

تطبيقات التفاضل

(الجزء الاول)

التفسير الفيزيائي

التفسير الهندسي

اعداد الاستاذ

اياد جاد الله

٠٧٨٨٥١٣٦٥٩

تطبيقات فيزيائية

إذا تحرك جسم حسب علاقة $v(t)$ حيث v المسافة و t الزمن فإن

السرعة المتوسطة (\bar{v}) هي مشتقة المسافة بالنسبة للزمن أي أن

$$\bar{v} = \frac{dv}{dt} \text{ أو } \bar{v} = \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}$$

التسارع اللحظي (a) هي مشتقة السرعة بالنسبة للزمن ، أي أن :

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ أو } a = \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}$$

كلمات دالة :

① عند أقصى ارتفاع

عند انعدام السرعة $v = 0$

عند توقف الجسم

عند انعكاس الجسم اتجاه حركته

② عند انعدام التسارع $a = 0$ السرعة ثابتة

③ بداية الحركة

السرعة الابتدائية $v = v_0$

حظة توقف الجسم

④ سرعة متوسطة

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_1) - x(t_0)}{t_1 - t_0}$$

أسئلة :

١. تحرك جسم حسب العلاقة

$$v(t) = 3t^2 - 2t + 5 \text{ حيث}$$

v (المسافة بالمترا) ، t (الزمن بالثانية)

جدد ١. السرعة المتوسطة على $[1, 2]$

٢. السرعة اللحظية بعد ٣ ثواني

الحل : ① $\bar{v} = \frac{v(2) - v(1)}{2 - 1}$

$$= \frac{12 - 6}{1} = 6$$

② $\bar{v} = \frac{v(2) - v(1)}{2 - 1}$

$$= \frac{12 - 6}{1} = 6$$

٣. تحرك جسم على خط مستقيم حسب

$v(t) = 3t^3$ ، وكانت سرعة المتوسطه

على $[0, 2]$ ثلاث أمثال السرعة اللحظية

بعد $t = 2$ جدد ٤.

الحل : ④ $\bar{v} = 3 \times 2^3$

$$v(2) = 3 \times 2^3 = 24$$

$$3 \times 24 = 72 = v(2) = 3 \times 2^3$$

$$72 = 24$$

$$72 = 24 \times 3$$

$n = 0, n = 1$

ع (١) $12 - 1 \times 6 = 18 - 1 \times 6 = 12$

ع (٥) $12 - 5 \times 6 = 18 - 5 \times 6 = 12$

٥. محرك جسم على خط مستقيم حسب

ع (ن) $\sqrt{18 + 2n} = 18 + 2n$ حسب المسافة

المعطوغة عند ما تصبح السرعة ١٨ م/ث

الحل: ع (ن) $2n = 18 + 2n$

$\sqrt{18 + 2n} = 18 + 2n$

المطلوب { الزمن

ع (ن) $\sqrt{18 + 2n} = 18 + 2n$

$1 = \frac{2n}{18 + 2n}$

$\sqrt{18 + 2n} = 18 + 2n$

$18 + 2n = 18 + 2n$

$3 = 18 + 2n$

ع (٣) $36 = 36 = 6$ ع

٦. محرك جسم حسب العلاقة

ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$

ن $\in [0, 3]$ حيث تسارع الجسم عند ما

تكون سرعته (٣) م/ث

الحل: ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$

$3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$

المطلوب { الزمن
ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$
ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$
ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$

ع (ن) $3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{18 + 2n}$

٣. يتحرك جسم على خط مستقيم بسرعة

ابتدائية ٨ م/ث حسب العلاقة:

ع (ن) $4n^2 + 2n = 18$ حيث n, P ثوابت

احد المسافات المقطوعة بعد ٨ ثواني

من الحركة ع (ن) 8 م/ث

الحل: ع (ن) $4n^2 + 2n = 18$

ع (٣) $4 \times 2 + 9 \times 2 = 3 \times 2 = 6$

٤. محرك جسم حسب العلاقة

ع (ن) $2n^2 - 9n + 10 = 0$

٤. حد سرعة الجسم لحظة انقضاء ساعة

٥. حد تسارع الجسم لحظة انقضاء ساعة

الحل: ع (ن) $2n^2 - 9n + 10 = 0$

ع (ن) $2n^2 - 9n + 10 = 0$

ع (ن) $2n^2 - 9n + 10 = 0$

ع (ن) $2n^2 - 9n + 10 = 0$

ع (٣) $12 = 10 + 0.6 - 2.7 = 7.9$

٥. المطلوب { الحد الزمن

ع (ن) $18 - 2n = 0$

ع (ن) $18 - 2n = 0$

ع (ن) $18 - 2n = 0$

٧* تحرك نقطة مادية على خط

مستقيم حسب العلاقة

$$v = (n) = 27 - n \quad \text{حيث } n \text{ وحدة } s$$

هذه النقطة تبدأ بالعودة للنقطة للانطلاق بعد ٩ ثواني ، ثم جد حركتها تلك اللحظة

$$\text{الحل: في } (n) = 27 - n = \frac{1}{2}n$$

$$27 - n = \frac{1}{2}n \Rightarrow 27 = \frac{3}{2}n \Rightarrow n = 18$$

عندما يبدأ بالعودة للنقطة للانطلاق

السرعة = صفر

$$27 - n = 0 \Rightarrow n = 27$$

$$n = 9$$

لجها إشارة السرعة $\frac{dv}{dt} = 0$

بعد ٩ ثواني تصبح السرعة سالبة

أي يبدأ الجسم بالعودة للنقطة للانطلاق

* ملاحظة : عندما تغير إشارة

السرعة من موجب إلى سالب أو من

سالب إلى موجب هذا يعني أن الجسم

يغير اتجاه حركته .

٨. تحرك جسم حسب العلاقة

$$v = (n) = \frac{1}{6}(2+n) - 6 \quad \text{حيث } n \text{ ثواني}$$

جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته

$$v = 0$$

$$n = 36$$

انتبه

ف، ع، ن ، اقترانك

$$v = 0 \Rightarrow 27 - n = 0 \Rightarrow n = 27$$

$$v = 0 \Rightarrow n = 9$$

٩. تحرك جسم حسب العلاقة

$$v = 27 - n \quad \text{حيث } n \text{ ثواني}$$

إذا كان التسارع ٨ م/ث^٢ ، جد

الحل : ننتقل

$$a = \frac{dv}{dt} = -1$$

$$-1 = -1 \Rightarrow \text{صح}$$

$$v = 27 - n = 0 \Rightarrow n = 27$$

١. ع = ٦ في تحرك جسم حسب

هذه العلاقة . جد تسارع الجسم .

الحل : ع = ٦ في ننتقل

$$v = 6 = 27 - n \Rightarrow n = 21$$

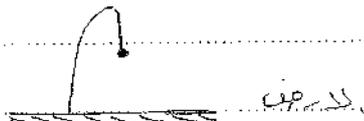
$$a = \frac{dv}{dt} = -1$$

$$a = -1 \text{ م/ث}^2$$

الجزء (٣) من الدرس : قذف جسم لاعبا ولا سفلا و السقوط ...

حسب أنه عند بسبب اللامان
قذف لاعبا ، قذف للاسفلا ، سقوط
* ملاحظات هامة * أثناء السقوط

١. قذف جسم رأسيا للاعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد n ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة $(n) = 5n^2$
٢. السرعة الابتدائية للصم
٣. أقصى ارتفاع يصله الجسم
٤. اللحظة التي عندها سرعة الجسم 0 م/ث
٥. الزمن للارتفاع متى يعود الجسم للأرض
٦. سرعة الجسم لحظة وصوله للأرض
٧. مجموعة قيم n التي عندها السرعة سالبة



الارتفاع

الحل : $(n) = 5n^2 - 3n - 1$

$(n) = 1 - 3n$

١. $(0) = 5n^2 - 3n - 1 = 0$

٢. $\left. \begin{matrix} \text{الخطوط} \\ \text{الرأس} = 5 \end{matrix} \right\}$

$-3 = -10$

$3 = 10$

$9 \times 5 = 3 \times 3 = 9$

$45 = 9$

١١. $2 = 5n^2 + 1$ يعرّف جسم
حسب العلاقة حد يسارع
الجواب : 2 م/ث^2

١٢. يعرّف جسم حسب العلاقة
 $5 = 1 - 3n^2$ ، سببه 1 م/ث^2 يسارع
 $3 = \frac{3}{5}$ في لحظة السقوط الكلي

الحل : $2 = 5n^2 - 3n + 1$

$1 = 3n - 5n^2$

خذ (ف) من الجهتين عندنا $5 = 3n - 5n^2$ الكون

$5 = 3n - 5n^2$

$5 = 3n - 5n^2$

١٣. يعرّف جسم على خط مستقيم
تزييد بحيث أنه سرعته 5 م/ث تعطى
بالعلاقة $(n) = \frac{3}{5}n$ حيث
ف : n : كسافه بالأمتار ، n : الزمن بالثواني
أصب يسارع الجسم عندما $n = 3$
علما أنه سرعته عندئذ $\frac{1}{2} \text{ م/ث}$

الجواب : $\frac{1}{2} \text{ م/ث}$

١٤. يعرّف جسم على خط مستقيم
حسب العلاقة

$(n) = 3n^2 + 3n + 3$ البتة

١. n : جسم يتوقف مرة واحدة دون

٢. n : تغير اتجاه حركته

$$(1-n)(3-n) = 1$$

$$\boxed{n=1} \quad \boxed{n=3}$$

$$22 = 2 \times 11 = 2 \times 11 - 64 = (2) \text{ ع}$$

$$32 = 1 \times 32 = 1 \times 32 - 64 = (1) \text{ ع}$$

لكل السرعة (الاستراتيجية) ع (١) = $32 - 64$

$$76 =$$

لاحظ أنه سرعة عند ارتفاع ٤٨ قدم

هي ٣٢ (الصعود) أو (٣٢) طيوط

وهي نصف ع (١) (السرعة الاستراتيجية)

١٦. قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح

$$\text{الأرض حيث } P = (n) = 50 - n^2$$

وكان أقصى ارتفاع وصله الجسم ٨٠ قدم

جد ثابتة P.

الحل: تلمة أعلى ارتفاع (معلومة)

$$P = (n) = 80, \quad E = (n) = \text{صغير}$$

$$P = 80 - 50n, \quad E = 10 - n$$

$$\boxed{10 = P} \rightarrow$$

$$80 - 50n = 80 \leftarrow 80 = 50n - 10$$

$$16 = n$$

$$E = 10$$

$$E \times 10 = P \therefore$$

$$\boxed{E = P}$$

٣. المظليون ن؟ عندما ع = ١٠ (الجسم صاعد)

$$10 = 51 - 3$$

$$\boxed{3 = n} \leftarrow 10 = 2$$

٤. المظليون ن؟ عندما يعود الجسم للأرض

في سائر الجسم للأرض = صفر

$$3 - n = 2 \times 50 = 10$$

$$n = (50 - 3) = 47$$

$$\boxed{n = \text{صغير}} \quad \boxed{n = 6}$$

عند بداية الحركة عند ارتفاع ٦٠ قدم

$$0 = (6) \text{ ع} = 6 \times 10 - 3 = 60 - 3 = 57 \text{ م/ث}$$

للجسم في حالة صعود السرعة صاعدة

٦. اقصم من استمارة السرعة على طول

$$\text{الأعداد } E = 10$$

$$3 - n = 10 \leftarrow n = 3$$

$$10 - 3 = (n) \text{ ع} + + + - - -$$

$$E = 10 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow [6, 3]$$

٥. قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة على

سطح الأرض، فإذا كان بعده عن نقطة

$$\text{القذف بعد ن ثانية هو } P = (n) = 56 - 5n^2$$

بيد أن الجسم بعد نصف سرعته الاستراتيجية

مع ارتفاع ٤٨ قدماً

$$\text{الحل: ع } (n) = 64 - 32 = 32$$

عند ارتفاع ٤٨ قدم

$$48 = E$$

$$48 = 56 - 5n^2$$

$$8 + 5n^2 = 56$$

$$5n^2 = 48 \rightarrow n = 3$$

* ١٧. قذف جسم رأسيًا للأعلى من نقطة على ارتفاع ١٠٠ متر من سطح الأرض وفوق إطلاقه فان $t_1 = t_2 = 5$ حيث t_1 الزمن الذي في مسافة أثناء حركته من ارتفاعه t_2 من السطح إلى الأرض.

٢. سرعة الجسم لحظة وصوله إلى الأرض.

٣. سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٣٥ متر عن الأرض.

٤. الزمن الذي يستغرقه الجسم حتى يعود لنقطة إقذفه.

الحل: فان $t_1 = t_2 = 5$ مسافة من نقطة إقذف

فان (١) $s = 100 + 5v_0 - 5g$ من الأرض

ع (٢) $0 = 100 - 5g$

٥ (٣) $0 = 100 - 5g$

الزمن

١. الحلون

ع $v = 100 - 5g$

فان (٢) $s = 100 + 5v_0 - 5g$

ع (٤) $135 = 100 + 5v_0 - 5g$

٢. الحلون

ع (١) $s = 100 - 5g$

فان (٢) $135 = 100 + 5v_0 - 5g$

ع (٣) $v = 7 + 5g - 5g$

ع (٤) $v = (1 - 5)(7 - 5)$

ع (٥) $v = 7$ ع (٦) $v = 1$

صوبت معبر

ع (١) $s = 100 - 5g = 100 - 5 \times 10 = 50$ عند السقوط

ع (٧) $s = 100 - 5g = 100 - 5 \times 10 = 50$ عند السقوط

٢. الحلون

ع (٢) $s = 100 - 5g$

ع (٣) $s = 100 - 5g$

ع (٤) $s = 100 - 5g$

٤. الحلون

ع (٤) $s = 100 - 5g$

ع (٥) $s = 100 - 5g$

ع (٦) $s = 100 - 5g$

* ١٨. قذف جسم من سطح برج رأسيًا لأعلى حسب إطلاقه فان $t_1 = t_2 = 5$ فكانت سرعته لحظة وصوله إلى الأرض $v = 50$ م/ث

جد ارتفاع البرج.

الحل: فان (١) $s = 100 + 5v_0 - 5g$

ع (٢) $0 = 100 - 5g$

لأن $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٣) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٤) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٥) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٦) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٧) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٨) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٩) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٠) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١١) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٢) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٣) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٤) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٥) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٦) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٧) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (١٨) $v = 50 = 100 - 5g$

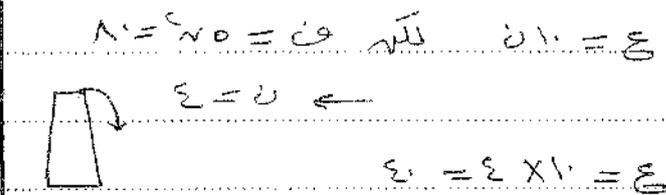
ع (١٩) $v = 50 = 100 - 5g$

ع (٢٠) $v = 50 = 100 - 5g$

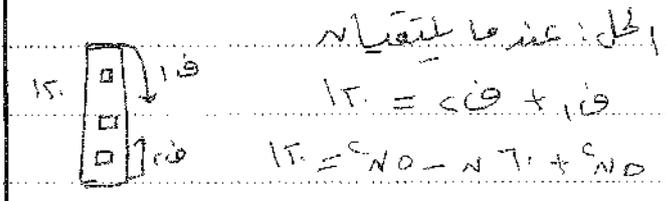
١٩. لنزل جسم على ارتفاع مستقيم حيث أنه بعد t ثوانٍ من انطلاقه من الارتفاع h متر، حيث العلاقة $f(t) = 5t^2$ ، حدد سرعة الجسم لحظة انقضاء الساعة لأول مرة بعد الحركة.

الحل: الجواب ١٠ م/ث

٢٠. أسقط جسم من ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض حيث أنه يسافر إلى نقطة $f = ٧٥$ م، حدد سرعة الجسم عندما يصل على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض؟
الحل: المسافة المقطوعة = ٨٠ متر (تقريباً)
ع = ١٠، لأن $٧٥ = ٧٥ = ٧٥ = ٧٥$



٢١. أسقط جسم من ارتفاع ٢٠ متر عموداً هبوطاً حسب العلاقة $f(t) = ٧٥t^2$ ، ويتغير الوقت t من لحظة انطلاقه للأعلى حسب العلاقة $f(t) = ٧٥t^2 - ٧٥t$ ، حدد سرعة كل منهما عندما يتواءمهما نفسه لحد ارتفاع عن الأرض؟



$12 = 75t^2 - 75t + 75t$
ع (ن) = ١٠، لأن $١٠ = ١٠ = ١٠ = ١٠$
ع (ن) = $١٠ = ١٠ = ١٠ = ١٠$

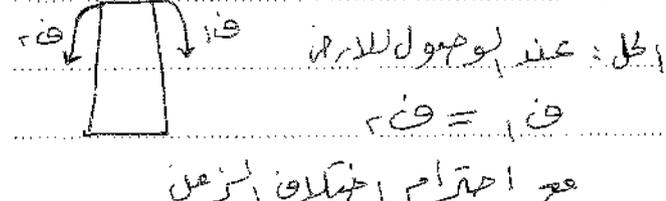
٢٢. قذف جسم رأسياً لأعلى ثم إنزل حسب العلاقة $f(t) = ٥t^2 - ٥t$ ، حدد سرعة الجسم لحظة انقضاء الساعة لأول مرة بعد الحركة.

الحل: الجواب ٣ م/ث

٢٣. أسقط جسم من ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض حيث أنه يسافر إلى نقطة $f = ٧٥$ م، حدد سرعة الجسم عندما يصل على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض؟

٢٤. أسقط جسم من ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض حيث أنه يسافر إلى نقطة $f = ٧٥$ م، حدد سرعة الجسم عندما يصل على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض؟

٢٥. أسقط جسم من ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض حيث أنه يسافر إلى نقطة $f = ٧٥$ م، حدد سرعة الجسم عندما يصل على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض؟



الحل: عند الوصول للأرض $f_1 = f_2 = 12$

مع احترام اختلاف الزمن
الزمن الأقل هو (ن) للجسم الثاني
الزمن الذي اجتاز به الجسم الأول = $n + \frac{1}{2}$
 $f_1(n) = f_2(n + \frac{1}{2})$
 $١٦ = (n + \frac{1}{2})^2 = ٥n^2 + ٥n + ١٦$
 $١٦ = (٥n^2 + ٥n + ١٦) = ٥n^2 + ٥n + ١٦$
 $١٦ = ٥n^2 + ٥n + ١٦$

$$E = \left(\frac{3}{4}\right) \times 28 = 21 = 3 \times 7 = 21 \text{ م}$$

٢٦. من قمة برج ارتفاعه ٤٨ قدم

قذف جسم للأعلى من قمة البرج (ن) = ٤٨ + ٣٢ = ٨٠

ونفسه لحظة قذف جسم آخر من الأرض

جد ع (السرعة الابتدائية) عندما يساوي

أقصى ارتفاع لكبسولة عن سطح الأرض؟

حل: نكتب على كلمة أقصى ارتفاع

$$E = 1 \Rightarrow 48 + 32 + \frac{1}{2}n^2 = 1 \Rightarrow 32 + \frac{1}{2}n^2 = 1$$

عند أقصى ارتفاع

$$\begin{cases} 48 + 0.5n^2 + 1 = 1 \\ n = 32 + 0.5n^2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$1 = 1 \Rightarrow 48 + 1 \times 32 + 1 \times 1 = 1$$

٦٤ = ١ أقصى ارتفاع للجسم لأول

الجسم الثاني: فن = ٤٨ + ٣٢ + ع

$$E = 2 \Rightarrow 48 + 32 = E$$

عند أقصى ارتفاع

$$\begin{cases} E = 2 \\ 48 + 32 = 64 \\ 2 = 48 + 32 \end{cases}$$

$$32 = E \Rightarrow$$

$$64 = 48 + 32 + \frac{1}{2}n^2$$

$$64 = 48 + 32 + \frac{1}{2}n^2 \Rightarrow 64 = 80 + \frac{1}{2}n^2 \Rightarrow 64 - 80 = \frac{1}{2}n^2 \Rightarrow -16 = \frac{1}{2}n^2 \Rightarrow n^2 = -32$$

$$E = 3 \Rightarrow 64 = 3 \times 32 = 96$$

$$E = 1 \Rightarrow 48 + 32 = 80 = 2 \times 40 = 80 \text{ م}$$

فن (١) = ٤٨ ، فن (١) = ٤٨ ، فن (١) = ٤٨

٢٤. فقط الجسم من يكون

حسب إطلاقة فن (١) = ٤٨ م

طوي لابتداءه ، ونفسه لحظة قذف

جسم آخر عمودياً لأسفل بسرعة ابتدائية

(٣٠ قدم/ثانية) فن (١) = ٤٨ + ٣٢ = ٨٠

ارتفاع الجسم لأول بعد أن صدر نظام

الجسم الثاني بالأرض. جد ارتفاع لابتداءه

الجواب: ٦٤ متر

١٩. ٢٥ فقط جسم صدر ارتفاع ٣٠ متر عن سطح

الأرض عمودياً لأسفل وقت فن (١) = ٥ ،

ونفسه لحظة قذف جسم آخر من سطح الأرض

للأعلى حسب فن (١) = ٤٨ - ٧٥ = ٢٧

جد سرعة كلا الجسم عند التقاءهما

وتوجه لها نفس الاتجاه ١٩

٢٠. فقط الجسم من يكون من سطح عمارة

حسب فن (١) = ٥ ، فن (١) = ٥ ، ونفسه

واحدة قذف جسم ثانٍ لأسفل من

نفس المكان حسب فن (١) = ٥ + ٥ = ١٠

وصول الجسمين للأرض نفس اللحظة. جد

سرعة الجسم لحظة وصولها للأرض

٢٧. قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة تبعد ٥٥ متراً عن قمة سطح الأرض حسب العلاقة
 $f(t) = ٤٠t - ٥t^2$ حدد
 ١. أقصى ارتفاع يصله الجسم من سطح الأرض
 ٢. سرعة الجسم على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض أثناء الصعود

ع (٣) = $٤٠ - ٥t^2 = ٢٨$ ، $t = ١$ (صعود) X
 ع (٥) = $٤٠ - ٥t^2 = ٥$ ، $t = ١$ (هبوط) X

استنتاج قديم (2)

عند قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة عندها الأرض
 $f = \text{ارتفاع} = \text{فاقد} + (\text{المسافة التي عندها الأرض})$

الكل استنتاج (1)

إذا قذف جسم من نقطة تحت الأرض لأعلى
 $f = \text{الارتفاع} = \text{الارتفاع الذي تحت الأرض} + \text{قذف}$

ع (١) = $٥٥ - ٥t^2 = ٥٠$
 ع (٢) = $٥٠ - ٥t^2 = ١٠$
 ع (٣) = $١٠ - ٥t^2 = ٠$

٢٨. قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح الأرض بارتفاع ٥٥ متر حسب العلاقة
 $f(t) = ٤٠t - ٥t^2$ بنفس النقطة
 ١. سرعة الجسم عند ما يصل إلى الأرض
 ٢. سرعة الجسم عندما يتوقف لحظتها
 ٣. السرعة التي يتوقف عنها الجسم
 ٤. السرعة التي يتوقف عنها الجسم
 ٥. السرعة التي يتوقف عنها الجسم

١. المطلوب { الزمن
 ع (١) = $٥٥ - ٥t^2 = ٥٠$
 $t = ١$
 $t = ٣$

ع (٢) = $٥٥ - ٥t^2 = ١٠$
 $t = ٣$
 $t = ٤$

٢. المطلوب { الزمن
 ع (١) = $٤٠t - ٥t^2 = ٠$
 $t = ٠$
 $t = ٨$
 $t = ٨$
 $t = ٨$

الجواب : ١. - ٦٠ م / ث

٢. - ٦٠ م / ث

٣. - ٤٠ م / ث

ورقة عمل " ١ " : التقسيم الفيثاغوري

٥. قدف جسيم رأسياً لأعلى من
في (ن) = ع - ن - ٥ ن . اذا اعلمت انه
اعتبر ارتفاع وحده له جسيم
حد ع .

(٥)

٦. يتحرك جسيم حسب العلاقة

$$v(n) = 9 - 2n^2 + n^3$$

تسارع جسيم عند ما تكون سرعته 10 م/ث

(١٠) (١١)

٧. يتحرك جسيم حسب في (ن) = $2n^2 + 3n$

ن = 30 ، 32] حد التسارع عند يكونه

(٤٧) (٤٧)

٨. يتحرك جسيم حسب في (ن) = $2n^2 - 3n$

حد التسارع بعد انقضاء 10 ثا من سرعته عند

$$n = 6 \text{ ثا } \rightarrow 3 \text{ م/ث} \rightarrow 10 \text{ م/ث}$$

(٣١) (٣١)

٩. يتحرك جسيم حسب في (ن) = $6n^2 - \frac{1}{3}n^3$

حد التسارع سرعته الجسيم بعد 10 ثا

(٢٥)

١٠. تسارع الجسيم عند انقضاء سرعته

(١٢) (١٢)

١. يتحرك جسيم على خط مستقيم فيقطع

مسافة في 10 ثا في زمن قدره (ن)

$$v(n) = 2n^2 - 3n + 6$$

حد ومجموعة قيم n التي تكون فيها

السرعته موجبة (763) الجواب

١. قدف جسيم رأسياً لأعلى من سطح

بسرعة ارتفاعه 135 متر عن سطح

الأرض حسب العلاقة

$$v(n) = 9n - 5n^2$$

كانت سرعته لحظة وصوله للأرض

10 م/ث حد

٢. الثانية 4

سرعة الجسيم لحظة وصوله مستوي

السطح 10 م/ث

(٣٠)

٣. يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب

$$v(n) = 2n^2 - 17n^2 + 44n + 10$$

حد سرعته الجسيم وكما سرعته عند ما

$$v(n) = 47 \text{ م/ث} \rightarrow \frac{160}{20} = 8 \text{ م/ث}$$

$$2 = \frac{160}{80}$$

٤. $P = 2$ في علاقة حركة جسيم

$$v = \frac{2}{3}n$$

٥. يتحرك جسيم من ارتفاع 200 متر

عن سطح الأرض حسب العلاقة

$$v(n) = 5n^2$$

حد سرعته الجسيم

عند ما يكون على ارتفاع 20 متر

عن الأرض

(٤٠) 10 م/ث

التطبيقات الهندسية

سندرس هنا الموضوع من عدة جوانب :-

شرح عام للموضوع :-

١. إذا كان $ص = قه (س)$ وكانت

$(س, ص)$ نقطة واقعه عليه جيد

قده $(س, ص)$ موجودة ، فإنه يمكن رسم تماس وحيد عند تلك النقطة

٢. زاوية التماس هي الزاوية التي يصنعها

المتقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

منزلة زاوية التماس $0 < \theta < 180^\circ$

٣. التماس هو المتقيم الذي يقطع

منحنى $قه (س)$ عند النقطة $(س, ص)$

بشرط $ظاه = قه (س)$ و $ص = قه (س)$

ميل التماس \Rightarrow

ميل التماس = $ظاه = قه (س)$

٤. معادلة التماس

$$ص - ص_0 = قه (س - س_0)$$

٥. معادلة العمودي على التماس

$$ص - ص_0 = -\frac{1}{قه (س_0)} (س - س_0)$$

٦. ميل التماس \times ميل العمودي = -١

يمكن حساب ميل التماس بـ ٤ طرق :-

١. ميل التماس = قه $(س_0)$

مشتقة منحناه

$$٢. \text{ميل التماس} = \frac{ص - ص_0}{س - س_0}$$

حيث $(س_0, ص_0)$ ، $(س, ص)$

نقطتان يمر بها المتقيم

٣. ميل التماس = $ظاه$

حيث θ : زاوية التماس

٤. معادلة المتقيم $ص = قه (س)$

معامل $ص = قه (س)$

نظير ... نظير ... نظير :-

١. نقطة التماس $(س_0, ص_0)$ تحقق

شأن معادلات :-

التماس ، العمودي على التماس

المكان

٢. نقطة تقاطع التماس والعمودي

على التماس هي دائما نقطة

التماس

كيف نعرف أن النقطة هي نقطة تماس أو نقطة خبيثة (طارجية) ؟

الجواب :
 نقطة التماس هي نقطة دأعماً معادلة الخطين ، وتكون مكتوب في نص السؤال حد معادلة الخماس عند نقطة أو عندما .

* نقطة الطارجية (الخبيثة) لا تقف الخطين .

٢. حد معادلة العمودي على منحني عند (س) = قاس + ٣ طالس عند $s = \frac{\pi}{2}$

الحل : العمودي على الخطين يعني العمودي على الخماس الخطين لهذا لا تقف .

عند $s = \frac{\pi}{2}$ فإن $٥٥ = ٥٥ = ٥٥ (\frac{\pi}{2})$
 $٥ = ٥٥ + \frac{\pi}{2} = ٥٥ + \frac{\pi}{2}$

∴ : نقطة التماس $(٥, \frac{\pi}{2})$

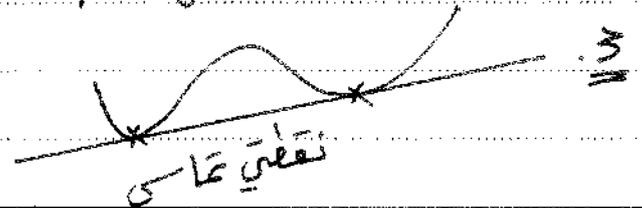
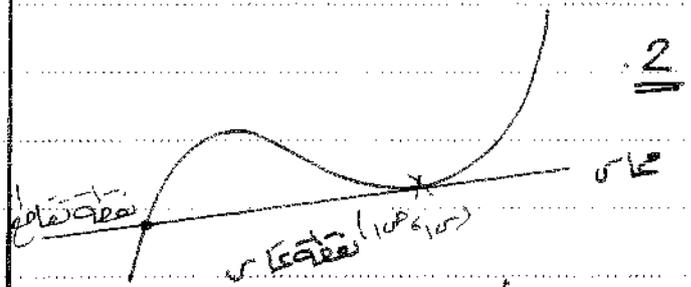
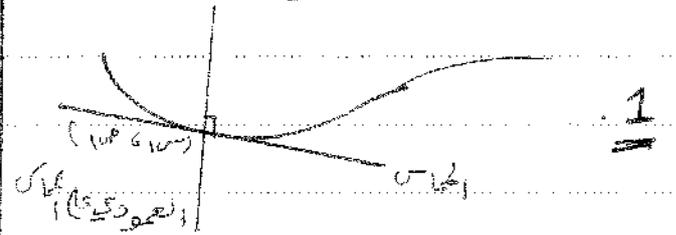
خذ الخطين = $٥٥ = (٥) = ٥٥ + ٣ + ٥٥ + ٣ + ٥٥ + ٣$
 $٥٥ = (\frac{\pi}{2}) = ٥٥$

مع معادلة العمودي

$٥٥ - ٥٥ = ٥ - ٥٥ = ٥ - ٥٥$

$٥٥ - ٥٥ = ٥ - ٥٥ = ٥ - ٥٥$

٤ أشكال توضيحية للفكرة :-



فكرة ٧: وجود نقطة بالحوال

١. حد معادلة الخماس والعمودي على الخماس الخطين عند $s = ٣ + ٥٥ = ٣ + ٥٥$ عند النقطة (٢, ١)

الحل : النقطة (٢, ١) نقطة تماس

خذ الخطين = $٥٥ = (٥) = ٥٥ + ٣ + ٥٥ + ٣$

ق = ١ = $\frac{١}{٤}$

المعادلة الخماس $\frac{١}{٤} = ٢ - ٥٥ = (١ - ٥٥)$

معادلة العمودي $\frac{١}{٤} = ٢ - ٥٥ = (١ - ٥٥)$

$٤ - ٥٥ = ٢ - ٥٥ = (١ - ٥٥)$

٣. جد معادلة الجماس من لحنين لاقتوا

$$\text{حل: } (س) = ٢ - س + جاس \text{ عند } \pi = س$$

$$\text{الحل: كذا حل = عند } (\pi) = \pi \pi = \pi \pi + \pi \pi = (\pi) \pi$$

نقطة التقاطع (١٥٥, ١٥٥)

$$\text{كذا الحل = قه } (س) = ٢ + جاس$$

$$\text{قه } (١) = \pi \pi + ٢ = (\pi)$$

$$\text{المعادلة: } (\pi - س) ١ = \pi \pi - ١٥٥$$

٤. جد معادلة الجماس والعمودي عليه

$$\text{لمنحنين وهما } (س) = ٢ + \frac{١}{س} \text{ عند } (٩, ١)$$

الحل: (٩, ١) نقطة التقاطع

$$\text{كذا حل = قه } (س) = ١ + \frac{١ \times ١ - ١}{س} + ١ = ٢ + \frac{١}{س}$$

$$\text{قه } (١) = \frac{١}{١} + ٢ = (١)$$

$$\text{معادلة الجماس } (١ - س) ١ = ٩ - ١$$

$$\text{معادلة العمودي على الجماس } (١ - س) \frac{١}{١} = ٩ - ١$$

$$(١ - س) \frac{١}{١} = ٩ - ١$$

٥. جد معادلة العمودي على الجماس من لحنين

$$\text{العلاقة } ٧ = ٢ - س + ١٥٥٣ + ١٥٥٣ = س + ١٥٥٣$$

عند النقطة (١, ٤) ؟

$$\text{الحل: } (١, ٤) \text{ نقطة التقاطع}$$

كذا الحل

$$١٤ = ١ + (١٥٥٣ \times ١٥٥٣ + ١٥٥٣)$$

نقوم

$$١٤ = ١ + ٤٨ - ٦٤ - ١٥٥٣$$

$$\text{قده } = \frac{٤٧ - ١}{٥١} \text{ هذا أصلي الجماس}$$

معادلة العمودي

$$\text{قده } = ١ - ١ = \frac{١ - ١}{٥١} = (٤ - س)$$

$$\text{قده } = ١ - ١ = \frac{٥١}{٤٧} = (٤ - س)$$

٦. رسم من نقطة (٤, ٥)

عما كان لحنين لاقتوا

جد معادلات الجماس من لحنين وهما (س) ؟

الحل: النقطة (٤, ٥) هي نقطة التقاطع

لأنها لم تقصدا لحنين و غير ملتوي عند نقطة

نقطة التقاطع (٥, ٥)

$$\text{كذا حل = قده } = \frac{٢ - ٥}{٥} = \frac{٢ + ٥}{٥} = (٢, ٥)$$

كذا حل الجماس بترتبه لأنه = قه (س) = ٢

$$\text{قده } = (س) = ٢$$

$$\text{قده } = \frac{٢ + ٥}{٥} = ٢$$

المعادلة = داعة

الأصلية

التقارب من

$$\text{قده } = ٢ + ٢ + ٢ = ٦$$

$$\text{قده } = ٤ = ٢ + ٢ = ٦$$

نقطة التقاطع (٦, ٢) (٦, ٢)

$$\text{الحل = قه } (س) = ٢$$

نقوم = س + ٢ = قه (٢) = ٤

$$\text{قده } = ٢ = ٢ - ٢ = (٢) = ٤$$

رقم الصفحة ١٣١

التاريخ

١٣. عن النقطة P(2, 1) رسم مماسان

لمعنى من $2 = x - y$ مماس في Q و $3 = x + 2y$ مماس في R حيث Q و R نقطتان على القطعة OP و O هي نقطة التقاطع بين المماسين.

الحل: النقطة P(2, 1) هي نقطة

تقاطع المماسين OP و OR

$$2 = x - y \quad \text{و} \quad 3 = x + 2y$$

$$\Rightarrow x - y = 2 \quad \text{و} \quad x + 2y = 3$$

$$\Rightarrow x - y - x - 2y = 2 - 3 \Rightarrow -3y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x + 2y = 3 \Rightarrow x + \frac{2}{3} = 3 \Rightarrow x = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{3} \quad \text{و} \quad y = \frac{1}{3}$$

∴ التقاطع O هو $(\frac{7}{3}, \frac{1}{3})$

$$P(2, 1) \quad Q(0, 2) \quad R(1, 0)$$

$$S = \frac{1}{2} \times (-2) \times (-2) = 2$$

١٤. جد مساحة المثلث OPQ من

المماسين OP و OR العموديين على المماسين OP و OR المعنيين في Q و R عند النقطة $P(2, 1)$

و $Q(0, 2)$ و $R(1, 0)$ "تتقيم من اعلم"

ان معاداة العمودي OP هي $2 = x + y$

الحل: النقطة $P(2, 1)$ هي نقطة

$$2 = x + y \quad \text{و} \quad 3 = x + 2y$$

$$\Rightarrow 2 = x + y \quad \text{و} \quad 3 = x + 2y$$

$$\Rightarrow 2 - 3 = x + y - x - 2y \Rightarrow -1 = -y \Rightarrow y = 1$$

$$OP = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$OR = 3 - 2 = 1$$

$$OP = 1$$

$$1 = 1 - 2 - 1 = -2 \Rightarrow 1 = 2 - 1 = 1$$

$$1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow 1 = 2 - 1 = 1$$

١٥. راساً تقاطع المماسين العموديين هو نقطة $P(2, 1)$

$$P(2, 1) \quad Q(0, 2) \quad R(1, 0)$$

$$S = \frac{1}{2} \times (1 - 0) \times (1 - 0) = \frac{1}{2}$$

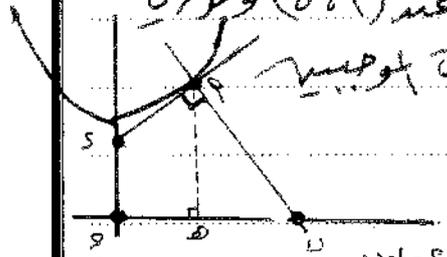
الاعلام: OP و OR عموديان

١٥. جد مساحة المثلث OPQ من

تقاطع المماسين OP و OR العموديين على المماسين OP و OR المعنيين في Q و R عند النقطة $P(2, 1)$

و $Q(0, 2)$ و $R(1, 0)$ و O هي

النقطة التقاطعية للمماسين



الحل: OP عمود

المساحة = مساحة OPQ + مساحة OPR

زيد اتحاد إحداثيات تقاطع المماسين

نقطة $P(2, 1)$ هي نقطة تقاطع المماسين OP و OR

$$2 = x + y \quad \text{و} \quad 3 = x + 2y$$

$$\Rightarrow 2 = x + y \quad \text{و} \quad 3 = x + 2y$$

و التقاطع مع OP هو $Q(0, 2)$

$$OP = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$OR = 3 - 2 = 1$$

∴ $OP = 1$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 1$$

$$1 \times (2 + 0) \times \frac{1}{2} + 0 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$1 = 2 + 0 = 2$$

* يوجد حل آخر !!

١٦. ٢. ما مساحة مثلث لذى
 قاعدته ٤ وارتفاعه ٥
 عمودي على قاعدته
 عند (٤-٤) ؟
 الجواب ١٦

ب. جد مساحة المثلث المكون من
 المحاور السينية واليضية من (٥، ٥) لارتفاعه
 العلاقة $س = ٥ + ٥ = ١٠$ وطول قاعدته
 يساوي تقاطع المحاور ؟
 الجواب ١٦

٣. إذا وازى مستقيم محور السينات
 المائل = $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$ عند معرف
 معادلة هذا المستقيم رأياً من عدد
 عند نقطة التقاطع أولاً
 ثم من طريقة

العلاقات (حذف وتحويل)
 افتراضاً أن $١ = ٣ + ٣ = ٦$ لارتفاعه الثاني
 تقاطع افتراضاً مع محور السينات في نقطتين
 تقاطع افتراضاً مع محور السينات في نقطتين

أمثلة :-

١٧. إذا كان $٣س + ٤ = ١٠$ عند $س = ٣$
 يصنع زاوية قائمة $\frac{٣}{٤}$ مع لاقائه
 الموجب لمحور السينات. جد معادلة
 المحاور ؟

الحل: المائل = $٣س + ٤ = ١٠$

المائل = $\frac{٣}{٤} = ١ - ٣$

$٣س + ٤ = ١٠$

$٣س = ٦$

عند $س = ٢ = ١ + (٢) = ٣ + ٤ = ١٠$

وهذا نقطة التقاطع (٢، ١)

المائل = $٣س + ٤ = ١٠$

عند $س = ٢ = ٢ + ٤ = ١٠$

معادلة

$١٠ = ١ + ٣(٢)$

فكرة (٣)
 كلمات لينة
 كالكلمات

«لا يوجد نقطة»

التعامد ، التوازي ، التقاطع

إذا من افتراضاً افتراضاً
 آخر ، فإنه

قاعدة لأول = قاعدة الثاني

مستوية لأول = مستوية الثاني

مائل لأول \times مائل الثاني = ١

التوازي

١. إذا توازي مستقيماً $٢٣ = ١٣$

٢. إذا وازى مستقيم محور السينات

$٣ = ٣$ (معتق)

١٨. جد معادلة المماس لخطين لاقترانه عند نقطة تقاطعه مع محور السينات حيث $هـ = ١$ و $س = ٣$ \Rightarrow $١ - ٣ = ٢$
 الحل: نقطة المماس هي نقطة التقاطع مع محور السينات \Rightarrow $هـ = ١$ و $س = ١$
 نفوض $هـ = ١$ في المعادلة \Rightarrow $١ - ١ = ٢$
 \therefore نقطة المماس $(١, ١)$
 الحل: $س = ٣$ و $هـ = ١$ نفوض $هـ = ١$ في المعادلة \Rightarrow $١ - ٣ = ٢$
 \therefore المعادلة $هـ = ١ - ٣ = ٢$

$(٠, ١)$ و $(٤, ١)$ نقطتي التقاطع
 لايجاد الميل نستعمل العلاقة $م = \frac{هـ_2 - هـ_1}{س_2 - س_1}$
 $(٠, ١) \Rightarrow ١ = ١ - ٠ = ١$
 المعادلة $هـ = ١ - ٠ = ١$
 $هـ = ١ - ٠ = ١$
 $(٤, ١) \Rightarrow ١ = ١ - ٤ = -٣$
 $١ = ١ - ٤ = -٣$
 المعادلة $هـ = ١ - ٤ = -٣$

١٩. بيّن ان ١٢ لخطين $هـ = ١$ و $س = ٤$ هما "افقياً" عند النقطة $(٢, ٤)$ ؟
 الحل: افقي = ميله ههههه
 \Rightarrow $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$
 \Rightarrow $س = ٤$ و $هـ = ١$ \Rightarrow $٤ - ١ = ٣$
 $(٢, ٤)$ نقطة تماس
 الحل: $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$

٢١. بيّن ان ١٢ مماسه صغرى لاقترانه $هـ = ١$ و $س = ٤$ و $س = ٤$ و $هـ = ١$ هما متعامدان عند نقطة تقاطعهما
 الحل: نجد لتقاطع $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$
 نقطة التقاطع $(٤, ١)$ $(٤, ١)$
 عند النقطة $(٤, ١)$
 $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$
 للمماسين متعامدان $\therefore ١ - ٤ = -٣$

٢٠. جد معادلتى المماسين لخطين لاقترانه العلاقة $هـ = ١$ و $س = ٤$ عند نقطتي تقاطعهما مع محور السينات؟
 الحل: نقطة المماس هي نقطة التقاطع مع محور السينات \Rightarrow نفوض $هـ = ١$ في المعادلة \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$
 \Rightarrow $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$

عند النقطة $(٤, ١)$
 $هـ = ١$ و $س = ٤$ \Rightarrow $١ - ٤ = -٣$
 \therefore المماسين متعامدان $\therefore ١ - ٤ = -٣$

٢٤. بيّن ان الخطى من (س) = حاس
 حاس افقي في $[\pi, 6]$ ثم جد
 معاداة هذا الخط من ٩

الحل: ميل الخط = صفر
 $3 - حاس حاس = صفر$
 $حاس حاس = صفر$

$$\pi \leq \pi \leq 6$$

$$\pi \leq \frac{\pi}{6} \leq 6$$

لكن $\pi \leq 6$ فكل المرافقات عندها

المستقيم موجودة \Rightarrow ميل $\frac{\pi}{6} =$

$$عند (\frac{\pi}{6}) = حاس \frac{\pi}{6} = 1$$

$(1, \frac{\pi}{6})$ نقطة على $س$ ، $م = ٣$ \therefore

$$\therefore \text{المعاداة } حاس - 1 = (س - \frac{\pi}{6})$$

$$حاس = 1$$

٢٥. اجد معاداة الخط من لحنى

$$عند (س) = ٧ - ٤س + ٧$$

نقطة تقاطعه مع المستقيم

$$حاس - 3 = 1 + س$$

المجواب: من $23 = 1(1 - س)$ معاداة ١

من $3 = 4(1 - س)$ معاداة ٢

ب. اثبت ان الخطين $س = ٤س + ٩$ و $س = ٤س + ٩$ متوازيان

$$س = ٤س + ٩ \Rightarrow ٤س = ٩ - س$$

س = ٤س + ٩ \Rightarrow عند نقطة تقاطعهما $٤س = ٩ - س$

الاول متعامدان؟

٢٢. اجد معاداة الخط من لحنى

$$عند (س) = ٨ + ٢س$$

الخط من $س = ٣ + ٧س$ مستقيم

الحل: الخط $س = ٣ + ٧س$ مستقيم

$$٣ - س = ٢ = ٨ + ٢س$$

$$٣ - س = ٢ \Rightarrow ٢ = ٨ + ٢س$$

$$\therefore \text{نقطة التقاطع } (١٥, ٣) \Rightarrow ٢ = ٣ + ٧(١٥)$$

$$\therefore \text{المعاداة } ٢ = ١٥ + ٧س$$

٢٣. اجد لحنى $س = ٢ + ٧س$ و $س = ٢ + ٧س$

علاقة $(٤ - س) = ٢ + ٧س$ والتي

يكون عندها الخط من موازاً للمستقيم

$$٣س + ٧ = ٢ + ٧س$$

الحل: نقرض نقطة التقاطع $(س, ٧س)$

$$\text{المستقيم } ٢ = (٤ - س) = ٧س$$

$$\frac{١}{١ - ٧س} = حاس$$

$$\frac{١}{٣} = حاس \Rightarrow ٣ = ٧س + ٢$$

سما الخطان متوازيان

$$٣ = ٧س \Leftrightarrow \frac{١}{٣} = \frac{١}{١ - ٧س}$$

نقرضنا العلاقة $(٤ - ٢) = ٢ + ٧س$

$$٢ + ٧س = ١$$

$$١ = س$$

$\therefore (١, ٣)$ نقطة التقاطع

٢٦. جد معادلة المماس لخطي
الاعتراض $(y - 1) = 3(x - 2)$ عند نقطة
تقاطعها مع المستقيم $3x - 2y = 7$.

الحل:

جد نقطة التقاطع $3x - 2y = 7$ و $7 + 6 = 13$

$3x - 2y = 7$ \therefore بالتعويض

$3x - 2(3x - 7) = 7$ \Rightarrow $3x - 6x + 14 = 7$ \Rightarrow $-3x = -7$ \Rightarrow $x = \frac{7}{3}$

| | | | |
|-----|---------------|-----------|---------------|
| عدد | x | $3x - 2y$ | $3x - 2y = 7$ |
| ١ | $\frac{7}{3}$ | 7 | 7 |
| ٢ | $\frac{7}{3}$ | 7 | 7 |

الجواب $3x - 2y = 7$ (مميزها - البديل)

\therefore عند $x = 2$ يوجد المماس

عند $(2) = (3) = 1$

$(1, 2)$ نقطة تقاطع الخطين

نقطة المماس

الميل $= (3) = 3$

عند $(2) = 1$

\therefore معادلة المماس

$3x - 2y = 1$

٢٧. P. جد معادلة المماس لخطي

الاعتراض $(y - 1) = 3(x - 2)$ عند نقطة

تقاطعها مع المماس $3x - 2y = 7$ على المستقيم

$3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2(3x - 7) = 7$

الجواب: $3x - 2y = 7$

ب. جد نقطة على الخط $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2(3x - 7) = 7$ \Rightarrow $3x - 6x + 14 = 7$ \Rightarrow $-3x = -7$ \Rightarrow $x = \frac{7}{3}$

الجواب:

عند $(\frac{7}{3}, 1)$

ج. جد نقطة على الخط $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2(3x - 7) = 7$ \Rightarrow $3x - 6x + 14 = 7$ \Rightarrow $-3x = -7$ \Rightarrow $x = \frac{7}{3}$

حيث يكون عند المماس $3x - 2y = 7$ على

المستقيم $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2(3x - 7) = 7$ \Rightarrow $3x - 6x + 14 = 7$ \Rightarrow $-3x = -7$ \Rightarrow $x = \frac{7}{3}$

(٤٦٦)

د. جد نقطة تقاطع الخطين

$3x - 2y = 7$ و $3x - 2y = 7$ مع

المماس $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2y = 7$ \Rightarrow $3x - 2(3x - 7) = 7$ \Rightarrow $3x - 6x + 14 = 7$ \Rightarrow $-3x = -7$ \Rightarrow $x = \frac{7}{3}$

الجواب: $3x - 2y = 7$

التوابت :-

٢٨ . اذا كان $\frac{1}{3}$ يتحقق $P + 5Q = 1$
 بمس معني $(1, 0) = (P, Q)$
 عند $Q = 1$ ، $P = 0$.

الحل : النقطة $(1, 0)$

معادلة $\frac{1}{3}$ يتحقق $P - 1 = 3Q$ عند $Q = 1$



معادلة $\frac{1}{3}$ يتحقق $P - 1 = 3Q$ عند $Q = 1$

$$\frac{P-1}{3} = P + 5Q \quad \frac{P-1}{3} = P + 5(1)$$

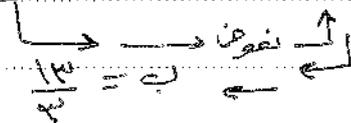
نقوم بـ $Q = 1$

$$\frac{P-1}{3} = P + 1 \times 1 \quad \frac{P-1}{3} = P + 5$$

$$P - 1 = 3P + 3 \quad P - 1 = 3P + 15$$

$$-11 = 2P + 14$$

$$-7 = P$$



٢٩ . اذا كان $\frac{1}{3}$ يتحقق

$$P + 5Q = 1 \quad P + 5(1) = 1$$

معني $(0, 1) = (P, Q)$ عند $\frac{1}{3}$

النقطة $(1, 0)$ عند $\frac{1}{3}$

الجواب : ٤٧

٣٠ . اذا كان $(0, 1) = (P, Q)$

وكان ميل العمودي على المماس لمعني

هو $Q = 1$ ، $P = 0$ هو $\frac{1}{3}$ ،

حيث $P = 0$.

الحل : ميل العمودي $= \frac{1}{3}$ ، ميل المماس $= 0$

$$0 = (1)$$

$$0 = P + 5Q$$

$$1 = P \quad 0 = 1 + 5Q$$

٣١ . اذا كان $(0, 1) = (P, Q)$

من زاوية ميل المماس لمعني عند

النقطة $(0, 1)$ هو 135° .

الثابت P ؟

الحل : الميل $= 135^\circ$ ، $1 = P$

معني $Q = 1$ ، $P = 1$

$$1 = P + 5Q$$

$$1 = P + 5(1)$$

$$1 = P + 5$$

$$\frac{1}{5} = P$$

٣٢ . اذا كان $\frac{1}{3}$ يتحقق $P + 5Q = 1$ ، بالنقطة

$(1, 0)$ ، $(0, 1)$ معني معني

عند $(0, 1) = (P, Q)$ ، $Q = 1$ ، $P = 0$.

الجواب : $P = 0$ ، $Q = 1$

٣٣. أسئلة متنوعة :-

٣٥. جد معادلة العمودي على المحاور لخطي
 عدد (س) = س - ١ ، س = ٢
 حيث يتونه العمودي على المحاور موازاً
 للاصابع لبيانات ؟

الحل: نقطة التقاطع (س، س)
 ق = (س) = ١ - ٢ = ١ - ٢
 (س، س) = ١ - ٢
 العمودي = $\frac{1}{2-1} = 1$ (بوازي لبيانات)

س = ١ عند س = ١
 ١ - ٢ = ١ - ٢
 س = ٢ ، ٦ ، ٣٠
 س = ١ ، ٢ ، ١٥

س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣
 س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣

لاحظ أن أي مستقيم يوازي لبيانات
 معادلته دائماً = س = عدد

٣٦. إذا كان ل (س) \times (س) = (س) = (س)
 حيث $P \neq 0$ ، وكان
 هو (٢) = (٢) ، هو (٢) = (٢)
 جد معادلة الخط لخطي لافتر
 ل (س) عند س = ٢ ؟

الحل: س = ٢ عند ل (٢)
 ل (٢) \times (٢) = (٢) = (٢)
 ل (٢) \times (٢) = (٢) = (٢)

٣٣. إذا كان هو (س) = (س) = (س) = (س) + (س)
 وكان ميل العمودي على المحاور لخطي
 هو (س) عند س = ١ ، هو $\frac{1}{2}$ ، جد
 البيانات ؟
 الحل:

ميل العمودي = $\frac{1}{2}$ = ميل الخط = ٠
 هو (١) = ٠
 ٠ = ٢ - ٢ - ٢ - ٢
 ٠ = ٢ - ٢ = ١ = ٢

٣٤. أثبت أن الخطاين المتوازيين
 س = ١ + ٢ = ٢ ، س = ١ + ٢
 معادلته عند النقطة (١، ٠) ؟
 الحل: س = ١ + ٢ = ٢ ، س = ١ + ٢
 ١ = ٢ + ٢ + ٢ = ٢

س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣
 س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣

س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣
 س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣
 س = ١ ، س = ٢ ، س = ٣

وهو $(-1) = 1 - P + 1 = 1 - P + 1 = 2 - P$

① ... $1 = P + P -$

$1 = P + 1 + 1 - 1 - = (-1)$

$1 = 1$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

$2 = P + 1 -$

$1 = P$

نعوض في ① $1 = 0 + 1 -$

$0 = 0$

معادلة المحاس لعنف

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

معادلة المحاس

$1 - P = 1 - P + 1 - P = 1 - 2P + 1 = 2 - 2P$

$1 - P = 2 - 2P$

$1 - P = 2 - 2P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

٣٨ إذا كان $\frac{1}{2}$ تقسيم $\frac{1}{2}$ بالنقطة

$(-1) = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

الثابت 1 ؟

الحل : نجد معادلة المحاس $\frac{1}{2}$ بالنقطة

$1 = 2 - 2P$

المعادلة $1 = 2 - 2P$

$1 - 2 = -2P$

$-1 = -2P$

ل $\frac{1}{2} = (1) = P + 1 - P = 1$
النقطة $(\frac{1}{2}, 1)$ نقطة محاس

نجد $1 = P + 1 - P = 1$

ل $\frac{1}{2} = (1) = P + 1 - P = 1$

ل $\frac{1}{2} = (1) = P + 1 - P = 1$

ل $\frac{1}{2} = (1) = P + 1 - P = 1$

المعادلة $1 = P + 1 - P = 1$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

٣٧ إذا كان $\frac{1}{2}$ تقسيم $\frac{1}{2}$ بالنقطة

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

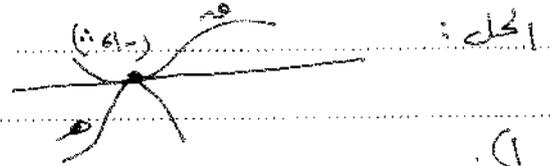
عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

معادلة المحاس لعنف

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$



عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

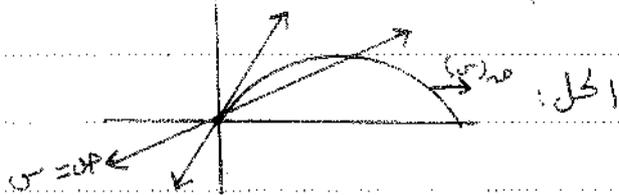
عند $0 = 1 - P + 1 = 2 - P$

ع . بالمثل جد قياس الزاوية

المقصود به الاستيعام $MP = SP$

ومماس منتهى $(S) = (P) = 2V - S - S$

عند نقطة $(0, 0)$



الزاوية بين الاستيعام تساوي لفرجه بين زاوية المماس (التكوي - المغمري)

عند $S = 0 \Rightarrow \alpha = 1$

المماس = عند $\alpha = 1$ $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$

عند $(S) = 2V - 2V$

عند $(0) = 2V - 2V = 0$

المماس = عند $(0) = 2V = 2V \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

الزاوية المقصود به $60 - 60 = 0 = 10$

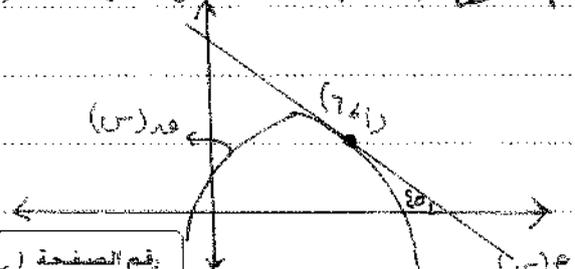
وزاري (فهم) (٢٠١٦) / ٦ علامات :-

عند (S) ، (S) اقترب انبساطه فالجيب للاشتقاق

بجانب α عند $(S) = (S) \times (2+S)$

كأن $M(S)$ α للاقترب α عند (S)

النقطة $(0, 0)$ كما بالمثل . جد (2) ؟



عند نقطة المماس $(S, 0)$

المماس $S = 0$ ميل المماس

$2 + S = 2$

$1 + S = 2$

① $1 = S$

مع معادلة المماس = معادلة المماس

$2 - S = 1 - \sqrt{2} + 2$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} + 2$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} + 2$

$S = 1 \Rightarrow \alpha = 1$

المماس " " " " " "

٣٤ . عند $(S) = 2V - 2V - S - S = 1 - P - S$

جد التانية M التي تجعل محور السينات

مماس " " لاختي (S) ؟

الحل : ميل المماس = عند $(0, 0)$

نقطة المماس $(0, 0)$

عند $(S) = 2V - 2V$

$\sqrt{2} = P \Rightarrow P - S - 2 = 0$

$(S, 0)$ نقطة المماس S محور (S)

عند $(S) = 2V - 2V - S - S = 1 - P - S$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} - S - S$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} - S - S$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} - S - S$

$2 - S = 1 - \sqrt{2} - S - S$

$1 - S = 0$

② $1 - \sqrt{2} = P$

ورقة عمل " ٢ " : -

١. حدد معاداة المماس لخط

اللامتري ١٠ عند $(س, ٣)$ = ٣ عندنقطة ١٠ مع خط

$$\text{هو } (س, ٣) = ٣ - ٣س + \frac{٣}{٢}$$

$$\text{الحل : هو } ١ = \frac{١}{٢} (١ - س)$$

٢. اذا كان العمودي على المماس

لخط ١٠ عند $(س, ٣)$ يصنع زاوية قياسها٦٠ مع محور السينات ١٠ وذلكعند النقطة $(٣, ١)$ حدد

١. قبة (١)

$$٢. \text{ زاوية } (س, ٣) = \frac{٣ - ١}{١ - س}$$

$$٢. \text{ زاوية } (١ + هـ) = \frac{٣ - هـ}{هـ}$$

$$٤. \text{ زاوية } \Delta هـ = \frac{٣٥}{٣٥}$$

عند $س = ١$

الجواب : جميع المطالبين معناها

$$\text{ميل المماس} = \frac{١}{٣٧}$$

$$٣. \text{ هو } (س, ٣) = \frac{٣ + (س) - ٤}{(س)}$$

وكانه للامتري ١٠ عند $(س, ٣)$ هو $(س)$ حاصلها ١٠ افقياً ١٠ مشتركاً عند $(٣, ٢)$

حدد قبة (٢) ؟

$$\text{الجواب : } \frac{٤}{٣}$$

$$٤. \text{ هو } (س, ٣) = (س - ٤) - ٣$$

هو $(س, ٣) = \frac{٥}{٣ - س}$ هو معاداة المماسلخط ١٠ عند $(س, ٣)$ عند $س = ٣$

$$\text{الجواب : } ١ + ٣٧ = \frac{٣ - ١}{٣ + س}$$

٥. اذا كان ١٠ مستقيم ٤ - $س$ - ٣٥ - $٢ = ٠$ عند ١٠ عند $(٣, ٢)$ وكان ١٠ مستقيم

$$٩ + ٤ - س - ٣ = ٠ \Rightarrow \text{عمودياً على المماس}$$

لخط ١٠ عند $(٢, ١)$ هو

$$\text{هو } (س, ٣) = (٣)$$

$$\text{الجواب : } \frac{٣٧}{٣}$$

٦. اثبت بان ١٠ يتقاطع عند ١٠ ضعيف قطر ١٠ ١٠ يكون عمودياً

على المماس للبيضاية عند نقطة

المماس ؟