

تطبيقات التفاضل

(الجزء الاول)

التفسير الفيزيائي

التفسير الهندسي

اعداد الاستاذ

اياد جاد الله

٠٧٨٨٥١٣٦٥٩

تطبيقات فيزيائية

إذا تحرك جسم حسب علاقة $v(t)$ حيث v المسافة و t الزمن فإن

السرعة اللحظية $v(t)$ هي مشتقة المسافة بالنسبة للزمن أي أن

$$v = \frac{dv}{dt} \text{ أو } v(t) = \frac{d}{dt} v(t)$$

التسارع اللحظي $a(t)$ هو مشتقة السرعة بالنسبة للزمن ، أي أن :

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ أو } a(t) = \frac{d}{dt} v(t)$$

كلمات دالة :

① عند أقصى ارتفاع

عند انعدام السرعة $v = 0$

عند توقف الجسم

عند انقلاب الجسم اتجاه حركته

② عند انعدام التسارع $a = 0$ السرعة ثابتة

③ بداية الحركة

السرعة الابتدائية $v = 0$

لحظة قذف الجسم

④ سرعة متوسطة

$$\bar{v} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

أسئلة :

١. تحرك جسم حسب العلاقة

$$v(t) = 3t^2 - 2t + 5 \text{ حيث}$$

v (المسافة بالتر) ، t (الزمن بالثانية)

جد ١. السرعة المتوسطة على $[1, 2]$

٢. السرعة اللحظية بعد ٣ ثواني

الحل : ① $\bar{v} = \frac{v(2) - v(1)}{2 - 1}$

$$= \frac{14 - 3}{1} = 11$$

② $\bar{v} = \frac{v(2) - v(1)}{2 - 1}$

$$= \frac{14 - 3}{1} = 11$$

٣. تحرك جسم على خط مستقيم حسب

$v(t) = 3t^3$ ، وكانت سرعة المتوسطه

على $[0, 2]$ ثلاث امكان للسرعة اللحظية

بعد ٢ ث ، جد P .

الحل : $\bar{v} = \frac{v(2) - v(0)}{2 - 0}$

$$= \frac{v(2) - 0}{2} = \frac{3 \times 2^3}{2} = 6$$

$$= \frac{3 \times 2^3}{2} = 6$$

$$36 = P$$

$$7 - 6 = P$$

$$X = 7 - 6 = 1$$

انتبه

ف، ع، ن، اقترانك

ف = ع ، ع = ن ، ع = ن

٩. تحرك جسم حسب العلاقة

ع = ٣ - ٢٧

إذا كان المسار ٨ م / ث ، حدد

الحل: نتقو

$$\frac{E}{3} \times P = 8$$

$$E \times P = 24$$

٤ - ٤ = ٢ ← ٢ = ١٦

١. ع = ٦ فن تحرك جسم حسب

هذه العلاقة. حدد المسار للجسم.

الحل: ع = ٦ فن نتقو

$$E \times T = 6$$

$$\frac{E}{6} = 6$$

$$E = 36 \text{ م / ث}$$

٧. تحرك نقطة مادية على خط

مستقيم حسب العلاقة

ف (ن) = ٤٧ - ٢٧ (ن) - ١٥

هذه النقطة تبدأ العودة للنقطة للانطلاق بعد ٩ ثواني. ثم حدد سرعتها تلك اللحظة

الحل: ف (ن) = ٤٧ - ٢٧ (ن) - ١٥

ع (ن) = ٤٧ - ٢٧ (ن) - ١٥

عندما يبدأ العودة للنقطة للانطلاق

← السرعة = صفر

$$0 = 47 - 27n - 15$$

← ٩ = ن

لجها إشارة السرعة = $\frac{47 - 27 \times 9 - 15}{9}$

∴ بعد ٩ ثواني تصبح السرعة سالبة

أي يبدأ الجسم العودة للنقطة للانطلاق

* ملاحظة: عند تغير إشارة

السرعة من موجب إلى سالب أو من

سالب إلى موجب هذا يعني أن الجسم

يغير اتجاه حركته.

٨. تحرك جسم حسب العلاقة

ف (ن) = ١ (٢ + ن) - ٤ - ٦

حدد المسار للجسم عندما تكون سرعته

٨٩ م / ث

الجواب ٣٦ م / ث

الجزء (٣) من الدرس : قذف جسم لاعبا ولا سفلا و إسقوط

جب أن عند بسير اللامان
قذف لاعبا ، قذف لاسفلا ، سقوط
* ملاحظات هامة * أثناء السقوط

١. قذف جسم رأسيا للاعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد n ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة $(n) = 5n^2$
٢. السرعة الابتدائية للصم
٣. أقصى ارتفاع يصله الجسم
٤. الزمن الذي يبقى عندها سرعة الجسم 10 م/ث
٥. الزمن الذي يعود الجسم للأرض
٦. سرعة الجسم لحظة وصوله للأرض
٧. مجموع مسافة قيم n التي عندها السرعة 10 م/ث



الارتفاع

الحل : $(n) = 5n^2 - 3n - 10$

$(n) = 5n^2 - 3n - 10$

١. $(0) = 5(0)^2 - 3(0) - 10 = -10$

٢. $(3) = 5(3)^2 - 3(3) - 10 = 35$

الارتفاع $(n) = 35$

$35 = 5n^2 - 3n - 10$

$35 = 5n^2 - 3n - 10$

$45 = 5n^2 - 3n - 10$

١١. $2 = 5n^2 - 3n - 10$ يعرل جسم
جسم لعلاقة حد يسارع
الجواب : 2 م/ث^2

١٢. يعرل جسم حسب لعلاقة
 $(n) = 5n^2 - 3n - 10$ يسارع
 $\frac{3}{5}$ في لحظة السقوط الكلي

الحل : $(n) = 5n^2 - 3n - 10$

$(n) = 5n^2 - 3n - 10$

خذ (ف) من الجاه عند $(n) = 10$ الكوة

$(n) = 5n^2 - 3n - 10$

$(n) = 5n^2 - 3n - 10$

١٣. يعرل جسم على خط مستقيم
تسريع حيث أن سرعته (n) تعطى
بالعلاقة $(n) = 5n^2 - 3n - 10$ حيث
ف : $(n) = 5n^2 - 3n - 10$ ن الزمه بالتوازي
أصب يسارع الجسم عندما $n = 3$
على أنه سرعته عندئذ $\frac{1}{8} \text{ م/ث}^2$

الجواب : $\frac{1}{8} \text{ م/ث}^2$

١٤. يعرل جسم على خط مستقيم
جسم لعلاقة

$(n) = 5n^2 - 3n - 10$ اثبت

١٥. جسم يتوقف مرة واحدة دون

١٦. تغير اتجاه حركته

$$(1-n)(3-n) = 1$$

$$\boxed{n=1} \quad \boxed{n=3}$$

$$22 = 2 \times 11 = 2 \times 22 - 22 = (2) \text{ ع}$$

$$32 = 1 \times 32 = 1 \times 32 - 64 = (1) \text{ ع}$$

لكل السرعة (الاستراتيجية) ع (١) = $32 - 64 \times$

$$74 =$$

لاحظ أنه سرعة عند ارتفاع ٤٨ قدم

هي ٣٢ (الصعود) أو (٣٢) طيوط

وهي نصف ع (١) (السرعة الاستراتيجية)

١٦ قدم جسم "أشياء" لأعلى من طيوط

$$16 = 2 \times 8 = 2 \times 16 - 16 = (2) \text{ ع}$$

وكان أقصى ارتفاع وصله جسم ١٠ قدم

جداً بكتابة P.

الحل: تلمذة أعطت ارتفاع (معلومة)

$$10 = (n) \text{ ع} \quad , \quad 10 = (n) \text{ ع}$$

$$10 = 10 - P \quad , \quad 10 = 10 - P$$

$$\boxed{10 = P} \rightarrow$$

$$10 = 10 - P \leftarrow 10 = 10 - 0$$

$$16 = 2 \times 8$$

$$8 = 2 \times 4$$

$$8 \times 10 = P \therefore$$

$$\boxed{8 = P}$$

٣. المظليون ن؟ عندما ع = ١٠ (الجسم طيوط)

$$10 = 10 - 0$$

$$\boxed{2 = n} \leftarrow 10 = 2$$

٤. المظليون ن؟ عندما يعود الجسم للارض

في بيوت الجسم والارض = صفر

$$0 = 10 - 2n$$

$$2n = (10 - 0) \therefore n = 5$$

$$\boxed{n = 5} \quad \boxed{n = 5}$$

عند بداية الحركة عند ارتفاع ١٠ قدم

$$0 = 10 - 2n = 10 - 2 \times 5 = 10 - 10 = 0$$

للم جسم في حالة صعود السرعة صفر

٦. اقصى من الأشياء - السرعة على طول

$$0 = 10 - 2n$$

$$2n = 10 - 0 \leftarrow n = 5$$

$$10 - 0 = (n) \text{ ع} + + + - - -$$

$$10 = 2n \Rightarrow n = 5 \Rightarrow [7, 3]$$

٥. قدم جسم "أشياء" لأعلى من نقطة على

سطح الارض، فإذا كان بعده عن نقطة

القطب بعد ن ثانية هو ف (ن) = $16 - 0.6n^2$

بيد أن الجسم بعد نصف سرعته الاستراتيجية

مع ارتفاع ٤٨ قدماً

$$\text{الحل: ع (ن) = } 32 - 64n$$

عند ارتفاع ٤٨ قدم

$$48 = 32 - 64n$$

$$48 = 32 - 64n$$

$$16 = 32 - 64n$$

$$16 = 32 - 64n \therefore n = 0.25$$

$\frac{3}{4} \times 48 = 36 = 32 + 4 = \left(\frac{3}{4}\right) \times 48$

٢٦ . من قمة برج ارتفاعه ٤٨ قدم

قذف جسم للاعلى من ف (ن) = ١٦ + ٣٢ = ٣٢

ونفسه لحظة قذف جسم آخر من الارض

جد ع (السرعة الابتدائية) عندما يساوي

اقصى ارتفاع لكبس من عن وصولها لارض ؟

حل : نكتب على كلمة اقصى ارتفاع

$48 + 32 + 16 = 1$

$32 + 32 = 1$

عند اقصى ارتفاع

$48 + 0 + 16 = 1$

$1 = 32 + 32$

$1 = 1$

$48 + 1 \times 32 + 1 \times 16 = 1$

$1 = 76$ عند اقصى ارتفاع للجسم الاول

الجسم الثاني : ف = ١٦ + ٣٢ = ٤٨

$32 + 32 = 64$

عند اقصى ارتفاع

$1 = 64$

$1 = 32 + 32$

$32 = 64$

$0 \times 32 + 16 = 64$

$16 = 64 \rightarrow 1 = 32 = 64$

$64 = 32 \times 32 = 64$

$1 = 32 + 4 = 36 = \left(\frac{3}{4}\right) \times 48$

ف (ع) = ٣٦ ، ف (ا) = ٣٦ لازم نفس

٢٤ . فقط الجسم من يكون

حسب لطلافة ف (ن) = ١٦ + ٣٢ = ٤٨

طوي لنباتية ، ونفسه لحظة قذف

جسم آخر عموديا لاسفل بسرعة ابتدائية

$48 + 16 = 64$

ارتفاع الجسم الاول بعد ان صدر ارتفاع

الجسم الثاني بالارض . جد ارتفاع النباتية

الجواب : ٦٤ متر

١٩.٢٥ . قط جسم صدر ارتفاع ٣٢ متر عن سطح

الارض عموديا "مرا" وفه ف (ن) = ٥٨

ونفسه لحظة قذف جسم آخر من سطح الارض

للاعلى حسب ف (ن) = ٤٨ - ٧٥

جد سرعة كلا الجسم عند التقاءهما

وتوجه لها نفس الارتفاع ١٩

ب . فقط الجسم من يكون من سطح عمارة

حسب ف (ن) = ٥٨ ، وبعد الثانية

واحدة قذف جسم ثالثة لاسفل من

نفس الارتفاع حسب ف (ن) = ١١ + ٥٨

وصول الجسم للارض نفس اللحظة . جد

سرعة الجسم لحظة وصولها لارض

٢٧. قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة تبعد ٥٥ متراً عن قمة سطح الأرض حسب العلاقة $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$ حدد

- أ. أقصى ارتفاع يصله الجسم من سطح الأرض
- ب. سرعة الجسم على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض أثناء الصعود

ع (٣) $= 2 \times 11 - 20 = 22 - 20 = 2$ (صعود) x
 ع (٥) $= 5 \times 11 - 20 = 55 - 20 = 35$ (تصويط)

استنتاج قديم (2)

عند قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة عندها الأرض $f =$ فان $=$ فان $f +$ (المسافة التي عندها الأرض)

الكل استنتاج (1)

إذا قذف جسم من نقطة تحت الأرض لأعلى فان $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$ بنفس النقطة

٢٨. قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح الأرض ارتفاعاً ٥٥ متر حسب العلاقة $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$ بنفس النقطة

فان $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$

ع (٢) $= 5t^2 - 20t + 55$

ع (١) $= 5t^2 - 20t + 55$

١. سرعة الجسم لأول لحظة يصل إليها
٢. سرعة الجسم في لحظة يصل إليها نفسه
٣. سرعة الجسم عندما يتواءم لها نفسه
٤. السرعة تفرع عن الأرض ؟

١. المطلوبون { الزمن
 أقصى ارتفاع $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$
 $f = 0$
 $0 = 5t^2 - 20t + 55$

ف (٢) $= 5t^2 - 20t + 55 = 0 \rightarrow 5t^2 - 20t + 55 = 0$
 $5t^2 - 20t + 55 = 0$

الجواب : ١. - ٦.٠ م / ث

٢. - ٦.٠ م / ث

٣. - ٦.٠ م / ث

٤. - ٦.٠ م / ث

٥. - ٦.٠ م / ث

٢. المطلوبون { الزمن
 $f(t) = 5t^2 - 20t + 55$
 $f = 0$
 $0 = 5t^2 - 20t + 55$
 $0 = 5t^2 - 20t + 55$
 $0 = 5t^2 - 20t + 55$
 $0 = 5t^2 - 20t + 55$

ورقة عمل " ١ " : التقسيم الفيثاغوري

٥. قدف جسم رأسياً لأعلى من
في (ن) = ع - ن - ٥ ن . اذا اعلمت انه
اعتبر ارتفاع وحده له جسم
حد ع .

(٥)

٦. يتحرك جسم حسب العلاقة

في (ن) = ٩ - ٧ ن^٢ + ١ ن^٣ . حد
تسارع الجسم عندما تكون سرعته ١ م / ث

(١٠) (١١)

٧. يتحرك جسم حسب في (ن) = ٥ ن + ٥ ن^٢ . حد

تسارع الجسم عند $t = ٢$. حد التسارع عند $t = ٢$ يكون

(٤٧) (٤٧)

٨. يتحرك جسم حسب في (ن) = ٢ ن^٢ - ١ ن^٣ . حد

تسارع الجسم بعد انقضاء ١٠ ث من السرعة عند

$t = ٦$. حد التسارع عند $t = ٢$. حد التسارع عند $t = ٥$.

(٣١) (٣١)

٩. يتحرك جسم حسب في (ن) = ٦ ن^٢ - ١ ن^٣ . حد

السرعة الجسم بعد ٥ ثواني

(٢٥)

١٠. تسارع الجسم عند انقضاء سرعته

(١٢) (١٢)

١. يتحرك جسم على خط مستقيم فيقطع

مسافة ١٠٠ م في زمن قدره (ن) ث

ثانيه حين في (ن) = ٥ ن^٢ - ١ ن^٣ + ٢ ن^٢ - ٦ ن^٣ . حد

مجموعة قيم ن التي تكون فيها

السرعة موجبة

الطواب (٧٦٣)

١. قدف جسم رأسياً لأعلى من سطح

بسرعة ارتفاعه ١٣٥ متر عن سطح

الأرض حسب العلاقة

في (ن) = ٩ ن - ٥ ن^٢ . حد التسارع

كانت سرعته لحظة وصوله للأرض

١٠ م / ث . حد التسارع

٢. التسارع ٣

٣. سرعة الجسم لحظة وصوله مستوي

السطح ٣٠ م / ث

٣. يتحرك جسم على خط مستقيم حسب

العلاقة في (ن) = ٢ ن^٢ - ١٧ ن^٢ + ٤٤ ن^٢ + ١٠ ن^٣ . حد

السرعة الجسم عند $t = ٦$. حد التسارع عند

في (ن) = ٤٦ م / ث . حد التسارع عند $t = ٦$. حد التسارع عند $t = ٥$.

(١٥) (١٥)

٣. في (ن) = ٢ ن^٢ - ١ ن^٣ . حد التسارع عند $t = ٦$. حد التسارع عند $t = ٥$.

السرعة الجسم عند انقضاء سرعته

١٠ م / ث . حد التسارع عند $t = ٦$. حد التسارع عند $t = ٥$.

٤. قدف جسم من ارتفاع ٢٠٠ متر

عن سطح الأرض حسب العلاقة

في (ن) = ٥ ن^٢ . حد التسارع عند $t = ٦$. حد التسارع عند $t = ٥$.

عندما يكون على ارتفاع ٢٠ متر

عن الأرض . حد التسارع

(٤٠) (٤٠)

التطبيقات الهندسية

سندرس هنا الموضوع من عدة جوانب :-

شرح عام للموضوع :-

١. إذا كان $ص = قه (س)$ وكانت

$(س١، س٢)$ نقطة واقعه عليه جيد

قده $(س١، س٢)$ موجودة ، فإنه يمكن رسم تماس وعبره عند تلك النقطة

٢. زاوية الجيل : هي الزاوية التي يصنعها

الاستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند زاوية الجيل $\alpha > 90^\circ$

٣. التماس : هو استقيم لا يقطع

منحنى $ع(س)$ عند نقطة $(س١، س٢)$

بشرط $ظاه١ = قه(س١)$ و $ص١$

ميل التماس \ll

ميل التماس = $ظاه١ = قه(س١)$

٤. معادلة التماس

$$ص - ص١ = م(س - س١)$$

٥. معادلة العمودي على التماس

$$ص - ص١ = \frac{1}{م}(س - س١)$$

٦. ميل التماس α ميل العمودي $= 90^\circ - \alpha$

يمكن حساب ميل التماس بـ ٤ طرق :-

١. ميل التماس = قه $(س١)$

منتهى منحناه

$$٢. \text{ ميل التماس} = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$$

حيث $(س١، ص١)$ ، $(س٢، ص٢)$ نقطتان يمر بها الاستقيم

٣. ميل التماس = $ظاه$

حيث $ه$: زاوية الجيل

٤. معادلة الاستقيم $ص = م س + ب$

ميل الاستقيم = معامل $س$

تظير... تظير... تظير :-

١. نقطة التماس $(س١، ص١)$ تحقق

شأن معادلات :-

التماس ، العمودي على التماس

المحرف

٢. نقطة تقاطع التماس والعمودي

على التماس هي دائما نقطة التماس

٣. جد معادلة الجماس من لحنين لا عقديين

حل: $(s) = 2 - s + 4s$ عند $\pi = s$

الحل: كذا $\pi = \pi + \pi = (\pi)$ عند (π, π) نقطة الجماس $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

كذا $\pi = 2 - s + 4s$

عند $(\pi) = \pi + \pi + c = (\pi)$

المعادلة $(\pi - s) = \pi - s$

٤. جد معادلة الجماس و العنوديين عليه

لحنين $(s) = 2 - s + 4s$ عند $(9, 1)$

الحل: $(9, 1)$ نقطة الجماس $(\frac{9}{2}, \frac{1}{2})$

كذا $\frac{1 \times 1 - 9}{2} + \pi c = (s) = 2 - s + 4s$

عند $(1) = \frac{1}{2} + c = (1)$

معادلة الجماس $(1 - s) = 9 - s$

معادلة العنوديين على الجماس $(1 - s) = \frac{1}{2} = 9 - s$

$(1 - s) = \frac{1}{2} = 9 - s$

٥. جد معادلة العنوديين على الجماس من لحنين

العلاقة $2 - s + 4s - 2s^2 + 0.3s + 0.3s = s$

عند النقطة $(1, 1)$ ؟

الحل: $(1, 1)$ نقطة الجماس $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

كذا $\pi = 2 - s + 4s$

$2 - s + 4s - 2s^2 + 0.3s + 0.3s = s$

نعوم

$2 - s + 4s - 2s^2 + 0.3s + 0.3s = s$

عند $\frac{2 - s + 4s}{2} = \frac{2 - s + 4s}{2}$ هذا أصل الجماس

معادلة العنوديين

عند $\frac{1}{2} = 1 - s + 4s$

$(2 - s) = \frac{1}{2} = 1 - s + 4s$

٦. رسم من نقطة $(2, 0)$

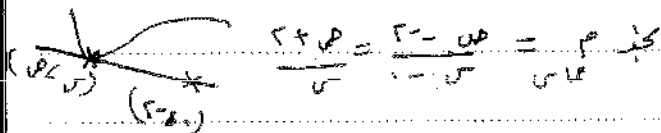
عما كان لحنين لا عقديين $2 + 4s = 2 + 4s$

جد معادلة الجماس من لحنين (s) ؟

الحل: النقطة $(2, 0)$ حنينة (خاصة)

لانها لم تقطع لحنين و غير ملتوي عند النقطة

نقطة نقطة الجماس $(s, 2)$



كذا $2 - s + 4s = 2 - s + 4s$

عند $(s) = 2 - s + 4s$

$2 - s + 4s = 2 - s + 4s$

المعادلة $2 - s + 4s = 2 - s + 4s$ دعنا

الاصولية صحتها

تتغير من s

$2 - s + 4s = 2 - s + 4s$

$2 - s + 4s = 2 - s + 4s$

نقطة الجماس $(2, 0)$ $(2, 0)$

الحل: $(s) = 2 - s + 4s$

نعوم $2 - s + 4s = 2 - s + 4s$ عند $(2, 0)$ الجماس الاول

$2 - s + 4s = 2 - s + 4s$

رقم الصفحة 131

التاريخ

١٦. ٢. ما مساحة مثلث لذى
 قاعدته ٤ وارتفاعه ٥
 عمودي على قاعدته
 عند (٤-٤) ؟
 الجواب ١٦

ب. جد مساحة المثلث المكون من
 المحاور السينية واليضية من (٥، ٥) لارتفاع
 العلاقة $٥ = ٥ + ٥ = ٥$ وخط الوصل
 بين نقطتي (٥، ٥) ؟
 الجواب ١٦

٣. إذا وازى مستقيم محور السينات
 المائل = $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$ عند معرف
 معادلة هذا المستقيم دائماً من عدد
 عند نقطة التقاطع أولاً
 ثم من طريقة

العلاقات (حذف وتحويل)
 افتراضاً أن لا قدره الأول = لا قدره الثاني
 تقاطع افتراضاً مع محور السينات في نقطتين
 تقاطع افتراضاً مع محور الـ y في نقطتين

أمثلة :-

١٧. إذا كان $٣س + ٤ = ٥$ عند $٣س = ١$
 يصنع زاوية قائمة $\frac{٣}{٤}$ مع لـ y
 الموجب لمحور السينات . جد معادلة
 المماس ؟

الحل : المائل = قـ (س) = $٣س + ٤ = ٥$

المائل = $\frac{٣}{٤}$ $\therefore ١ =$

$٣س + ٤ = ٥$

$٣س = ١$

عند (٢-) = $(٢-) = ٣ + ٤ = ٥$

وهذا نقطة المماس (٢-، ٥)

المائل = قـ (س) = $٣س + ٤ = ٥$

قـ (٢-) = $٣ + ٤ = ٥$

معادلة

$٥ + ١ = ١ + ٥$

فكرة (٣)
 كلمات لينة
 كالكلمات

«لا يوجد نقطة»

التعامد ، التوازي ، التقاطع

إذا من افتراضاً افتراضاً
 آخر ، فإن

قاعدة الأول = قاعدة الثاني

مستوية الأول = مستوية الثاني

ميل الأول \times ميل الثاني = -١

١. إذا توازي مستقيمان $٣ = ١$

٢. إذا وازى مستقيم محور السينات
 م = صفر (أعمق)

١٨. جد معادلة المماس لخطين لاقترانه عند نقطة تقاطعه مع محور السينات حيث $(1, 1) = (3, 1) - 2$
 الحل: نقطة المماس هي نقطة التقاطع مع محور السينات $(1, 0) = (3, 1) - 2$
 نفوض $(1, 0) = (3, 1) - 2$
 ∴ نقطة المماس $(1, 0)$
 الحل = قدر = $3 - 3 = 0$ نفوض $(1, 0) = 3$
 ∴ المعادلة $3 - 3 = 0$

$(0, 1) = (2, 1) - 2$ نقطتين التقاطع
 لايجاد الحل لنقوم بعلاقته منجيباً
 $1 = 2 - 2$
 $(0, 1) = 1 = 2 - 2$
 المعادلة $1 = 2 - 2$
 $1 = 2 - 2$
 $(2, 1) = 1 = 2 - 2$
 $1 = 2 - 2$
 المعادلة $1 = 2 - 2$

١٩. بيّن ان $(3, 1)$ لخطين $(1, 1) = (3, 1) - 2$ مماساً أفقياً عند نقطة $(2, 3)$ ؟
 الحل: افقى = ميله صفر
 $(3, 1) = (3, 1) - 2$
 $3 = 3 - 2$
 $(3, 3) = (3, 1) - 2$
 الحل = قدر $(3, 1) = 3 - 2$

٢١. بيّن ان $(3, 1)$ مماسه مثنى لاقترانه
 عند $(3, 1) = (3, 1) - 2$ ومماس مثنى لاقترانه
 $(3, 1) = (3, 1) - 2$ متعادلان عند نقطة تقاطعهما
 الحل: نجد التقاطع $(3, 1) = (3, 1) - 2$
 نقطة التقاطع $(3, 1) = (3, 1) - 2$
 عند نقطة $(3, 1)$
 $3 = 3 - 2$
 للمماسين متعادلان ∴ $3 = 3 - 2$

٢٠. جد معادلتى المماسين لخطين
 العلاقة $3 = 3 - 2$ هي عند
 نقطتي تقاطع مناسهما مع محور $(3, 1)$ وهما $(3, 1)$ ؟
 الحل: نقطة المماس هي نقطة التقاطع
 مع محور $(3, 1)$ نفوض $3 = 3 - 2$
 $3 = 3 - 2$

عند نقطة $(3, 1)$
 $3 = 3 - 2$
 للمماسين متعادلان ∴ $3 = 3 - 2$

٢٦. جد معادلة المماس لمخني
 الاعتراضه (٥) = س^٣ ، عند نقطة
 تقاطعه مع المستقيم ٥ = ٦ - س

الحل:

جد نقطة التقاطع س^٣ = ٦ - س

س^٣ - س + ٦ = ٠ بالتكبير

س = ٢

عدد	س	س ^٢	س ^٣
١	١	٠	١
٢	٤	٢	٨
٣	٩	٢٧	٢٧

الجواب س^٣ + س^٢ + س - ٨ = ٠ (عزها بالبرهان)

∴ عند س = ٢ يوجد المماس

ع = (٢) = (٢)^٣ = ٨

← (٨، ٢) نقطة تقاطع المماس والمخني

نقطة المماس

الميل = ع = (س) = س^٢

ع = (٢) = ٤

∴ معادلة المماس

٤ - س = ٨ - (س - ٢)

٢٧. P. جد معادلة المماس لمخني

ع = (س) = س^٣ - س^٢ - ٤ + س^٣ حيث

يتكون المماس عمودي على المستقيم

٦ - س - س^٣ = ٥

الجواب: س = ١ = ٢ - (س - ١)

ب. جد نقطة على مخني ع = س^٣
 س = ١ و ٢ و ٣ (حيث أن المماس عندها
 يوازي المستقيم ع = ٢ - س ، و هو معادله
 المماس عندها

الجواب:

ع = ١ - (س - ١)

ج. جد نقطة على مخني ع = س^٣ + س^٢ = ٦
 بحيث يكون عندها المماس عمودي على

المستقيم ٣ - س - ٦ = ٧

(٤، ١)

د. جد نقطة تقاطع مخني

ع = (س) = (س - ٢) مع

ع = (س) = س^٣ . ثم جد معادله

المماس عندها لمخني ع = (س)

الجواب: س = ١ = ١ - (س - ١)

التوابت :-

٢٨ . إذا كان $\frac{1}{3}$ يتعمم $P + 5 = 1$
 بمس معني $(س)$ $س + ٤ = ٤ + ٥ + ٥ + ٥$
 عند $س = ١$ ، حد P ، ٥ .

الحل : $س = ١$ نقطة تقاطع

معادلة $\frac{1}{3}$ يتعمم $س = ١$ $\frac{س - ١}{٣} = ٠$ $س = ١$



معادلة $\frac{1}{3}$ معني = معادلة $\frac{1}{3}$ معني

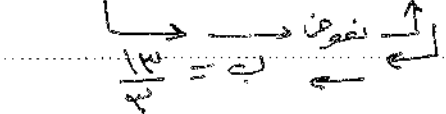
$\frac{س - ١}{٣} = ٠$ $س = ١$ $\frac{س - ١}{٣} = ٠$ $س = ١$

نقوس $س = ١$

$\frac{س - ١}{٣} = ٠$ $س = ١$ $\frac{س - ١}{٣} = ٠$ $س = ١$

$س - ١ = ٠$ $س = ١$ $س - ١ = ٠$ $س = ١$

$س = ١$ $س = ١$ $س = ١$ $س = ١$



٢٩ . إذا كان $\frac{1}{3}$ يتعمم

$س = ١$ $س = ١$ $س = ١$ $س = ١$

معني $(س)$ $\frac{س - ١}{٣} = ٠$ عند

النقطة $(س، س)$. حد $\frac{1}{3}$ $س = ١$

الجواب : $س = ١$

٣٠ . إذا كان $(س)$ $س - ٣ = ٤ + ٥$
 وكان ميل العمودي على المماس معني
 هو $س = ١$ هو $\frac{1}{٥}$ ،
 حد P .

الحل : ميل العمودي $\frac{1}{٥} = ٠$ ميل المماس $٠ = ٠$

حد (١) $٠ = ٠$

$٠ = ٠$ $٠ = ٠$ $٠ = ٠$ $٠ = ٠$

$١ = ١$ $٠ = ٠$ $١ = ١$ $٠ = ٠$

٣١ . إذا كان $(س)$ $س + ٢ + ٤ = ٥$

وزاوية ميل المماس معني عند

النقطة $(٢، ٤)$ هو ١٣٥ . حد

الكتابة $س$ ؟

الحل : الميل $١٣٥ = ١٣٥$ $١ = ١$

حد (٢) $١ = ١$

$١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$

$١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$

$١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$ $١ = ١$

$\frac{١}{٥} = ٠$

٣٢ . إذا كان $\frac{1}{3}$ يتعمم $\frac{1}{٤}$ ، بالنقطة

$(٤، ١)$ $(١ - ٤)$ معني معني

حد $(س)$ $س + ٤ = ٤ + ٥$ حد P .

الجواب : $س = ٤$

٣٣. أسئلة متنوعة :-

٣٥. جد معادلة العمودي على المحاور لخطي
 عدد (س) = س - ١ ، س = ٢
 حيث يتونه العمودي على المحاور موازاً
 للاصابع لبيانات ؟

الحل : نقطة التقاطع (س، هـ)
 فـ (س) = ١ - ٢ هـ = ٢ هـ
 (س، هـ) = (١، ٢)
 العمودي = $\frac{1 - 2}{1 - 2}$ (بوازي لبيانات)

س = ١ هـ = ٢
 س = ٢ هـ = ١
 س = ٣ هـ = ٠
 س = ٤ هـ = -١
 س = ٥ هـ = -٢
 س = ٦ هـ = -٣
 س = ٧ هـ = -٤
 س = ٨ هـ = -٥
 س = ٩ هـ = -٦
 س = ١٠ هـ = -٧

س = ١ هـ = ٢
 س = ٢ هـ = ١
 س = ٣ هـ = ٠
 س = ٤ هـ = -١
 س = ٥ هـ = -٢
 س = ٦ هـ = -٣
 س = ٧ هـ = -٤
 س = ٨ هـ = -٥
 س = ٩ هـ = -٦
 س = ١٠ هـ = -٧

لاحظ أن أي مستقيم يوازي لبيانات
 معادلته دائماً = س = عدد

٣٦. إذا كان ل (س) \times (س) = (س) = (س)
 حيث $P = (س) \times (س)$ ، وكان
 هـ (٢) = (س) ، هـ (٢) = (س)
 جد معادلة الخط لخطي لافتر
 ل (س) عند س = ٢ ؟

الحل : س = ٢ عند ل (٢)
 ل (٢) = (٢) \times (٢) = (٢)
 ل (٢) = (٢) \times (٢) = (٢)

٣٣. إذا كان هـ (س) = (س) - ٣ س + ٩
 وكان ميل العمودي على المحاور لخطي
 هـ (س) عند س = ١ هو $\frac{1}{5}$ ، جد
 الثابت ٩ ؟
 الحل :

ميل العمودي = $\frac{1}{5}$ = ميل ل (س) = ٥
 هـ (١) = ٥
 ٥ = ٥ - ٣ - ٩ + ٩
 ٥ = ٥ - ٣ - ٩ + ٩
 ٥ = ٥ - ٣ - ٩ + ٩

٣٤. أثبت أن الخط $٥س + ٨هـ = ٤٠$ موازي لخط
 هـ (س) عند النقطة (١٠، ٠) ؟
 الحل : هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠
 هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠

هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠
 هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠

هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠
 هـ (١٠) = ٤٠ - ٥(١٠) = ٤٠ - ٥٠ = -١٠

وهو $(-1) = 1 - P + 1 = 1 - P + 1 = 2 - P$

① ... $1 = P + P -$

$1 = P + 1 + 1 - 1 - = (-1)$

$1 = 1$

عند $1 = 0$ = عند $1 = 0$ يعني $1 = 0$

$2 = P + 1 -$

$1 = P$

نعرف من ① $1 = 0 + 1 -$

$0 = 0$

معادلة المحاس لعنف

عند $1 = 0$ = عند $1 = 0$

معادلة المحاس

$1 - 1 = 1 - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

$1 + 1 = 2$

معادلة المحاس

٣٨. إذا كان $1 = 1$ بالقطبية

(٢-٥) (٦٥٢) عند عطف لاقت

وهو $(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

الثابت $1 = 1$ ؟

الحل : نجد معادلة المحاس $1 = 1$ بالقطبية

$1 = 1 - 1 = 0$

المعادلة $1 = 1 - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

ل $1 = 1 - P = P \times 1 = 1 - P$ عند $1 = 0$
النقطة $(1, 1)$ نقطة محاس

نجد $1 = 1$

$1 = 1$

$1 = 1 - P = P \times 1 = 1 - P$

$1 = 1 - P = P \times 1 = 1 - P$

المعادلة $1 = 1 - P = P \times 1 = 1 - P$

٣٧. إذا كان $1 = 1$ معطيا الاقتران

وهو $(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

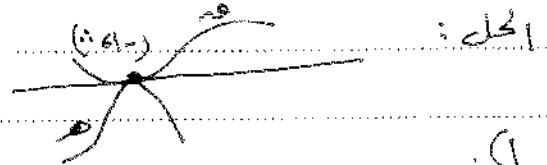
وهو $(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

عند $1 = 0$ عند النقطة $(1, 1)$

جد $1 = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

معادلة المحاس $1 = 1$

لعنف عند $(1, 1)$



١) النقطة $(1, 1)$ محاس عند $1 = 1$

وهو $(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

$1 = 1 - 1 = 0$

$1 = 1 - 1 = 0$

وهو $(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

ورقة عمل " ٢ " : -

١. حدد معاداة المماس لخط

اللاقتر ١٠ عند $(س) = ١$ عندنقطة ١٠ مع خط

$$\text{هو } (س) = ١٠ - ٢س + \frac{٣}{٢}$$

$$\text{الحل : هو } ١ = \frac{١}{١ - س}$$

٢. اذا كان العمودي على المماس

لخط ١٠ عند $(س) = ١$ يصف زاوية قياسها٦٠ مع محور السينات ١٠ وذلكعند النقطة $(١, ٣)$ حدد

١. قبة (١)

$$٢. \text{ زاوية } (س) = ٣ - \frac{٣}{١ - س}$$

$$٣. \text{ زاوية } (١ + هـ) = ٣ - \frac{٣}{هـ}$$

$$٤. \text{ زاوية } \Delta هـ = \frac{٣}{٣٥}$$

عند $س = ١$

الجواب : جميع الطالبين معناها

$$\text{ميل المماس} = \frac{١}{٣٧}$$

$$٣. \text{ هو } (س) = \frac{٣ + (س) + ٤}{(س)}$$

وكانه للاقت ١٠ ١٠ $(س) = ١$ هو $(س)$ عما ١٠ افقيا ١٠ $(س) = ١$ عند $(٣, ٢)$

حدد قبة (٢) ؟

$$\text{الجواب : } \frac{٤}{٣}$$

$$٤. \text{ هو } (س) = (س - ٤) - ٣$$

هو $(س) = \frac{٥}{٣ - س}$ حدد معاداة المماسلخط ١٠ عند $(س) = ١$ عند $س = ٣$

$$\text{الجواب : } ١ + ٣ = \frac{٣}{٥} (٣ + س)$$

٥. اذا كان ١٠ ١٠ $٤ - س - ٣ = ٢$ عند ١٠ عند $(٢, ٣)$ وكان ١٠ ١٠ ١٠ ١٠ $٣ - س - ٤ = ٣$ ١٠ ١٠ لخط ١٠ عند $(٢, ١)$ حدد(وه ١٠ (٣))

$$\text{الجواب : } \frac{٣٧}{٣}$$

٦. اثبت بان ١٠ ١٠ ١٠ ضعيف قطر ١٠ ١٠ ١٠ على المماس للبار ١٠ عند نقطة

المماس ؟