

حل المسائل التالية

المسألة الأولى : تعطى معادلة حركة نقطة على محور بالعلاقة

$$f = -4t^2 + \left[\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right] \text{ حيث } t \text{ هو الزمن بالثواني من الفترة}$$

١- بين ان $f(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - t\right) - 1$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة

٢- ثم اوجد سرعة وتسارع النقطة المتحركة بدلالة t

٣- اوجد قيم t التي تنعدم عندها السرعة و اوجد عندئذ تسارع النقطة

٤- حدد مسار المتحرك من خلال من ايجاد القيم القصوى للاقتران السابق

المسألة الثانية :

تتحرك النقطتان A ، B على محور السينات وفق المعادلتين

$$s_A = 3t^2 - 3t \quad \text{ن الزمن بالثواني}$$

$$s_B = t^2$$

والمطلوب حدد سرعة وتسارع كل من النقطتين

ثم حدد موضع وزمن وسرعة كل منهما لحظة التلاقي ونوع التلاقي (تقابل ام تجاوز)

حدد متى تكون الحركة متسارعة ومتى تكون متباطئة

المسألة الثالثة :

يعطى القانون الزمني لحركة جسم قذف رأسيًا نحو الأعلى بالعلاقة $f(t) = -5t^2 + 40t + 20$

والمطلوب

١- حدد موضع وسرعة الجسم لحظة القذف

٢- اوجد أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم واحسب سرعته على ارتفاع ٢٠ م

٣- بعد ثانيتين من قذف الجسم الأول قذف رأسيًا نحو الأعلى جسم ثان وكان القانون الزمني لحركته

يعطى بالمعادلة

$$f(t) = -5t^2 + 30t + 50$$

والمطلوب حدد لحظة وموضع وسرعة كل من المتحركين لحظة التلاقي

كل من الزمن t_1, t_2 بالثانية و الفاصلة f بالمتر

الحلول

المسألة الأولى : تعطى معادلة حركة نقطة على محور بالعلاقة

$$f = -4t^2 + \left[\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right] \text{ حيث } t \text{ هو الزمن بالثواني من الفترة}$$

١- بين ان $f(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - t\right) - 1$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة

٢- ثم اوجد سرعة وتسارع النقطة المتحركة بدلالة t

٣- اوجد قيم t التي تنعدم عندها السرعة و اوجد عندئذ تسارع النقطة

٤- حدد مسار المتحرك من خلال من ايجاد القيم القصوى للاقتران السابق

الحل : نشتق المعادلة ف (ن) = ٢ جتا (٢٢ - $\frac{\pi}{6}$) - ١ مرتين (اقتران قابل للاشتقاق مرتين على ح

وعلى كل فترة جزئية منه ١

$$ف (ن) = ٢ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ١$$

$$ف' (ن) = -٤ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6})$$

$$ف'' (ن) = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6})$$

نعوض في المعادلة التفاضلية في الطرف الاول نجد

$$ف'' (ن) = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ٤ = ٤ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6})$$

$$٤ = ٤ (١ + ف)$$

$$٤ = ٤ - ٤ ف$$

٢- السرعة

$$ف (ن) = ٢ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ١$$

$$ع = ٤ - ٤ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) \text{ السرعة}$$

$$\text{التسارع} \quad \text{نشتق مرة ثانية} \quad ع' = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6})$$

٣- انعدام السرعة

$$ع = ٤ - ٤ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) = ٠ \Leftrightarrow ٠ = ٤ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow ٠ = \frac{\pi}{6} - ٢٢ \Leftrightarrow \pi = \frac{\pi}{6} - ٢٢$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} = \pi$$

$$\frac{\pi}{12} = \pi \Leftrightarrow ٠ = \frac{\pi}{12} \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\frac{\pi}{12} = \pi \Leftrightarrow ١ = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{12} \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right)$$

$$ف'' (ن) = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ٤ = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ٤ = ٨ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ٤$$

$$\frac{\pi}{12} = \pi \Leftrightarrow ٢ = \frac{\pi}{12} \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right)$$

- مسار المتحرك

لندرس اطراد (تزايد وتناقص) الاقتران

$$ف (ن) = ٢ جتا (٢٢ - \frac{\pi}{6}) - ١ \text{ متصل على } \left[\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right] \text{ وقابل للاشتقاق على الفترة المفتوحة}$$

$$f'(v) = -4 = \left(\frac{\pi}{6} - 2v\right) \text{ عند } v = \frac{\pi\sqrt{2}}{12}$$

$$f(v) = \left(\frac{\pi\sqrt{2}}{12}\right)^2 = 2 \text{ عند } v = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi\sqrt{2}}{12} \text{ عند } v = 1 - \frac{\pi\sqrt{2}}{12} = 3 -$$

$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$	$\pi + \frac{\pi}{12}$	v
	-----	+++++	$f'(v)$
1	↘	↗	$f(v)$

لاحظ من خلال الجدول ان

3- قيمة صغيرة محلية وهي قيمة مطلقة صغيرة
 1 قيمة مطلقة كبرى للاقتران يست قيمة محلية طرف فترة
 المتحرك يتحرك على القطعة من 3- الى واحد
 المسألة الثانية :

تتحرك النقطتان ، ب على محور السينات وفق المعادلتين

$$s_1 = v^3 - 3v \quad \text{ن الزمن بالثواني}$$

$$s_2 = v$$

والمطلوب حدد سرعة وتسارع كل من النقطتين

ثم حدد موضع وزمن وسرعة كل منهما لحظة التلاقي ونوع التلاقي (تقابل ام تجاوز)
 حدد متى تكون الحركة متسارعة ومتى تكون متباطئة

$$\text{الحل : } s_1 = v^3 - 3v$$

اقتران قابل للاشتقاق على ح وعل كل فترة مفتوحة منها
 السرعة

$$s_1 = v^3 - 3v$$

$$s_2 = v^3 - 2v = (1+v)(1-v) \cdot 3 = 3 - 2v$$

$$t = s_2 = 6v$$

المتحرك الثاني

$$s_2 = v$$

$$s_2 = 1$$

$$t = 0$$

لحظة التلاقي

$$v = v^3 - 2v$$

$$0 = v^3 - 2v$$

$$0 = (v^2 - 2)v$$

$$0 = (v+2)(v-2)$$

يتم التلاقي عندما $v = 0$ لحظة بدء الحركة

$$2 = v$$

$$3 = v^2 - 3 = (1-v)(1+v)$$

$$9 = \text{السرعة } v$$

$$2 = v$$

المتحرك ب

$$2 = v$$

$$1 = v'$$

$$0 = t$$

بما ان السرعتين من نفس الإشارة فهي تجاوز في نقطة فاصلتها $v = 2$ اما $v = -2$ مرفوض

يتسارع المتحرك اذا كانت السرعة والتسارع من نفس الإشارة ويتباطئ إذا كانا من إشارتين مختلفتين

v	a	∞	v
-----	++++		ع
++++	++++		ت
-----	++++		ع × ت
	2-		س

الحركة متباطئة في الفترة (١,٠) و متسارعة في الفترة (٠,١) هذا بالنسبة للمتحرك الاول اما المتحرك الثاني ب فهي حركة منتظمة سرعتها ثابتة وتسارعها معدوم المسألة الثالثة :

يعطى القانون الزمني لحركة جسم قذف رأسيا نحو الأعلى بالعلاقة $v = -v_0 + v_0^2 + 20$ والمطلوب

١- حدد موضع وسرعة الجسم لحظة القذف

٢- اوجد أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم واحسب سرعته على ارتفاع ٢٠ م

٣- بعد ثانيتين من قذف الجسم الأول قذف رأسيا نحو الأعلى جسم ثان وكان القانون الزمني لحركته يعطى بالمعادلة

$$v = -v_0 + v_0^2 + 30 = 50$$

والمطلوب حدد لحظة وموضع وسرعة كل من المتحركين لحظة التلاقي

كل من الزمن v_1, v_2 بالثاني الفاصلة v بالمت

الحل :

١- موضع الجسم لحظة القذف يوافق $v = 0$ وبالتالي $v = 0 = 20$ وسرعة الابتدائية

$$v = -v_0 + v_0^2 + 20 = 20$$

$$v' = -v_0 + v_0^2 + 40 = 40$$

$$v = -v_0 + v_0^2 + 40 = 40$$

