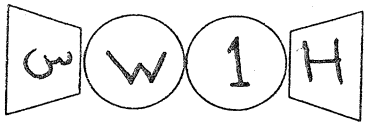
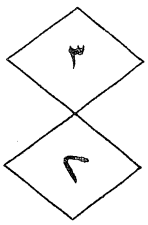
بسم الله الرحمن الرحيم





www.awaeel.net

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: د ٠٠ س ٢
اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٨/٠٦/٣٠

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣٤ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{س^{٣} + ٢س - ٦}{س^{٢} - ٤}$ دس (١٣ علامة)

٢) $\int_{١}^{} \frac{٢س هـ^{س}}{(س + ١)^{٢}}$ دس (١٢ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = لو$_{هـ}$ $\left(\frac{هـ^{س^{٢}}}{س}\right)^{٢}$ ، فإن قيمة ق$'$ (١) تساوي:

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ^{٢}

٢) قيمة $\int_{١}^{٣} \frac{(س^{٢} - ٢)^{٢} - ٤}{س^{٢}}$ دس تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٢٠}{٣}$ د) $\frac{٢٠}{٣}$

٣) حل المعادلة التفاضلية ظا^{٢}س دس = ٣ دص – دس هو:

أ) ص = $\frac{١}{٣}$ (ظا س + ٢س) + جـ ب) ص = $\frac{١}{٣}$ قا^{٢}س + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٣}$ ظا س + جـ د) ص = $\frac{١}{٣}$ (قا^{٢}س + ٢س) + جـ

يتبع الصفحة الثانية ....

www.awa2el.net

السـؤال الثاني: (٣٤ علامة)

أ)

١) جد قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{٤}}$ جتا س (٣ − ٢ جتا ٢ س)^{٤} دس (١٢ علامة)

٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{١ + لـو_{هـ} س}{هـ + س لـو_{هـ} س}$

فجد قاعدة العلاقة ص علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (١ ، ٢) (١٣ علامة)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{٤}}$ ق(س) دس = جتا س − ٢ جا س ، فإن قيمة $\frac{ق(\frac{\pi}{٤})}{ق'(\frac{\pi}{٤})}$ تساوي:

أ) ٣ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) ١ د) −٣

٢) قيمة $\int_{-١}^{١}$ (| س − ١ | + ١) دس تساوي:

أ) ١ ب) ٣ ج) ٢ د) ٤

٣) إذا كان ق(س) = س $\sqrt{س}$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٤}$ ق' (س) دس تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $-\frac{٣}{٢}$

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين : (١٣ علامة)

ق(س) = $\sqrt{٢ - س}$ ، هـ (س) = | س |

يتبع الصفحة الثالثة ....

www.awa2el.net

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

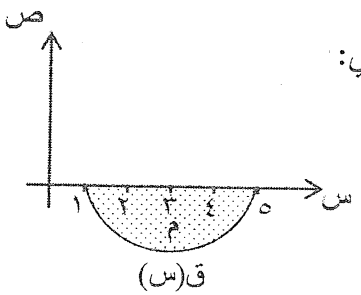
١) إذا كان $\int_{١}^{ب} \left(\frac{٥}{٢} - ٤ ق(س) \right) دس = \int_{١}^{ب} \left(٢س + \frac{ق(س)}{٢} \right) دس$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{ب} ق(س) دس$ تساوي:

أ) -٧ ب) -١ ج) $-\frac{٣}{٧}$ د) $-\frac{٧}{٩}$

٢) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [٠ ، ٣] ، وكان ق(س) ⩽ س ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{ب}^{٣} (٢ - ٢ ق(س)) دس$ تساوي:

أ) ١٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ١٥

٣) الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٥] ، فإذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (٨) وحدات مربّعة، فإن قيمة $\left| \int_{١}^{٥} (ق(س) - ٤) دس \right|$ تساوي:



أ) ٨ ب) ١٢
ج) ١٦ د) ٢٤

السؤال الرابع: (٣٥ علامة)

أ)

١) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ص = ٦ وتمس المستقيم الذي معادلته س – ٢ ص = ٠ ، عند النقطة (٤ ، ٢) (١٣ علامة)

٢) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره المستقيم س = -٣ ويمر بالنقطتين (٠ ، ٠) ، (–٢ ، ٢) (١٣ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

www.awa2el.net

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) تتحرّك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠

بالمعادلتين س = ٣ن ، ص^{٢} = ٦ن – ٩ن^{٢} ، فإن المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) قطع زائد معادلته ك ص^{٢} – س^{٢} + ك = صفر ، ك < ٠ ، ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق (١٢) وحدة، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) –٤ ب) –٢ ج) ٤ د) ٢

٣) قطع مكافئ بؤرته النقطة (–٤ ، ٢) ودليله محور الصادات، فإن معادلته هي:

أ) (ص+٢)^{٢} = –٨س + ١٦ ب) (ص–٢)^{٢} = ٨س – ١٦

ج) (ص–٢)^{٢} = –٨س – ١٦ د) (ص+٢)^{٢} = ٨س + ١٦

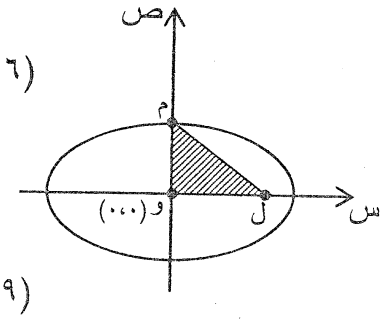
السـؤال الخامس: (٢٥ علامة)

(١٦ علامة)

أ) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل قطعًا ناقصًا بؤرته النقطة (ل)

فإذا علمت أن مساحة المثلث ل و م تساوي (٦) وحدات مربّعة،

والفرق بين طولي محوريه (٤) وحدات، فجد معادلته.



(٩ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع مثلي طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ ج) $\sqrt{٣}$ د) $\sqrt{٥}$

٢) طول المحور القاطع للقطع المخروطي الذي معادلته ٤ س^{٢} – ٣ ص^{٢} = $\frac{٤}{٣}$ يساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٤}{٩}$ ج) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٣) تتحرّك النقطة ن(س، ص) في الربع الأول من المستوى الإحداثي؛ بحيث تبقى على بعدين متساويين من محور الصادات والمستقيم $\sqrt{٣}$ ص – س = ٠ ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص) هي:

أ) ص = $\frac{٣}{\sqrt{٣}}$ س ب) ص = $\frac{-٣}{\sqrt{٣}}$ س ج) ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س د) ص = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ س

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

www.awaael.net

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨/الدورة الصيفية

صفحة رقم (١) ...

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٣ س

التاريخ : ٣٠/٦/٢٠١٨م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

صفحة رقم (١)

السؤال الأول: (٣٤ علامة)

أ) $\int \frac{س^3 + 2س^2 - 6}{س^2 - 4}$ د س

درجة البسط أكبر من درجة المقام / نقسم

$س + 2$

$س^2 - 4 \overline{) س^3 + 2س^2 - 6س - 6}$

$س^3 - 4س$

$2س^2 - 2س - 6$

$2س^2 - 8$

$-2س + 2$

$\int \frac{س^3 + 2س^2 - 6}{س^2 - 4}$ د س $= \int (س + 2 + \frac{-2س + 2}{(س+2)(س-2)})$ د س

$\frac{-2س + 2}{(س+2)(س-2)} = \frac{أ}{(س+2)} + \frac{ب}{(س-2)}$

$-2س + 2 = أ(س-2) + ب(س+2)$

عندما $س = 2 \Rightarrow -4 + 2 = 4ب \Rightarrow ب = -\frac{1}{2}$

عندما $س = -2 \Rightarrow 4 + 2 = -4أ \Rightarrow أ = -\frac{3}{2}$

$\int \frac{س^3 + 2س^2 - 6}{س^2 - 4}$ د س $= \frac{س^2}{2} + 2س - \frac{3}{2}$ لو $|س+2| - \frac{1}{2}$ لو $|س-2| + ج$

صفحة رقم (٢)

www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب ٥٩

٢٨٢

س ١ ٢ ٢) $\int_{1}^{2} \frac{2^{س} هـ^{س}}{(1+س)^{2}}$ دس

نفرض ان $و = س هـ^{س}$ ⟸ $دو = (س هـ^{س} + هـ^{س})$ دس

$دل = \frac{1}{(1+س)^{2}}$ دس ⟸ $ل = \frac{-1}{1+س}$

$\therefore ٢ \int_{1}^{2} \frac{س هـ^{س}}{(1+س)^{2}}$ دس $= ٢ \left[\frac{-س هـ^{س}}{1+س} \right]_{1}^{2} + \int_{1}^{2} (س هـ^{س} + هـ^{س}) \left(\frac{1}{1+س}\right)$ دس

$= ٢ \left[\frac{-هـ^{٢}}{٣} + \frac{هـ}{٢} \right] + ٢ \int_{1}^{2} \frac{1}{1+س} \cdot \frac{1}{(1+س)} \cdot هـ^{س}$ دس

$= ٢ \left(\frac{-هـ^{٢}}{٣} + \frac{هـ}{٢} \right) + ٢ \left[\frac{هـ^{س}}{1+س} \right]_{1}^{2}$

$= ٢ \left(\frac{-هـ^{٢}}{٣} + \frac{هـ}{٢} \right) + ٢ \left(\frac{هـ^{٢}}{٣} - هـ \right)$

$= هـ - ٢$

* إذا لم يتصل مع حدود التكامل أفقياً غير ثلاثة علامات

* إذا أخطأ الطالب بالفرض في اختيار $و$ و $دو$ (عكس) يصحح له (٤) علامات فقط

س ١ ب) $\int_{0}^{1} ٢^{س}$ دس

١) $ع = ٢$ (٣)

٢) $P \frac{٢}{٣}$ (٣)

٣) $ع = ٠$ (٣)

* نفرض الفرض دائماً $ص = \frac{1}{٣} ط_{س+٢}$

إذا وجدت الإجابة ورسم خرج يأخذ العلامة.

www.awa2el.net

حل غير صحيح يصحح من (٧) علامات

$$\frac{ب}{ج+د} + \frac{أ}{ج-د} = \frac{٦-٣جـ+س^{٣}}{ج^{٢}-د^{٢}}$$

$$(ج-د)ب + (ج+د)أ = ٦-٣جـ+س^{٣}$$

$$س = ٣ \Leftarrow ٦ = ٤أ \Leftarrow أ = \frac{٣}{٢}$$

$$س = -٣ \Leftarrow -١٨ = -٤ب \Leftarrow ب = \frac{٩}{٢}$$

$$\int \frac{٦-٣جـ+س^{٣}}{ج^{٢}-د^{٢}} دس = \int \frac{\frac{٣}{٢}}{ج-د} دس + \int \frac{\frac{٩}{٢}}{ج+د} دس$$

$$= \frac{٣}{٢} \text{لو}|س-ج| + \frac{٩}{٢} \text{لو}|س+د| + ﺟـ$$

* في هذا الحل لم يبدأ بالقسمة الطويلة .

⊗ إذا قام الطالب بكتابة الباقي بدل البواقي وأكمل بشكل صحيح يصحح من (٧) علامات وكلما ورد خطأ يخصم علامة واحدة

www.awa2el.net

(٤)

س ١

(أ) إذا قام الطالب بحل السؤال التالي :

أوجد $\int \frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٦س + ٦}{س^٢ - ٤}$ د س

ثم قام بإجراء القسمة الطويلة بخطأ وحل السؤال

والصواب الآتي :

$$\begin{array}{r} س + ٢ \\ س^٢ - ٤ \overline{)\, س^٣ + ٢س^٢ - ٦س + ٦} \\ \underline{س^٣ \quad\quad - ٤س} \\ ٢س^٢ - ٢س + ٦ \\ \underline{٢س^٢ \quad\quad - ٨} \\ -٢س + ١٤ \end{array}$$

$$= \int (س + ٢ + \frac{-٢س + ١٤}{(س-٢)(س+٢)}) \text{ د س}$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٢س + \int \frac{-٢س + ١٤}{(س-٢)(س+٢)} \text{ د س}$$

$$\frac{-٢س + ١٤}{(س-٢)(س+٢)} = \frac{أ}{س-٢} + \frac{ب}{س+٢}$$

$$-٢س + ١٤ = أ(س+٢) + ب(س-٢)$$

بوضع $س = ٢$ ⇐ $١٠ = ٤أ$ ⇐ $أ = \frac{٥}{٢}$

بوضع $س = -٢$ ⇐ $١٨ = -٤ب$ ⇐ $ب = -\frac{٩}{٢}$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٢س + \frac{٥}{٢} \ln|س-٢| - \frac{٩}{٢} \ln|س+٢| + ج$$

www.awa2el.net

www.awa2el.net

السؤال الأول :

(أ)

(٢) $\int_{0}^{1} \frac{٢س هـ^{س}}{(س+١)^{٢}}$ دس .

نفرض أنه ص = س + ١ ، س = ص − ١ ، دس = دص

عند س = ١ ← ص = ٢

عند س = ٠ ← ص = ١

التكامل = $\int_{1}^{٢} \frac{٢(ص-١) هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص

$= \int_{1}^{٢} \frac{٢ص هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص $- \int_{1}^{٢} \frac{٢ هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص

$= \int_{1}^{٢} ٢ص^{-١} هـ^{ص-١}$ دص $- \int_{1}^{٢} ٢ص^{-٢} هـ^{ص-١}$ دص

ف = ٢ص^{-١} ⇐ دف = −٢ص^{-٢} دص

دع = هـ^{ص-١} دص ⇐ ع = هـ^{ص-١}

$= [٢ص^{-١} \times هـ^{ص-١}]_{1}^{٢} - \int_{1}^{٢} هـ^{ص-١} \times (-٢ص^{-٢}$ دص$) - \int_{1}^{٢} ٢ص^{-٢} هـ^{ص-١}$ دص

$= [\frac{٢ هـ^{ص-١}}{ص}]_{1}^{٢} + \int_{1}^{٢} \frac{٢ هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص $- \int_{1}^{٢} \frac{٢ هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص

$= \frac{٢ هـ}{٢} - \frac{٢}{١}$

$= هـ - ٢$

www.awa2el.net

(٧)

$$\int_{1}^{2} \frac{س^{ن} هـ^{س}}{(س+1)^{2}} \, د س$$

(١٢)

$ص = س + 1 \Leftarrow س = ص - 1$ (١)

$د ص = د س$ (١)

عندما $س = 0 \Leftarrow ص = 1$

عندما $س = 1 \Leftarrow ص = 2$ (١)

$$= \int_{1}^{2} \frac{(ص-1)^{ن} هـ^{ص-1}}{ص^{2}} \, د ص$$ (١)

$$= \frac{1}{هـ} \int_{1}^{2} (ص-1)^{ن} هـ^{ص} \, د ص$$

أجزاء

$ع = (ص-1)^{ن}$ (١)

$د ع = ن (ص-1)^{ن-1} \times 1 \, د ص$

$د ل = هـ^{ص} \, د ص$ (١)

$ل = هـ^{ص}$

$$= \frac{1}{هـ} \left[(ص-1)^{ن} هـ^{ص} \right]_{1}^{2} - \int_{1}^{2} ن (ص-1)^{ن-1} هـ^{ص} \, د ص$$ (١)

$$= \frac{1}{هـ} \left(هـ^{2} - 0 \right) - ن \int_{1}^{2} (ص-1)^{ن-1} هـ^{ص} \, د ص$$ (١)

$$= \frac{1}{هـ} \left(هـ^{2} - هـ \right) - ن \int_{0}^{1} ع^{ن-1} هـ^{ع+1} \, د ع$$

$$= \frac{1}{هـ} \times هـ \left(هـ - 1 \right) - ن \int_{0}^{1} ع^{ن-1} هـ^{ع} \, د ع$$

$$= هـ - 2 - ن \int_{0}^{1} ع^{ن-1} هـ^{ع} \, د ع$$ (١)

(بالاعتماد على قاعدة المشتقة)
يأخذ ... ٩ علامات ( )

www.awa2el.net

ح ب) ... $\int_{0}^{1} \frac{2\,س\,هـ^{س}}{(س+1)^{2}}\,ءس$

نفرض أن ص = $\frac{هـ^{س}}{س+1}$ ① ← ص' = $\frac{(س+1)\,هـ^{س} - هـ^{س} \times 1}{(س+1)^{2}}$ ① ①

ص' = $\frac{س\,هـ^{س}}{(س+1)^{2}}$ ①

∴ $\int_{0}^{1} 2\,ص'\,ءس = \left[2\,ص\right]_{0}^{1}$ ①

$= 2\,ص(1) - 2\,ص(0)$ ①

$= 2 \times \frac{هـ}{2} - 2 \times 1$ ①

$=$ هـ $- 2$ ①

هـ

www.awa2el.net

(٩)

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \times \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}\, d\theta = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\theta}{(1+\cos\theta)^2}\, d\theta$$

١٢

$$\text{①} \quad \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \tan\frac{\theta}{2} \Leftarrow \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \tan\frac{\theta}{2}$$

$$\text{①} \quad \int \frac{(1+\cos\theta)^2}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}\, d\theta$$

① $\tan\frac{\theta}{2} = 0 \Rightarrow \theta = 0$ عند

① $\tan\frac{\theta}{2} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ عند

$$\text{①} \quad \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\cos\theta)}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} \times \tan\frac{\theta}{2} \times \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}\, d\theta = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\cos\theta)}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} \times \tan\frac{\theta}{2} \times \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}\, d\theta$$

$$\text{①} \quad = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}\tan\frac{\theta}{2} \times \tan\frac{\theta}{2}\, d\theta =$$

$$\text{①} \quad = \left(1 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$$

www.awa2el.net

حل آخر السؤال ① ⑫

$$\frac{ص}{س+1} = \frac{ص}{س+1}$$

$$ص = ص(س+1)$$

$$ص = ص س + ص$$

$$ص - ص س = ص$$

$$ص(1-س) = ص$$

$$ص = \frac{ص}{1-س}$$

$$ص = \frac{ص}{(س+1)^2}$$

$$ص = \int \frac{ص}{(ص+1)^2} \, ص ص$$

$$ص = \int \left(\frac{1}{ص} - \frac{2}{ص+1} \right) ص ص$$

$$ص = \ln|ص| + \frac{2}{ص+1}$$

$$ص = \ln|س+1| + \frac{2}{س+1}$$

$$\therefore ص = ص \ln(س+1) + \frac{2}{س+1} \int \frac{ص}{(س+1)^2} \, س$$

$$ص = \ln(س+1) \quad ص = \frac{1}{س+1}$$

$$ص = ص + 2 \quad ص = 2ص$$

$$= ص \ln(س+1) - \int \frac{ص}{س+1} \, س + 2ص$$

$$= ص \ln(س+1) - \int \frac{ص}{س+1} \, س + 2ص$$

$$= ص \ln(س+1) - ص + 2ص$$

$$= ص \ln(س+1) + ص$$

$$ص - 2 = ص \ln(س+1) + ص$$

www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

٤ ك

(٣٤)

السؤال الثاني

٢) أ) ١) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س (٢ − ٢ جتا² س)^٤ . د س

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س (٢ (١ − جتا² س))^٤ . د س = $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س (٢ × ٢ جا² س)^٤ . د س ①

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س (٤ جا² س)^٤ . د س ①

٢٥٦ $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س جا^٨ س . د س ①

نفرض ص = جا س ①

د ص = جتا س . د س ①

س = ٠ ← ص ← ٠

س = $\frac{\pi}{4}$ ← ص ← $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ①

٢٥٦ $\int_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ص^٨ . د ص ①

٢٥٦ $\left(\frac{ص^٩}{٩}\right)\Big|_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ①

$\frac{٢٥٦}{٩}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^٩ - (٠)\right)$ ①

$\frac{٢٥٦}{٩} \times \frac{١}{١٦\sqrt{2}} = \frac{١٦}{٩\sqrt{2}} = \frac{٨\sqrt{2}}{٩}$ ①

اي شكل من الطرق الاخرى

www.awa2el.net

س ٤) ج)

$\frac{ص}{س}$ = ميل المماس ①

$\frac{ص}{س} = \frac{1 + \log_هـ س}{هـ + س \log_هـ س}$ ①

$ص = \frac{1 + \log_هـ س}{هـ + س \log_هـ س}$ ① نفرض $ع = \log_هـ س$ ①

$س = هـ^ع$ ①

$\frac{س}{ع} = هـ^ع$

$\frac{س}{ع} = هـ$

$س = هـ ع$

$\frac{ص}{ع} = \frac{1 + ع}{هـ + ع هـ^ع}$ ①

$ص = \frac{هـ^ع + ع هـ^ع}{هـ + ع هـ^ع}$ ①

$ص = \log_هـ |هـ + ع هـ^ع| + ج$ ①

$ص = \log_هـ |هـ + س \log_هـ س| + ج$ ①

ولكن المنحنى يمر بالنقطة $(1 ، 3)$

ومنه $3 = \log_هـ |هـ + \log_هـ 1| + ج$ ①

$ج = 1$ ①

$\therefore ص = \log_هـ (هـ + س \log_هـ س) + 1$ ①

س ب)

١) ك = ③ -3

٢) ب = ③ 3

٣) م = ③ $\frac{3}{ك}$

www.awa2el.net

(١) $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ميل المماس = ١

(١) $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{١ + لو}_{\text{هـ}}}{\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}}}$ (ب)

(١) $\text{ص} = \frac{\text{١ + لو}_{\text{هـ}}}{\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}}} \times \text{س}$

(١) $\int \text{ص}$ = (١) $\int \frac{\text{١ + لو}_{\text{هـ}}}{\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}}} \times \text{س}$ ← ضمناً (١) $\int \text{ص} = \int \text{س}$ حيث

(١) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}}| + \text{جـ}$ (١)

(١) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}}| + \text{جـ}$ (١)

(١) $\text{هـ} = ١$ ← (١) $٢ = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ} + \text{جـ}$ ← (١) (ج)

(١) $\therefore \text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ + س لو}_{\text{هـ}} \text{س}| + ١$

[redacted] (1)

www.awa2el.net

س ١٢

$$\frac{دص}{دس} = \frac{1 + لو_{هـ} س}{هـ + س\, لو_{هـ} س}$$

$$\int دص = \int \frac{1 + لو_{هـ} س}{هـ + س\, لو_{هـ} س}\, دس \quad (1)\ (1)$$

$ع = هـ + س\, لو_{هـ} س$ (1)

$دس = \frac{دع}{1 + لو_{هـ} س}$ (1)

$$ص = \int \frac{1 + لو_{هـ} س}{ع} \cdot \frac{دع}{1 + لو_{هـ} س} \quad (1)\ (1)$$

$$ص = \int \frac{1}{ع}\, دع$$

$ص = لو_{هـ} |ع| + جـ$ (1)

$ص = لو_{هـ} |هـ + س\, لو_{هـ} س| + جـ$ (1)

$(١ ، ٢) \Leftarrow ٢ = لو_{هـ} هـ + جـ \Leftarrow ٢ = ١ + جـ$ (1) (1)

$\boxed{جـ = ١}$ (1)

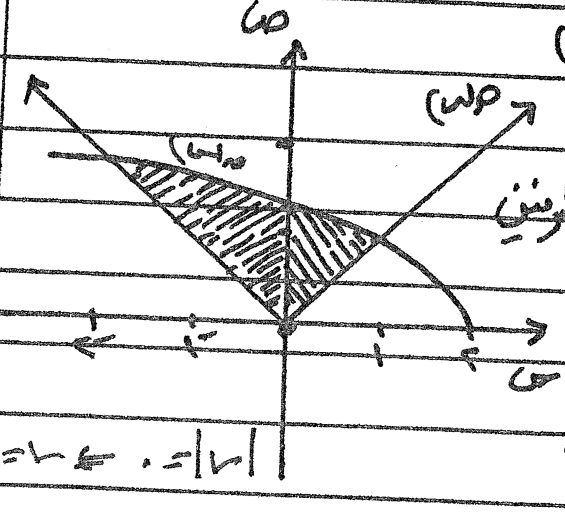
$ص = لو_{هـ} |هـ + س\, لو_{هـ} س| + ١$ (1)

www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٢٢ علامة)

أ) $م(س) = \sqrt{٤ - س}$ ، $هـ(س) = |س|$



نجد نقط التقاطع بين $م(س)$ ، $هـ(س)$

① $م(س) = هـ(س)$

$\sqrt{٤ - س} = |س|$ بتربيع الطرفين

① $٤ - س = س^٢$

$س^٢ + س - ٤ = ٠$

$(س + ٢)(س - ١) = ٠$

① $|أ| = ٠ \Leftarrow أ = ٠$

$\Leftarrow س = -٢$ ، ١ ①

$$م = \int_{-٢}^{١} (\sqrt{٤ - س} - |س|)\, د س = \int_{-٢}^{٠} (\sqrt{٤ - س} + س)\, د س + \int_{٠}^{١} (\sqrt{٤ - س} - س)\, د س$$

① ① ①

$$= \left[-\frac{٢}{٣}(٤ - س)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{س^٢}{٢} \right]_{-٢}^{٠} + \left[-\frac{٢}{٣}(٤ - س)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{س^٢}{٢} \right]_{٠}^{١}$$

① ① ①

$$= \left(-\frac{١٦}{٣} + ٢ \right) - \left(-\frac{٢}{٣} \times ٨ \right) + \left(-\frac{٢}{٣} \times ٣\sqrt{٣} - \frac{١}{٢} \right) - \left(-\frac{١٦}{٣} \right)$$

① ① ①

$$= \frac{١٤}{٣} - \frac{٥}{٢} = \frac{٢٨ - ١٥}{٦} = \frac{١٣}{٦}$$ وحدة مربعة ①

ب)

١) ب ③ -١ ← إذا أوجد نقط التقاطع مع المحاور

٢) ج ③ -٣ ← أ، ب سيكون أحد علاقة المدود وما قبلها بشرط أن تكون أ، ب نقط تقاطع

٣) ك ③ ٤ ← إذا تماس مع محاور واحد فقط مع س

(٧) علامات

www.awa2el.net

(P) ٣ سنة

$$م = \int_{-ب}^{ب} (ا ب^2 - س^2) \, د س$$

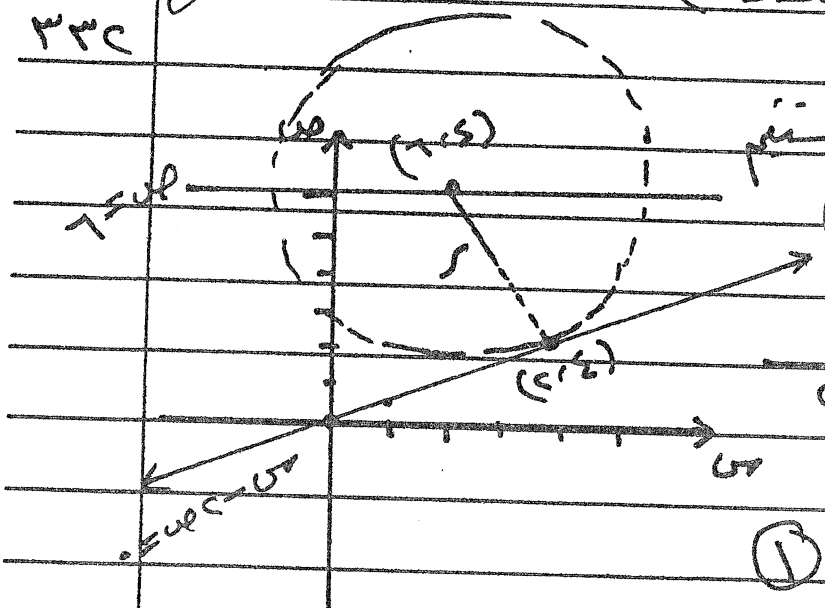
$$م = \int_{-ب}^{ب} (ا ب^2 + س^2) \, د س$$

- إذا كتب احدهما وكل شكل صحيح يصحح من (٧) علامات (اي حسب مساحة واحدة فقط).

www.awa2el.net

السؤال الرابع : (٣٥ علامة)

(١٣) ٤) ١)



بما أن مركز الدائرة يقع على المستقيم ص = ٦ ①

∴ مركز الدائرة (ك، ٦)

ر = √(ك - ٤)^٢ + (٦ - ٤)^٢ ①

ر^٢ = ك^٢ - ٨ك + ١٦ + ١٦

ر^٢ = ك^٢ - ٨ك + ٣٢ ①

وبما البعد بين المركز (ك، ٦) والمستقيم س - ٢ = ٠ ①

∴ ر = |ك - ٢| / √٥ ① ⇐ ر^٢ = (ك - ٢)^٢ / ٥ = (ك^٢ - ٤ك + ٤) / ٥ ①

⇐ ٥ر^٢ = ك^٢ - ٤ك + ٤

١٦٠ + ٤٠ك - ٥ك^٢ = ك^٢ - ٤ك + ٤

٤ك^٢ - ٤٤ك + ١٦ = ٠

ك^٢ - ١١ك + ٤ = ٠ ①

(ك - ٢)(ك - ٤) = ٠ ⇐ ك = ٢ ، ك = ٤ ①

∴ المركز (٤، ٦) ① ر = √١٦ - ١٦ + ٣٢ = √٣٢ = ٤√٢ ①

وعليه معادلة الدائرة هي (س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٣٢ ①

www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

٣٤٥

لو أن اضطراع الاتجاه ∪ يكتب (٣) علامات

تحديد الاتجاه ①

س ٩) ٢) ١٣

الصورة العامة لمعادلة القطع هي :

① $(س - ى)^2 = 4جـ(ص - هـ)$

لكن محور التماثل للقطع $س = -3$

⟸ رأس القطع النقطة

① $(-3، هـ)$

∴ تصبح المعادلة $(س + 3)^2 = 4جـ(ص - هـ)$ ①

يمر بالنقطة $(0،0)$ ⟸ $9 = -4جـ(-هـ)$ ①

∴ $هـ = \frac{9}{4جـ}$

ويمر بالنقطة $(-2،-3)$ ⟸ $1 = -4جـ(-3 - هـ)$ ①

∴ $1 = -8جـ + 4جـهـ$ ①

$1 = -8جـ + 4جـ(\frac{9}{4جـ})$ ، $جـ \neq 0$

① $1 = جـ$ ⟸ $-8 = -8جـ$ ①

① $هـ = \frac{9}{4} = \frac{9}{1 \times 4}$ ∴

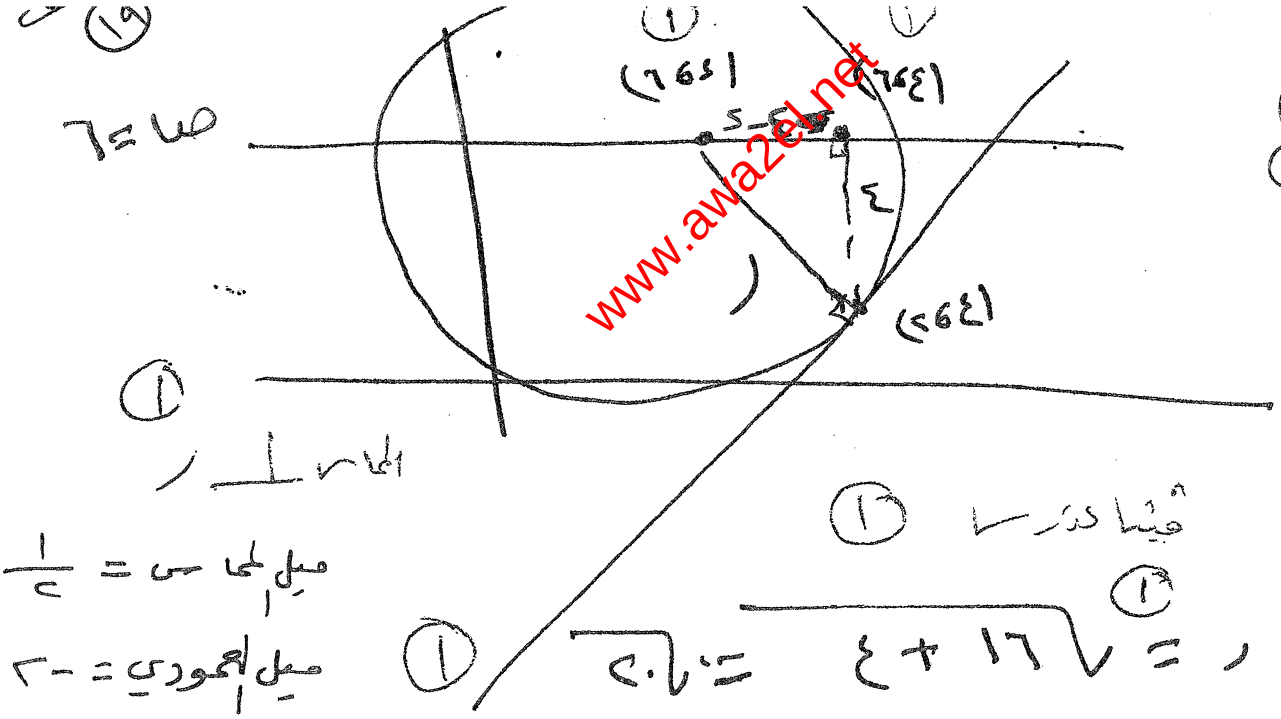
المعادلة هي : $(س + 3)^2 = -4(ص - \frac{9}{4})$ ①

٩) ١) ب) س ٤

٣) أ) دائرة

٣) ب) ك

٣) ج) $(ص - 2)^2 = -8(س + 2)$



www.awa2el.net

المماس ⊥ ل

ميل المماس = $\frac{١}{٢}$

ميل العمودي = -٢

فيثاغورس ①

$ر = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠}$ ①

$ك = ٤ - ١٦ك + ٣ك^{٢}$ ①

$٣ك^{٢} - ١٦ك + ٤ = ٠$ ①

$(ك - ٢)(ك - ٦) = ٠$ ①

مرفوض

$ك = ٢$ ① ، $٦ \neq ك$ ① تهمل

المركز $(٢، ٦)$ ①

المعادلة $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ٢٠$ ① ①

www.awa2eb.net

حل آخر

س ٤ م) مركز حدا الدائرة (٤، ٦)

١٠

ميل $\overline{ب ج}$ = $\frac{ص_ج - ص_ب}{س_ج - س_ب}$ = $\frac{٠ - ٤}{٠ - ٢}$ = ٢

ميل $\overline{أ ب}$ = $\frac{١}{٢}$ ①

ميل نصف محور = $\frac{ص_ج - ص_د}{س_ج - س_د}$ = $\frac{٦ - ٤}{٤ - ٤}$ = $\frac{٢}{٠}$ ①

المماس ⊥ نصف القطر ①

ميل $\overline{أ ب}$ × ميل نصف محور = -١ ①

$\frac{١}{٢}$ × $\frac{٢}{٤ - س}$ = -١ ①

س = ٥ ①

المركز (٤، ٦) ①

نصف المركز عن محور (٤، ٥) ①

ر = $\sqrt{(٤ - ٥)^٢ + (٦ - ٥)^٢}$ ①

ر = $\sqrt{٢}$ ①

$(س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢$ ① ①

www.awa2el.net

س ٤ /١٣

ب) ١) مركز الدائرة يقع على المستقيم ص = ٦ ①

∴ المركز م (٤ ، ٦)

$(س - ٤)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ر^{٢}$ ①

المستقيم ⊥ الدائرة ①

$م_{١} = \frac{١}{٢}$ ①

بالتعويض ص − س = ٠ ①

∴ $ص - ٦ = \frac{١}{٢}(س - ٤)$ ① + ①

$٢ص - ١٢ = س - ٤$

$٢ص - س - ٨ = ٠$

بالتعويض (٤ ، ٣) ⇐ $٢(٣) - (٤) - ٨ = ٠$ ①

$٦ - ٤ - ٨ = ٠$

$-٦ = -٢ر$ ⇐ $ر = ٣$ ①

∴ $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ٩$

بالتعويض (٤ ، ٠) ⇐ $٠ + ٣٦ = ر^{٢}$ ⇐ $ر^{٢} = ٣٦$ ⇐ ر = ٦ ①

$(س - ٤)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ٠$ ①

www.awa2el.net

مراجعة (٥) : المركز (د ، ٦)

١٣

معادلة الدائرة : $س^٢ + ص^٢ + أ س + ب ص + جـ = ٠$ ①

حيث $د = -\frac{أ}{٢}$ ① ، $هـ = -\frac{ب}{٢}$ ①

$\Leftarrow ٦ = -\frac{ب}{٢}$

$\Leftarrow ب = -١٢$ ①

∴ معادلة الدائرة : $س^٢ + ص^٢ + ٨س - ١٢ص + جـ = ٠$ ①

بالتعويض : $٣س^٢ + ٣ص^٢ + ٢٤س ص + ٨ - ١٢ص = ٠$

$\Leftarrow ص' (٣ص - ١٢) = -٣س^٢ - ٨$ ①

$\Leftarrow ص' = \frac{-٣س^٢ - ٨}{٣ص - ١٢}$ = ميل المماس عند نقطة التماس

معادلة المماس: $س - ٢ص = ٠$

$١ - ٢ص' = ٠$

$ص' = \frac{١}{٢}$ ①

$\Leftarrow \frac{١}{٢} = \frac{-٣س^٢ - ٨}{٣ص - ١٢}$ ①

$\Leftarrow -٣س^٢ - ٨ = ٣ص - ١٢$

$\Leftarrow ٣س^٢ + ٣ص = ٤$ ①

$\Leftarrow ٣(٤ - ٢ص)^٢ + ٣ص = ٤$

$\Leftarrow ٣(١٦ - ١٦ص + ٤ص^٢) + ٣ص = ٤$

$\Leftarrow ٤٨ - ٤٨ص + ١٢ص^٢ + ٣ص = ٤$

$\Leftarrow ١٢ص^٢ - ٤٥ص + ٤٤ = ٠$

$\Leftarrow (ص - ١)(١٢ص - ٤٤) = ٠$

$\Leftarrow ص = ١$ ① ، $ص = \frac{١١}{٣}$ ①

$\Leftarrow س = ٢$ ① ، $س = \frac{٤}{٣}$ ①

$\Leftarrow د = \frac{-(-٤)}{٢} = ٢$ ①

∴ معادلة الدائرة : $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

، النقطة (٤ ، ٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow (٤ - ٢)^٢ + (٢ - ٦)^٢ = ر^٢$

$\Leftarrow ر^٢ = ٤ + ١٦$

$= ٢٠$ ①

وبالتالي $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ①

أو يمكن استخدام الصورة العامة :

معادلة الدائرة : $س^٢ + ص^٢ + أ س + ب ص + جـ = ٠$

$س^٢ + ص^٢ - ٤س - ١٢ص + جـ = ٠$ ①

النقطة (٤ ، ٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow$

$١٦ + ٤ - ٦٤ - ٢٤ + جـ = ٠$

$جـ = ٢٠$ ①

معادلة الدائرة : $س^٢ + ص^٢ - ٤س - ١٢ص + ٢٠ = ٠$ ①

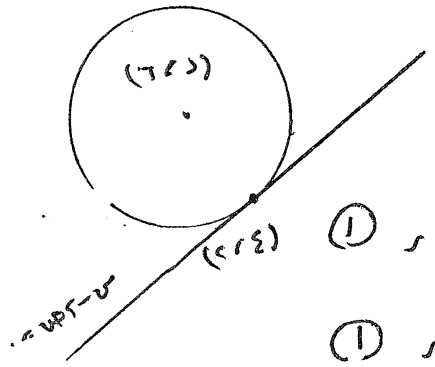
www.awa2el.net

س ٤ / ب / ١ المركز (د، ٦) ①

$$ر = \left| \frac{٨\sqrt{٥}}{د - ١٢} \right| \quad ①$$

$$|د - ١٢| = ٨\sqrt{٥}\ ر \quad ①$$

$$د - ١٢ = ٨\sqrt{٥}\ ر \quad ① \qquad د - ١٢ = -٨\sqrt{٥}\ ر \quad ①$$



معادلة الدائرة : $(س - د)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

النقطة (٤، ٢) تحقق المعادلة $د - ١٢ = -٨\sqrt{٥}\ ر$ أولاً ✓

$د - ١٢ = ٨\sqrt{٥}\ ر$ ثانياً ✓

أولاً : $(٤ - ١٢ + ٨\sqrt{٥}\ ر)^٢ + (٢ - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

$(-٨ + ٨\sqrt{٥}\ ر)^٢ + (-٤)^٢ = ر^٢$

$٦٤ - ١٢٨\sqrt{٥}\ ر + ٣٢٠ ر^٢ + ١٦ = ر^٢$ ①

$٤ر^٢ - ١٢٨\sqrt{٥}\ ر + ٣٢٠ = ٠$ ①

$\Rightarrow ر = ٣\sqrt{٥}$ ①

$\Rightarrow د = ١٢ - ١٠ = ٢$ ①

∴ معادلة الدائرة $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ①

ثانياً : $(٤ - ١٢ - ٨\sqrt{٥}\ ر)^٢ + (-٤)^٢ = ر^٢$

$(-٨ - ٨\sqrt{٥}\ ر)^٢ + ١٦ = ر^٢$

$٦٤ + ١٢٨\sqrt{٥} + ٣٢٠ ر^٢ + ١٦ = ر^٢$

$٤ر^٢ + ١٢٨\sqrt{٥}\ ر + ٨٠ = ٠$ ①

$\Rightarrow ر = -٣\sqrt{٥}$ مرفوضة ①

المميز $= (١٢٨\sqrt{٥})^٢ - ٤(٤)(٨٠)$

$= ٠$

$\Rightarrow ر = \frac{-١٢٨\sqrt{٥} + ٠}{٨} = -٣\sqrt{٥}$

المميز $= (-١٢٨\sqrt{٥})^٢ - ٤(٤)(٨٠)$

$= ٠$

$\Rightarrow ر = \frac{١٢٨\sqrt{٥} \pm ٠}{٨} = ٣\sqrt{٥}$

www.awa2el.net

س ٤ (ب) ... المركز يقع على المستقيم ص = ٦ ← هـ = ٦

∴ المركز (ك، ٦) ①

ر = بعد م (ك، ٦) عن المستقيم س - ٢ ص = ٠

$$ر = \frac{|ك - ١٢|}{\sqrt{٥}}$$ ①

ميل المستقيم = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{١}{٢}$ ①

ميل ر = $\frac{٦ - ٤}{ك - ٤} = \frac{٢}{ك - ٤}$ ① ، المستقيم ⊥ ر ①

ميل المستقيم × ميل ر = -١ ①

$\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{ك - ٤} = -١$ ← $\frac{٢}{ك - ٤} = -١$

ك - ٤ = -٢ ← ك = ٢ ①

∴ ر = $\frac{|-١١٠|}{\sqrt{٥}} = ٢\sqrt{٥}$ ①

∴ المعادلة $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ①

المركز (٢، ٦) ①

www.awa2el.net

(٥)

س ٤ / (ب) ٢ معادلة محور التماثل : $س = \frac{-ب}{٢أ} = -٣$ ①

$ب = -٣ \times ٢أ = -٦أ$ ①

$ب = -٦$ ①

معادلة القطع المكافئ : $ص = أ س^{٢} + ب س + جـ$ ①

(٠،٠) تحقق معادلة القطع : $٠ = أ + ٠ + جـ$ ① $\Leftarrow جـ = ٠$ ①

(-٢،٢) تحقق معادلة القطع : $٢ = ٤أ - ٢ب$ ①

$٢ = ٤أ - ٢(-٦أ)$ ① $\Leftarrow ٢ = -٨أ$ ①

$أ = -\frac{١}{٤}$ ①

$ب = -٦ \times -\frac{١}{٤}$ ①

$= -\frac{٣}{٢}$

∴ معادلة القطع : $ص = -\frac{١}{٤} س^{٢} - \frac{٣}{٢} س$ ①

www.awa2el.net

السؤال الرابع :

(٢ ، ب) (١٣)

المحور س = -٣ ← الرأس (-٣ ، ٥) ①

معادلة القطع المكافئ : (س - ٥)^٢ = ٤ ص + ب ①

حيث ٤ ، ب ∈ ح ، أعداد حقيقية

(س + ٣)^٢ = ٤ ص + ب ①

النقطة (٠ ، ٠) تحقق ← (٠ + ٣)^٢ = ٤ × ٠ + ب ①

ب = ٩ ①

النقطة (-٢ ، ٣) تحقق ← (-٢ + ٣)^٢ = ٤ ص + ٩ ①

١ = ٤ ص - ٩ ①

ص = -٢ ← ٤ = -٨ ①

∴ معادلة القطع المكافئ :

(س + ٣)^٢ = -٨ ص + ٩ ①

س ٤

ب) أ) إذا قام بائع بقطع المنحنى عند أربعة نقط فإن (٦) نقط

يصبح س

$(س - ص)^{ج} = ٤ د (ا - ك)$

أو $(ص - ص)^{ج} = -٤ د (ا - ك)$.

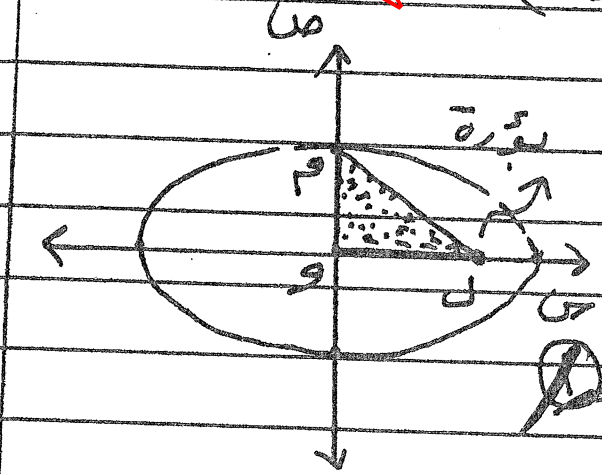
www.awa2el.net

www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

٣٤٧

السؤال الخامس : (٢٥ علامة)



بقوة

(أ) م = $\frac{1}{2}$ × ل و × و م ①

Δ ل و م

٦ = $\frac{1}{2}$ × ب × ب ①

١٢ = ب ب ⇐ ب = $\frac{١٢}{ب}$ ①

لكن ٢م = ٢ب + ٤ ①

م = ب + ٢ ⇐ م − ب = ٢

وبما أن القطع ناقص ⇐ ج٢ = م٢ − ب٢ ①

① $\left(\frac{١٢}{ب}\right)^{٢}$ = (ب + ٢)٢ − ب٢

① $\frac{١٤٤}{ب٢}$ = ب٢ + ٤ب + ٤ − ب٢

١٤٤ = ٤ب٢ + ٤ب٣

① ٤ب٣ + ٤ب٢ − ١٤٤ = ٠

① ب٣ + ب٢ − ٣٦ = ٠

① (ب − ٣)(ب٢ + ٤ب + ١٢) = ٠

ب = ٣ ⇐ ① م = ٣ + ٢ = ٥ ①

	١	١	٠	−٣٦
٣		٣	١٢	٣٦
	١	٤	١٢	٠

(ب) المعادلة هي $\frac{س٢}{٢٥} + \frac{ص٢}{٩} = ١$

① + ① + ①

على (أ) على ب ع

ب) ١) ب ③ $\frac{٥\sqrt{٧}}{٤}$

٢) ٤٠ ③ $\frac{٤}{٣\sqrt{٧}}$

٣) م ③ ص = $\frac{٣}{٤}$ س

www.awa2el.net

س٥ (ج)

١) إذا قام الطالب بوضع نقطة ب أو ب مباشرة دون أي تبرير (ب = ٤٠ أو ب = ٣٠) وأكمل بشكل صحيح يصحح من (٨) علامات وتطاير وصمة خطأ غير عادية

* إذا اعتمد الطالب أن محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاع = ٦

وأكمل بصورة صحيحة : يصحح من (١٢)

س٦ (أ)

١) * إذا قام الطالب بكتابة التكامل على الصورة

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}$ جتا س (٢ - ٢ جتا س - ٢) دس (لم يضع دس ٤)

يصحح من (٨) علامات

* إذا قام الطالب بكتابة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}$ جتا س (٢ - ٢ جتا س)^{٤} ثم أكمل بشكل صحيح يصحح من (٦) علامات