تطبيقات هندسية

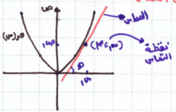
عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ
الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

إيجاد ميل المماس



① ميل المماس للاقتران ق عند س = س١ هو قَ(س١) ويرمز له بالرمز م

② ميل المماس للاقتران ق عند س = س١ هو ظا هـ حيث هـ الزاوية بين المماس ومحور س الموجب. ويرمز له بالرمز م

③ ميل العمودي على المماس عند س = س١ هو $\frac{-1}{\text{قَ(س١)}}$

مثال

جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٦س - ٥ عند النقطة (١، ٢).

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

الحل:

قَ(س) = ٢س + ٦

م = قَ(١) = ٢×١ + ٦

= ٢ + ٦ = ٨

مثال

إذا كان مماس منحنى الاقتران ق(س) = س² + ٣س + ١ عند س=س١ يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فجد احداثيي نقطة التماس.

الحل:

قَ(س١) = ظا ٤٥°

٢س١ + ٣ = ١

٢س١ = -٢

س١ = -١

⇐ نقطة التماس (س١، ق(س١))

ق(-١) = ١ - ٣ + ١ = -١

⇐ نقطة التماس (-١، -١)

مثال

جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س² - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس زاوية قياسها $\frac{3\pi}{4}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الحل:

قَ(س) = ظا $\frac{3\pi}{4}$

٢س١ - ٣ = -١

٢س١ = ٢

س١ = ١

مثال

جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة

$ص^2 + س^2 + ٦ص - ٢س + ٢ = \text{صفر}$

عند النقطة (٣، −١) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل:

$٢ص\,صَ + ٢س + ٦صَ - ٢ = \text{صفر}$

(٣، −١) س = ٣ ، ص = −١

$-٢صَ + ٦ + ٦صَ - ٢ = \text{صفر}$

$٤صَ + ٤ = \text{صفر}$

$٤صَ = -٤$

$صَ = \frac{-٤}{٤} = -١$

$\Leftarrow$ ظاهـ $= -١ \Leftarrow$ هـ $= ١٣٥^\circ$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

إذا كان الاقتران ق(س) = جـ $س^2$ + جـ س + ٢ وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (٢، ق(٢)) هو ١٣٥° فجد قيمة الثابت جـ.

الحل:

م = ظا $١٣٥^\circ = -١$

$\Leftarrow$ قَ(٢) $= -١$

الآن

قَ(س) = ٢جـ س + جـ

$-١ = ٤$جـ + جـ

$-١ = ٥$جـ

$\Leftarrow$ جـ $= \frac{-١}{٥}$

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان منحنى الاقتران ق يمس بالنقطة (٢، ١) وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عند هذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن

$\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ١}{٤ - ٢س}$

أ) $\frac{١}{٢}$ $\boxed{\text{ب)}}$ $-\frac{١}{٢}$ ج) ١ د) −١

الحل:

ق(٢) = ١ ، قَ(٢) = ظا $٤٥^\circ = ١$

$\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ١}{٤ - ٢س}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{-٢(س - ٢)}$

$= -\frac{١}{٢} \times \lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$

$= -\frac{١}{٢} \times$ قَ(٢)

$= -\frac{١}{٢} \times ١ = -\frac{١}{٢}$

* معادلة المماس

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$

* معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \frac{-1}{\text{م}}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$

مثال

إذا علمت أن $\text{ق(س)} = \text{س}^2 + 3$ جد معادلة كل من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة $(1 ، 4)$

الحل:

$\text{س}_1 = 1$ ، $\text{ص}_1 = 4$

$\text{ق}'(\text{س}) = 2\,\text{س}$

$\text{م} = 2 \times 1 = 2$

$\Leftarrow \text{م} = 2$

$\Leftarrow$ معادلة المماس: $\text{ص} - 4 = 2\,(\text{س} - 1)$

$\Leftarrow$ معادلة العمودي على المماس $\text{ص} - 4 = \frac{-1}{2}\,(\text{س} - 1)$

٢٠١٠ صيفي

جد معادلة المماس ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) حيث $\text{ق(س)} = \text{س}^2 + |\text{س} - 4|$ عند $\text{س} = 3$

الحل:

$\text{ق(س)} = \text{س}^2 + 4 - \text{س}$

$\text{س} = 3 \leftarrow \text{ص} = 9 + 4 - 3 = 10$

$\text{ق}'(\text{س}) = 2\,\text{س} - 1$

$\text{م} = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

معادلة المماس

$$\text{ص} - 10 = 5\,(\text{س} - 3)$$

معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - 10 = \frac{-1}{5}\,(\text{س} - 3)$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند $\text{س} = 2$ هي $\text{ص} = \frac{1}{2}\,\text{س} + 3$ فإن

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 6}$$ تساوي

أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{1}{10}$

جـ) $\frac{-1}{10}$ $\boxed{\text{د}}$) $\frac{-2}{5}$

الحل:

$\text{ق}(2) = 4$

ميل العمودي $= \frac{1}{2} \Leftarrow$ ميل المماس $= -2$

$\Leftarrow \text{ق}'(2) = -2$

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(2)}{(\text{س} + 3)(\text{س} - 2)}$$

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{1}{\text{س} + 3} \times \lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(2)}{\text{س} - 2}$$

$$\frac{1}{2 + 3} \times \text{ق}'(2)$$

$$\frac{1}{5} \times -2 = \frac{-2}{5}$$

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

$\text{ق(س)} = ٣\,\text{ظتاس} + \text{قا}^2\text{س}$ عند $\text{س} = \frac{\pi}{4}$

الحل:

$\text{س}_1 = \frac{\pi}{4}$

$\text{ص}_1 = ٣\,\text{ظتا}\frac{\pi}{4} + \text{قا}^2\frac{\pi}{4}$

$= ٣ \times ١ + ٢$

$= ٣ + ٢ = ٥$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$\text{قَ(س)} = -٣\,\text{قتا}^2\text{س} + ٢\,\text{قاس قاس ظاس}$

$\text{م} = -٣\,\text{قتا}^2\frac{\pi}{4} + ٢\,\text{قا}^2\frac{\pi}{4}\,\text{ظا}\frac{\pi}{4}$

$= -٣ \times ٢ + ٢ \times ٢ \times ١$

$= -٦ + ٤ = -٢$

معادلة المماس

$\text{ص} - ٥ = -٢\left(\text{س} - \frac{\pi}{4}\right)$

معادلة العمودي على المماس

$\text{ص} - ٥ = \frac{1}{2}\left(\text{س} - \frac{\pi}{4}\right)$

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \sqrt{س + ٣}$ عند $(١ ، ٢)$

الحل:

$س_١ = ١$ ، $ص_١ = ٢$

$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س+٣}}$

$م = \frac{١}{٢\sqrt{١+٣}} = \frac{١}{٢\sqrt{٤}}$

$= \frac{١}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٤}$

معادلة المماس

$ص - ٢ = \frac{١}{٤}(س - ١)$

معادلة العمودي على المماس

$ص - ٢ = -٤ (س - ١)$

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{2}{\text{س}}$ عند النقطة (١،٢)

الحل:

$\text{س}_1 = 1$ ، $\text{ص}_1 = 2$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-2}{\text{س}^2}$

$\text{م} = \frac{-2}{(1)^2} = \frac{-2}{1} = -2$

معادلة المماس

$\text{ص} - 2 = -2(\text{س} - 2)$

معادلة العمودي على المماس

$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(\text{س} - 2)$

$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{-\text{م} \times 2\,\text{هـ}(\text{س}) \times \text{هـ}'(\text{س})}{\text{هـ}^4(\text{س})}$

$\text{م} = \text{ل}'(2) = \frac{-2\text{م}\,\text{هـ}(2) \times \text{هـ}'(2)}{\text{هـ}^4(2)}$

$= \frac{-2\text{م}\,\text{هـ}'(2)}{\text{هـ}^3(2)}$

$= \frac{-2\text{م} \times 3\sqrt{\text{م}}}{(-2\sqrt{\text{م}})^3}$

$= \frac{-6 \times \cancel{\text{م}} \times \cancel{\sqrt{\text{م}}}}{-8 \times \cancel{\sqrt{\text{م}}}\,\cancel{\sqrt{\text{م}}}\,\cancel{\sqrt{\text{م}}}} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

معادلة المماس

$\text{ص} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(\text{س} - 2)$

٢٠١٥ صيفي

إذا كان ل(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق وكان

$\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^2(\text{س}) = \text{م}$

حيث م ثابت م ≠ ٠ وكان

$\text{هـ}'(2) = 3\sqrt{\text{م}}$ ، $\text{هـ}(2) = -2\sqrt{\text{م}}$

فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ل(س) عند س = ٢

الحل:

$\text{ل}(\text{س}) = \frac{\text{م}}{\text{هـ}^2(\text{س})}$

$\text{س} = 2$ ، $\text{ص} = \text{ل}(2) = \frac{\text{م}}{(\text{هـ}(2))^2}$

$= \frac{\text{م}}{(-2\sqrt{\text{م}})^2} = \frac{\text{م}}{4\text{م}} = \frac{1}{4}$

التقاطع :

إذا تقاطع ق مع هـ عند س$_1$ فإن
ق(س$_1$) = هـ(س$_1$)

مثال

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^3 عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص − س − ٦ = صفر

الحل:

نجد نقطة تقاطع ق مع المستقيم

ق(س) = س^3

ص = س + ٦

⇐ ق(س) = ص

س^3 = س + ٦

⇐ س = ٢

⇐ ق(٢) = ٢^3 = ٨

⇐ نقطة التقاطع هي (٢ ، ٨)

الآن نجد معادلة المماس

ق′(س) = ٣س^2

م = ٣ × ٤ = ١٢

معادلة المماس

ص − ٨ = ١٢(س − ٢)

مثال

جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة
س = ص^2 − ٤ص
عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات .

الحل:

عند محور الصادات س = ٠

س = ص^2 − ٤ص

٠ = ص^2 − ٤ص

٠ = ص(ص − ٤)

⇐ ص = ٤ ، ص = ٠

⇐ نقطتي التقاطع (٠ ، ٤) ، (٠ ، ٠)

نشتق العلاقة

١ = ٢ص ص′ − ٤ص′

عند (٠ ، ٠)

١ = ٠ − ٤ص′

١ = −٤ص′

$-\frac{1}{4}$ = ص′ ⇐ م = $-\frac{1}{4}$

معادلة المماس

ص = $-\frac{1}{4}$ س

عند (٠ ، ٤)

١ = ٨ص′ − ٤ص′

١ = ٤ص′

ص′ = $\frac{1}{4}$ ⇐ م = $\frac{1}{4}$

معادلة المماس

ص − ٤ = $\frac{1}{4}$ س

٢٠١٦ صيفي

جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة
(س + ٢ص)^3 − ٤س + ٦ص = ٤٣
عند نقطة تقاطع منحنى العلاقة مع المستقيم
٦ص = ٩ − ٣س

الحل:

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

العلاقة

$(\text{س} + ٢\text{ص})^{٣} - ٤\text{س} + ٦\text{ص} = ٤٣$

المستقيم $٦\text{ص} = ٩ - ٣\text{س}$

$٢\text{ص} = ٣ - \text{س}$

⇐ نجد نقطة التقاطع

$(\cancel{\text{س}} + (٣ - \cancel{\text{س}}))^{٣} - ٤\text{س} + (٩ - ٣\text{س}) = ٤٣$

$٢٧ - ٤\text{س} + ٩ - ٣\text{س} = ٤٣$

$٣٦ - ٧\text{س} = ٤٣$

$-٧\text{س} = ٧$

$\text{س} = -١$

نعوض في احدى العلاقتين لمعرفة ص

$٢\text{ص} = ٣ - \text{س}$

$٢\text{ص} = ٣ - -١$

$٢\text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{ص} = ٢$

⇐ نقطة التقاطع $(-١ ، ٢)$

نجد ميل العلاقة:

$٣(\text{س} + ٢\text{ص})^{٢}(١ + ٢\text{ص}') - ٤ + ٦\text{ص}' = ٠$

$٣(-١ + ٤)^{٢}(١ + ٢\text{ص}') - ٤ + ٦\text{ص}' = ٠$

$٢٧(١ + ٢\text{ص}') + ٦\text{ص}' = ٤$

$٢٧ + ٥٤\text{ص}' + ٦\text{ص}' = ٤$

$٦٠\text{ص}' = -٢٣$

$\text{ص}' = \frac{-٢٣}{٦٠} = \text{م}$

⇐ م العمودي $= \frac{٦٠}{٢٣}$

⇐ معادلة العمودي على المماس

$\text{ص} - ٢ = \frac{٦٠}{٢٣}(\text{س} - (-١))$

$\text{ص} - ٢ = \frac{٦٠}{٢٣}(\text{س} + ١)$

٢٠١٨ شتوي جديد

جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة

$\frac{٣}{٤}\text{س} = ٢\text{ص}^{٢} - ٦\text{ص}$

عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات

الحل:

محور الصادات ⇐ $\text{س} = ٠$

نجد نقط التقاطع

$٠ = ٢\text{ص}^{٢} - ٦\text{ص}$

$٠ = ٢\text{ص}(\text{ص} - ٣)$

$\text{ص} = ٠ ، \text{ص} = ٣$

⇐ النقط $(٠ ، ٠) ، (٠ ، ٣)$

نجد الميل

$\frac{٣}{٤} = ٤\text{ص}\,\text{ص}' - ٦\text{ص}'$

$\frac{٣}{٤} = \text{ص}'(٤\text{ص} - ٦)$

⇐ $\text{ص}' = \frac{٣}{٤(٤\text{ص} - ٦)}$

عند $(٠ ، ٠)$

$\text{س} = ٠ ، \text{ص} = ٠ ، \text{م} = \frac{٣}{٤ \times -٦} = \frac{٣}{-٢٤} = \frac{-١}{٨}$

معادلة المماس

$\text{ص} = \frac{-١}{٨}(\text{س})$

عند $(٠ ، ٣)$

$\text{س}_١ = ٠ ، \text{ص}_١ = ٣ \quad \text{م} = \frac{٣}{٤ \times ٦} = \frac{٣}{٢٤} = \frac{١}{٨}$

معادلة المماس

$\text{ص} - ٣ = \frac{١}{٨}(\text{س})$

التعامد:
إذا كان مماس ق يعامد مماس هـ فإن
ميل ق × ميل هـ = −١

مثال
إذا كان ق(س) = $س^{٢}$ ، هـ(س) = $س^{٢}$ − ٢س + ١
فجد النقطة التي يكون عندها مماسا منحنيي الاقترانين ق ، هـ متعامدين.

الحل:
م ق × م هـ = −١

م ق = ٢س
م هـ = ٢س − ٢
⇐
(٢س) (٢س − ٢) = −١
٤$س^{٢}$ − ٤س = −١
٤$س^{٢}$ − ٤س + ١ = صفر
(٢س − ١) (٢س − ١) = صفر
⇐ س = $\frac{١}{٢}$
ق($\frac{١}{٢}$) = $(\frac{١}{٢})^{٢}$ = $\frac{١}{٤}$
⇐ النقطة ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$)

مثال + ٢٠١٠ شتوي
جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران
ق(س) = $س^{٢}$ − ٤س + ٣
بحيث يكون المماس عمودياً على المستقيم الذي معادلته
٦ص − ٣س − ٥ = صفر

الحل:
م = قَ(س) = ٢س − ٤
ص = $\frac{٣س}{٦}$ + $\frac{٥}{٦}$
م ص = صَ = $\frac{٣}{٦}$
م ق × م ص = −١
(٢س − ٤) ($\frac{٣}{٦}$) = −١
$\frac{٦}{٦}$ س − $\frac{١٢}{٦}$ = −١
س − ٢ = −١
س = ١
ق(١) = ١ − ٤ + ٣ = صفر
⇐ النقطة (١ ، ٠)
م ق عند س = ١ = ٢ × ١ − ٤ = ٢ − ٤ = −٢
⇐
معادلة المماس
ص − ٠ = −٢ (س − ١)

مثال
بين أن مماس منحنى الاقتران
ق(س) = $\frac{٤}{س}$
ومماس منحنى الاقتران
هـ(س) = س
متعامدان عند نقطة تقاطعهما

الحل:
نجد نقطة التقاطع
ق(س) = هـ(س)
$\frac{٤}{س}$ = س
٤ = $س^{٢}$
⇐ س = ±٢

عند س = ٢ ← $ق(٢) = \frac{٤}{٢} = ٢$

عند س = -٢ ← $ق(-٢) = \frac{٤}{-٢} = -٢$

⇐ نقطتا التقاطع (٢، ٢) ، (-٢، -٢)

$قَ(س) = \frac{-٤}{س^٢}$

$هـَ(س) = ١$

عند (٢، ٢)

$م_ق = \frac{-٤}{٤} = -١$

$م_هـ = ١$

⇐ $م_ق × م_هـ = -١ × ١ = -١$

عند (-٢، -٢)

$م_ق = \frac{-٤}{٤} = -١$

$م_هـ = ١$

⇐ $م_ق × م_هـ = -١ × ١ = -١$

⇐ ق ، هـ متعامدان عند نقطتي تقاطعهما (٢، ٢) ، (-٢، -٢) .

٢٠١١ شتوي

جد نقطة تعامد منحنى الاقترانين $ق(س) = \sqrt{٢ - س}$ ، $هـ(س) = س^٢$ ثم جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند تلك النقطة.

الحل:

$م_ق × م_هـ = -١$

$\frac{-١}{٢\sqrt{٢ - س}} × ٢س = -١$

$\frac{س}{\sqrt{٢ - س}} = ١$

$س = \sqrt{٢ - س}$

$س^٢ = ٢ - س$

$س^٢ + س - ٢ = صفر$

$(س + ٢)(س - ١) = صفر$

س = -٢ ، س = ١

لتكون س نقطة تعامد يجب أن تكون نقطة تقاطع ⇐ يجب أن يكون ق(س) = هـ(س)

$ق(-٢) = \sqrt{٤} = ٢$ ⇐ عند س = -٢

$هـ(-٢) = ٤$ ليست تعامد

$ق(١) = \sqrt{١} = ١$ ⇐ عند س = ١

$هـ(١) = ١^٢ = ١$ يوجد تعامد

س = ١ ← ق(١) = ص = ١

⇐ $م = \frac{-١}{٢\sqrt{١}} = \frac{-١}{٢}$

معادلة المماس

$ص - ١ = \frac{-١}{٢}(س - ١)$

٢٠١٧ صيفي

جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = \frac{س^٢ + س + ١}{س + ١}$ ، $س \neq -١$ عمودياً على المستقيم $٣ص = -٤س + ٥$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

الحل :

$م_{م} \times م_{\text{المستقيم}} = -1$

ميل م = $\text{ق}'(\text{س}) =$

$$\frac{(\text{س}+1)(2\text{س}+1) - (\text{س}^2+\text{س}+1)(1)}{(\text{س}+1)^2}$$

$$\frac{2\text{س}^2 + 2\text{س} + \cancel{\text{س}} + \cancel{1} - \text{س}^2 - \cancel{\text{س}} - \cancel{1}}{(\text{س}+1)^2}$$

$$\frac{\text{س}^2 + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^2}$$

المستقيم $\text{ص} = \frac{-4}{3}\text{س} + \frac{5}{3}$

$\text{ص}' = \frac{-4}{3}$

$\Leftarrow \frac{\text{س}^2 + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^2} \times \frac{\cancel{-}4}{3} = \cancel{-}1$

$4(\text{س}^2 + 2\text{س}) = 3(\text{س}+1)^2$

$4\text{س}^2 + 8\text{س} = 3\text{س}^2 + 6\text{س} + 3$

$\text{س}^2 + 2\text{س} - 3 = $ صفر

$(\text{س}+3)(\text{س}-1) = $ صفر

$\text{س} = -3$ ، $\text{س} = 1$

$\text{س} = -3 \longrightarrow \text{ق}(-3) = \frac{9-3+1}{-2} = -\frac{7}{2}$

$\text{س} = 1 \longrightarrow \text{ق}(1) = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3}{2}$

$\Leftarrow$ النقط هي

$(-3 ، -\frac{7}{2})$ ، $(1 ، \frac{3}{2})$

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

⊛ **التوازي**

إذا كان مماس هـ يوازي مماس و فإن

$م_{هـ} = م_{و}$

ملاحظة

إذا كان المماس أفقي فإن الميل = صفر

ملاحظة

إذا كان المماس يوازي محور السينات

⇐ المماس أفقي ⇐ الميل = صفر

ملاحظة

إذا كان العمودي يوازي محور الصادات

⇐ المماس يوازي محور السينات

⇐ المماس أفقي ⇐ ميل المماس = صفر

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران

ق(س) = س^{٢} − ٦س + ١٢

مماساً أفقياً عند النقطة (٣، ٣)

الحل:

ق$'$(س) = ٢س − ٦

م = ٢س − ٦

٠ = ٢س − ٦

٦ = ٢س

⇐ س = ٣

يكون الميل صفر عندما س = ٣

⇐ عند س = ٣ يوجد مماس أفقي

عصام الشيخ

عمان طبربور

جامعة آل البيت

0796300625

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران

ق(س) = جا^{٢}س

مماساً أفقياً في الفترة [٠، π]

الحل:

ق$'$(س) = ٢ جاس جتاس

م = ٢ جاس جتاس

٠ = ٢ جتاس جاس

⇐ جاس = صفر أو جتاس = صفر

س = ٠، π مرفوضة   س = $\frac{\pi}{٢}$

⇐ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ يوجد مماس أفقي .

مثال

جد الاحداثي السيني للنقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = س^{٤} − ٤س^{٢} + ٤

موازياً للمستقيم الذي معادلته

ص + ٤س + ١ = صفر

الحل:

ق(س) = س^{٤} − ٤س^{٢} + ٤

ص = −٤س − ١

سنجد قيمة س عندما

$م_م = م_{المستقيم}$

$٤س^٣ - ٨س = -٤$ $\div ٤$

$س^٣ - ٢س = -١$

$س^٣ - ٢س + ١ = صفر$

$(س-١)(س^٢ + س - ١) = صفر$

$\Leftarrow$ $س = ١$ أو $س = \frac{-١+\sqrt{٥}}{٢}$ أو $س = \frac{-١-\sqrt{٥}}{٢}$

مثال + ٢٠١٣ صيفي

جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة

$(ص-٤)^٢ = س + ٢$

التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم الذي معادلته

$٣س + ٦ص + ٢ = صفر$

الحل:

$م_{العلاقة} = م_{المستقيم}$

نجد م العلاقة

$٢(ص-٤)\,ص' = ١$

$ص' = \frac{١}{٢(ص-٤)}$

نجد م المستقيم

$٦ص = -٣س + ٢$

$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٣}$

$ص' = -\frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$

$\frac{١}{٢(ص-٤)} = -\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{ص-٤} = -١$

$٤ - ص = ١$

$٤ - ١ = ص$

$ص = ٣$

نعوض في العلاقة لمعرفة الاحداثي السيني

$(٣-٤)^٢ = س + ٢$

$١ = س + ٢$

$-١ = س$

$\Leftarrow$ يوجد نقطة هي $(-١ ، ٣)$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠٠٩ شتوي

إذا كان $ق(س) = ٢س - جا٤س$ حيث $س \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}]$ فجد جميع قيم س التي يكون عندها العمودي على المماس لمنحنى ق موازياً لمحور الصادات ثم جد معادلة أحد هذه المماسات فقط

الحل:

بما أن العمودي يوازي محور الصادات

$\Leftarrow$ المماس يوازي محور السينات

$\Leftarrow$ المماس أفقي $\Leftarrow$ ميل المماس = صفر

$\Leftarrow$ $ق'(س) = صفر$

$ق'(س) = ٢ - جتا٤س \times ٤$

$٠ = ٢ - ٤\,جتا٤س$

$٤\,جتا٤س = ٢$

$جتا٤س = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$

$٤س = ٦٠$ ، $٤س = ٣٠٠$

$٤س = \frac{\pi}{٣}$ ، $٤س = \frac{٥\pi}{٣}$

$س = \frac{\pi}{١٢}$ ، $س = \frac{٥\pi}{١٢}$

نجد معادلة المماس عند $س = \frac{\pi}{١٢}$

$\text{س} = \frac{\pi}{12} \Leftarrow \text{ص} = 2\,\frac{\pi}{12} - \text{جا}\,4\,\frac{\pi}{12}$

$= \frac{\pi}{6} - \text{جا}\,\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{م} = 2 - 4\,\text{جتا}\,4\,\frac{\pi}{12}$

$= 2 - 4\,\text{جتا}\,\frac{\pi}{3}$

$= 2 - 4 \times \frac{1}{2}$

$= 2 - 2 = \text{صفر}$

معادلة المماس

$\text{ص} - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{صفر}\left(\text{س} - \frac{\pi}{12}\right)$

$\text{ص} - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{صفر}$

$\text{ص} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

2012 صيفي

جد النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة

$(\text{ص} - 3)^2 = \text{س} + 4$

موازياً المستقيم

$2\text{س} + 4\text{ص} + 1 = \text{صفر}$

الحل:

م العلاقة = م المستقيم

$2(\text{ص} - 3)\,\text{ص}' = 1$

$\text{ص}' = \frac{1}{2(\text{ص} - 3)}$ ميل العلاقة

المستقيم:

$\text{ص} = \frac{-2}{4}\text{س} - \frac{1}{4}$

$\text{ص} = -\frac{1}{2}\text{س} - \frac{1}{4}$

$\text{ص}' = -\frac{1}{2}$ ميل المستقيم

$\Leftarrow \frac{1}{\cancel{2}(\text{ص} - 3)} = -\frac{1}{\cancel{2}}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$\text{ص} - 3 = -1$

$3 - 1 = \text{ص}$

$\text{ص} = 2$

نعوض في العلاقة لمعرفة قيمة س

$(2 - 3)^2 = \text{س} + 4$

$1 = \text{س} + 4$

$\text{س} = -3$

$\Leftarrow$ النقطة هي $(-3 ، 2)$

التماس :

إذا كان ق يمس هـ عند (س١، ص١)
فإن
① ق = هـ عند س١
(الصورة = الصورة)

② قَ = هـَ عند س١
(م ق = م هـ عند س١)

مثال

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران
ق(س) = $\sqrt{س}$ عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران
هـ(س) = $س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{2}$

الحل:

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

م ق = قَ(س) = $\frac{-1}{2\sqrt{س}}$

م هـ = هـَ(س) = $2س - \frac{3}{2}$

م ق = م هـ

$\frac{-1}{2\sqrt{س}} = 2س - \frac{3}{2}$ ×٢

$\frac{-1}{\sqrt{س}} = 4س - 3$ تربيع الطرفين

$\frac{1}{س} = (4س - 3)^2$

$\frac{1}{س} = 16س^2 - 24س + 9$

$1 = 16س^3 - 24س^2 + 9س$

$16س^3 - 24س^2 + 9س - 1$ = صفر

$(س - 1)(16س^2 - 8س + 1)$ = صفر

$(س - 1)(4س - 1)(4س - 1)$ = صفر

س = ١ ، س = $\frac{1}{4}$

س = ١ ⟸ ق(١) = $\sqrt{1}$ = ١ ، هـ(١) = ١

(١، ١) ⟸ م = $\frac{-1}{2\sqrt{1}}$ = $\frac{-1}{2}$

معادلة المماس

ص − ١ = $\frac{-1}{2}$ (س − ١)

س = $\frac{1}{4}$ مرفوضة لأن ق($\frac{1}{4}$) = $\frac{1}{2}$ ≠ هـ($\frac{1}{4}$) = $\frac{13}{8}$

مثال + ٢٠١٤ شتوي

إذا كان المستقيم
٢س − ص + جـ = صفر
يمس منحنى الاقتران
ق(س) = −٢/س
عند النقطة (س١، ص١) فجد قيمة الثابت جـ.

الحل:

ص = ٢س + جـ

ق(س) = −٢/س

ميل المستقيم = ميل ق

٢ = (−−٢ × ١)/س²

٢س² = ٢

س² = ١ ⇐ س = ±١

س = ١ ⟵ ق(١) = −٢

س = −١ ⟵ ق(−١) = ٢

عندما (١، −٢) نعوض في المستقيم

−٢ = ٢ + جـ

⇐ جـ = −٤

عندما (−١، ٢) نعوض في المستقيم

٢ = −٢ + جـ

⇐ جـ = ٤

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

جد قيمة كل من الثابتين ب، جـ اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته
ص − س − ٢ = صفر
مماساً لمنحنى الاقتران
ق(س) = س² + ب س + جـ
عند النقطة (٠، ٢)

الحل:

(٠، ٢) نقطة تماس

ق(٠) = ٢ نعوض في الاقتران

ق(٠) = ٠ + ٠ + جـ

٢ = جـ

قَ(٠) = صَ للمستقيم عند س = ٠

قَ(س) = ٢س + ب

معادلة المستقيم ص = س + ٢

⇐ صَ = ١

⇐

قَ(٠) = ١

٠ + ب = ١

⇐ ب = ١

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٠، −٢) (٢، ٦) يمس منحنى الاقتران
ق(س) = ب س² + ٢س − ١
فجد قيمة الثابت ب ؟.

الحل:

نجد معادلة المستقيم

م = (٦ − −٢)/(٢ − ٠) = ٨/٢ = ٤

ص − (−٢) = ٤(س − ٠)

ص = ٤س − ٢

م الاقتران = م المستقيم

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

م الاقتران = ق'(س) = ٢ ب س + ٢

م المستقيم = ص' = ٤

⇐

٤ = ٢ ب س + ٢

٢ = ب س + ١

١ = ب س

ق(س) = ص

ب س² + ٢س − ١ = ٤س − ٢

(ب س) س + ٢س − ١ = ٤س − ٢

١ × س + ٢س − ١ = ٤س − ٢

٣س − ١ = ٤س − ٢

١ = س

⇐ ١ = ب س

١ = ب × ١

١ = ب

٢٠٠٩ صيفي

إذا كان منحنيا الاقترانين

ق(س) = س² + أ س + ب

هـ(س) = س³ − س² − س + جـ

متماسان عند النقطة (−١، ٠) فجد

① قيمة كل من الثوابت أ، ب، جـ

② معادلة المماس المشترك لمنحنيي الاقترانين ق، هـ عند (−١، ٠)

الحل: ①

(−١، ٠) تقع على ق

⇐ ق(−١) = ٠

(−١، ٠) تقع على هـ

⇐ هـ(−١) = ٠

ق(−١) = ١ − أ + ب

٠ = ١ − أ + ب

أ − ب = ١

هـ(−١) = −١ ~~−١~~ ~~+١~~ + جـ

٠ = −١ + جـ

١ = جـ

ق'(س) = ٢س + أ

هـ'(س) = ٣س² − ٢س − ١

ق'(−١) = هـ'(−١)

−٢ + أ = ٣ + ٢ − ١

أ = ٤ + ٢

أ = ٦

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

⇐ ٦ − ب = ١

⇐ ب = ٥

② ق'(س) = ٢س + ٦

س = −١ ، ص = ٠ ، م = ٤

ص − ٠ = ٤ (س − (−١))

ص = ٤س + ٤

٢٠١١ صيفي

إذا كان المستقيم

س + ٦ص + أ = صفر

يمس منحنى الاقتران

ق(س) = ٣س / (س − ٢) حيث س ≠ ٢

جد قيمة الثابت أ .

الحل:

المستقيم ص = −س/٦ + أ/٦

ق(س) = ٣س / (س − ٢)

م المستقيم = م ق

$$-\frac{1}{6} = \frac{(\text{س}-2)(3) - (3\text{س})(1)}{(\text{س}-2)^2}$$

$$-\frac{1}{6} = \frac{\cancel{3\text{س}} - 6 - \cancel{3\text{س}}}{(\text{س}-2)^2}$$

$$(\text{س}-2)^2 = 36$$

س − ٢ = ٦ أو س − ٢ = −٦

س = ٨ ، س = −٤

عند س = ٨ ، $\text{ق}(8) = \frac{24}{6} = 4$

$\Leftarrow$ $\text{ص} = \frac{-3\text{س}}{6} - \frac{\text{أ}}{6}$

$$4 = \frac{-8}{6} - \frac{\text{أ}}{6}$$

٢٤ = −٨ − أ

٣٢ = −أ ⇐ $\boxed{\text{أ} = -32}$

عند س = −٤ ، $\text{ق}(-4) = \frac{-12}{-6} = 2$

$$2 = \frac{4}{6} - \frac{\text{أ}}{6}$$

١٢ = ٤ − أ

٨ = −أ ⇐ $\boxed{\text{أ} = -8}$

⊛ ايجاد معادلة المماس والعمودي على المماس من نقطة خارجة عن الاقتران

ملاحظة

م الاقتران = ق′(س)

م الاقتران = (ص١ − ص) / (س١ − س)

حيث (س١ ، ص١) نقطة التماس وتقع على الاقتران

(س ، ص) نقطة خارجة عن الاقتران

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ١ مماسين مرسومين من النقطة (٠،٠)

الحل:

ق(٠) = ١

⇐ (٠،٠) نقطة خارجة عن الاقتران

(س١ ، ص١) نقطة تماس

⇐

م الاقتران = ٢س١

م الاقتران = (ص١ − ٠) / (س١ − ٠)

⇐ ص١ / س١ = ٢س١

(س١² + ١) / س١ = ٢س١

س١² + ١ = ٢س١²

١ = ٢س١² − س١²

١ = س١²

⇐ س١ = ±١

عند س = ١ ← ص = ٢ ← م = ٢

المعادلة (معادلة المماس)

ص − ٢ = ٢(س − ١)

عند س = −١ ← ص = ٢ ← م = −٢

المعادلة (معادلة المماس)

ص − ٢ = −٢(س − (−١))

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران $\text{ق(س)} = ٥ - \text{س}^{٢}$ مماسين مرسومين من النقطة (٣، ٠)

الحل:

$\text{ق(٣)} = ٥ - ٩ = -٤$

⇐ (٣، ٠) نقطة خارج الاقتران ق

لتكن $(\text{س}_{١}، \text{ص}_{١})$ نقطة تماس

$\text{م}_{\text{الاقتران}} = -٢\text{س}_{١}$

$\text{م}_{\text{الاقتران}} = \dfrac{\text{ص}_{١} - ٠}{\text{س}_{١} - ٣}$

⇐

$\dfrac{\text{ص}_{١}}{\text{س}_{١} - ٣} = -٢\text{س}_{١}$

$\dfrac{٥ - \text{س}_{١}^{٢}}{\text{س}_{١} - ٣} = -٢\text{س}_{١}$

$٥ - \text{س}_{١}^{٢} = -٢\text{س}_{١}^{٢} + ٦\text{س}_{١}$

$\text{س}_{١}^{٢} - ٦\text{س}_{١} + ٥ = \text{صفر}$

$(\text{س}_{١} - ٥)(\text{س}_{١} - ١) = \text{صفر}$

$\text{س}_{١} = ٥ \quad ، \quad \text{س}_{١} = ١$

عند $\text{س}_{١} = ٥ \longrightarrow \text{ص}_{١} = ٥ - ٢٥ = -٢٠$

⇐ $\text{م} = -٢ \times ٥ = -١٠$

⇐ المعادلة (معادلة المماس)

$\text{ص} - (-٢٠) = -١٠(\text{س} - ٥)$

عند $\text{س}_{١} = ١ \longrightarrow \text{ص}_{١} = ٥ - ١ = ٤$

⇐ $\text{م} = -٢ \times ١ = -٢$

⇐ المعادلة (معادلة المماس)

$\text{ص} - ٤ = -٢(\text{س} - ١)$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠٠٨ شتوي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $\text{ق(س)} = \text{س}^{٢} + ٣$ إذا كان العمودي على هذا المماس يمر بالنقطة $(٠، \frac{٩}{٢})$

الحل:

$\text{ق(٠)} = ٠ + ٣ = ٣$

⇐ $(٠، \frac{٩}{٢})$ نقطه خارج ق(س)

لتكن $(\text{س}_{١}، \text{ص}_{١})$ نقطة التماس

$\text{م}_{\text{الاقتران}} = ٢\text{س}_{١}$

⇐ $\text{م}_{\text{العمودي}} = \dfrac{-١}{٢\text{س}_{١}}$

$\text{م}_{\text{العمودي}} = \dfrac{\text{ص}_{١} - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_{١} - ٠}$

$\dfrac{\text{ص}_{١} - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_{١}} = \dfrac{-١}{٢\text{س}_{١}}$

$\dfrac{\text{س}_{١}^{٢} + ٣ - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_{١}} = \dfrac{-١}{٢\text{س}_{١}}$

$٢\text{س}_{١}^{٣} + ٦\text{س}_{١} - ٩\text{س}_{١} = -\text{س}_{١}$

$٢\text{س}_{١}^{٣} - ٢\text{س}_{١} = \text{صفر}$

$٢\text{س}_{١}(\text{س}_{١}^{٢} - ١) = \text{صفر}$

$٢\text{س}_{١}(\text{س}_{١} - ١)(\text{س}_{١} + ١) = \text{صفر}$

$\text{س}_{١} = ٠ ، ١ ، -١$

⇐ لدينا ٣ معادلات مماس

$\text{س} = ٠ \longrightarrow \text{ص} = ٣ \longrightarrow \text{م} = ٠$

$\text{ص} - ٣ = ٠ \Leftarrow \text{ص} = ٣$

$\text{س} = ١ \longrightarrow \text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{م} = ٢ \times ١ = ٢$

$\text{ص} - ٤ = ٢(\text{س} - ١)$

$\text{س} = -١ \longrightarrow \text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{م} = -٢$

$\text{ص} - ٤ = -٢(\text{س} + ١)$

٢٠١٤ صيفي

بيّن أن لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٤ مماسين مرسومين من النقطة (١، ١)

الحل:

ق(١) = ١ + ٤ = ٥ ⇐ (١، ١) نقطة خارج الاقتران ق(س)

لتكن (س١، ص١) نقطة التماس

م = قَ(س) = ٢س١

م الاقتران = $\frac{\text{ص١} - ١}{\text{س١} - ١}$

$\frac{\text{ص١} - ١}{\text{س١} - ١}$ = ٢س١

$\frac{\text{س١}^2 + ٤ - ١}{\text{س١} - ١}$ = ٢س١

س١² + ٣ = ٢س١² − ٢س١

٠ = س١² − ٢س١ − ٣

٠ = (س١ − ٣)(س١ + ١)

⇐ س١ = ٣ ، س١ = −١

⇐ يوجد مماسان للاقتران ق(س) مرسومان من النقطة (١، ١).

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٧ شتوي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = (س + ٣)² المرسوم من النقطة (٠، ٠)

الحل:

ق(٠) = ٩ ⇐ (٠، ٠) نقطة خارج الاقتران ق

لتكن (س١، ص١) نقطة التماس

ق(س) = س² + ٦س + ٩

م الاقتران = ٢س١ + ٦

م الاقتران = $\frac{\text{ص١} - ٠}{\text{س١} - ٠}$

$\frac{\text{ص١}}{\text{س١}}$ = ٢س١ + ٦

$\frac{\text{س١}^2 + ٦\text{س١} + ٩}{\text{س١}}$ = ٢س١ + ٦

س١² + $\cancel{٦\text{س١}}$ + ٩ = ٢س١² + $\cancel{٦\text{س١}}$

٠ = س١² − ٩

٠ = (س١ − ٣)(س١ + ٣)

س١ = ٣ ، س١ = −٣

س١ = ٣ ⇐ ص١ = ٩ + ١٨ + ٩ = ٣٦

⇐ م = ٦ + ٦ = ١٢

⇐ المعادلة

ص − ٣٦ = ١٢(س − ٣)

س١ = −٣ ⇐ ص١ = ٩ − ١٨ + ٩ = ٠

م = −٦ + ٦ = صفر

ص − ٠ = ٠ (س − (−٣))

ص = صفر

٢٠١٨ شتوي قديم

بين أن المماسين المرسومين من النقطة ($\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$) لمنحنى الاقتران ق(س) = ٤ − س² غير متعامدين.

الحل:

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

$ق(\frac{٢}{٥}) = ٤ - \frac{٤}{٢٥}$

$= \frac{١٠٠}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥} = \frac{٩٦}{٢٥}$

$\Leftarrow (\frac{٢}{٥} ، \frac{٢١}{٥})$ نقطة خارج الاقتران $ق(س)$

لتكن $(س_١ ، ص_١)$ نقطة التماس

ميل $ق = قَ(س) = -٢س_١$

ميل المماس $= \dfrac{ص_١ - \frac{٢١}{٥}}{س_١ - \frac{٢}{٥}}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$\dfrac{ص_١ - \frac{٢١}{٥}}{س_١ - \frac{٢}{٥}} = -٢س_١$

$٤ - س_١^٢ - \frac{٢١}{٥} = -٢س_١^٢ + \frac{٤}{٥}س_١$

$س_١^٢ - \frac{٤}{٥}س_١ + \frac{٢٠}{٥} - \frac{٢١}{٥} = صفر$

$س_١^٢ - \frac{٤}{٥}س_١ - \frac{١}{٥} = صفر$

$(س_١ - ١)(س_١ + \frac{١}{٥}) = صفر$

$س_١ = ١ \quad ، \quad س_١ = \frac{-١}{٥}$

$س_١ = ١ \longrightarrow م = -٢$

$س_١ = \frac{-١}{٥} \longrightarrow م = \frac{٢}{٥}$

الآن

$-٢ \times \frac{٢}{٥} = \frac{-٤}{٥} \neq -١$

$\Leftarrow$ المماسان غير متعامدان.

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

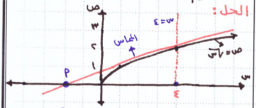
⊛ ايجاد مساحة المثلث :

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

مثال ٢٠١٣ شتوي

جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $ص = \sqrt{س}$ ، $س > 0$ عند النقطة (٤،٢) ومحور السينات والمستقيم $س = 4$

الحل :



نجد معادلة المماس عند (٤،٢)

$$ص' = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

$$\Leftarrow م = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

$$ص - 2 = \frac{1}{4}(س - 4)$$

$$ص = \frac{1}{4}س - 1 + 2$$

$$ص = \frac{1}{4}س + 1$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نجد احداثيات النقطة أ حيث أ تقع على المماس ومحور السينات (ص=٠)

$$0 = \frac{1}{4}س + 1$$

$$-1 = \frac{1}{4}س$$

$$-4 = س$$

$\Leftarrow$ أ (-٤، ٠)

نقاط المثلث (٤،٢) ، (٤،٠) ، (-٤،٠)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (فرق السينات) (فرق الصادات)

$= \frac{1}{2}(4 - -4)(2 - 0)$

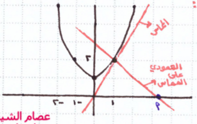
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 2$

$= 8$ وحدة مربعة.

مثال

جد مساحة المثلث الناتج عن تقاطع محور السينات والمماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ١ عند النقطة (١،٢)

الحل :



عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نجد معادلة المماس

س١ = ١ ، ص١ = ٢

قَ(س) = ٢س ← م = ٢ × ١ = ٢

ص − ٢ = ٢ (س − ١)

ص = ٢س − ٢ + ٢

ص = ٢س

معادلة العمودي

ص − ٢ = $-\frac{1}{2}$ (س − ١)

ص = $-\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{2}$ + ٢

ص = $-\frac{1}{2}$ س + $\frac{5}{2}$

نجد احداثيات م (س ، ٠) تقع على العمودي ومحور السينات ⇐

٠ = $-\frac{1}{2}$ س + $\frac{5}{2}$

$-\frac{5}{2}$ = $-\frac{1}{2}$ س

−٥ = −س ← س = ٥

⇐ م = (٥،٠)

⇐ نقاط المثلث (٥،٠)، (١،٢)، (٠،٠)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × فرق السينات × فرق الصادات

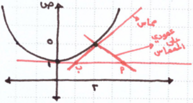
= $\frac{1}{2}$ (٥ − ٠) × (٢ − ٠)

= $\frac{1}{2}$ × ٥ × ٢ = ٥ وحدة مربعة

٢٠١٢ شتوي

جد مساحة المثلث المكون من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ١ عند (٢،٥) والمستقيم ص = ١ ، علماً بأن معادلة العمودي ص = $-\frac{1}{4}$ س + $\frac{11}{2}$

الحل :



نجد معادلة المماس

س = ٢ ، ص = ٥ ، قَ(س) = ٢س ← م = ٤

ص − ٥ = ٤ (س − ٢)

ص = ٤س − ٣

نجد احداثيات م = (س ، ١)

م تقع على العمودي و ص = ١ ⇐

١ = $-\frac{1}{4}$ س + $\frac{11}{2}$

٤ = −س + ٢٢

س = ١٨ ⇐ م (١٨،١)

نجد احداثيات ب = (س ، ١)

ب تقع على المماس و ص = ١

١ = ٤س − ٣

٤ = ٤س ⇐ س = ١ ⇐ ب (١،١)

نقاط المثلث (٢،٥)، (١٨،١)، (١،١)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ × (١٨ − ١) (٥ − ١)

= $\frac{1}{2}$ × ١٧ × ٤

= ٢ × ١٧

= ٣٤ وحدة مربعة.

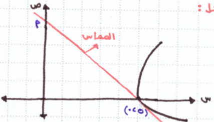
٢٠١٥ شتوي

جد مساحة المثلث الواقع في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس منحنى العلاقة .

$$ص = \frac{٥}{س} - \frac{س}{٥} \qquad س \neq ٠$$

عند النقطة (٥،٠)

الحل :



عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نجد معادلة المماس

$س = ٥ ، ص = ٠$

$$ص' = \frac{-٥}{س^2} - \frac{١}{٥}$$

$$م = \frac{-٥}{٢٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-١}{٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-٢}{٥}$$

معادلة المماس :

$$ص - ٠ = \frac{-٢}{٥}(س - ٥)$$

$$ص = \frac{-٢}{٥}س + ٢$$

نجد احداثيات م = (٠ ، ص) نعوض في المماس

$ص = ٠ + ٢ = ٢$

$\Leftarrow$ م = (٠ ، ٢)

$\Leftarrow$ نقاط المثلث

(٥،٠) ، (٠،٠) ، (٠،٢)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

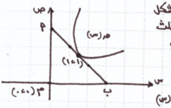
$= \frac{١}{٢}(٥ - ٠)(٢ - ٠)$

$= \frac{١}{٢} × ٥ × ٢$

= ٥ وحدة مربعة .

٢٠١٦ شتوي

معتمداً الشكل الذي يمثل المثلث و م ب الذي ضلعه $\overline{م ب}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) حيث



$$ق(س) = \frac{جـ}{س+١} \qquad س \neq -١$$

عند النقطة (١،١) فجد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحته تساوي $\frac{٩}{٤}$ وحدة مربعة

الحل :

نجد معادلة المماس

$س = ١ ، ص = ١$

$$ق'(س) = \frac{-جـ}{(س+١)^2}$$

$$م = \frac{-جـ}{٢^2} = \frac{-جـ}{٤}$$

المعادلة

$$ص - ١ = \frac{-جـ}{٤}(س - ١)$$

$$ص = \frac{-جـ}{٤}س + \frac{جـ}{٤} + ١$$

نجد ب = (س،٠)

$$٠ = \frac{-جـ}{٤}س + \frac{جـ+٤}{٤}$$

$$\frac{-(جـ+٤)}{٤} = \frac{-جـ}{٤}س$$

$$س = \frac{-(جـ+٤)}{٤} \div \frac{-جـ}{٤}$$

$$س = \frac{-(جـ+٤)}{\cancel{٤}} × \frac{-\cancel{٤}}{جـ}$$

$$\Leftarrow س = \frac{جـ+٤}{جـ} \Leftarrow ب = (\frac{جـ+٤}{جـ} ، ٠)$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

نجد احداثيات $P = (\cdot\,،\,\text{ص})$

$\text{ص} = \cdot + \frac{\text{جـ}+٤}{٤}$

$\text{ص} = \frac{\text{جـ}+٤}{٤}$

$\Leftarrow P = \left(\cdot\,،\,\frac{\text{جـ}+٤}{٤}\right)$

نقاط المثلث

$\left(\frac{\text{جـ}+٤}{\text{جـ}}\,،\,\cdot\right)$ ، $(\cdot\,،\,\cdot)$ ، $\left(\cdot\,،\,\frac{\text{جـ}+٤}{٤}\right)$

مساحة المثلث = $\frac{1}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

$\frac{٩}{٤} = \frac{1}{٢} \times \left(\frac{\text{جـ}+٤}{\text{جـ}} - \cdot\right) \times \left(\frac{\text{جـ}+٤}{٤} - \cdot\right)$

$\frac{٩}{\cancel{٤}} = \frac{1}{٢\text{جـ}} \cdot \frac{(\text{جـ}+٤)^2}{\cancel{٤}}$

$١٨\text{جـ} = (\text{جـ}^2 + ٨\text{جـ} + ١٦)$

$١٨\text{جـ} = \text{جـ}^2 + ٨\text{جـ} + ١٦$

$\text{جـ}^2 - ١٠\,\text{جـ} + ١٦ = $ صفر

$(\text{جـ} - ٨)(\text{جـ} - ٢) = $ صفر

$\text{جـ} = ٨$ ، $\text{جـ} = ٢$

الآن $\text{ق}(١) = ١$

عند $\text{جـ} = ٨$ $\quad \text{ق}(\text{س}) = \frac{٨}{\text{س}+١}$

$\Leftarrow \text{ق}(١) = \frac{٨}{٢} = ٤$ مرفوض

عند $\text{جـ} = ٢$ $\quad \text{ق}(\text{س}) = \frac{٢}{\text{س}+١}$

$\text{ق}(١) = \frac{٢}{٢} = ١$

$\Leftarrow \text{جـ} = ٢$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625