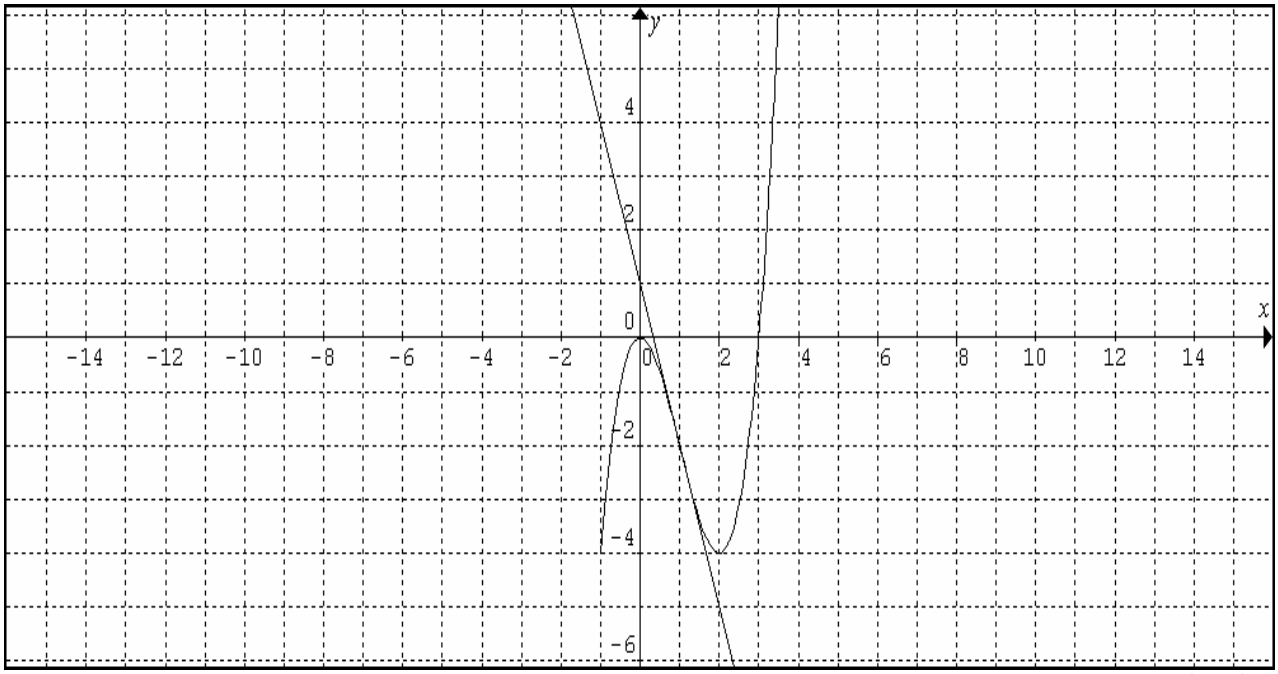
السؤال الاول :يمثل الشكل المرسوم جانبا خط بياني لقانون حركه على مستقيم في الفترة [٤،٠]



والمطلوب

١- اوجد لحظات انعدام السرعة والسرعة الابتدائية
٢- اوجد اشارة السرعة واتجاه الحركة
٣- عين قيمة السرعة في اللحظة $ن = ١$ وكذلك التسارع
٤- اوجد لحظة انعدام التسارع وحدد إشارة التسارع في فترة الحركة
٥- اوجد المواقع التي يمر بها المتحرك مرتين والتي يمر بها مرة واحدة
٦- بين متى تتسارع الحركة ومتى تتباطأ
٧- عين مسار المتحرك
٨- اذا علمت ان قانون الحركة هو كثير حدود من الدرجة الثالثة اوجد هذا القانون
٩- اذا تحركت نقطة اخرى على نفس المستقيم وفي نفس الفترة وفق القانون الزمني
$ف(ن) = ن$ عندئذ حدد موضع التلاقي وزمنه ونوعه

ملاحظة لم يتسع الرسم للخط لذلك فهذا الخط يمر من (١٦،٤) كما ان المستقيم المرسوم هو مماس للخط في (١،٠– ٢)

السؤال الثاني :

اثبت وفق التعريف ان للاقتران $ق(س) = س^{٢} - ٤س + ٣$ قيمة صغرى محلية عند ال ٢

السؤال الثالث

اوجد معادلة المماس لمنحني الاقتران $ق(س) = \sqrt{س^{٣} - ٦س^{٢}}$ عند نقطة فاصلتها $س = ٦$

السؤال الرابع

اوجد مشتق الاقتران وفق التعريف $ق(س) = \frac{جاس}{\sqrt{س}}$ على مجاله

السؤال الخامس : ادرس جهة تقعر منحني الاقتران $ق(س) = \frac{|س|}{س - ١}$ وبين ان لا يمتلك أي نقطة حرجة

السؤال الاول : الحل

من الملاحظ ان الاقتران الزمني من خلال الخط متصل على[٤،٠] وقابل للاشتقاق على (٤،٠)

١-وبالتالي تنعدم السرعة عندما ينعدم المشتق الاول أي في اللحظات التي يكون فيها المماس مواز لمحور السينات وهي $ن = ٠،٨ن = ٢$

السرعة الابتدائية توافق $ن = ٠$

٢- اشارة السرعة من خلال المخطط نجد ان ميل المماس في الفترة (٢،٠) سالب وبالتالي السرعة سالبة واتجاه الحركة دوما من اتجاه السرعة بالاتجاه السالب للمحور وفي الفترة (٤٢،٤) موجب وبالتالي السرعة موجبة الحركة تتم باتجاه المحور

٣- السرعة عندما $ن = ١$ قيمة السرعة هي ميل المستقيم المرسوم من (١،٨– ٢) وهو

لاحظ يمر من (١،٨– ٢) و (١،٠) $ع = م = \frac{١-(٢-)}{١-٠} = -٣$ وحدة /ث

٤- لحظات انعدام التسارع

لهذا المخطط نقطة انعطاف وبما ان الاقتران قابل للاشتقاق مرتين عندئذ ينعدم المشتق الثاني عن نقطة الانعطاف وهذا يوافق $ن = ١$

اشارة التسارع يتقعر الخط في (٢،٠) نحو الاسفل مما يدل على ان التسارع سالب ويتقعر في (٤،٢) نحو الاعلى مما يدل على ان التسارع موجب

٥- من الرسم (نأخذ مرتسم الخط على المحور الرأسي) نجد ان المتحرك يمر بمجموعة النقاط من مساره من – ٤ الى ٠ مرتين في المرة الاولى خلال الفترة [٢،٠] ثم يعود خلال الفترة [٣،٢] ويمر بمجموعة النقاط من ٠ الى ١٦ مرة واحدة خلال الفترة [٤،٣]

٦- عندما $ع \times ت \prec ٠$ الحركة متسارعة وعندما $ع \times ت \succ ٠$ متباطئة

من الافضل نشكل جدول

ن	٤	٢	١	٠
ع	+++++	٠ -	-	٠ -
ت	++++	++ ++	٠	----------
ع×ت	++	+ ٠	------ -	٠++++++++++
طبيعة الحركة	حركة متسارعة	متباطئة		متسارعة

تتسارع الحركة في كل من الفترتين (١،٠)(٤،٢) وتتباطأ في الفترة (٢،١)

٧- مسار المتحرك طبعا يسير على مستقيم

في اللحظة $ن = ٠$ كان في الموضع صفر نقطة الاصل ثم تحرك نحو نقطة فاصلتها – ٤وبعدها غير اتجاه حركته وتحرك مرة ثانية الى نقطة الاصل وتابع سيره نحو نقطة فاصلتها ١٦

المسار هو القطعة المستقيمة من المحور من – ٤ الى ١٦

٨- قانون الحركة من الشكل $ف(ن) = أن^٣ + بن^٢ + جن + ء$

عندما $ن = ٠$ فان $ف(٠) = ٠$

نعوض $٠ = أ٠^٣ + ب٠^٢ + ج٠ + ء \Leftarrow ء = ٠$

$ف(١) = -٢ \Leftarrow -٢ = أ + ب + ج$

$ف(٣) = ٠ \Leftarrow ٠ = ٢٧أ + ٩أ + ٣ج$

ف(٤) = ١٦ ⇐ ١٦ = ٦٤ أ + ٤ ب + جـ وبحل هذه المعادلات الثلاث نجد
ف(ن) = ن ٣ − ٣ن ٢
ملاحظة تستطيع ان تجد بعض المجاهيل من خلال المشتقة الاولى والثانية
ف(ن) = أن ٣ + بن ٢ + جـن + د
ف ′(ن) = ٣أن ٢ + ٢بن + جـ
ف ′(٠) = ٠ ⇐ ٠ + ٠ + جـ = ٠ ⇐ جـ = ٠
ف ′(٢) = ٠ ⇐ ٠ = ١٢ أ + ٤ب + جـ
ف ″(ن) = ٦أن + ٢ب
ف ″(١) = ٠ ⇐ ٠ = ٦أ + ٢ب
من العلاقة الاخيرة نجد ب = −٣أ نعوض في −٢ = أ + ب + جـ
−٢ = أ − ٣أ + ٠ ⇐ أ = ١، ب = -٣
قانون الحركة
ف(ن) = ن ٣ − ٣ن ٢
٩- موضع التلاقي

ن = ن ٣ − ٣ن ٢ ⇔ ن ٣ − ٤ن ٢ = ٠ ⇔ ن ٢ (ن − ٤) = ٠ ⇔ ن = ٠، ن = ٤
من اجل ن = ٠ موضع التلاقي عند نقطة الاصل
من اجل ن = ٤ موضع التلاقي عند نقطة فاصلتها ١٦ ونلاحظ هناك ان كل من السرعتين موجبة وهذا يعني انها حالة تجاوز

السؤال الثاني

اثبت وفق التعريف ان للاقتران ق(س) = س ٢ − ٤س + ٣ قيمة صغرى محلية عند ال ٢

الحل ؛ لنأخذ
ق(س) − ق(٢) = س ٢ − ٤س + ٣ − (−١) = س ٢ − ٤س + ٤ = (س − ٢) ٢ ≥ ٠ لاجل كل س∈ع
يمكن ان نأخذ الفترة (١،٣) التي تظم العنصر ٢ وتحقق ق(س) − ق(٢) ≥ ٠ لاجل كل س∈(١،٣)
وبالتالي ق(س) ≥ ق(٢) لاجل كل س∈(١،٣) أي ان للاقتران قيمة صغرى محليا عند ال٢

السؤال الثالث

اوجد معادلة المماس لمنحني الاقتران ق(س) = $\sqrt[3]{س^{3} - ٦س^{2}}$ عند نقطة فاصلتها س = ٦

الحل نبحث قابلية الاشتقاق عند س = ٦

$$\lim_{س \to ٦} \frac{ق(س) - ق(٦)}{س - ٦} = \lim_{س \to ٦} \frac{\sqrt[3]{س^{3} - ٦س^{2}} - ٠}{س - ٦} = \lim_{س \to ٦} \sqrt[3]{\frac{س^{3} - ٦س^{2}}{(س - ٦)^{3}}}$$

$$= \lim_{س \to ٦} \sqrt[3]{\frac{س^{2}(س - ٦)}{(س - ٦)^{3}}} = \lim_{س \to ٦} \sqrt[3]{\frac{س^{2}}{(س - ٦)^{2}}} = +\infty$$

غير قابل للاشتقاق عند هذه النقط وهذه النتيجة تعني ان لمنحنى الاقتران مماسا موازيا لمحور الصادات معادلته س = ٦

السؤال الرابع

اوجد مشتق الاقتران وفق التعريف $ن(س) = \frac{جاس}{\sqrt{س}}$ على مجاله

الحل

$$ن'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ن(ع) - ن(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{جاع}{\sqrt{ع}} - \frac{جاس}{\sqrt{س}}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{س} جاع - \sqrt{ع} جاس}{\sqrt{ع}\sqrt{س}(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{س} جاع - \sqrt{ع} جاس + \sqrt{ع} جاع - \sqrt{ع} جاع}{\sqrt{ع}\sqrt{س}(ع - س)} = \lim_{ع \to س} \frac{(\sqrt{س} - \sqrt{ع}) جاع + \sqrt{ع}(جاع - جاس)}{\sqrt{ع}\sqrt{س}(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-جاع}{(\sqrt{س} + \sqrt{ع})\sqrt{س}\sqrt{ع}} + \frac{(جاع - جاس)}{\sqrt{س}(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-جاع}{(\sqrt{س} + \sqrt{ع})\sqrt{س}\sqrt{ع}} + \frac{٢ جتا\frac{ع + س}{٢} جا\frac{ع - س}{٢}}{\sqrt{س}(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-جاع}{(\sqrt{س} + \sqrt{ع})\sqrt{س}\sqrt{ع}} + \frac{جتا\frac{ع + س}{٢} جا\frac{ع - س}{٢}}{\sqrt{س}\frac{(ع - س)}{٢}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-جاس}{(\sqrt{س} + \sqrt{ع})\sqrt{س}\sqrt{س}} + \frac{جتا\frac{س + س}{٢} جا\frac{ع - س}{٢}}{\sqrt{س}\frac{(ع - س)}{٢}} = \frac{-جاس}{٢س\sqrt{س}} + \frac{جتاس}{\sqrt{س}}$$

السؤال الخامس : ادرس جهة تقعر منحني الاقتران $ن(س) = \frac{|س|}{س - ١}$ وبين انه لا يمتلك أي نقطة حرجة

نعيد تعريف الاقتران

$$ن(س) = \frac{|س|}{س - ١} = \begin{cases} \frac{-س}{س - ١} & س < ٠ \\ \frac{س}{س - ١} & س \geq ٠ ، س \neq ١ \end{cases}$$ نشتق ونفتح الفترات

$$ن'(س) = \begin{cases} \frac{-١(س - ١) + س}{(س - ١)^{٢}} & س < ٠ \\ \frac{(س - ١) - س}{س - ١} & ٠ < س ، س \neq ١ \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{1}{(س-1)^{2}} & س \prec 0 \\ \dfrac{-1}{(س-1)^{2}} & س \prec 0 ، وس \neq 1 \end{array}\right\} = ن'(س)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{-2}{(س-1)^{3}} & س \prec 0 \\ \dfrac{+2}{(س-1)^{3}} & س \prec 0 ، وس \neq 1 \end{array}\right\} = ن''(س)$$

س	$-\infty$	0	1	∞
$ن''(س)$	+++++++++	|| ---------	||	+++++++++++++++
جهة تقعر الخط	نحو الاعلى $\cup$	نحو الأسفل $\cap$		نحو الأعلى $\cup$

الاقتران متزايد متزايد على الفترة $(-\infty، 0)$، ومتناقص على كل من الفترتين $(0، 1)، (1، \infty)$ لان

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{1}{(س-1)^{2}} & س \prec 0 \\ \dfrac{-1}{(س-1)^{2}} & س \prec 0 ، وس \neq 1 \end{array}\right\} = ن'(س)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{1}{(س-1)^{2}} & س \prec 0 \\ \dfrac{-1}{(س-1)^{2}} & 0 \leq س \prec 1 \\ \dfrac{-1}{(س-1)^{2}} & 1 \prec س \end{array}\right\}$$

غير قابل للاشتقاق عند الصفر فقط له عندها نقطة حرجة هي $(0، 0)$

مع كل الاعتذار لانني كتبت لا يمتلك نقط حرجة واتضح ان له نقطة حرجة واحدة وهذا يعود لانني اكتب الأسئلة وأحلها مباشرة على الكمبيوتر ومعظمها افكاري

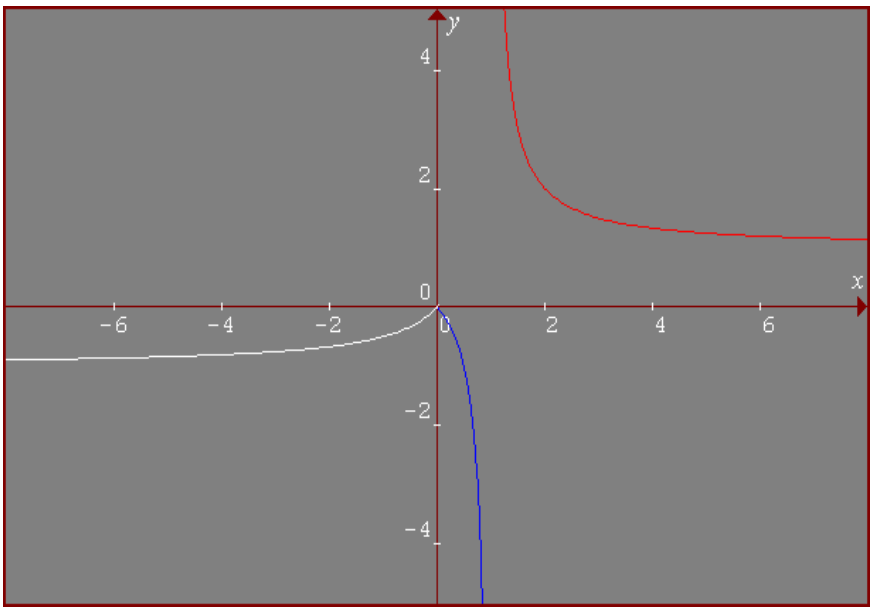
لا يوجد نقط انعطاف

ملاحظة الاقتران المتزايد تماما او(المتناقص تماما) على فترة مفتوحة ليس له أي قيمة محلية في هذه الفترة

قد يمتلك نقطة حرجة عندما ينعدم المشتق مثال ذلك

$ن(س) = س^{3}$

اقتران متزايد تما ما على ح لا يمتلك أي قيمة محلية في ح الا انه يمتلك نقطة حرجة هي $(0، 0)$ وهي نقطة انعطاف أيضا


y
x
4
2
0
-2
-4
-6
-4
-2
0
2
4
6