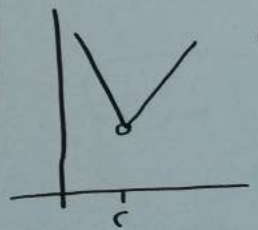
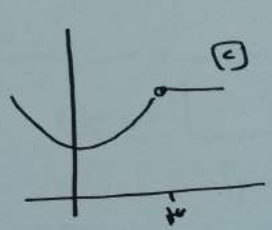
"الاتصال"

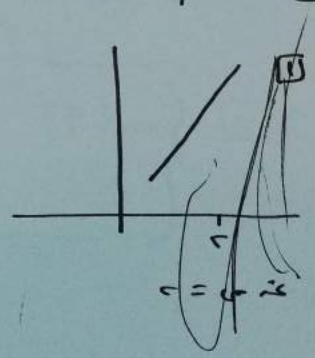
الاتصال: هو رسم منحنى الاقتران $ه(س)$ دون رفع القلم عن الورقة بحيث لا يكون هناك انقطاع أو قفزات أو فتحات.

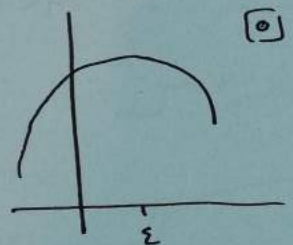
عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

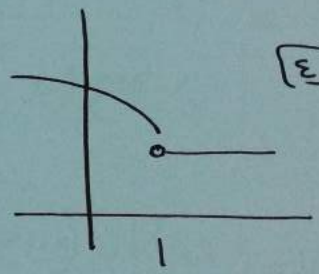
مثال: أي الاقترانات الآتية متصل.











الحل:

١) متصل
٢) غير متصل
٣) غير متصل
٤) غير متصل
٥) متصل

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

* شروط الإتصال

[١] $ق(P)$ معرفة.

[٢] $\lim_{س \to P} ق(س)$ موجودة. / $\lim_{س \to P^+} ق(س) = \lim_{س \to P^-} ق(س)$

[٣] $ق(P) = \lim_{س \to P^+} ق(س) = \lim_{س \to P^-} ق(س)$

* إذا اختل أي شرط من الشروط السابقة يصبح الاقتران غير متصل.

مثال: إذا كان $ق(س) = س^٢ - ١$ أبحث في الاتصال عند $س = ٢$

الحل $ق(٢) = ٢^٢ - ١ = ٣$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

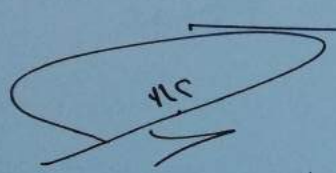
$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^+} س^٢ - ١ = ٣$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\lim_{س \to ٣} م(س) = ٧$

$\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٥$

* جميع الاقترانات ثابتة الحدود متصلة دائماً .



عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

تابع لـ ١

١.٤

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الواحد.

① $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} =$

الحل: $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - (س+١)}{(س+١)(٣)(س-٢)}$

لا يجوز الاختصار إلا بعد إجراء العملية ٣ أسطر

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣ - س - ١}{(س+١)(٣)(س-٢)}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{-١}{(س+١) \times ٣ \times (س-٢)}$

$= \frac{-١}{٣ \times ٣} = -\frac{١}{٩}$.

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

② $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١٠}{٢ - س} - ٥}{س - ٣} =$

الحل: $\lim_{س \to ٠} \frac{-١٠ - ٥س}{٢ - س}$

$\frac{س}{س - ٣}$

$$\lim_{س \to 0} \frac{\text{جا } ٥س}{س(٢ - س)}$$

$$\lim_{س \to 0} \frac{\text{جا } ٥س}{س(٢ - س)}$$

$$= \frac{٥}{٢}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال : إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^2 - 1 & س < 2 \\ 6 - س^2 & س \geq 2 \end{cases}$

اختبر نهاية $هـ$ عند $س = 2$.

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الحل

$هـ(2) = 6 - 2^2 = 6 - 4 = 2$

بالتعويض

$\lim_{س \to 2^+} هـ(س) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$\lim_{س \to 2^-}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\lim_{س \to 2^-} هـ(س) = 2$

$هـ(س)$ غير متصل عند $س = 2$.

مثال : $هـ(س) = \begin{cases} \sqrt{3س - 1} & س < 1 \\ 1 - س^2 & س \geq 1 \end{cases}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

اختبر نهاية $هـ$ عند $س = 1$

الحل . $هـ(1) = 1 - (1)^2 = 0$

$\lim_{س \to 1^+} هـ(س) = 1 - 2^2 = 1 - 4 = -3$

$\lim_{س \to 1^+}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\lim_{س \to ١^-}$ ه(س) = ٣ × ١ - ١

= ٣ - ١

= ٢

ه(س) متصل عند س = ١ .

مثال : ه(س) = $\begin{cases} س^٢ - ٢س + ١ & ، \ ١ < س \leq ٢ \\ ١ - ٣س & ، \ ٠ \leq س < ١ \end{cases}$

ابحث في الاتصال عند س = ١ .

الحل : ه(١) = $(١)^٢ - ٢ \times ١ + ١ = ١$

$\lim_{س \to ١^-}$ ه(س) = ١ - ٣ × ١ = ١ - ٣ = -٢

$\lim_{س \to ١^+}$ ه(س) = ١

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\lim_{س \to ١}$ ه(س) غير موجود

ه(س) غير متصل عند س = ١

مثال : $d(s) = \begin{cases} \frac{s^3 - 125}{s - 5} & , s \neq 5 \\ 10 & , s = 5 \end{cases}$

ادرس الاتصال عند $s = 5$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الحل

$d(5) = 10$

$\lim_{s \to 5^+} d(s) = \lim_{s \to 5} \frac{s^3 - 125}{s - 5} = \lim_{s \to 5} \frac{(s-5)(s+5)}{s-5} = 5 + 5 = 10$

$\lim_{s \to 5^-} d(s) = 10$

$d(s)$ متصل عند $s = 5$

مثال : $d(s) = \begin{cases} \frac{s^3 + 3s - 5}{s - 1} & , s \neq 1 \\ -3 & , s = 1 \end{cases}$

ادرس الاتصال عند $s = 1$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الحل :

$$\text{هـ}(١) = -٣$$

$$\left[\lim_{س \to ١^+} \text{هـ}(س) = ٦ \right.$$

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\left. \lim_{س \to ١^-} \text{هـ}(س) = ٦ \right]$$

$$\lim_{س \to ١} \text{هـ}(س) = \lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س - ١} \div$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س + ٥)}{س - ١}$$

$$= ٦$$

∴ هـ(س) غير متصل عند س = ١

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

قاعدة

إذا كان $م(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين متصلين عند $س = أ$

فإن حاصل جمعهما $م + هـ$

أو ضربهما $م \times هـ$

أو طرحهما $م - هـ$

أو قسمتهما $\frac{م}{هـ}$ سيكون متصلاً عند

$س = أ$.

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: إذا كان $م(س) = س^2 - ١$ ، $هـ(س) = \begin{cases} س^3 - ١ & ، س \geq ١ \\ س & ، س < ١ \end{cases}$

وكان $ل(س) = م(س) + هـ(س)$ أبحث في الاتصال عند $س = ١$

الحل:

$$ل(س) = \begin{cases} (س^2 - ١) + (س^3 - ١) & ، س \geq ١ \\ س^2 + ١ + س & ، س < ١ \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد عريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

ل(١) = (أ - ١) + (أ - ١) = صفر

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

بما أن د(س) = صفر
صفر + صفر

بما أن د(س) = أ - ١ + ١
صفر = ١

د(س) غير متصل عند س = ١

مثال: إذا كان هـ(س) = ٣س - ٢ ، ل(س) = { ٤س ، س > ٣ ; ٤س ، س ≤ ٣ }

اثبت أن د(س) = هـ(س) × ل(س) عند س = ٣

د(س) = { (٣س - ٢)(٤س) ، س > ٣ ; (٣س - ٢)(٤س) ، س ≤ ٣ }

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{هـ}(-٢) = (-٢^٣ - ٢ \times -٢)(٣ \times -٢)$$
$$= (٤ + ٤)(-٨) = -٦٤$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\therefore \lim_{س \to -٢^+} \text{هـ}(س) = -٦٤$$

$$\therefore \lim_{س \to -٢^-} \text{هـ}(س) = (-٢^٣ - ٢ \times -٢)(-٢)^٢$$
$$= (٤ + ٤)(٤)$$
$$= ٣٢$$

$\therefore$ هـ(س) غير متصل عند س = -٢ .

مثال :

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} س^٣ - ٢س + ٦ & ، \ س > -١ \\ س - ١ & ، \ س \leq -١ \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \sqrt{س^٣ - ١} & ، \ س \geq -١ \\ س^٢ & ، \ س < -١ \end{cases}$$

وكان ل(س) = هـ(س) - هـ(س) ، أوجد ل'(-١)

⑪ عند س = -١ .

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

* نقاط عدم الاتصال:

نقاط الانقطاع النهائي $\frac{\text{مقدار}}{\text{صفر}}$

① إذا كان المقدار النهائي بالصفر وكذلك قيم δ

$\therefore$ الدالة غير متصلة عند $س = ١$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال : جد نقاط عدم الاتصال

مع رسم جيد

١) $هـ(س) = س^{٢} - ٥$

٢) $هـ(س) = \frac{٣}{١+س} - \frac{١}{س}$

٣) $هـ(س) = \frac{١-س٦}{س^{٢}-٤} + \frac{١}{س^{٢}-١}$

٤) $هـ(س) = \frac{س٣}{س(س-١)} - \frac{١}{٤}$

٥) $هـ(س) = \frac{٦س^{٢}-٥س}{٣س^{٢}-٣} - \frac{١}{١-س}$

٦) $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، \quad س \geq ٢ \\ ٣س-١ & ، \quad س < ٢ \end{cases}$

٧) $هـ(س) = \frac{٢س-١}{س^{٢}-٩} - \frac{٣س^{٢}-٤س}{س(س^{٢}-٤)}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

أكمل: (١) مقص دائم (لا يوجد له نقاط عدم اتصال) لأنه كثير حدود

(٢) $س + ١ = ٠$

$س = -١$

$ق(-١) = ٠$

$س = ٠$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(٣) $س^٣ - ٤س = ٠$ ، $س^٣ - ١ = ٠$

$س(س - ٢)(س + ٢) = ٠$ ، $(س - ١)(س + ١) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = ٢$ ، $س = -٢$ ، $س = ١$ ، $س = -١$

$ص = \{-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢\}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(٥) $ص = (س - ١)$

$س = ٠$ ، $س = ١$

$ق(٠) ، ق(١)$

[٦] اختبار متصل
نقطة الانقطاع : عند نقطة التغير

$$\text{هـ}(٣) = ٣ \times ٣ - ١ = ٨$$

$$\lim_{س \to ٣^+} \text{هـ}(س) = ٨$$

$$\lim_{س \to ٣^-} \text{هـ}(س) = (٣)^٢ = ٩$$

غير متصل عند س = ٣

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

[٧] $س^٢ - ٩ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٣) = ٠$

$س = ٣$ ، $س = -٣$

$س(س^٢ - ٤) = ٠$

$س = ٠$

$(س - ٢)(س + ٢) = ٠$

$س = ٢$ ، $س = -٢$

$\{٣، -٣، ٠، ٢، -٢\}$

عبدالناصر أحمد
معلم رياضيات
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال : جد نقاط عدم الاستمرار.

① $هـ(س) = \frac{س}{س^٣ - ٨} + \frac{١}{٣س}$

الحل : $س^٣ - ٨ = ٠$

$(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤) = ٠$

$س = ٢$

$٣س = ٠$

$س = ٠$

$ق = \{٠، ٢\}$

② $هـ(س) = \frac{١ - س}{١ - س^٣} + \frac{١}{س + ج}$

الحل : $١ - س^٣ = ٠$

$(١ - س)(١ + س + س^٢) = ٠$

$س = ١$

$س + ج = ٠$

لا تعمل

$ق = \{١، -ج\}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الاقتران متصل .

مثال هام

① $\text{هـ}(p) = \lim_{س \to p^+} \text{هـ}(س) = \lim_{س \to p^-} \text{هـ}(س)$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

② $\text{هـ}(p) = \lim_{س \to p^+} \text{هـ}(س)$

③ $\text{هـ}(p) = \lim_{س \to p^-} \text{هـ}(س)$

④ $\lim_{س \to p^-} \text{هـ}(س) = \lim_{س \to p^+} \text{هـ}(س)$

⑤ $\text{هـ}(p) = \lim_{س \to p} \text{هـ}(س)$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال : $م(س) = \begin{cases} س^3 + ب س & ، \ س \leq 1 \\ 3س + 6 & ، \ س > 1 \end{cases}$

فكان $م(س)$ متصل عند $س = 1$ حيث ب

الحل

$$\lim_{س \to 1^+} م(س) = \lim_{س \to 1^-} م(س)$$

$$\lim_{س \to 1^+} (3س + 6) = \lim_{س \to 1^-} س^3 + ب س$$

$$3 \times 1 + 6 = (1)^3 + ب(1)$$

$$9 = 1 + ب$$

$$ب = 9 - 1$$

$$ب = 8$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر احمد غرير
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: $هـ(س) = \begin{cases} م س^2 + 3س & س < 2 \\ م س^3 + 1 & س \geq 2 \end{cases}$

إذا كان $هـ(س)$ متصل عند $(س = 2)$ فجد $م$.

الحل

$$\lim_{س \to 2^-} هـ(س) = \lim_{س \to 2^+} هـ(س)$$

$$\lim_{س \to 2^-} هـ(س) = \lim_{س \to 2^+} هـ(س)$$

$$هـ(2) = \lim_{س \to 2^+} هـ(س)$$

$$م(2)^2 + 1 = 2 \times 3 + 2^2 م$$

$$4م + 1 = 8 + 6$$

$$4م + 1 = 14$$

$$4م = 14 - 1$$

$$م = \frac{13}{4}$$

عبدالناصر احمد غرير
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال

$$\text{مد}(س) = \begin{cases} أ س^2 + ب س & س < -1 \\ 0 & س = -1 \\ س^2 + ب & س > -1 \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

وكان مد(س) متصلة عند س = -١ حيث أ ، ب

الحل

$$\text{مد}(-1) = \lim_{س \to -1^+} \text{مد}(س)$$

$$0 = \lim_{س \to -1^+} (أ س^2 + ب)$$

$$0 = أ(-1)^2 + ب$$

$$0 = أ + ب$$

$$ب = -أ$$

$$\text{مد}(-1) = \lim_{س \to -1^-} \text{مد}(س)$$

$$0 = \lim_{س \to -1^-} أ س^2 + ب س$$

$$0 = \lim_{س \to -1^-} أ س^2 + 4 س$$

$$0 = أ(-1)^2 + 4(-1)$$

$$0 = أ - 4$$

$$أ = 4$$

$$ب = -4$$

$$أ + ب = 4 + (-4) = 0$$

* في حال وجود متغيرين يتم استخدام المعادلات كما سبقه

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: إذا كان $د(س) = \begin{cases} أ س^{٢} - ٦ ب & س < ٣ \\ ١ & س = ٣ \\ ب س + ١ & س > ٣ \end{cases}$

فكان $د(س)$ متصل عند $س = ٣$ فجد $أ$ ، $ب$

الحل:

$$د(٣) = \lim_{س \to ٣^{+}} د(س)$$

$$١ = \lim_{س \to ٣^{+}} أ س^{٢} - ٦ ب$$

$$\boxed{١ = ٩ أ - ٦ ب}$$

$$د(٣) = \lim_{س \to ٣^{-}} د(س)$$

$$١ = \lim_{س \to ٣^{-}} ب س + ١$$

$$١ = ٣ ب + ١$$

$$١ - ١ = ٣ ب$$

$$\frac{٠}{٣} = \frac{٣ ب}{٣}$$

$$ب = ٠$$

$$١ = ٩ أ - ٦ ب$$

$$١ = ٩ أ - ٦ \times ٠$$

$$\frac{١}{٩} = \frac{٩ أ}{٩}$$

$$\boxed{أ = \frac{١}{٩}}$$

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: $م(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ - ٣س}{س^٣ - ٤} & ، س \neq ٢ \\ م & ، س = ٢ \end{cases}$

إذا كان $م(س)$ متصلة عند $س = ٢$ فجد $م$

الحل

$$م(٢) = \lim_{س \to ٢} م(س)$$

$$م = \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٣س}{س^٣ - ٤}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$م = \lim_{س \to ٢} \frac{س(س^٢ - ٣)}{(س - ٢)(س + ٢)}$$

$$م = \frac{٢}{٢ + ٢}$$

$$\boxed{م = \frac{١}{٤}}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: إذا كان $د(س) = \begin{cases} أ س^{٢} - ١ & ، س < ٢ \\ ٤ & ، س = ٢ \\ ب س + ٦ & ، س > ٢ \end{cases}$

وكان $د(س)$ متصلة عند $س = ٢$ ، حيث $أ ، ب$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الحل:

$$د(٢) = \lim_{س \to ٢^+} د(س)$$

$$٤ = \lim_{س \to ٢^+} (أ س^{٢} - ١)$$

$$٤ = ٤أ - ١$$

$$٤ + ١ = ٤أ$$

$$\frac{٥}{٤} = \frac{٤أ}{٤}$$

$$\boxed{أ = \frac{٥}{٤}}$$

$$د(٢) = \lim_{س \to ٢^-} د(س)$$

$$٤ = \lim_{س \to ٢^-} (ب س + ٦)$$

$$٤ = ٢ب + ٦$$

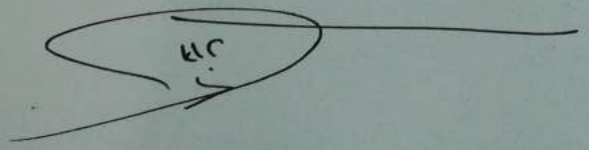
$$٤ - ٦ = ٢ب$$

$$\frac{-٢}{٢} = \frac{٢ب}{٢}$$

$$ب = \frac{-٢}{٢}$$

$$\boxed{ب = -١}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦



تابع/ الاتصال

نظرية:

إذا كان $د(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين متصلين فإن حاصل

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

① مجموعهما $د + هـ$

② طرحهما $د - هـ$

③ ضربهما $د \times هـ$

④ قسمتهما $\frac{د}{هـ}$ سيكون متصل عند $س = أ$.

مثال: $د(س) = س^٢ + ١$ ، $هـ(س) = ١ - س$

اختبر اتصال $ل(س) = د \times هـ$ عند $س = ٢$

الحل $ل(س) = (س^٢ + ١)(١ - س)$

$ل(٢) = (٢^٢ + ١)(١ - ٢) = ٥ \times -١ = -٥$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\lim_{س \to ٢^+} ل(س) = -٥$

$\lim_{س \to ٢^-} ل(س) = -٥$ ، $ل(س)$ متصل عند $س = ٢$

ملحوظة

إذا كان أحد المتراجحتين متصل والآخر غير متصل فلا نستطيع الحكم على أن حاصلهما أو خارجهما أو قسمتهما متصل

إتبع أجزاء الطلب السابقة والملحوظة

مثال: $ه(س) = س^٢ - س$ ، $ح(س) = \begin{cases} س^٢ - ١ & س > ١ \\ ٥ & س = ١ \\ ٣س & س < ١ \end{cases}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

اثبت أن $ل(س) = ه + ح$ متصل عند $س = ١$

الحل

$$ل(س) = \begin{cases} (س^٢ - س) + (س^٢ - ١) & ، س > ١ \\ ٥ & ، س = ١ \\ (س^٢ - س) + ٥س & ، س < ١ \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$ل(١) = (١^٢ - ١) + ٥ \times ١ = ٥$

$\lim_{س \to ١^+} ل(س) = ٥$

$\lim_{س \to ١^-} ل(س) = \lim_{س \to ١^-} (س^٢ - س) + (س^٢ - ١)$

$= (١^٢ - ١) + (١^٢ - ١)$

$= صفر$

(أ) $ل(س)$ غير متصل عند $س = ١$

مثال : $هـ(س) = 1 - س$

$$هـ(س) = \begin{cases} س^3 - 1 & ، س < -1 \\ س + 1 & ، س \geq -1 \end{cases}$$

اختبار الاتصال $\boxed{د(س) = هـ(س) \times ل(س)}$ عند $س = -1$

الحل

$$د(س) = \begin{cases} (1-س)(س^3-1) & ، س < -1 \\ (1-س)(س+1) & ، س \geq -1 \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$د(-1) = (1 - -1)(-1+1)$ = صفر

$$\lim_{س \to -1^+} د(س) = \lim_{س \to -1^+} (1-س)(س^3-1)$$

$$= (1 - -1)(-1^3 - 1) = -4 = 2 \times -2$$

$$\lim_{س \to -1^-} د(س) = \text{صفر}$$

عبدالناصر أحمد غريب
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$د(س)$ غير متصل عند $س = -1$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

بما أن $د(س) = \begin{cases} ٤ - س & ، س < ٤ \\ \sqrt{س - ٤} & ، س \geq ٤ \end{cases}$

$$د(س) = \begin{cases} ٤ - س & ، س < ٤ \\ \sqrt{س - ٤} & ، س \geq ٤ \end{cases}$$

$$د(س) = \begin{cases} -١ & ، س < ٤ \\ \frac{١}{٢\sqrt{س - ٤}} & ، س > ٤ \end{cases}$$

غير معرفة ، $س = ٤$

إذن $د$ غير قابلة للاشتقاق عند $س = ٤$

ومنه $\boxed{ل(س) = هـ - ٥}$

(ب)

$$ل(س) = (٦ - ٣س)(س^٢ - ٤)$$

$$ل(س) = (١ - ٥س^٢)(س^٢ - ٤)$$

$$ل(٣) = (١ - ٤٥)(٩ - ٤) = -٤ \times ٥ = -٢٠$$

$$\lim_{س \to ٣} \frac{ل(س) - ل(٣)}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{ل(س) + ٢٠}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{(١ - ٥س^٢)(س^٢ - ٤) + ٢٠}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{-٥س^٤ + ٢٥س^٢ - ٤ + ٢٠}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{-٥س^٤ + ٢٥س^٢ + ١٦}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٤ - س)(٥س^٣ + ١٥س^٢ + ٧٠س + ٢١٠)}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} -(٥س^٣ + ١٥س^٢ + ٧٠س + ٢١٠)$$

$$= -(١٣٥ + ١٣٥ + ٢١٠ + ٢١٠) = -٦٦٠$$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(ب)

$$\lim_{س \to ٤} \frac{د(س) - د(٤)}{س - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٤} - ٠}{س - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٤}}{(\sqrt{س})^٢ - (٢)^٢}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٤}}{(\sqrt{س} - ٢)(\sqrt{س} + ٢)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٤}}{(\sqrt{س} - ٢)(\sqrt{س} + ٢)(\sqrt{س} + ٢)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٤}}{(س - ٤)(\sqrt{س} + ٢)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{١}{\sqrt{س - ٤}(\sqrt{س} + ٢)}$$

$$= \frac{١}{٠^+ \times ٤} = \frac{١}{٠^+} = +\infty$$

غير معرفة