص} + 2\text{ص} + \text{ص} = 0$$

$$\Leftarrow \text{قاس } \frac{S}{S} + \text{جاس} =$$

$$\times \frac{1}{\text{جاس}} - \text{جاس} + \text{جاس} = \text{جاس} + \text{جاس} = 0$$

وهو المطلوب

(١٤) اذا كان $ص^2 = س^2 - س^3$ ، اثبت ان :

$$ص^2 = س^2 - س^3 + \left(\frac{S}{S}\right) + \frac{S^2}{S} \times \frac{1}{S}$$

البرهان :

$$ص^2 = س^2 - س^3 \text{ نشتق ضمنيا}$$

$$2ص = \frac{S}{S} - 3س^2 = \frac{S}{S} - 3س^2$$

$$2ص = \frac{S}{S} - 3س^2 = \frac{S}{S} - 3س^2$$

$$2ص = \frac{S}{S} - 3س^2 = \frac{S}{S} - 3س^2$$

$$ص = \frac{S}{S} - 3س^2 = \frac{S}{S} - 3س^2$$

وهو المطلوب

(١٥) اذا كان $ص = \frac{\text{جاس}}{\text{جاس} - 1}$ ، اثبت ان :

$$\frac{2}{\text{جاس} - 1} = \frac{S}{S}$$

البرهان :

$$\frac{2 - (\text{جاس} - 1)(\text{جاس} - 1)}{(\text{جاس} - 1)^2} = \frac{S}{S}$$

$$2 - (\text{جاس} - 1)(\text{جاس} - 1) = (\text{جاس} - 1)^2$$

$$2 - (\text{جاس} - 1)(\text{جاس} - 1) = (\text{جاس} - 1)^2$$

$$2 - (\text{جاس} - 1)(\text{جاس} - 1) = (\text{جاس} - 1)^2$$

$$\Leftarrow \frac{2}{\text{جاس} - 1} = \frac{S}{S} \text{ وهو المطلوب}$$

(١٦) اذا كان $ص = (س + ١)^2$ ، اثبت ان :

$$(س + ١)^2 \times \frac{S}{S} = \frac{S^2}{S}$$

البرهان :

$$ص = (س + ١)^2 \text{ نشتق ضمنيا}$$

(١٠) اذا كان $ص = \text{ظاس} + \frac{1}{\text{ظاس}^3}$ ، اثبت ان :

$$\frac{S}{S} = \frac{S}{S}$$

البرهان :

$$\frac{S}{S} = \text{ظاس}^2 + \frac{S}{S}$$

$$= \text{ظاس}^2 (1 + \text{ظاس}^2) = \text{ظاس}^2 \times \text{ظاس}^2 = \text{ظاس}^4$$

وزاري

(١١) اذا كان $ص = س \text{ظاس}$ ، اثبت ان :

$$\frac{S^2}{S} = 2ص \text{ظاس}^2 + 2\text{ظاس}^2$$

البرهان :

$$ص = س \text{ظاس}$$

$$\Leftarrow \frac{S}{S} = \text{ظاس} + س \text{ظاس}$$

$$\Leftarrow \frac{S^2}{S} = 2\text{ظاس}^2 + 2\text{ظاس}^2 = 2\text{ظاس}^2 (1 + س)$$

$$2\text{ظاس}^2 (1 + س) = 2\text{ظاس}^2 + 2\text{ظاس}^2 س$$

$$\Leftarrow \frac{S^2}{S} = 2\text{ظاس}^2 + 2\text{ظاس}^2 س \text{ وهو المطلوب}$$

(١٢) اذا كان $ص = \frac{1}{س + ٢}$ ، $س \neq ٢ -$ ، اثبت ان :

$$2ص + (س + ٢)ص = 0$$

البرهان :

$$ص = \frac{1}{س + ٢} \Leftarrow \frac{1}{س + ٢} = \frac{1}{س + ٢}$$

$$ص = \frac{2}{(س + ٢)^3} = \frac{2}{(س + ٢)^3}$$

$$\Leftarrow 2ص + (س + ٢)ص = 0$$

$$= \frac{2}{(س + ٢)^3} \times (س + ٢) + \frac{1 - 2}{(س + ٢)^2} =$$

$$= \frac{2 - 2}{(س + ٢)^2} = 0 \text{ وهو المطلوب}$$

(١٣) اذا كان $ص = \text{جاس}$ ، اثبت ان :

$$\text{قاس } \frac{S}{S} + \text{جاس} = 0$$

البرهان :

$$\frac{S}{S} = 2 - \text{جاس} = 2 - \text{جاس}$$

(١٩) إذا كان $s^2 = 2s + 2$ ، أثبت ان :

$$\frac{1}{3(s-1)} = \frac{s^2}{2s}$$

البرهان :

$$\frac{s}{s} = \frac{s}{s} \left(s + s \right) \leftarrow \frac{s}{s} 2 = \frac{s}{s} s^2 + s^2$$

$$\frac{s}{s} s - \frac{s}{s} s = \frac{s}{s} = s \leftarrow$$

$$\frac{s}{s-1} = \frac{s}{s} \leftarrow (s-1) \frac{s}{s} = s \leftarrow$$

$$\frac{s \times \left(\frac{s-1}{s} \right) - (s-1)}{2(s-1)} = \frac{s^2}{2s} \leftarrow$$

$$\frac{\frac{s}{s-1} \times s + (s-1)}{2(s-1)} = \frac{s^2}{2s}$$

$$\frac{2s + 2(s-1)}{2(s-1)} = \frac{2s}{2(s-1)} = \frac{s^2}{2s}$$

$$\frac{2s + 2s - 2}{2(s-1)} = \frac{4s - 2}{2(s-1)} \leftarrow$$

$$\frac{1}{3(s-1)} = \text{وهو المطلوب}$$

(٢٠) إذا كان $s^2 = 5s + 7$ ، أثبت ان :

$$s^3 + 7 = \frac{s}{s}$$

البرهان :

$$\text{نشقق ضمناً : } \frac{s^2 \times 7 -}{2(s+5)} = \frac{s}{s}$$

$$\frac{1}{2s} \times \frac{7s -}{(s+5)} = \frac{s}{s} \leftarrow$$

$$\frac{7}{2s} = 5 + \frac{7}{s} \leftarrow \frac{7}{s} = 5 + \frac{7}{s}$$

$$\frac{1}{2s} \times \frac{7s -}{\left(\frac{7}{s} \right)} = \frac{s}{s}$$

$$\frac{3s -}{7} = \frac{2s -}{14} = \frac{1}{2s} \times \frac{49 -}{49} =$$

$$\frac{s}{s} 7 + 3 = \text{المطلوب : } s^3 + 7 = \frac{s}{s}$$

$$s^3 + 7 = \frac{s}{s}$$

$$s^3 - s^3 = 0 = \text{وهو المطلوب}$$

$$\leftarrow \frac{s^2}{s} = \frac{s^2}{s} (s+1) = \frac{s^2}{s}$$

$$\frac{s^2}{s} = \frac{s^2}{s} (s+1) = \frac{s^2}{s}$$

$$\frac{s^2}{s} = \frac{s^2}{s} (s+1) = \frac{s^2}{s}$$

$$\frac{s}{s+1} \times \frac{s}{s} = \frac{s^2}{s(s+1)} = \frac{s^2}{s^2 + s}$$

$$\therefore \frac{s^2}{s^2 + s} = (s+1) \frac{s}{s} \text{ نشقق ضمناً}$$

$$\frac{s^2}{s^2 + s} = \frac{s^2}{s^2 + s} + \frac{s}{s}$$

$$\frac{s^2}{s^2 + s} - \frac{s}{s^2 + s} = \frac{s^2 - s}{s^2 + s} = \frac{s(s-1)}{s(s+1)} = \frac{s-1}{s+1}$$

$$\frac{s}{s} \left(1 - \frac{s-1}{s+1} \right) = \text{وهو المطلوب}$$

(١٧) إذا كان $s^2 = 2s + 1$ ، أثبت ان :

$$\frac{s^2}{2} = (s+1)(s+1)$$

البرهان :

$$\frac{s^2}{2} = 2s + 1$$

$$2s + 1 = 2s + 1$$

$$\frac{s^2}{2} = 2s + 1$$

$$2s + 1 = 2s + 1$$

$$(2s + 1)(s+1) = 2s + 1$$

$$2s + 1 = 2s + 1 \text{ وهو المطلوب}$$

(١٨) إذا كان $s^2 = 5s + 7$ ، أثبت ان :

$$s^3 + 7 = 5s + 7$$

البرهان :

نشقق ضمناً :

$$s^3 + 7 = 5s + 7$$

نشقق ضمناً مرة أخرى :

$$s^3 + 7 = 5s + 7$$

$$s^3 + 7 = 5s + 7$$

$$s^3 + 7 = 5s + 7$$

$$s^3 + 7 = 5s + 7 \text{ وهو المطلوب}$$

(٢١) اذا كان $\frac{1+قاس}{1-ظاس} = ص$ ، اثبت ان :

$$\frac{ص}{س} = \frac{2}{س-1-جاس}$$

البرهان :

$$\frac{ص}{س} = \frac{(1-ظاس)قاس - (1+ظاس)(-قاس)}{(1-ظاس)^2}$$

$$= \frac{قاس - قاسظاس + قاسظاس + قاس}{(1-ظاس)^2}$$

$$= \frac{2قاس}{(1-ظاس)^2} = \frac{2قاس}{(جاس-1)^2}$$

$$= \frac{جاس^2 - 1}{(جاس-1)^2} = \frac{جاس+1}{جاس-1}$$

$$= \frac{جاس+1}{جاس-1} = ص$$

وهو المطلوب

وزاري

(٢٢) اذا كان $ص = قاس + ظاس$ ، اثبت ان :

$$ص = ص - قاس$$

البرهان :

$$ص = ص - قاس + قاس + ظاس = ص - قاس + قاس + ظاس$$

$$ص = ص - قاس + قاس + ظاس = ص - قاس + قاس + ظاس$$

$$ص = ص - قاس + قاس + ظاس = ص - قاس + قاس + ظاس$$

$$ص = ص - قاس + قاس + ظاس = ص - قاس + قاس + ظاس$$

وهو المطلوب

(٢٣) اذا كان $ص = 1 + جاس$ ، اثبت ان :

$$ص + ع = 0$$

البرهان :

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

$$ص = 1 + جاس$$

المطلوب : $ص + ع = 0$

$$ص + ع = 0$$

(٢٤) اذا كان $ص = جاس$ ، $س = جتاه$ ، اثبت ان :

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

البرهان :

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1-جاس}{جاس^2}$$

واجب

(٢٥) اذا كان $v = جا٢س$ ، $ه = جا٣س$ ، اثبت ان :

$$\frac{١ - \frac{ص}{ه}}{٢} = \frac{ص}{ه}$$

(٢٦) اذا كان $٢ص = جا٣س - جا٢س$ ، اثبت ان :

$$ص + ٤ص + ٢٤ = جا٣س$$

(٢٧) اذا كان $ص = ١ - جا٢س$ ، اثبت ان :

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} (١ - ص)$$

وزاري

(٢٨) اذا كان $ص = س$ ، $|س| > ١$ ، اثبت ان :

$$\frac{١}{س - ١} = \frac{ص}{س}$$

وزاري

(٢٩) اذا كان $ص = ظا(س)$ ، اثبت ان :

$$\frac{ص + ص^٣}{(س - ١)(س + ١)} = \frac{ص}{س}$$

مع تمنياتي لكم
بالتوفيق والنجاح

أ. اياد عماد عباد



اللَّهُمَّ
بَشِّرْنِي بِمَا أَنْتَظِرُهُ
مِنْكَ وَأَنْتَ خَيْرُ الْمُبَشِّرِينَ

Fatakat.com