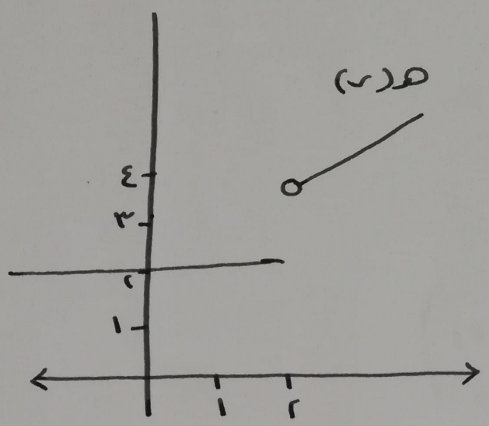
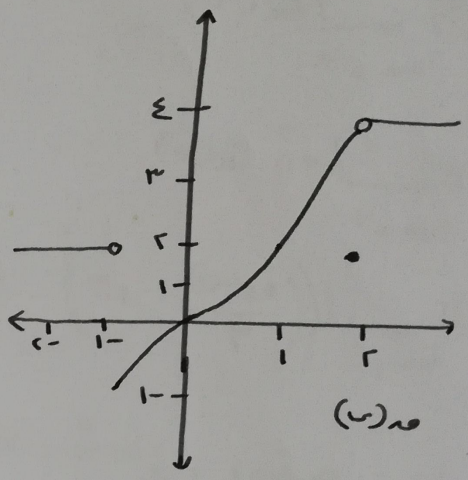
عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

امتحان الوحدة الأولى / النهايات / الأدبي

س١ : اعتماداً على الشكل الآتي الذي يمثل منحنيي الاقترانين هـ ، هـ
أجب عما يلي





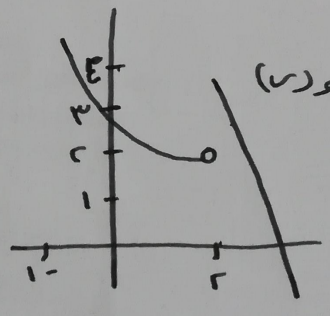
① $\lim_{س \to ١} (٥ هـ(س) - (هـ(س))^{٢} + ٤س + ٦)$

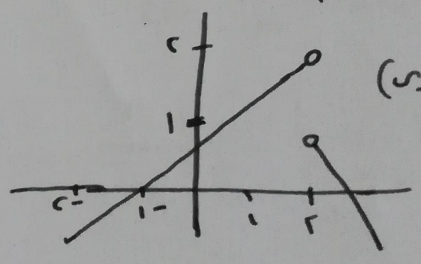
س٢ : اذا كانت $\lim_{س \to ٢} (س^{٤} + ٦س) = -٩$ جد قيمة P

س٣ اذا كان $\lim_{س \to -١} (٢ هـ(س) - ١) = ١٧$ جد $\lim_{س \to -١} (\sqrt{هـ(س)} - ٥)$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

س٤ من خلال الشكل التالي





عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

حد

١) $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$

٢) $\lim_{س \to ج^+} هـ(س)$.

٣) $\lim_{س \to ج^+} \sqrt{هـ(س)}$

٤) $\lim_{س \to ١} \left(\left(\frac{هـ(س)}{٣} + ٣ \right)^{٢} - ٦س + ١ \right)$

س اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} ٥س^{٢} - ٢ل & س > ج \\ ٢ل س + ج & س \leq ٢ \end{cases}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

وكانت $\lim_{س \to ج} هـ(س)$ موجودة حد فيها ل .

ص : $\lim_{س \to -٣} \left(\frac{س^{٢} + ٣}{-٣ - س} + \sqrt{-١٨ - ٦س + ٧} \right)$

ع : جد نهاية كل من النهايات التالية

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س + ١}{س^{٣} - س}$

٢) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٣} + ٨}{-٤ - س^{٢}}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

٣) $\lim_{س \to -٤} \frac{س^٣ + س^٢ - ١٢س}{٨ + س^٢}$

٤) $\lim_{س \to ٥} \frac{١٦ - (س-١)^٢}{٥ - س}$

٥) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٩+س} - ٤}{٧ - س}$

٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt[٣]{س^٢} - ٦}$

٧) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٧ - س} - \sqrt{٢ - س}}{١ - س}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

٨) $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س^٢} - \frac{١}{١+س}}{١ - س}$

٩) $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{٥ - س} + \frac{٢}{١٠ + ٤س^٢}}{٣س}$

٨ : إذا كان $\lim_{س \to ٣} (هـ(س) + ٤) = ٩$ ، وكانت $هـ(٣) = ٥$ أبحث في إتصال $هـ(س)$ عند $س = ٣$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

٩ : $هـ(س) = \begin{cases} ٨ + ٢س & ، س > ٩ \\ س^٢ & ، س \leq ٩ \end{cases}$

وكان هـ متصل عند $س = ٩$ حيث $٩ \in$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

٩) إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} أ س^{٤} + ب & ، س > ٢ \\ ١٣ & ، س = ٢ \\ ٣أ س + ١ & ، س < ٢ \end{cases}$

وكان $هـ(س)$ متصل عند $س = ٢$ حيث $أ ، ب$

١٠) ليكن $هـ(س) = س - ٣$ ، $ه(س) = \begin{cases} س + ٢ & ، س \leq ٣ \\ س + ٤ & ، س > ٣ \end{cases}$

وكان $ل(س) = هـ \times ه$ أحيث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٣$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

١١) جد نقاط عدم الاتصال لكل من

١) $هـ(س) = \frac{٣س + ١}{س^{٤} - ٣س - ٨}$

٢) $هـ(س) = \frac{١ - ٢س}{س^{٤} - ٩}$

٣) $هـ(س) = \begin{cases} س^{٤} + ١ & ، س > ٤ \\ ٦ & ، س = ٤ \\ س + ٢ & ، س < ٤ \end{cases}$

٤) $هـ(س) = \frac{١}{٢س} + \frac{س + ١}{س^{٤} - ١}$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

انتهت الأسئلة

حل أسئلة امتحان الوحدة الأول / النهايات

$$\text{س}_1 : \lim_{س \to 1} \left[ن(س) \times هـ(س) - ن(س) \times (هـ(س))^2 + 4س^2 + 6 \right]$$

$$= 5 \times 2 - (2)^2 + 4 \times 1 + 6$$

$$= 10 - 4 + 4 + 6 = 16$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{س}_2 : \because \quad ق^2 + 6ق = -9$$

$$ق^2 + 6ق + 9 = 0$$

$$(ق + 3)(ق + 3) = 0$$

$$ق = -3$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{س}_3 : \lim_{س \to 1} \left[ن(س) \times هـ(س) - 1 \right) = 17$$

$$\lim_{س \to 1} ن(س) \times هـ(س) = 17 + 1$$

$$\lim_{س \to 1} \frac{ن(س) \times هـ(س)}{ع} = \frac{18}{ع}$$

$$\therefore \lim_{س \to 1} ن(س) \times هـ(س) = 9$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$\Leftarrow \left[9 - 5 \right]$

$= 3 - 5 = -2 \neq 0$

ع ∴ ① $\lim_{س \to 2} هـ(س) = 1$

$\lim_{س \to 2^+} هـ(س) = 1$

$\lim_{س \to 2^-} هـ(س) = 2$

$\therefore \lim_{س \to 2} هـ(س) = غ$ ، $2 \neq 0$

② $\lim_{س \to 2^+} هـ(س) = 4$

③ $\lim_{س \to 2^+} ن(س) هـ(س)$

$= \lim_{س \to 2^+} 2^2 \times هـ(س)$

$= 4 \times 4$

$= 16$

④ $\lim_{س \to 1^-} \left(\frac{هـ(س)}{3} + 3 \right)^2 \left[5 + 1 \right]$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{1} \right)^2 - 6 \times 1 + 1$

$= \frac{10}{3} - 5 = \frac{5}{3}$

$\frac{9+1}{3}$

$\frac{10 \times 1 - 5}{1 \times 3}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

٤/١

ب ١) $\frac{\text{صـ}}{\text{صـ}س} = \frac{1+1-}{1--1-}$

$= \lim_{س \to 1-} \frac{س+1}{س(س^2-1)}$

$= \lim_{س \to 1-} \frac{س+1}{س(س-1)(س+1)}$

$= \frac{1}{1-(1-1-)} = \frac{1}{2-\times 1-} = \frac{1}{2}$ ∴ ص

ج) $\lim_{س \to 2-} \frac{(س+3)(س^2-3س+4)}{(س-2)(س+2)}$

$= \frac{(-2)^2 - 2\times 2- + 4}{2--2}$

$= \frac{4+4+4}{4-} = \frac{12}{4-} = 3-$

د) $\lim_{س \to 4-} \frac{س^3+س^2-12س}{8+2س}$ = ÷

$= \lim_{س \to 4-} \frac{س(س^2+س-12)}{2(س+4)}$

$= \lim_{س \to 4-} \frac{س(س+4)(س-3)}{2(س+4)}$

$= \frac{4-\times(3-4-)}{2} = \frac{12}{2} = 6$

٦

$$\lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{\sqrt{٣س} - ٦} \times \frac{\sqrt{٣س} + ٦}{\sqrt{٣س} + ٦}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\sqrt{٣س} \times \sqrt{٣س}$$

$$٩س$$

$$\lim_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(\sqrt{٣س} + ٦)}{٣٦ - ١٨س}$$

$$\lim_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(\sqrt{٣س} + ٦)}{-١٨(س - ٤)}$$

$$(١٨) \times س - (٨) \times ٤$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \frac{\sqrt{٣} \times ٤ + ٦}{١٨} = \frac{١٢}{١٨}$$

٧

$$\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س} - \sqrt{٢ - س}}{س - ١} \times \frac{\sqrt{س} + \sqrt{٢ - س}}{\sqrt{س} + \sqrt{٢ - س}}$$

$$\lim_{س \to ١} \frac{س - ٢ + س}{(س - ١)(\sqrt{س} + \sqrt{٢ - س})}$$

$$= \frac{-١}{١ + ١}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\lim_{س \to ١} \frac{٢س - ٢}{(س - ١)(\sqrt{٣ - ٢س} + ١)}$$

٥/

٤) $\lim_{س \to ٥} \frac{(س-١)^{٣} - ١٦}{س - ٥} \div س^{٣} - ٩$

$(س-١)^{٣} - ٤^{٣}$

الحل $\lim_{س \to ٥} \frac{(س-١-٤)(س-١+٤)}{س - ٥}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$= \lim_{س \to ٥} \frac{(س-٥)(س+٣)(س+٣)}{س-٥}$

$= ٥ + ٣ = ٨$

٥) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{س+٩} - ٤}{س-٧} \times \frac{\sqrt{س+٩} + ٤}{\sqrt{س+٩} + ٤}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{(س+٩) - ١٦}{(س-٧)(\sqrt{س+٩} + ٤)}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{س - ٩ - ١٦}{(س-٧)(\sqrt{س+٩} + ٤)}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{س - ٨}{(س-١)(\sqrt{س+٩} + ٤)}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$= \frac{-١}{٤ + \sqrt{١٦}} = \frac{-١}{٤ + ٤} = \frac{-١}{٨}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to 1} \frac{ج (1 - س)^{-1}}{(1 - س)(1 + س + \sqrt{س})}$$

$$= \frac{-ج}{1 + 1} = \frac{-ج}{ج} = -1$$

٩) $$\lim_{س \to 1} \frac{ج س^{2} - (س + 1)}{(س + 1)(ج س)(س - 1)}$$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{ج س - س - 1}{(س + 1)(ج س)(س - 1)}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to 1} \frac{س - 1}{(س + 1)(ج س)(س - 1)}$$

$$= \frac{1}{ج \times ٢ ج}$$

$$= \frac{1}{٤}$$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(٩) $\lim_{س \to ٥} \frac{(س-٥)^{٢}(٤س+١٠)+٤}{(س-٥)(٤س+١٠)\times ٣س^{٢}}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{٤س+١٠+٤س^{٢}-٢٥}{(س-٥)(٤س+١٠)\times ٣س^{٢}}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{٤س^{٢}+٤س-١٥}{(س-٥)(٤س+١٠)\times ٣س^{٢}}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{(س-٥)(٤س+١٠)\times ٣س^{٢}}{(س-٥)(٤س+١٠)\times ٣س^{٢}}$

$= \frac{٦}{٣\times ١٠\times ٥}$

$= \frac{٦}{١٥٠} =$

∴ $د(٣) = ٥$

$\lim_{س \to ٣^{+}} د(س) = ٩-٤$

$\lim_{س \to ٣^{-}} د(س) = ٥$

∴ $د(س)$ متصل عند $س = ٣$

٩ أ) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{٣س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{٢س} \times \frac{٢}{٣}$

$= ١ \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$ق^{٢} = ٨ + ٢ق$

$ق^{٢} - ٢ق - ٨ = ٠$

$(ق - ٤)(ق + ٢) = ٠$

$ق = ٤$ ، $ق = -٢$

ب) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{س + ٢س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{٣س}$

$= ١ + ٣ = ٤$

$\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{ظا ٣س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{٢س} \times \frac{٣س}{ظا ٣س} \times \frac{٢}{٣}$

$= ١ \times ١ \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{ظا ٢س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{٣س} \times \frac{٢س}{ظا ٢س} \times \frac{٣}{٢}$

$= ١ \times ١ \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{٤}{\frac{٢}{٣}} = \frac{٦ق}{٢}$

$١٢ = ٦ق + ١$

$١١ = ٦ق$

$ق = \frac{١١}{٦}$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

جـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{ظا ٢س} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{٣}{٢} = \frac{١٣}{ق + ب}$

$١٣ = ٢ق + ب$

$١٣ = ٢ \times ٤ + ب$

$١٣ = ٨ + ب$

$ب = ١٣ - ٨$

$ب = ٥$

١١

$$ل(س) = \begin{cases} (س-٣)(س+٤) & ، س > ٣ \\ (س-٣)(س+٤) & ، س \geq ٣ \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$ل(٣) = \text{صفر}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^+} ل(س) = \text{صفر}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^-} ل(س) = \text{صفر}$$

$$\therefore ل(س) \text{ متصل عند } س = ٣$$

١٢ : ① $س^٢ - ٣س - ٨ = ٠$

$$(س - ٧)(س + ٤) = ٠$$

$س = ٧$ لـ $س = -٤$ لـ

$$\{٧ ، -٤\}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(٣) $س^2 - 9 =$

$(س-3)(س+3) = 0$

$س = 3$ ، $س = -3$

$\{3، -3\}$

(٣) $د(٤) = 6$

$\lim_{س \to 4^+} د(س) = ج + 4 = 6$

$\lim_{س \to 4^-} د(س) = (4)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$

غير معرف عند $س = 4$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

(٤) $ق(س) = 0$

$س^2 - 1 = 0$

$(س-1)(س+1) = 0$

$س = 1$ ، $س = -1$

$س = 0$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦