٢٠١٨/
٢٠١٩

المنـــقذ

في

الريـــــــاضيات

(الأدبي والفندقي)

الوحدة
الأولى

النهـــايات والاتصال

محمود المحارمة

صفحة الاستاذ (Face book) محمود محارمة المنقذ

تدريب شـــامل

جد قيمة كل مما يأتي إن وجدت

١) $\lim_{س \to -٢} (س^٢ - ٥س + ٣)$ — الاجابه ١٧

٢) $\lim_{س \to -٢} س (س^٢ - ٥)^٣$ — الاجابه ٣

٣) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س^٢ + ١}{س + ٣} \right)$ — الاجابه ١

٤) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س + ٣}{س^٢ - ٤} \right)$ — غير موجوده

٥) $\lim_{س \to -٤} \left(١ - ٦س + \frac{٣٢س + ٨}{س + ٣} \right)$ — ٢٥

٦) $\lim_{س \to \frac{١}{٢}} (٨س^٢ + ١)^٣$ — ٣

٧) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{(٣س - ٥)^٢ - ١٦}{٣س - ٩} \right)$ — ٣

٨) $\lim_{س \to -١} \left((س^٤ + ٥س)^٣ + \frac{٦س + ٦}{س - ١} \right)$ — -٦٤

٨) $\lim_{س \to -٣} \left(\frac{س^٢ + ٣}{٣ - س} + \frac{١٥ + ٥س}{س} \right)$ — ٢

٩) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ + ١٧} - ٤س - ٣}{س - ١}$ — ٥س

١٠) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٤ + ٢٥}{٣س + ١٠}$ — غير موجوده

١ نهـا $(٧س^{٣} + ٣٥)(ع س + س - ١٠)$ $= -٢٠$
$س \leftarrow -١$

تدريب ... جد قيمة $\underline{ب}$ لكل مما يلي :

١ اذا كانت نهـا $(ب س^{٢} + ٣) = ١٥$
$س \leftarrow -٣$

أولاً ← نعوض $ب \times -٣^{٢} + ٣ = ١٥$

$\frac{ب٤}{٤} = \frac{١٢}{٤}$ $\quad ب = ٣$

٢ اذا كانت نهـا $\frac{س^{٣} + ٢س - ٤}{س - ١} = ٥$ فجد قيمة $ب$
$س \leftarrow ١$

نعوض $ب^{٢} + ٢ب - ٤ = ٥$ حرف درجتين (قليل)

$(ب + ٤)(ب - ١) = ٠$

$ب = -٤$ / $ب = ١$

٣ اذا كانت نهـا $\frac{س^{٢} - ب س}{س} = ١$ فجد قيمة $ب$
$س \leftarrow ٠$

$\frac{٥ \times ب - ٥^{٢}}{٥} = ١$

$\frac{ب٥ - ٢٥}{٥} = ١ \Leftarrow ب٥ - ٢٥ = ٥ \Leftarrow ب = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

خطير

١ اذا علمت أن نهـا $(س - ١) = ١$ ، نهـا $(س + ١) = ٣$
$س \leftarrow ب$ $س \leftarrow ب$

فجد **٢** نهـا $(ع س - ١)$ **٣** نهـا $\frac{ع س}{س}$
$س \leftarrow ب$ $س \leftarrow ب$

$ب = ٣$
$ع = ٤$

ايجاد المجاهيل

من الممكن وضع حرف مجهول مثلاً $\underline{ب}$ في داخل الاقتران المعطى ويكون مطلوب ايجاد **٢** هنا ستكون قيمة الذي بداخله معطاه في السؤال

الخطوات

أولاً : نعوض محل $س$ بالرقم المعطى

ثانياً : يتحول الموضوع الى حل معادلة (مجاهيل) وتذكر

حرف واحد	حرف له درجتين	حرفين
مثلاً $ب$	مثلاً $ب$ ، $ب^{٢}$	$ب$ ، $ل$
يتم نقل الارقام لجهه ويبقى الحرف في جهه	١) يتم مساواة المعادلة بالصفر ٢) تحليل ٣) ايجاد القيمة	نستخدم طريقة الحذف

١ اذا كانت نهـا $\frac{ب س^{٢} + ٥س + ٣}{س - ٣} = ٣٥$
$س \leftarrow ٣$

$ب = ٨$

٢ اذا كانت نهـا $\frac{٣س^{٢} - ٦}{س - ب} = ١٢$ فجد قيم $ب$
$س \leftarrow ب$

$ب = \pm ٣$

٣ اذا كانت نهـا $\frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س - ب} = ٦$ فجد قيم $ب$
$س \leftarrow ب$

$ب = ٥ ، -١$

صيغه أخرى للسؤال لايجاد قيمة النهايه
ويكون معطى فرع الثرمه قيمة للتعويض

س ← سامر ، قـ(س) قاسم ، هـ(س) هاسم

مثال للتوضيح

① اذا كانت نهـا قـ(س) = ٥ ، نهـا هـ(س) = ٣
س←٣ س←٣

نجد نهـا (٤س + ٢قـ(س) − هـ(س))
س←٣

هنا بداية يجب استخراج المعلومات من السؤال

قيمه س ← ٣ سامر
قيمة قـ(س) ← ٥ قاسم
قيمة هـ(س) ← ٣ هاسم

ثم نوزع لنهايه

توزيع نهـا ٤س + نهـا ٢قـ(س) − نهـا هـ(س)
س←٣ س←٣ س←٣

٤ × ٣ + ٢ × ٥ − ٣
= ١٢ + ١٠ − ٣ = ٢٠

زيد بالك

٣ اذا كانت نهـا ٢قـ(س) = ١٠ ، نهـا (هـ(س) + ١) = ٧
س←٤ س←٤

نجد نهـا (قـ(س) − ٣س + هـ²(س))
س←−٤

هنا لاحظ المعلومات غير جاهزه لازم نوجدها بشكل صحيح قبل الحل

نهـا ٢قـ(س) = ١٠ ⇐ قـ(س) = ٥
س←−٤ س←−٤

نهـا (هـ(س) + ١) = ٧ ⇐ هـ(س) = −٦
س←−٤ −١ −١

س = −٤

نوزع المطلوب

نهـا قـ(س) − نهـا ٣س + نهـا هـ²(س)
س←−٤ س←−٤ س←−٤

٥ − ٣ × −٤ + (−٦)²
= ٥ + ١٢ + ٣٦

٥٣

١٢ اذا علمت أن نهـا (قـ(س) + س + ١) = ٩
س←٢

نجد قيمة نهـا (قـ(س))
س←٣

هنا أولاً ← يجب ايجاد قيمة نهـا قـ(س) قاسم بشكل صحيح
س←٢

نوزع

نهـا قـ(س) + نهـا س + نهـا ١ = ٩
س←٢ س←٢ س←٢

قـ(س) + ٢ + ١ = ٩

قـ(س) + ٣ = ٩

نهـا قـ(س) = ٦ اوجدنا قـ(س)
س←٢

ثم نعوض في المطلوب

نهـا (قـ(س))² = (٦)² = ٣٦
س←٢

٤ هام اذا كانت نهـا (قـ(س) + س) = ٧ ، نهـا هـ(س)/س = −٣
س←٣ س←٣

نجد ٤ نهـا (س (قـ(س)) − ١/٣ هـ(س) + ١)
س←٢

٥ نهـا (قـ(س) − ٣س) / (س هـ(س) + ١٢)
س←٢

أولاً نوجد قـ(س) ⇐ قـ(س) + س = ٧
قـ(س) + ٢ = ٧
قـ(س) = ٥

ثم نوجد هـ(س) ⇐ هـ(س)/س = −٣

هـ(س)/٢ = −٣ ⇐ هـ(س) = −٦

ثم المطلوب ← ٤

٤ نهـا س × نهـا قـ(س) − نهـا ١/٣ هـ(س) + نهـا ١
س←٢ س←٢ س←٢ س←٢

٢ × ٥ − ١/٣ × −٦ + ١

١٠ − −٦/٣ + ١

١٠ + ٢ + ١ = ١٣

٥ نوزع

نهـا قـ(س) − نهـا ٣س
س←٢ س←٢
نهـا س × نهـا هـ(س) + ١٢
س←٢ س←٢

٣ × ٢ − ٥ / ٢ × −٦ + ١٢ = −١/صفر

غير موجودة

تدريبات شاملة الكتاب والوزارة

١ اذا كانت $\lim_{س\to ٢} ق(س) = ٣$ ، $\lim_{س\to ٢} هـ(س) = -٤$

فجد $\lim_{س\to ٣} (س^٢ ق(س) - هـ(س))$

١١

٢ اذا كانت $\lim_{س\to ٣} ق(س) = ٢$ ، $\lim_{س\to ٣} هـ(س) = ١$

فجد $\lim_{س\to ٣} (س ق(س) + هـ^٢(س))$

٧

٣ اذا كانت $\lim_{س\to ٢} س هـ(س) = ١٠$ ، $\lim_{س\to ٢} ق(س) = ١٣$

فجد $\lim_{س\to ٢} \left(\frac{ق(س)}{١ - س^٢} + ٨ هـ(س)\right)$

٣٦

٤ اذا كانت $\lim_{س\to ٢} (ق(س) - ٣) = ٣$ ، $\lim_{س\to ٢} هـ(س) = ٦$

فجد $\lim_{س\to ٢} (س^٢ ق(س) - ٣(هـ(س))^٢ + ٥)$

-٣٨

٥ اذا كانت $\lim_{س\to ١} ق(س) = ٦$ ، $\lim_{س\to ١} هـ^٣(س) = -٨$

فجد $\lim_{س\to ١} \frac{ق(س) + ٣س}{هـ(س) + ٢}$

٩ غير موجود

٦ اذا كانت $\lim_{س\to -١} (ق(س) + س^٣ + ٣) = ٥$

فجد $\lim_{س\to -١} ٣(ق(س))^٢$

٢٧

٧ اذا كانت $\lim_{س\to ١} (ق(س))^٢ + ٢ = ٢٩$ ، $\lim_{س\to ١} هـ(س) = -١$

فجد $\lim_{س\to ١} \left(\frac{ق(س) - ٢}{٣} + \frac{٢هـ(س) + ٦س}{٨}\right)$

١

٨ اذا علمت أن $\lim_{س\to ٥} ق(س) = -٧$ ، $\lim_{س\to ٥} هـ(س) = ٢$

فبيّن أن $\lim_{س\to ٥} \frac{٢ق(س) - ٣هـ(س)}{ق(س) + س + ٧} = -٤$

معناها أثبت

حل في الصفحة المقابلة ←

* إيجاد مجاهيل في حالة $\lim_{س \to أ}$ (قاسم)(ق(س)) م (هـ(س)) = ...

مثال ① اذا كانت ق ، هـ اقترانين متصلين وكان
ق(٢) = ٥ ، $\lim_{س \to ٣}$ (ق(س) + ٤ هـ(س)) = ٤٥
مجد قيمة هـ(٢)

أولاً: نوزع $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) + $\lim_{س \to ٣}$ ٤ هـ(س) = ٤٥

ثانياً: نعوض ق(٢) + ٤ هـ(٢) = ٤٥ (لأنهم متصلين)
٥ + ٤ هـ(٢) = ٤٥
٤ هـ(٢) = ٤٠
هـ(٢) = ١٠

مثال ② اذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ (ق(س) / س) = ٢ ، $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) + ١) = -٤
مجد قيمة م التي تجعل $\lim_{س \to ٣}$ (ق(س) − م / هـ(س)) = -٢

أولاً... نوجد ق(س) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) / س = ٢ ← $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٢
ق(س) = ٦

ونوجد هـ(س) ← هـ(س) / ١ = -٤ ⇐ هـ(س) = -٤

نوزع $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) − $\lim_{س \to ٣}$ م / $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = -٢

نعوض (٦ − م) / -٤ = -٢
-٦ + م = ٨ ⇐ م = ٤
م = ٤

تدريبات

١ اذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س = ٥
وكان هـ(٥) = ٤ ، $\lim_{س \to ٥}$ (ق(س) + ٣) / (٣ هـ(س)) = ١ فجد ق(٥)

٧

٢ اذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ (ق(س) − ٣) = ٢ ، $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ٦
مجد قيمة الثابت م التي تجعل
$\lim_{س \to ٢}$ (ق(س) − م / هـ(س)) = ١

١٠

٣ اذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س = ٣
وكان ق(٣) = ١١ مجد هـ(٣) التي تجعل
$\lim_{س \to ٣}$ (ق(س) − ٣) / (٣ هـ(س)) = ١

٢

٤ اذا كان ق ، هـ كثيري حدود $\lim_{س \to ١}$ (ق(س) + ٣٩) / (٣ هـ(س) − ٦) = ٦
مجد قيمة هـ(١) علماً بأن ق(١) = ٣

هـ(١) = ٤

نهاية : خارج قسمة اقترانين ← نسبي / كسوي

أولاً : نعوض بقيمة (س) والنتائج

- رقم / رقم ← حلال ← هذه قيمة النهاية
- صفر / رقم ← حلال ← الاجابه صفر
- رقم / صفر ← حرام ← النهايه (غير موجوده)
- صفر / صفر ← حرام ← يمكن جعله حلال بالتحليل

ايجاد النهايه اذا كان ناتج التعويض صفر/صفر

هنا سنقوم بثلاث خطوات ← ① تحليل ② اختصار ③ تعويض

نهـا (س ← م) = صفر/صفر

① تحليل ← بأحد طرق التحليل التاليه

١. فرق بين مربعين $س^2$
٢. ثلاثي الحدود $س^2$
٣. فرق/مجموع مكعبين $س^3$
٤. أخذ عامل مشترك
٥. توحيد المقامات كسر
٦. الضرب بالمرافق

② اختصار ← مقدار مع البسط / مقدار مع المقام ← $\frac{س-م}{س-م}$

③ تعويض ← مرة أخرى بقيمة (س) ← يصلح الناتج حلال لم يكون صفر/صفر

* تذكير سريع بطرق التحليل الأربعه الأولى (الاساسية)

١ فرق بين مربعين ← $أ^2 - ب^2 \leftarrow (أ-ب)(أ+ب)$

- $س^2 - 9 \leftarrow (س-3)(س+3)$
- $س^2 - 7 \leftarrow (س-\sqrt{7})(س+\sqrt{7})$
- $(س+2)^2 - 25 \leftarrow (س+2-5)(س+2+5)$
- $(س-3)(س+7)$

٢ تحليل ثلاثي الحدود $س^2 + ب س + ج$

* $س^2 + 5س - 6$
$(س+6)(س-1)$
للتأكد $+6-1=5$ ← الحد الوسط

* $س^2 + 5س + 6$
$(س+3)(س+2)$
للتأكد $+3+2=5$

① نفتح قوسين $(\ \ )(\ \ )$ ونضع $س$
② الاشاره الأولى تنزل والثانيه نضرب الاشارتين
③ (-6) عددين ضربهم ⑥ وطرحهم ⑤
1×6 الكبير داخل القوس الأول

٣ فرق/مجموع مكعبين $س^3 \pm$ رقم

* $س^3 - 8$
$(س-2)(س^2 + 2س + 4)$
$س^2$ تربيع العدد، $2س$ ضرب $س \times 2$، $(2)^2$

① قوس صغير (س) قوس كبير (س^2)
② الاشارات نعم نفس عكس موجب
③ للقوس الصغير نأخذ الجذر التكعيبي للعدد
④ القوس الكبير (س^2 ☐ نصف العدد ☐^2 العدد)

٤ أخذ عامل مشترك في أحد حالتين

كلها سينات: $3س^2 - 4س$ ← $س(3س-2)$
- $س$ أصغر رقم وأصغر س
- $3س^2$ أصغر س
- $4س$ أصغر س

درجه أولى كلها أرقام: $3س - 12$ ← $3(س-4)$
- 3 أصغر رقم
- $3س$ أصغر س
- 12 أصغر رقم

((ملاحظات هامه)) في حاله صفر/صفر

١. نحن من البداية نعلم ماذا يجب أن نختصر (الهدف)
نهـا (س ← م) ← نريد اختصار $(س-م)$
مثلاً نهـا (س ← 2) ← الهدف اختصار $(س-2)$
نهـا (س ← -4) ← الهدف اختصار $(س+4)$

٢. $\frac{س-م}{س-م} = 1$ | $\frac{س-م}{م-س} = -1$

اذا كان المقدارين عكس بعض في الاشارات الناتج -1

* تدريبات على الطرق الاربعه لحلها * يرجى إعادة حلها

جد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣}$ ← التعويض المباشر ← صفر/صفر ← تحليل ← اختصار $(س-٣)$ ← تعويض

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س+٣)}{(س-٣)}$

$\lim_{س \to ٣} (س+٣) \Leftarrow ٣+٣ = ٦$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٥س + ٦}{س^٢ - ٩}$ ← تعويض $\frac{(-٣)^٢ + ٥(-٣) + ٦}{(-٣)^٢ - ٩}$

الناتج صفر/صفر ← تحليل ← اختصار $(س+٣)$ الهدف ← تعويض

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٣)(س+٢)}{(س+٣)(س-٣)}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٢)}{(س-٣)} \Leftarrow \frac{٣+٢}{-٣-٣} = \frac{٥}{-٦} = \frac{-١}{٦}$

٣) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ١٦}{٢س^٣ - ٨س}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س-٤)$

$\lim_{س \to ٤} \frac{(س-٤)(س+٤)}{٢س(س-٤)}$ ← مزدوج بين مرتبين ← عامل مشترك

$\lim_{س \to ٤} \frac{(س+٤)}{٢س} \Leftarrow \frac{٤+٤}{٢ \times ٤} = \frac{٨}{٨} = ١$

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٢٧}{٣س^٢ - ٦}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س-٣)$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س^٢ + ٣س + ٩)}{٣(س-٣)}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٣س + ٩}{٣} = \frac{(٣)^٢ + ٣(٣) + ٩}{٣} = \frac{٢٧}{٣}$

٥) $\lim_{س \to -٤} \frac{س + ٤}{س^٢ + ٣س - ٤}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س+٤)$

$\lim_{س \to -٤} \frac{س+٤}{(س+٤)(س-١)}$

$\lim_{س \to -٤} \frac{١}{(س-١)} = \frac{١}{-٤-١} = \frac{-١}{٥}$

٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٤ + ٣س^٢}{س^٣ - ٤س^٢}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س-٠)$ يعني $س$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س^٢(س^٢ + ٣)}{س^٢(س-٤)}$ ← عامل مشترك ← عامل مشترك

$\lim_{س \to ٠} \frac{س^٢ + ٣}{س - ٤} \Leftarrow \frac{٠+٣}{٠-٤} = \frac{٣}{-٤}$

٧) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + س - ١٢}{٩ - ٣س}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س-٣)$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٤)(س-٣)}{٣(٣-س)}$ ← لاحظ $\frac{س-٣}{٣-س} = -١$

$\lim_{س \to ٣} \frac{س+٤}{-٣} \Leftarrow \frac{٣+٤}{-٣} = \frac{٧}{-٣}$

٨) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^٤ + ٨س}{س^٣ + ٢}$ ← تعويض صفر/صفر هدف $(س+٢)$

$\lim_{س \to -٢} \frac{س(س^٣ + ٨)}{س^٣ + ٢}$ ← عامل مشترك ثم مجموع مكعبين

$\lim_{س \to -٢} \frac{س(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}{(س+٢)}$

$\lim_{س \to -٢} س(س^٢ - ٢س + ٤) \Leftarrow -٢((-٢)^٢ - ٢(-٢) + ٤)$

$= -٢ \times ١٢ = -٢٤$

٩) $\lim_{س \to ١} \frac{(س+٣)^٢ - ١٦}{٢س^٢ + س - ٣}$ ← تعويض صفر/صفر الهدف $(س-١)$

$\lim_{س \to ١} \frac{(س+٣+٤)(س+٣-٤)}{٢(س-١)}$ ← مزدوج بين مرتبين ← عامل مشترك

$\lim_{س \to ١} \frac{(س+٧)(س-١)}{٢(س-١)}$

$\lim_{س \to ١} \frac{س+٧}{٢} \Leftarrow \frac{١+٧}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

١٠) $\lim_{س \to -١} \frac{٣س^٢ - ٢س - ٥}{س^٢ - ١}$ ← تعويض صفر/صفر هدف $(س+١)$

$\lim_{س \to -١} \frac{(٣س-٥)(س+١)}{(س-١)(س+١)}$

$\lim_{س \to -١} \frac{(٣س-٥)}{(س-١)} \Leftarrow \frac{٣(-١)-٥}{-١-١} = \frac{-٨}{-٢} = ٤$

في الحصة سأشرح كيفية حل السؤال سواء نصبه أو رياضيات

وجميعكم سيختار (النصب)

أسئلة وزارة وكتاب جدقمية

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{٣س^٣ - ٦س}{س - ٢}$ = ٦ (الجواب ب)

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٣س + ٢}{س^٣ - ٢س}$ = $\frac{٥}{٤}$

٣) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ٢٥}{٣س^٢ - ١٥س}$ = $\frac{١٠}{١٥}$

٤) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^٣ + ٥س^٢ + ٦س}{س^٢ - ٤}$ = $\frac{-٤}{-٤}$ = $\frac{١}{٢}$ *

٥) $\lim_{س \to ١} \frac{٢ - ٣س}{س^٢ + س - ٣}$ = $\frac{-٤}{٣}$

٦) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٤ + ٢٧س}{س + ٣}$ = −٨١

٧) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٣س}{٥س - ١٠}$ = $\frac{-٢}{٥}$

٨) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س}$ = $\frac{-٥}{٣}$

٩) $\lim_{س \to ٣} \frac{(س - ١)^٢ - ٤}{٣ - س}$ = −٤

١٠) $\lim_{س \to -١} \frac{س + س^٢}{س^٣ - س}$ = $\frac{١}{٢}$

١١) $\lim_{س \to -٣} \frac{٣س^٢ + ٥س - ٢}{س^٢ - ٤}$ = $\frac{٧}{٤}$ ** ← حل في الصف المقابله والاجابه

الطريقة رقم 5 ← توحيد المقامات

تستخدم اذا كان الناتج $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

ولدينا كسر سواء في البسط أو المقام

$\lim_{س \to م} \frac{ب - هـ}{س - م}$ هنا نقوم بما يلي

خط طويل $\frac{P \times س - هـ \times ب}{(ب) \times (س) \times (س - م)}$ في البسط ضرب تبادلي

← كل المقامات نضعهم في المقام بينهم (X)

ثم نجد لدينا في البسط

جمع وطرح لحدود متشابهه ← أو ← نحتاج تحليل مرة أخرى

عامل مشترك أو قوسين

ثم نختصر المطلوب ونعوض .

جد قيمة كل مما يأتي :

١ $\lim_{س \to ٤} \frac{\frac{١}{٤} - \frac{١}{س}}{س - ٤}$ ← التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ٤)$

$\lim_{س \to ٤} \frac{\frac{س - ٤}{٤ س}}{س - ٤}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{(٤) \times (س) \times (س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{١}{(٤) \times (س)} = \frac{١}{٤ \times ٤} = \boxed{\frac{١}{١٦}}$

---

٢ $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س^٣} - \frac{١}{٤}}{س^٢ - ٤}$ ← التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ٢)$

$\lim_{س \to ٢} \frac{٤ - س^٣}{٤ س^٣ \times (س^٢ - ٤)}$ ← نخلل عامل مشترك

$\lim_{س \to ٢} \frac{(٢ - س)(٢ + س + س^٢)}{(س^٣)(٤)(س - ٢)(س + ٢)}$ ← ضرب بين مرافقين

$\lim_{س \to ٢} \frac{-(٣ + س + س^٢)}{(س^٣)(٤)(س + ٢)}$

$= \frac{-١٢}{(٨)(٤)(٤)} = \frac{-٣}{٤ \times ٤ \times ٤} = \boxed{\frac{-٣}{٦٤}}$

---

٣ $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س + ٣} - \frac{١}{٤}}{س - ١}$ ← التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ١)$

$\lim_{س \to ١} \frac{٤ - (س + ٣)}{٤(س + ٣)(س - ١)}$ ← نجمع ونطرح الحدود المتشابهه

$\lim_{س \to ١} \frac{س + ٣ - ٢س - ٣}{(س + ١)(س + ٣)(س - ١)}$

$\lim_{س \to ١} \frac{-١ \cancel{\times} س \cancel{\times} (-١)}{(س + ١)(س + ٣)(س - ١)}$

$\lim_{س \to ١} \frac{-١}{(س + ١)(س + ٣)} = \frac{-١}{٤ \times ٤} = \boxed{\frac{-١}{٨}}$

---

٤ $\lim_{س \to ٤} \frac{\frac{س}{س - ٣} - \frac{س + ٢}{س - ١}}{س - ٤}$ ← التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ٤)$

ضرب بدون شغل

$\lim_{س \to ٤} \frac{س(س - ١) - (س + ٢)(س - ٣)}{(س - ٣)(س - ١)(س - ٤)}$ ← نضرب على مرحلتين

$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - س - (س^٢ - ٣س + ٢س - ٦)}{(س - ٣)(س - ١)(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - س - س^٢ + س + ٦}{(س - ٣)(س - ١)(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{-س + ٦ + ٤ - ٤}{(س - ٣)(س - ١)(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{-(س - ٤)}{(س - ٣)(س - ١)(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{-١}{(س - ٣)(س - ١)} = \frac{-١}{٣ \times ٢} = \boxed{\frac{-١}{٦}}$

---

٥ $\lim_{س \to ٣} \frac{٣س - ٤}{\frac{١}{س} - \frac{١}{٤}}$ ← التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ٣)$

فلسفة زايده عامر

لاحظ الكسر في المقام

$\lim_{س \to ٣} \frac{٣س - ٤}{\frac{٤ - س}{٤ س}}$ ← نقلبه ويصبح ضرب

$\lim_{س \to ٣} (٣س - ٤) \times \frac{٤ س}{٤ - س}$ ← $٤ - س$ ← فرق مربعين

عامل مشترك

$\lim_{س \to ٣} ٣(س - ٣) \times \frac{٤ س}{-(٣ - س)(٤ + س)}$

$\lim_{س \to ٣} (٣) \times \frac{٤ س}{-(٤ + س)} \Leftarrow \frac{٣ \times ٤ \times ٤}{-٤}$

$= \boxed{-٨}$

تدريب شامل توحيد المقامات

١ $\lim_{س \to ٣} \dfrac{\frac{١}{٩} - \frac{١}{س^٢}}{٣ - س}$ — الاجابه $\dfrac{-٦}{٨١}$

٢ $\lim_{س \to ١} \dfrac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣س}}{س - ١}$ — $\frac{١}{٤}$

٣ $\lim_{س \to ٧} \dfrac{\frac{١}{س-٣} - \frac{١}{٥}}{٣س - ١٤}$ — $\frac{-١}{٥٠}$

٤ $\lim_{س \to ٠} \dfrac{\frac{٢}{س-٣} + \frac{٤}{س+٦}}{س}$ — $\frac{٣٣}{١٨}$

٥ $\lim_{س \to ١} \dfrac{\frac{١}{س+١} - \frac{٢}{س+٣}}{٣س - ٣}$ — $\frac{-١}{١٦}$

٦ غريب ** مش توحيد مقامات

اذا كان $ق(س) = س$ فجد $\lim_{س \to -٣} \dfrac{ق^٢(س) - ق(٩)}{س+٣}$

-٦

ملاحظه اذا كان $ق(س) = \dfrac{١}{س-٣}$ فجد $\lim_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

هذا سؤال كتاب ← سيتم حله في الوحدة الثانيه بطريقه أسهل (مؤجل)

* نقوم باستخدام طريقة الضرب بالمرافقة التربيعي :

١) اذا كان ناتج التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

٢) وجد لدينا $\sqrt{\ }$ سواء في البسط أو المقام

الخطوات

نسخ السؤال X — المرافقة

١) $\frac{\sqrt{\text{س}} - \text{P}}{\text{س} - \text{ب}} \times \frac{\sqrt{\text{س}} \oplus \text{P}}{\sqrt{\text{س}} \oplus \text{P}}$ ← مقط نغير الاشارة

٢) عند الضرب: انظر لحظة واحدة — بجر الجذر - لا الرقم

$\frac{\text{س} - \text{P}}{(\text{س} - \text{ب}) \times (\sqrt{\text{س}} + \text{P})}$ لصقت لانه ما فيه صفر

دائماً

الجذر يتفجر ⊖ (الرقم)

لصقت المقدارين كما هم ← لعدم وجود الجذر تحت

مثال ١ جد نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}} - ٢}{\text{س} - ٤}$ عوضنا $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف (س-٤)

نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}} - ٢}{\text{س} - ٤} \times \frac{\sqrt{\text{س}} + ٢}{\sqrt{\text{س}} + ٢}$ ، س←٤

نهـا $\frac{\text{س} - ٤}{(\text{س} - ٤) \times (\sqrt{\text{س}} + ٢)}$ الجذر تفجر - الرقم ٢

نهـا $\frac{١}{\sqrt{\text{س}} + ٢} = \frac{١}{\sqrt{٤} + ٢} = \frac{١}{٤}$

مثال ٢ نهـا $\frac{٣ - \text{س}}{\sqrt{\text{س}+١} - ٢}$ عوضنا $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف (س-٣)

نهـا $\frac{٣ - \text{س}}{\sqrt{\text{س}+١} - ٢} \times \frac{\sqrt{\text{س}+١} + ٢}{\sqrt{\text{س}+١} + ٢}$ ، س←٣

نهـا $\frac{(٣ - \text{س}) \times (\sqrt{\text{س}+١} + ٢)}{\text{س} + ١ - ٤}$ لصقت

نهـا $\frac{(٣ - \text{س}) \times (\sqrt{\text{س}+١} + ٢)}{\text{س} - ٣}$ ← فيها حدود جبر - رقم ٢

نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+١} + ٢}{-١} = \frac{\sqrt{٤} + ٢}{-١} = -٤$

مثال ٣ نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+٤} - ٥}{\text{س}^٤ - ٤٩}$ عوضنا $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف (س-٧)

نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+٤} - ٥}{\text{س}^٤ - ٤٩} \times \frac{\sqrt{\text{س}+٤} + ٥}{\sqrt{\text{س}+٤} + ٥}$ ، س←٧

نهـا $\frac{\text{س} + ٤ - ٢٥}{(\text{س}^٢ - ٤٩)(\sqrt{\text{س}+٤} + ٥)}$ ← تجميع ٤-٢٥

نهـا $\frac{\text{س} + ٣}{(\text{س} - ٧)(\text{س} + ٧)(\sqrt{\text{س}+٤} + ٥)}$ ← حلل

نهـا $\frac{٣}{(\text{س} + ٧)(\sqrt{\text{س}+٤} + ٥)}$ ← حلل عامل مشترك

نهـا $\frac{٣}{(\text{س} + ٧)(\sqrt{٧+٤} + ٥)} = \frac{٣}{(٧+٧)(\sqrt{١١} + ٥)}$

$= \frac{٣}{١٤ \times ١٠} = \frac{٣}{١٤٠}$

مثال ٤ نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+١} - ٣}{\text{س}^٣ - ١٦}$ عوضنا $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف (س-٨)

نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+١} - ٣}{\text{س}^٣ - ١٦} \times \frac{\sqrt{\text{س}+١} + ٣}{\sqrt{\text{س}+١} + ٣}$ ، س←٨

نهـا $\frac{\text{س} + ١ - ٩}{(\text{س} - ٨)(\text{س}^٢ + ٨\text{س} + ٦٤)(\sqrt{\text{س}+١} + ٣)}$ ← حلل

نهـا $\frac{\text{س} - ٨}{(\text{س} - ٨)(\text{س}^٢ + ٨\text{س} + ٦٤)(\sqrt{\text{س}+١} + ٣)}$ ← عامل مشترك

نهـا $\frac{١}{(\text{س}^٢ + ٨\text{س} + ٦٤)(\sqrt{\text{س}+١} + ٣)}$

نهـا $\frac{١}{(٦٤ + ٦٤ + ٦٤)(\sqrt{٩} + ٣)} = \frac{١}{١٩٢ \times ٦} = \frac{١}{١١٥٢}$

مثال ٥ نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+١} - ١}{\text{س}}$ عوضنا $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف س-٠

نهـا $\frac{\sqrt{\text{س}+١} - ١}{\text{س}} \times \frac{\sqrt{\text{س}+١} + ١}{\sqrt{\text{س}+١} + ١}$ ، س←٠

نهـا $\frac{\text{س} + ١ - ١}{\text{س}(\sqrt{\text{س}+١} + ١)}$ ← طرحنا ١-١

نهـا $\frac{١}{\sqrt{\text{س}+١} + ١}$ ، س←٠

$= \frac{١}{\sqrt{٠+١} + ١} = \frac{١}{٢}$

يُرجى اعادة حل الأمثلة السابقة بالمرة

* جد قيمة كل مما يأتي *

[١] $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt{س+١} - ٣}{س - ٨}$ ، $\frac{١}{٦}$

[٢] $\lim_{س \to ٥} \frac{٣س - ١٥}{\sqrt{س+٢٠} - ٥}$ ، ٣٠

[٣] $\lim_{س \to ٧} \frac{س - ٧}{\sqrt{س+٢} - ٣}$ ، ٦-

هام

[٤] $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{٣س+١} - ٤}{س^{٢} - ٢٥}$ ، $\frac{٣}{٨٠}$

[٥] $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٢}}{\sqrt{س^{٤}+٤} - ٢}$ ، ٤

صعب

[٦] $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س^{٢}+٣س} - ٢}{س^{٣} - ١}$ ، $\frac{٥}{١٢}$

حاول حل هذا في الصفحة المقابلة ←

إيجاد نهاية الاقتران المتشعب

* رموز هامة لازم نعرفها *

١ جد نهـ ق(س) ← س → ٢+ ← هنا يكون مطلوب إيجاد قيمة النهاية للاقتران ق(س) عندما س تقترب من العدد ٢ من جهة اليمين (الموجب) وتسمى نهـايه يمنى

٢ نهـ ق(س) ← س → ٢- ← هنا المطلوب إيجاد قيمة نهاية الاقتران ق(س) عندما س تقترب من العدد ٢ من جهة اليسار (السالبة) ← نهـايه يسرى

٣ نهـ ق(س) ← س → ٢ ← مشى عدد ← هنا نوجد النهاية من الجهتين

- نهـ ق(س) ← س → ٢+ (اليمين)
- نهـ ق(س) ← س → ٢- (اليسار)

ثم نقارن فاذا كانت

- اليمين = اليسار ← نهـ ق(س) = نهـ ق(س) ← تكون النهاية موجودة وقيمتها الرقم الناتج
- اليمين ≠ اليسار ← نهـ ق(س) ≠ نهـ ق(س) ← تكون النهايه غير موجودة

٤ جد ق(٢)

← هنا يكون مطلوب إيجاد قيمة الاقتران ق(س) عندما س = ٢ وتسمى صورة

اذا لاحظ واشبه للفرق بين

النهايه	و	الصورة
جد نهـ ق(س) س → ٢		جد ق(٢)
تقترب (تؤول)		هنا س = ٢

* ايجاد نهاية الاقتران المتشعب *

هو الاقتران الذي يحتوي اكثر من معادلة بعدال = ← وله أحد حالتين

- أكبر يمين + > أو = ← س ← الصورة ← نستخدم خط الأعداد
- أصغر يسار - < أو = ← س ← العدد الصحيح ← بدون خط أعداد
- يساوي = ← الصورة ← ≠ نهايه
- لايساوي ≠ ← النهايه ← = صورة

مثال ١

اذا كان ق(س) = { ٤س + ٢ ، س < ١ ؛ ٨س ، س = ١ ؛ ٥س + ١ ، س > ١ }

جد ١ نهـ ق(س) س → ١

٢ نهـ ق(س) س → ٣

٣ نهـ ق(س) س → ٠

٤ جد ق(١)

أولاً نعمل خط أعداد نضع عليه الارقام الموجوده عند = ونوزع عليه المعادلات

٥س + ١ | ٨س | ٤س + ٢

أكبر | + | ١ | - | أصغر

١ نهـ ق(س) س → ١ ← مشى عدد ← نوجدها من الجهتين

- نهـا ٥س + ١ ← س → ١+ ← ٥×١ + ١ = ٦
- نهـا ٤س + ٢ ← س → ١- ← ٤(١) + ٢ = ٦

النهـايه موجوده = ٦

٢ نهـ ق(س) س → ٣ ← فقط نعوض في المعادلة > ١

نهـا (٥س + ١) ← س → ٣ ⇐ ٥(٣) + ١ = ١٦

٣ نهـ ق(س) س → ٠ ← نعوض فقط في المعادلة أصغر ١

نهـا ٤س + ٢ ← س → ٠ ⇐ ٤(٠) + ٢ = ٢

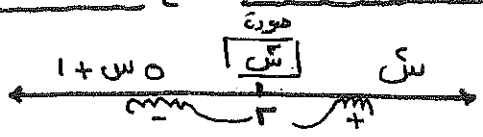
٤ صورة ق(١) ← نعوض في المعادلة عند اشارة = مع ال ١

ق(١) = ٨س ⇐ ٨×١ = ٨

مثال ٢

اذا كانت ق(س) = { ٥س + ١ ، س < ٢ ; س² ، س ≥ ٢ }

أوجد ١) ق(٢) ٢) نهـ ق(س) س→٢ ٣) نهـ ق(س) س→٣



١) ق(٢) = س² ⇐ (٢)² = ٤

٢) نهـ ق(س) س→٢ = س² ⇐ (٤)² = ١٦

٣) نهـ ق(س) س→٣ : نهـ س² س→٣+ (٣)² = ٩ ; نهـ (٥س + ١) س→٣- = ٥×٣ + ١ = ١٦

نهـ ق(س) س→٢+ ≠ نهـ ق(س) س→٢- النهاية غير موجودة

مثال ٣

ق(س) = { ٤س + ٧ ، س ≠ ٣ (نهاية) ; س³ + ٣ ، س = ٣ (صورة) }

١) جد نهـ ق(س) س→٣ ٢) نهـ ق(س) س→٣ ٣) ق(٣)

هنا أسهل دائماً: = ← نستخدم المعادلة الموجودة عندها لايجاد الصورة ; ≠ ← نستخدم المعادلة الموجودة عندها لايجاد النهاية

١) نهـ ق(س) س→٣ ← نستخدم معادلة ≠ ⇐ نهـ (٤س + ٧) س→٣ = ٤×٣ + ٧ = ١٥

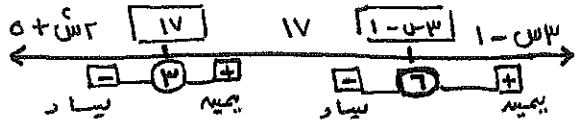
٢) نهـ ق(س) س→٣ ← نستخدم معادلة ≠ ⇐ نهـ (٤س + ٧) س→٣ = ٤×٣ + ٧ = ١٩

٣) ق(٣) ← نستخدم معادلة = ⇐ ق(٣) = س³ + ٣ ⇐ (٣)³ + ٣ = ٣٠

مثال ٤

ق(س) = { ٢س² + ٥ ، س < ٣ ; ١٧ ، ٣ ≤ س < ٦ ; ١ - ٣س ، س ≥ ٦ }

١) جد نهـ ق(س) س→١ ٢) نهـ ق(س) س→٣ ٣) ق(٣) ٤) نهـ ق(س) س→٦



١) نهـ ق(س) س→١ ← نهـ (٢س² + ٥) س→١ = ٢×١² + ٥ = ٧

٢) نهـ ق(س) س→٣ : يمين نهـ ١٧ س→٣+ = ١٧ ; يسار نهـ ٢س² + ٥ س→٣- = ٢×٣² + ٥ = ٢٣

نهـ ق(س) س→٣+ ≠ نهـ ق(س) س→٣- النهاية غير موجودة

٣) ق(٣) ⇐ ١٧

٤) نهـ ق(س) س→٦ : يمين نهـ ٣س - ١ س→٦+ = ٣×٦ - ١ = ١٧ ; نهـ ١٧ س→٦- = ١٧

= ١٧

النهاية موجودة = ١٧

مثال ٥ (محتاب)

ق(س) = { س + ٧ ، س ∈ ص (تستخدم للصورة) ; ٤س + ٣ ، س ∉ ص (للنهاية) }

حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

١) جد ق(٣) ٢) جد نهـ ق(س) س→½

١) ق(٣) ← نستخدم المعادلة الأولى لأن ٣ صورة عدد صحيح ⇐ نهـ (س + ٧) س→٣ = ٣ + ٧ = ١٠

٢) نهـ ق(س) س→½ ← نستخدم المعادلة الثانية لأن ½ ليس عدد صحيح ⇐ نهـ (٤س + ٣) س→½ = ٤×½ + ٣ = ٢ + ٣ = ٥

[١] اذا كان ق(س) = { ٤س + ١ ، س < ٠ ؛ ٥ − س² ، س ≥ ٠

أ) نهـ ق(س) عندما س ← ١

ب) نهـ ق(س) عندما س ← ٠

ج) نهـ ق(س) عندما س ← −٣

الاجابات
أ ← ٤
ب ← غير موجودة
ج ← −٧

[٢] اذا كان ق(س) = { س² − ١ ، س > ٣ ؛ ٥ ، س = ٣ ؛ √(س + ٧) ، س < ٣

أ) نهـ ق(س) عندما س ← ٩

ب) نهـ ق(س) عندما س ← ٣

ج) ق(٣)

اجابات
أ ← ٤
ب = ٣
ج = ٥

[٣] اذا كان ق(س) = { س² + ١ ، س ≥ ٣ ؛ ٤س − ٣ ، س < ٣

أ) نهـ ق(س) عندما س ← ٣

ب) نهـ ق(س) عندما س ← ٤

ج) ق(٣)

أ = ١٠
ب = ١٤
ج = ٥

[٤] اذا كانت قـ(س) = { (س² + س − ١٢)/(س − ٣) ، س > ٣ ؛ ٤س − ٥ ، س < ٣

أ) نهـ قـ(س) عندما س ← ٣

ب) جد قـ(٣)

أ = ٧
ب غير معرفة

[٥] اذا كانت قـ(س) = { س³ − ٧ ، س ∈ ص ؛ ٨س + ١ ، س ∉ ص

حيث ص الأعداد الصحيحة جد نهـ قـ(س) عندما س ← ١/٤

حل في الصفحة المقابلة الاجابات أ = ٣٠ ، ب = ٣

إيجاد المجاهيل في المتشعب

هنا راح يعطينا في السؤال اقتران متشعب ويضع فيه مجهول مثلاً α أو β ويعطينا معلومة في السؤال أن النهايه موجودة

هنا فوراً نقوم بمساواة الذايه من اليمين = الذايه من اليسار

١) نهـا (من اليمين) = نهـا (من اليسار)

٢) نعوض بقيمه س = نعوض بقيمه س

٣) يصبح الموضوع حل معادله مع الانتباه

- حرف واحد α عادي: نقل الارقام للجهه الأخرى
- حرف من درجتين α^2: ① مساواة المعادله = ٠ ② تحليل ③ توجد المجهوليه
- حرفين α و β: نستخدم طريقة الحذف والتعويض اذا (لزم)

مثال ١

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^2 + 5 & ، س < 3 \\ 30 & ، س = 3 \\ 3س^2 + 2 & ، س > 3 \end{cases}$

وكانت نهـا ق(س) موجوده $_{س \to 3}$ فجد قيمة الثابت α

النهايه موجوده ← ولاحظ الصورة تكمل

نهـا (من اليمين) $_{س \to 3^+}$ = نهـا (من اليسار) $_{س \to 3^-}$

نهـا $_{س \to 3^+}$ $3س^2 + 2$ = نهـا $_{س \to 3^-}$ $س^2 + 5$

$3\alpha + 2 = (3)^2 + 5$

$3\alpha + 2 = 9 + 5$

$3\alpha + 2 = 14$ ... (-2) ← حرف واحد

$\frac{3\alpha}{3} = \frac{12}{3}$

$\alpha = 4$

مثال ٢ قوي

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^2 + س & ، س > \alpha \\ 3س + 10 & ، س < \alpha \end{cases}$

فجد قيمة α التي تجعل نهـا ق(س) $_{س \to \alpha}$ موجودة

نهـا ق(س) $_{س \to \alpha^+}$ = نهـا ق(س) $_{س \to \alpha^-}$

نهـا $س^2 + س$ $_{س \to \alpha^+}$ = نهـا $3س + 10$ $_{س \to \alpha^-}$

لاحظ حرف من درجتين ← تحليل

$\alpha^2 + \alpha = 3\alpha + 10$

صفر = $\alpha^2 + \alpha - 3\alpha - 10$

$\alpha^2 - 2\alpha - 10 = 0$

$(\alpha - 5)(\alpha + 3) = 0$

$\alpha = 5$ / $\alpha = -3$

مثال ٣

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} 4س - \alpha & ، س > 2 \\ ب س^2 + 3 & ، س \leq 2 \end{cases}$

وكانت نهـا ق(س) $_{س \to 2}$ = 10 فجد قيمة α ، ب

النهايه موجوده = 10 ← اذاً اليمين = 10 ، اليسار = 10

* نهـا $(ب س^2 + 3)$ $_{س \to 2^+}$ = 10

$ب \times 2^2 + 3 = 10$

$4ب + 3 = 10$

$\frac{4ب}{4} = \frac{12}{4}$ ⇐ $ب = 3$

* نهـا $(4س - \alpha)$ $_{س \to 2^-}$ = 10

$4 \times 2 - \alpha = 10$

$8 - \alpha = 10$

$-\alpha = 2$ ⇐ $\alpha = -2$

يرجى المادة حل الأمثله المحلوله قبل بدء حل الواجبات

١ اذا كان قـ(س) = { س^٣ + ١ ، س > ٣ ؛ ٣٠ ، س = ٣ ؛ ٣س + ١ ، س < ٣ }

وكانت نهـ قـ(س) موجودة فما قيمة الثابت م
س ← ٣

٩

٢ اذا كان قـ(س) = { ٥س^٣ ، س > م ؛ ٤٠ ، س ≤ م }

وكانت نهـ قـ(س) موجودة فما قيمة الثابت م
س ← م

٣

٣ اذا كان قـ(س) = { ٣س^٢ + ٥ ، س > ٢ ؛ ٣س + ٤س ، س ≤ ٢ }

فجد قيمة الثابت (م) التي تجعل نهـ قـ(س) موجودة
س ← ٢

م = ٤

٤ اذا كان قـ(س) = { ٥س − م ، س > ١ ؛ ب س^٢ + ٧ ، س ≤ ١ }

وكانت نهـ قـ(س) = ١٦ ، نهـ قـ(س) موجودة
س ← ٣ ، س ← ١

فجد قيمة الثابتين م ، ب ؟

ب = ١
م = −٣

٥ اذا كان ح(س) = { ٤م س − ب ، س > ٢ ؛ ١٠ ، س = ٢ ؛ م س^٣ + ب ، س < ٢ }

وكانت نهـ قـ(س) موجودة = ٣٤ فجد قيمة الثابتين م ، ب
س ← ٢

م = ٣
ب = ٥

للكبار فقط ٨٠/٨٠ super

السؤال الأول

اختر رمز الاجابة الصحيحة لكل مما يلي :

١ $\lim_{س \to ٣} \frac{٣س^{٤} - ٦س}{س - ٢}$ تساوي :

أ) صفر ب) ٣ ج) ٦ د) غير موجوده

٢ $\lim_{س \to ٣} \frac{٧}{٣ - س}$

أ) صفر ب) ٧ ج) غير موجوده د) ∞

٣ اذا علمت أن $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤ فإن $\lim_{س \to ٢}$ (س ق(س) - ٣) =

أ) ١ ب) ٢ ج) ٥ د) ١٢

٤ اذا كان ق(س) = { س٢ + ٧ ، س ≤ ٣ ; ٥ ، س > ٣ }

فإن $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) تساوي

أ) ٥ ب) ٣٢ ج) ٣ د) غير موجودة

٥ اذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ٢ق(س) = ١٢ فإن $\lim_{س \to ٣}$ (ق(س))٢ =

أ) ٢٤ ب) ١٤٤ ج) ٣٦ د) ١٠٠

٦ اذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ (ك س٢ + ٥س) = ٢٦ فإن قيمة ك

أ) ٩ ب) ٤ ج) ١٦ د) ١٣

٧ اذا كان ق(س) = { س + ٦ ، س ∈ ص ; ٤س + ١ ، س ∉ ص } حيث ص الاعداد الصحيحة

فإن $\lim_{س \to ٣}$ ق(س)

أ) ٩ ب) غير موجودة ج) ١٣ د) ٩

٨ هـ(س) = { س - ١ ، س < ٢ ; ٣ ، س = ٢ ; س٢ ، س > ٢ } فإن $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س)

أ) ٣ ب) ٤ ج) ١ د) غير موجودة

السؤال الثاني

٩ جد قيمة النهايات التاليه (إن وجدت)

أ $\lim_{س \to ٥}$ ($\frac{٣س + ١٠}{س + ٢٥}$ + س)

ب $\lim_{س \to ١}$ ($\frac{س٢ + س - ٢}{س - ١}$)

ج $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{س٣ - ٧}{٦ - ٢س}$

د $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{س٢ - ٩}{\sqrt{س + ١} - ٢}$

١٠ اذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ٣ق(س) = -١٦ ، $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ٤

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ($\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ - (هـ(س))٢ + ٥س)

١١ جد قيمة م التي تجعل $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{ق(س) + ٢٠}{هـ(س) + م}$ = ١

١٢ اذا كان ق(س) = { م س٢ - ٥ ، س < ٥ ; ٣٠ ، س = ٥ ; ٨س + ٥ ، س > ٥ }

فما قيمة الثابت م التي تجعل $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة

١٣ اذا كان ق(س) = { $\frac{س٢ + س - ١٢}{٣س - ٦}$ ، س > ٣ ; ج ، س = ٣ ; $\frac{س٢ - ٢}{٣}$ ، س < ٣ }

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ق(س)

الاجابات في الصفحة التاليه صفحة (٢٠)

إجابة السؤال الأول ضع دائرة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة	ج	ج	ج	ب	ج	ب	ج	د
الإجابة	٦	غير موجودة	٥	٣٢	٣٦	٤	١٣	غير موجودة

إجابة السؤال الثاني

أ [١] $\frac{\text{صفر}}{٥٠} = ٥ - \frac{١٠ + ٥ - ٢٨}{٢٥ + (-٥)^{٢}} + ٥ -$

$= ٥ - \frac{١٠ + ١٠ -}{٢٥ + ٢٥}$

$= ٥ -$

[٢] $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + س - ٢}{س^{٣} - ١} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف $(س - ١)$

$\lim_{س \to ١} \frac{(س + ٢)(س - ١)}{(س - ١)}$

$= ١ + ٢$

$= ٣$

[٣] $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢٧}{٦ - ٢س} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ الهدف $(س - ٣)$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{٢(٣ - س)}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{-٢} = \frac{٢٧}{-٢}$

[٤] $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٩}{\sqrt{س + ١} - ٢} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ٢}{\sqrt{س + ١} + ٢}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س^{٢} - ٩) \times (٤)}{س + ١ - ٤}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س + ٣) \times ٤}{(س - ٣)}$

$\lim_{س \to ٣} (س + ٣) \times ٤$

$= ٦ \times ٤$

$= ٢٤$

ب [١] $\lim_{س \to ٣} \text{ف}(س) = \frac{-١٦}{ج}$

$\lim_{س \to ٣} \text{ف}(س) = -٨$ / $\lim_{س \to ٣} \text{هـ}(س) = ٤$

$\frac{\lim_{س \to ٣} \text{ف}(س) - (\lim_{س \to ٣} \text{هـ}(س))^{٢}}{\lim_{س \to ٣} \text{هـ}(س)} + \lim_{س \to ٣} ٥س$

$\frac{-٨}{٤} - (٤)^{٢} + ٣ \times ٥$

$= ١٥ + ١٦ - ٢ -$

$= ٣ -$

[٢] $\frac{\lim_{س \to ٣} \text{ف}(س) + ٢٠}{\lim_{س \to ٣} \text{هـ}(س) + م} = ١$

$\frac{-٨ + ٢٠}{٤ + م} = ١$

$\frac{١٢}{٤ + م} = ١$

$١٢ = ٤ + م$

$م = ٨$

ج $\lim_{س \to ٥+} \text{ف}(س) = \lim_{س \to ٥-} \text{ف}(س)$

$\lim_{س \to ٥+} م ع - ٥ = \lim_{س \to ٥-} ٨س + ٥$

$٢٥م - ٥ = ٤٠ + ٥$

$٢٥م - ٥ = ٤٥$

$٢٥م = ٥٠$

$م = ٢$

$\lim_{س \to ٣+} \text{ف}(س) = \lim_{س \to ٣} \frac{ع^{٢} - ٢}{ج} = \frac{٧}{ج}$

$\lim_{س \to ٣-} \text{ف}(س) = \lim_{س \to -٣} \frac{ع^{٢} + س - ١٢}{٣ - س^{٢}} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٤)(س - ٣)}{(٣ - س)^{٢}} = \frac{٧}{ج}$

$\lim_{س \to ٣+} \text{ف}(س) = \lim_{س \to ٣-} \text{ف}(س)$

النهاية موجودة $= \frac{٧}{ج}$

إيجاد النهاية من خلال الجدول

هنا يكون المعطى لنا جدول يتضمن قيم س وقيم ق(س) (ص)

الخطوات:

١) دائماً ننظر الى أرقام ق(س) وليس (س) مع التركيز على المطلوب في السؤال (جد)

- نهـا ق(س) عندما س → P+ : فقط نوجد قيمة النهاية من اليمين (-)
- نهـا ق(س) عندما س → P- : فقط نوجد قيمة النهاية من اليسار (+)
- نهـا ق(س) عندما س → P (مش محدد): نوجدها من الجهتين
  - نهـا ق(س) عندما س → P+ : نوجد قيمة النهاية من اليمين (-)
    - يمين = يسار : موجودة
    - يمين ≠ يسار : غير موجودة
  - نهـا ق(س) عندما س → P- : نوجد قيمة النهاية من اليسار (+)

س			P				
ق(س)		(-)			(+)		

هنا دائماً قيمة النهايه من اليمين +

هنا دائماً الصورة ق(P)

هنا دائماً قيمة النهايه من اليسار (-)

وهنا نقوم دائماً بالتقريب لاقرب عدد صحيح لايجاد قيمة النهايه مثلاً

٣,٩٥ ← الاجابه ← ٤

٦,٠١ ← الاجابه ← ٦

-٠,٩ ← الاجابه ← -١

١,٠ ← الاجابه ← صفر

-٢,٩ ← ← -٣

لاحظ أنه اذا طلب مثلاً

نهـا (ق(س) + ٥س - ١) عندما س → ٢ والمعطى جدول

نوزع نهـا ق(س) عندما س → ٢ + نهـا ٥س عندما س → ٢ - نهـا ١ عندما س → ٢

هذه نوجدها من الجدول

هذه نعوض محل س بـ ٢

---

١) من خلال الجدول التالي الذي يمثله قيم ق(س) عندما س → ٢ أجب عن الأسئلة التي تليه

س	٢,٣	٢,٢	٢,٠١		١,٩٩	١,٩٥	١,٩
ق(س)	٥,٢	٥,١	٥,٠٠١		٣,٩٨	٣,٩	٣,٨

أ) جد نهـا ق(س) عندما س → ٢+

ب) جد نهـا ق(س) عندما س → ٢-

ج) جد نهـا ق(س) عندما س → ٣ (غير موجودة)

---

٢) معتمداً على الجدول التالي الذي يمثله قيم ق(س) عندما س → ٣

س	٣,٢	٣,١	٣,٠١	٣	٢,٩٥	٢,٩	٢,٨
ق(س)	٦,١	٦,٠١	٦,٠٠١	٤	٥,٩٨	٥,٩٥	٥,٩

أ) جد نهـا ق(س) عندما س → ٣

ب) جد ق(٣)

ج) جد نهـا (ق(س) + ٤س - ٨) عندما س → ٣

---

٣) معتمداً على الجدول التالي

أكمل الجدول التالي لايجاد نهـا ق(س) عندما س → ١

س	١,٢	١,٠١		٠,٩	٠,٨
ق(س)					

حيث ق(س) = ٣ عندما س < ١ ، ٤س عندما س > ١

إيجاد النهاية من الرسمة

١* لازم تعرف أن قيمة النهايه (الاجابة) دائماً تكون من محور الصادات قد(س)

٢* ركز وانتبه للمطلوب في السؤال *

٣ جد نهاقد(س) ← س ← ٢+ ← فقط الذهاب من اليمين (محور ص)

٤ جد نهاقد(س) ← س ← ٢- ← فقط النهايه من اليسار (محور ص)

٥ جد نهاقد(س) ← س ← ٢ ← هنا نوجدها من الجهتين ← ٢+ ، ٢-
ويتم المقارنه ← يمين = يسار موجوده
يمين ≠ يسار غير موجوده

٦ جد قد(٢) ← هنا مطلوب الصورة ●

٧ جد قيم س التي تكون عندها الذهاية غير موجودة
← هنا مطلوب قيم [س] وليس قد(س)

٨ اذا كانت نهاقد(س) ← س ← ٢ = ٣ فجد قيم ٢
هنا مطلوب قيم [س] التي تكون عندها الذهاية = ٣

* أشكال في الرسومات لازم نعرفها *

○ ← دائرة مفتوحه تصلح فقط أن تكون نهايه

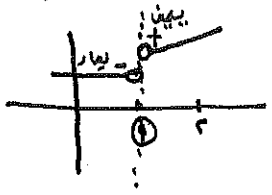
● ← دائرة مغلقه تصلح صوره

← خط موصول يصلح صوره و نهايه

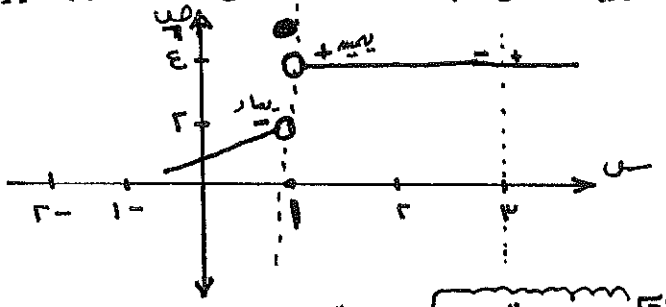
* كيفيه ايجاد النهايات من الرسمة *

مثلاً ← ايجاد نهاقد(س) ← س ← ١

نقوم بعمل (عمود) خط وهمي فوقه الرقم ١ (المطلوب نهايته)
و نشوف التلامس من الخطوط المرسومه
من جهه اليمين ← + ، من جهة اليسار ← -



مثال ١
معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قد(س) اجب عما يليه



٤ جد نهاقد(س) ← س ← ١+ ← التلامس من اليمين مع الخط الوهمي
الاجابه ٤

٥ جد نهاقد(س) ← س ← ١- ← الإجابه ٣

٦ جد نهاقد(س) ← س ← ١
يمين ← نهاقد(س) ← س ← ١+ ← ٤
يسار ← نهاقد(س) ← س ← ١- ← ٣
النهايه غير موجوده ≠

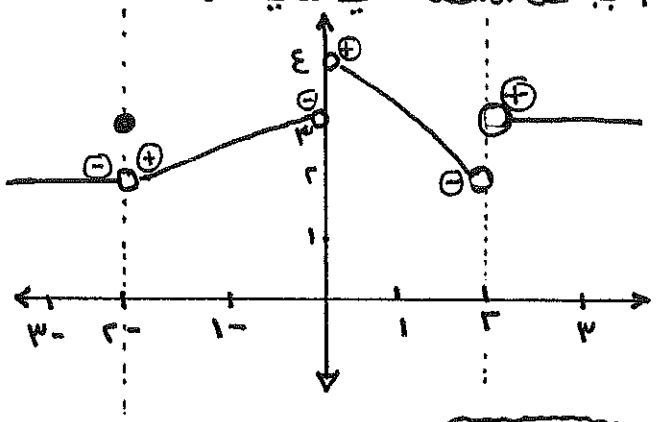
٧ جد قد(١) ← صورة ← الاجابه ٦

٨ جد نهاقد(س) ← س ← ٣
نهاقد(س) ← س ← ٣+ ← ٤
نهاقد(س) ← س ← ٣- ← ٤
النهايه موجوده = ٤

٩ قد(٣) ← الصوره = ٤

← لاحظ الخط للوصول يصلح أن يكون صوره فقط

تمثل
[٣] معتمداً على الشكل الذي يمثل منحنى ق(س)
أجب عن الأسئلة التي تليه :



[أ] جد نهـ ق(س) ← [٢]
س ← ٣-

[ب] جد نهـ ق(س) ← يمين: نهـ ق(س) = ٣ ; يسار: نهـ ق(س) = ٢ ; النهاية غير موجودة
س ← ٣

[جـ] جد نهـ ق(س) ← يمين: نهـ ق(س) = ٤ ; يسار: نهـ ق(س) = ٣ ; النهاية غير موجودة
س ← ٠

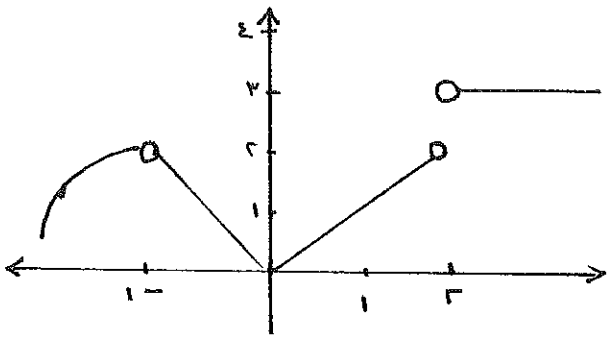
[د] جد نهـ ق(س) ← نهـ ق(س) = ٢ ; ق(٣-) = ٢ ; موجودة = [٢]
س ← ٣-

[هـ] جد ق(٣-) ← الصورة = [٣]

[و] جد قيم ٩ حيث نهـ ق(س) غير موجودة
س ← ٩
غير موجودة ٩ = ٠ ، ٢

[ز] نهـ (ق(س) - ٤س - ٥)
س ← ٢-
هنا أولاً نوزع النهايات
نهـ ق(س) - نهـ ٤س - نهـ ٥
س ← ٢- (س ← ٢- نعوض) (من الرسمة)
٢ - ٤ × ٢- - ٥
٢ + ٨ - ٥
[٥]

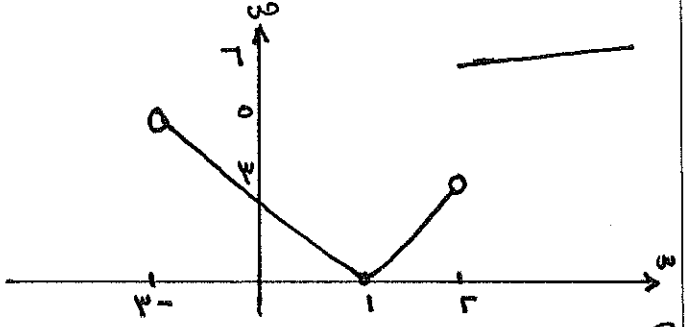
[٣] اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى ق(س)



[أ] جد نهـ ق(س) = ٢+
س ← ٢+

[ب] جد نهـ (ق(س))^٣ - ١/٤ (س - ٧)
س ← ١-

[٤] اعتماداً على الشكل التالي الذي يمثل منحنى ق(س)



[أ] جد نهـ ق(س) = ٢+
س ← ٢+

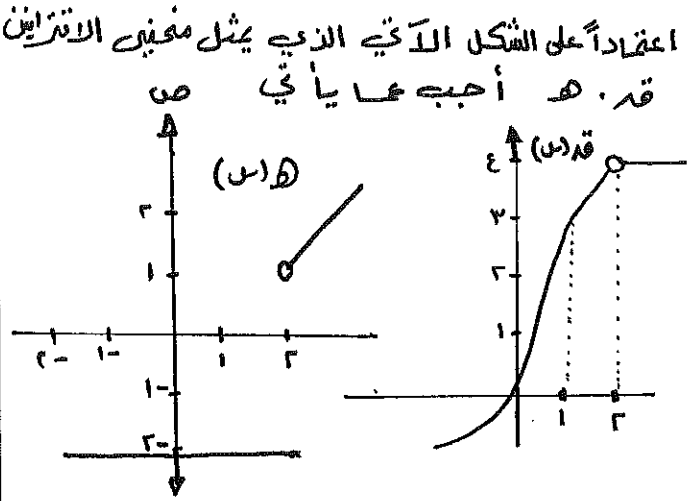
[ب] جد نهـ (ق(س) - ٤)^٢ + ٥س - ٣ / ٢
س ← ١

[جـ] جد نهـ ق(س) غير موجودة
س ← ٣-

في الحصة بعطيك سؤال (سميته) قد(س) ، هـ(س)
ذكروني إني نسيت ☺

٥ خلص هيني إتذكرن جميلتك على حالك ☺

اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقترانين قد، هـ أجب عما يأتي

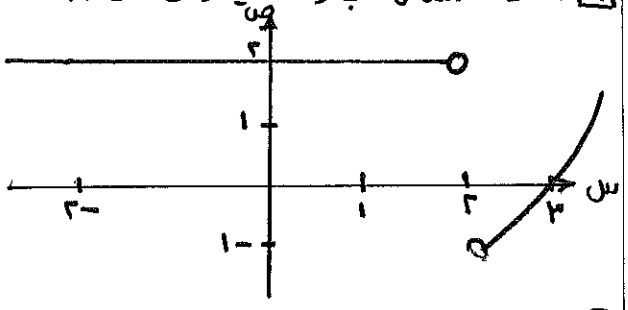


١٧) أ) جد نهـا (٥ قد(س) - (هـ(س))^{٢} + ٦س)
س ← ١

ب) جد نهـا قد(س) / (هـ(س) + ٣)
س ← ٣

ج) جد نهـا هـ(س)
س ← ٣ (غير موجودة)

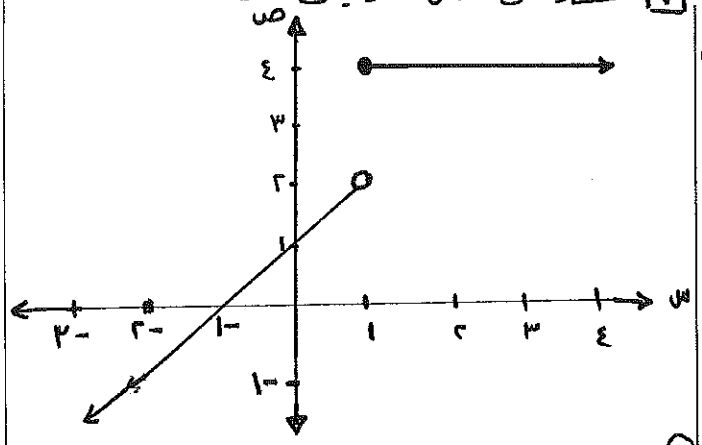
٦ اعتماداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قد(س) أجب



١٠) أ) جد نهـا قد(س)
س ← ٢+

ب) جد نهـا (قد^{٣}(س) + ٤س)
س ← ٢- (صفر)

٧ جديد اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى قد(س) أجب



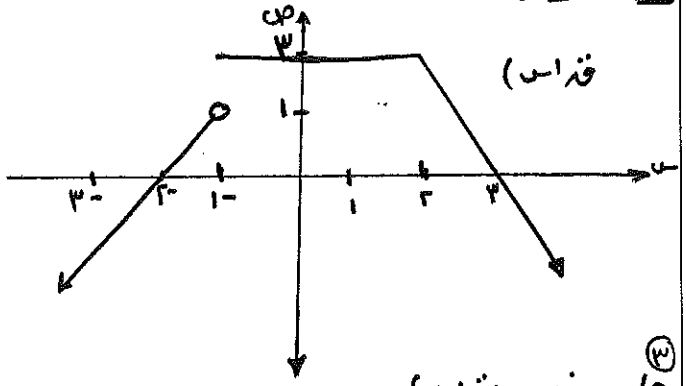
١) أ) اذا كانت نهـا قد(س) غير موجودة فجد قيمة جـ
س ← جـ

ب) اذا كانت نهـا قد(س) = صفر فما قيمة الثابت أ
س ← أ

٢) أ) اذا كانت نهـا قد(س) = -١ فما قيمة الثابت ب
س ← ب

٤) أ) جد ق(١)

٨ اعتماداً الشكل الذي يمثل منحنى قد(س) اجب



٣) أ) جد نهـا قد(س)
س ← ٢

ب) قيمة أ حيث نهـا قد(س) غير موجودة
س ← أ

ج) قيمة ب حيث نهـا قد(س) = صفر
س ← ب

د) نهـا قد(س)^{٣}
س ← ٠

الاتصال

الاتصال

في هذا الدرس سيُعطى لنا اقتران ويتم سؤالنا عن (البحث في اتصال الاقتران عند رقم محدد) يعني نحدد هل الاقتران ← متصل / غير متصل

ولدينا عدة حالات للسؤال

أ) الاتصال عند نقطه (رقم محدد) للاقترانات ← كثير الحدود، النسبي، المتشعب

ب) ايجاد نقط عدم الاتصال (للاقتران النسبي)

ج) نظريات في الاتصال ← اقترانين ← جمع، طرح، ضرب، قسمه

د) تحديد نقط عدم الاتصال من الرسمه

أ) شروط الاتصال عند نقطه رقم محدد مثلاً (٢)

هُناك (٣) شروط يجب تحققها جميعاً لكي يكون الاقتران متصل عند س = ٢ وهي

١) نوجد الصورة ق(٢) ← ٢) نوجد النهايه نهاقه(س) ← س ← ٢

٣) مقارنه ← الصورة = النهايه ← متصل / الصورة ≠ النهايه ← غير متصل

* (الخطوات) *

١) صورة ق(٢) ← نعوض عند اشارة = ٢

٢) نهاقه(س) ← س ← ٢ ← نهاقه(س) + ج ← لازم موجودة ← نهاقه(س) − ج

٣) مقارنه بين الصورة والنهايه

ق(٢) = نهاقه(س) ← س ← ٢ ⇓ يكون متصل عند س = ٢

ق(٢) ≠ نهاقه(س) ← س ← ٢ ⇓ يكون غير متصل عند س = ٢

ملاحظه هامة ← يجب تحقق الشروط الثلاث مجتمعه

اذا لم يتحقق شرط واحد ← نقول غير متصل

أنواع الاقترانات التي سيتم طلب (البحث في اتصالها) وكيفية التعامل

١) كثير الحدود (وزير)

زلمة والاهل ⇓ دائماً متصل عند أي رقم

مثلاً ق(س) = ٣س + ٥ ⇓ متصل لانه كثير حدود

٢) النسبي (أبونسب)

متصل دائماً عند أي رقم باستثناء أصفار مقامه ← قيم س التي تجعل مقامه = ٠ (نقط عدم اتصال)

٣) المتشعب (الشعب)

له أكثر من معادلة

هذا المسكين تطبق عليه الشروط الثلاث

١) صورة ق(٢)

٢) نهايه نهاقه(س) ← س ← ٢

٣) مقارنه ← صورة = نهايه ← متصل / صورة ≠ نهايه ← غير متصل

---

١) كثير الحدود ← هو كل اقتران له معادلة واحدة فقط بعد الـ = والسينات ليست في المقام وأس س عدد صحيح موجب وهو دائماً متصل عند أي رقم ← لأنه كثير حدود

٢) النسبي ← هو كل اقتران له معادلة واحدة بعد الـ = وشرط السينات موجودة في المقام وهو متصل لجميع الأعداد باستثناء قيم س التي تجعل مقامه = ٠ يكون عندها غير متصل

٣) المتشعب ← كل اقتران يحتوي أكثر من معادله بعد الـ = ويكون فيه > أو < أو = وهذا تطبق عليه الشروط الثلاث

مثال ١ ابحث في اتصال الاقترانات التاليه عند س = ٢

أ) ق(س) = ٣س + ٥

الاجابه متصل عند س = ٢ لأنه كثير حدود

ب) ق(س) = س² ← متصل عند س = ٢ لانه كثير حدود

ج) ق(س) = ٧ ← متصل عند س = ٢ لأنه كثير حدود

---

٢) الاقتران النسبي

متصل عند أي رقم باستثناء أصفار مقامه

نقط عدم الاتصال

قيم س التي تجعل مقامه = ٠ اسمع

كيف نوجد نقط عدم الاتصال ؟

نمسك المقام = ٠ ثم نوجد قيم س

تكون هي نقط عدم اتصال (غير متصل عندها)

تدريب هام

* جد قيم (س) إن وجدت التي يكون عندها كل اقتران مما يأتي غير متصل (نقط عدم الاتصال)

أ) ق(س) = $\frac{س^2 - ١}{س - ٣}$

فقط المقام = ٠ س - ٣ = ٠

س = ٣ ← غير متصل فقط عند س = ٣

ب) ق(س) = $\frac{س - ٧}{س^2 - ٥س + ٦}$

حرف له درجته تحليل

س² - ٥س + ٦ = ٠

(س - ٣)(س - ٢) = ٠

س = ٣ ، س = ٢

غير متصل (نقط عدم الاتصال) س = ٣ ، ٢

ج) ق(س) = $\frac{٣}{س} + \frac{٤}{س^2 - ١}$

هنا مقامين كل مقام نساويه بالصفر

س = ٠

س² - ١ = ٠ ⇐ (س - ١)(س + ١) = ٠

س = ١ ، س = -١

نقط عدم الاتصال | -١ ، ٠ ، ١ |

د) ق(س) = $\frac{س^2 + ٤س - ٥}{٦}$

لاحظ هنا لا توجد نقط عدم اتصال لأنه كثير حدود

** هـ) ق(س) = $\frac{س^2 + س - ٦}{س^2 + ٩}$

س² + ٩ = ٠ ← هنا مجموع مربعين لا يحلل

لا توجد نقط عدم اتصال

** واجب هام ⇐ حل في الصفحه المقابله :

أ) جد قيم س التي تجعل ق غير متصل (نقط عدم اتصال)

١) ق(س) = $\frac{س^2 - ١}{(س + ٤)(س - ٢)}$ الاجابه ٤ ، ٢

ب) ق(س) = $\frac{٣س + ٥}{س^2 - ٤} + \frac{٨}{س}$ الاجابه ٠ ، ٢ ، -٢

ج) ق(س) = $\frac{س - ٦}{س^2 - ٣س}$ الاجابه ٠ ، ٣

د) ق(س) = $\frac{٥ - س}{س^3 - ٨}$ الاجابه ٢

هـ) ق(س) = $س^3 - ٣س$ الاجابه لا توجد نقط عدم اتصال

و) ق(س) = $\frac{س + ١}{س^3 - ٩س}$ الاجابه ٠ ، ٣ ، -٣

الاتصال للاقتران المتشعب عند نقطة

للبحث في اتصال الاقتران المتشعب عند س = م
يتم تطبيق الشروط الثلاث
١ الصورة قه(م)
٢ النهاية نهـا قه(س) عندما س → م
٣ مقارنه قه(م) ☐ نهـا قه(س) عندما س → م

= متصل عند س = م
≠ غير متصل عند س = م

---

١ اذا كانت قه(س) = { ٦س + ٣ ، س > ٢ ; ١٠ ، س = ٢ ; ٥س + ٥ ، س < ٢ }

ابحث في اتصال قه عند س = ٢

نمثل خط الاعداد: ٥س+٥ | ١٠ | ٦س+٣ ; ٢ ; (+) (=) (-)

١ صورة قه(٢) = ١٠

٢ نهاية نهـا قه(س) عندما س → ٢
= نهـا (٥س + ٥) عندما س → ٢ = ٥ × ٢ + ٥ = ١٠
= نهـا (٦س + ٣) عندما س → ٢ = ٦ × ٢ + ٣ = ١٠
النهاية موجودة = ١٠

٣ مقارنه قه(٢) = ١٠ = نهـا قه(س) عندما س → ٢

الاقتران غير متصل عند س = ٢

---

١ اذا كانت قه(س) = { س + ٣ ، س ≠ ٢ ; ٤ ، س = ٢ }

تذكر: * نهاية = صورة

ابحث الاتصال عند س = ٢

١ صورة قه(٢) = ٤ ≠ ٢ + ١ = ٥

٢ نهـا قه(س) عندما س → ٢ = ٢ + ٣ = ٥

٣ قه(٢) ≠ نهـا قه(س) عندما س → ٢

متصل عند س = ٢

---

* ٣ اذا كانت قه(س) = { ٥س + ٥ ، س < -١ ; ٩ - ٣س ، -١ ≤ س < ٣ ; س² - ٦ ، س ≥ ٣ }

ابحث في اتصال قه
١ عند س = -١
٢ عند س = ٣

نمثل خط الاعداد: ٥س+٥ | -١ | ٩-٣س ; ٣ | س²-٦ ; (-) (-) (+) (-) (+)

١ صورة قه(-١) = ٩ - ٣ × -١ = ١١

٢ نهاية
نهـا قه(س) عندما س → -١
= نهـا ٩ - ٣س عندما س → -١+ = ١١
= نهـا س + ٥ عندما س → -١- = ٤

النهاية غير موجودة ⇐ غير متصل عند س = -١

٢ عند س = ٣ ⇐ لاحظ لا توجد الا معادلة واحدة فقط وهي ٩ - ٣س ← متصل عند س = ٢ لانه كثير حدود

١ عند س = ٣
١ قه(٣) = ٣² - ٦ = ٣
٢ نهـا قه(س) عندما س → ٣
= نهـا س² - ٦ عندما س → ٣+ = ٣
= نهـا ٩ - ٣س عندما س → ٣- = ٣
النهاية موجودة = ٣
٣ قه(٣) = نهـا قه(س) عندما س → ٣

∴ متصل عند س = ٣

مهم ٤) اذا كان ق(س) = { (س^٢ - ٣س)/(س - ٣) ، س ≠ ٣ ؛ ٤ ، س = ٣ }

المبحث اتصال ق عند س = ٣

١) ق(٣) = ٤

٢) نهـا ق(س) = نهـا (س^٢ - ٣س)/(س - ٣) = صفر/صفر ؟؟
س→٣ س→٣

فلو نهـا س(س - ٣)/(س - ٣)
س→٣

نهـا س ⇐ ٣
س→٣

٣) ق(٣) ≠ نهـا ق(س)
س→٣

غير متصل عند س = ٣

٥) اذا علمت أنه ق(س) = { س + ٣ ، س < -١ ؛ ٥ - س ، -١ ≤ س < ١ ؛ س^٣ + ٣ ، س ≥ ١ }

المبحث في اتصال ق عند س = ١ ، عند س = -١

م ← متصل
ب ← غير متصل

٦) اذا كان ق(س) = { س^٢ + ١ ، س < ٢ ؛ ٥س - ٥ ، س ≥ ٢ }

المبحث اتصال ق عند س = ٢

متصل

٧) اذا كان ق(س) = { (س^٢ + ٣س - ٤)/(س^٢ - ١) ، س ≠ ١ ؛ جـ ، س = ١ }

المبحث اتصال ق عند س = ١

متصل

٨) اذا كان ق(س) = { (س - ١٦)/(س - ٤) ، س ≠ ٤ ؛ ٧ ، س = ٤ }

المبحث اتصال ق عند س = ٤

غير متصل

نظريات في الاتصال

في الأسئلة السابقة كنا نبحث في الاتصال لاقتران واحد سواء كثير حدود / نسبي / متشعب

في هذه الحالة (نظريات في الاتصال) سيكون المعطى في السؤال اقترانين ويكون بينهم ضرب × أو جمع + أو طرح − أو قسمة

ويطلب نبحث في اتصالهم :

الخطوات :

أولاً : إحنا نقوم بعمل اقتران متشعب جديد سواء طابقيه أو ثلاثة حسب المتشعب الموجود في السؤال

ل(س) = { ( ) ، س > ٢ ؛ ( ) ، س ≤ ٢ }

ثانياً ثم نطبق شروط الاتصال على الاقتران المتشعب (الجديد)

١) صورة ل(٢) =

٢) نهاية ل(س) عند س → ٢ : يمين + ، يسار −

٣) مقارنة

صورة = نهاية ⟵ متصل

صورة ≠ النهاية ⟵ غير متصل

---

١) إذا كان ق(س) = { س − ١ ، س ≤ ٣ ؛ ٥ − س ، س > ٣ }

هـ(س) = س² + ٢

ل(س) = ق(س) + هـ(س) خابث في اتصال ل(س) عند س = ٣

هنا أولاً ← نعمل متشعب جديد اسمه ل(س)

ل(س) = { ق(س) + هـ(س) : (س − ١) + (س² + ٢) ، س ≤ ٣ ؛ (٥ − س) + (س² + ٢) ، س > ٣ }

والآن نبحث اتصال ل(س)

١) صورة ل(٣) = (س − ١) + (س² + ٢)

(٣ − ١) + (٣² + ٢)

= ٢ + ١١ = ١٣

٢) نهايه نهاية ل(س) عند س → ٣

نهاية (٥ − س) + (س² + ٢) عند س → ٣⁺ = (٥ − ٣) + (٣² + ٢) = ١٣

نهاية (س − ١) + (س² + ٢) عند س → ٣⁻ = (٣ − ١) + (٣² + ٢) = ١٣

نهاية ل(س) عند س → ٣ موجودة = ١٣

٣) مقارنة ل(٣) = نهاية ل(س) عند س → ٣ = ١٣

إذا ل(س) متصل عند س = ٣

٢ اذا كان

قه(س) = ٥س + ٤

هـ(س) = { س + ٤ ، س > ٠ ; ٤ − س³ ، س ≤ ٠ }

خابث في اتصال (قه × هـ)(س) عند س = ٠

نعمل متشعب جديد قه × هـ

م(س) = { (٥س + ٤) × (س + ٤) ، س > ٠ ; (٥س + ٤) × (٤ − س³) ، س ≤ ٠ }

صورة

١ م(٠) = (٥س + ٤) × (٤ − س³)

= (٥×٠ + ٤) × (٤ − ٠) = ٤ × ٤ = **١٦**

٢ نهـا م(س) = نهـا (٥س + ٤) × (٤ − س³) = **١٦**

س → ٠ من اليمين

نهـا (٥س + ٤) × (س + ٤) = (٥×٠ + ٤) × (٠ + ٤) = **١٦**

س → ٠ من اليسار

نهـايه موجوده = ١٦

٣ م(٠) = نهـا م(س) = ١٦

س → ٠

متصل عند س = ٠

٣ اذا كان ق(س) = س³ + ١٥

هـ(س) = { س³ ، س ≤ ٥ ; ٣س ، س > ٥ }

م(س) = (قه − هـ)(س) خابث في اتصال م(س) عند س = ٥

م(س) = { (س³ + ١٥) − (س³) ، س ≤ ٥ ; (س³ + ١٥) − (٣س) ، س > ٥ }

قه − هـ

صورة

١ م(٥) = (س³ + ١٥) − (س³)

= (٥³ + ١٥) − (٥³) = ٤٠ − ٢٥ = **١٥**

٢ نهـا م(س) = نهـا (س³ + ١٥) − (٣س)

س → ٥ من اليمين

نهـا (٥³ + ١٥) − (٣×٥) = ٢٥

نهـا (س³ + ١٥) − (س³) = ١٥

س → ٥ من اليسار

النهـايه غير موجوده

اذا م(س) غير متصل عند س = ٥

٤ اذا كان ل(س) = ٣س + ٥

م(س) = { س³ − ٥ ، س ≤ ٣ ; س + ١ ، س > ٣ }

قه(س) = ل(س) + م(س)

الخث اتصال قه(س) عند س = ٣

متصل **٥**

٥ اذا كان قه(س) = { ١ ، س > ٤ ; صفر ، س = ٤ ; −١ ، س < ٤ }

هـ(س) = س − ٤

ل(س) = قه(س) × هـ(س) الخث اتصال ل(س) عند س = ٤

يمكنك الحل في الصفحه المقابله ← متصل صفر

٦ اذا كان ق(س) = س^{٢} + ٥

ه(س) = { س^{٢} + ٦ ، س ≤ -١
{ ٣٥ - س ، س > -١

ابحث اتصال م(س) = ق(س) × ه(س) عند س = -١

غير متصل

٧ اذا كان ق(س) = ٥س^{٢} + ٥س - ١

ه(س) = { س + ٩ ، س ≤ ٢
{ ٥س + ١ ، س > ٢

ل(س) = ٣ق(س) + ه(س) ابحث اتصال ل(س) عند س = ٢

متصل ٦٩

٨ اذا كان ق(س) = { ٣س ، س < ٢
{ ٤س - ٣ ، س ≥ ٢

ه(س) = { س^{٣} - ٣ ، س < ٢
{ س + ٤ ، س ≥ ٢

فبيّن أن ق(س) × ه(س) متصلاً عند س = ٢

في هذه الحاله ← راح يعطينا اقتران متشعب ويخبرنا أنه الاقتران متصل عند س = ٢ مثلاً ويطلب ايجاد المجهول أ

صنا لأن الاقتران متصل معناه

الصورة = النهايه من الجهتين

قـ(٢) = نهـا قـ(س) عند س ← ٢

نعوض محل س بـ ٢ = نعوض محل س بـ ٢

ونقوم بحل المعادلة لايجاد المجهول أ

ديربالك لاحظ دائماً الفرق بين

النهايه موجودة	الاقتران متصل
فقط معناها	الصورة = النهايه اليمين = النهايه اليسار
نهـا = نهـا	قـ(أ) = نهـا = نهـا
س ← أ+ = س ← أ-	س ← أ+ = س ← أ-
يمين = يسار	كلهم متساويين

---

١ اذا كان قـ(س) = { أ س + ٧ ، س ≤ ٣ ; س + ١ ، س > ٣ }

وكان قـ متصلاً عند س = ٣ فجد قيمة الثابت أ

قـ ← متصل ∴ الصورة = النهايه من الجهتين

قـ(٣) = نهـا قـ(س) عند س ← ٣+ أو ٣-

أ س + ٧ = س + ١

أ × ٣ + ٧ = ٣ + ١

٣ أ = ٤ - ٧

٣ أ = -٣

أ = -١

---

٢ اذا كان قـ(س) = { ٣س + ١٠ ، س ≠ ٢ ; أ س^٢ ، س = ٢ }

وكان قـ متصلاً عند س = ٢ فجد قيمة الثابت أ

قـ متصلاً ∴ قـ(٢) = نهـا قـ(س) عند س ← ٢

أ س^٢ = نهـا ٣س + ١٠

أ ٢^٢ = ٣(٢) + ١٠

أ ٢^٢ = ١٨ نقسم ÷ ٢

أ = ٩

أ = ± ٣

---

٣ اذا كان قـ(س) = { أ س - ب ، س < ١ ; ٤ ، س = ١ ; أ س^٣ + ب + ٢ ، س > ١ }

وكان قـ متصلاً عند س = ١ فجد قيمة أ ، ب

بما أن الاقتران متصل ← الصوره = النهايه من الجهتين

قـ(١) = نهـا قـ(س) عند س ← ١ (+ أو -)

* قـ(١) = نهـا قـ(س) عند س ← ١+

٤ = نهـا أ س^٣ + ب + ٢ عند س ← ١+

٤ = أ + ب + ٢ ← (١)

* قـ(١) = نهـا قـ(س) عند س ← ١-

٤ = نهـا أ س - ب عند س ← ١-

٤ = أ - ب ← (٢)

بطرح المعادله (١) من (٢) طريقة الحذف

٤ = أ + ب + ٢

-٤ = -أ ± ب (نعكس اشارات اللي تحت)

٠ = ٢ب + ٢

-٢ = ٢ب

ب = -١ ← نعوض في أي معادله (١) أو (٢)

٤ = أ - ب

٤ = أ - (-١)

٤ = أ + ١

أ = ٣

∴ أ = ٣ ، ب = -١

٤ اذا كان $قـ(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ - س}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ م س + ٢ & ، س = ٣ \end{cases}$

وكان الاقتران قـ متصلاً عند س = ٣ فجد قيمة الثابت م

$م = -١$

٥ مزادة

اذا كان $قـ(س) = \begin{cases} \frac{س^٤ + (٢-م)س}{س} & ، س < ٠ \\ ٦ & ، س = ٠ \\ ٥ - س + ب & ، س > ٠ \end{cases}$

وكان قـ متصلاً عند س = ٠ فجد قيمة م ، ب

$م = -٤$
$ب = ١$

٦ اذا كان $قـ(س) = \begin{cases} ٢م س + ب & ، س > ٢ \\ ٨ & ، س = ٢ \\ م س^٢ + ٣ب س & ، س < ٢ \end{cases}$

وكان قـ متصلاً عند س = ٢ فجد قيمة الثابتين م ، ب

$م = ٢$
$ب = ٠$

٧ اذا كان $قـ(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ - ١٢س}{س^٢ - ٣س - ٤} & ، س \neq ٤ ، س \neq -١ \\ م & ، س = ٤ \end{cases}$

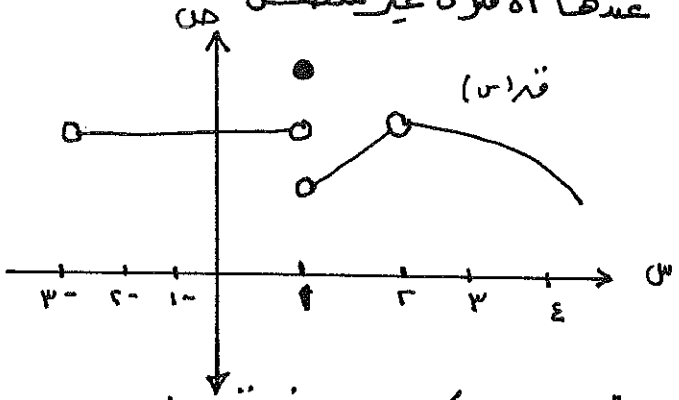
فما قيمة الثابت م التي تجعل قـ متصلاً عند س = ٤

$م = \frac{٣}{٥}$

يكون الاقتران متصل من الرسم اذا كان عند الرقم خط واحد موصول فقط
أي لا يوجد عند الرقم أ نهايه (فراغ)
لا يوجد عند الرقم أ قطبيه

وهنا غالباً سيكون المطلوب من الرسمة قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل
هنا نبحث عن قيم س الموجود عندها فتحه

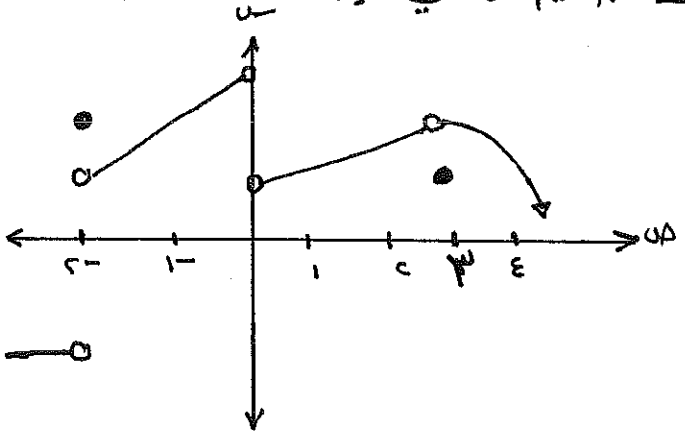
مثال ١ معتمداً على الشكل التالي جد قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل



هنا قيم س التي يكون عندها غير متصل
١ ، ٢ ، ٣ -

---

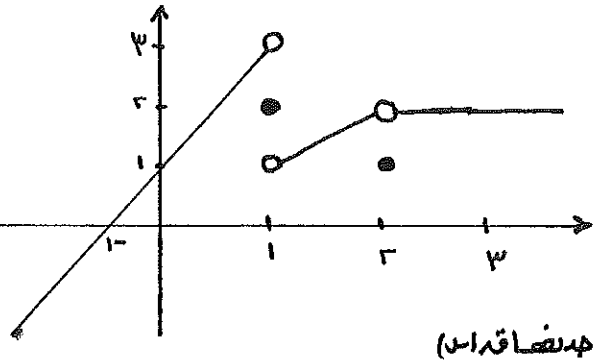
٢١ جد قيم س التي يكون عندها ق غير متصل



-٢ ، ٢ ، ٣

« أسئله شامله نهايات + اتصال (رسم) »

١ اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقيه أجب عما يليه



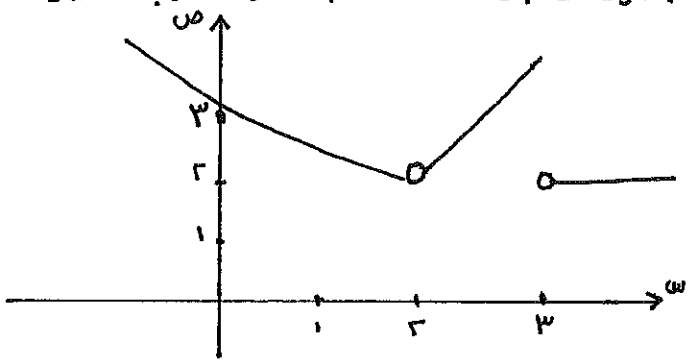
(٣) أ جد نهـ ق(س)
س ← ١-

(١) ب جد نهـ ق(س)
س ← ٠

(٢،١) ج اكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل

---

2 اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقيه أجب عما يليه

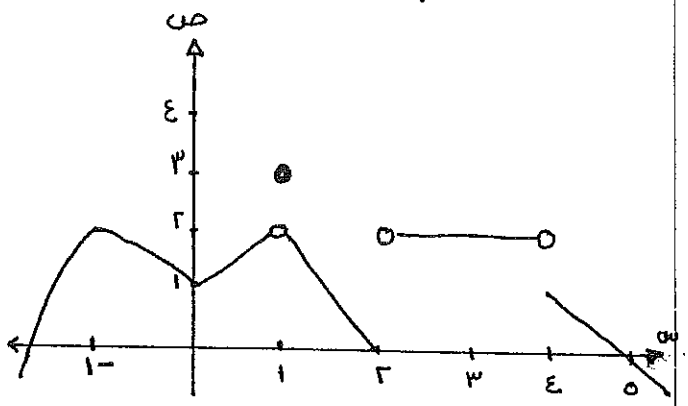


(٢) أ جد نهـ ق(س)
س ← ٣+

(١) ب جد نهـ (٣ ق(س) − (٣س − ٨) / ٣)
س ← ٠

(٢،٢) ج اكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل

[١] بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران قه(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية أجب عن الأسئلة



[أ] إذا كانت نهـا قه(س) = جد قيم الثابت م ؟ (٤،٢)
س ← م

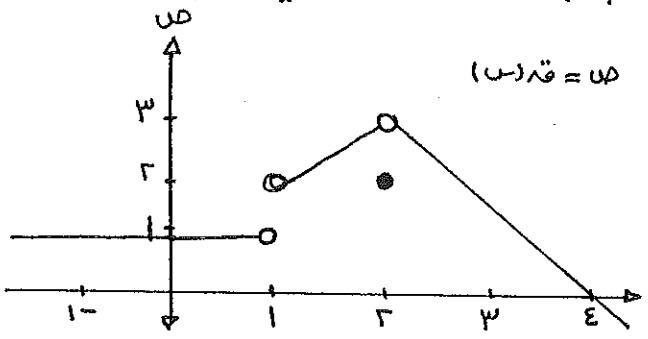
[ب] إذا كانت نهـا قه(س) غير موجودة جد قيم الثابت ب ؟ (٤،٢)
س ← ب

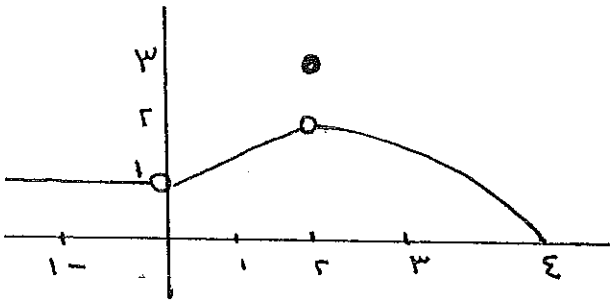
[ج] جد نهـا (٥ قه(س) - $\sqrt{٣س + ٣٦}$) (٤،٢)
س ← ١

[د] اكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران قه غير متصل مبيناً السبب ؟ (٤،٢)

[هـ] جد قه(١)
جد قه(٥)

[٢] بالاعتماد على منحنى الاقترانين قه ، هـ أجب عن الأسئلة التي تليه :





[أ] جد نهـا (قه(س) + ٦ هـ(س) - $س^{٣}$) (٤،٢)
س ← ٣

[ب] ابحث في اتصال قه(س) × هـ(س) عند س = ٣ (٤،٢) (٦ متصل)

[ز] جد نهـا قه(س + ١)
س ← ٣

[ح] جد قيم س التي يكون عندها هـ(س) غير متصل (٤،٢)