حل التدريبات الآتية

١- اثبت ان الاقتران م(س) = س^{٣} + س^{٢} −جاس + ١

هو معكوس مشتقة الاقتران ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س −جتاس على الفترة ح

الحل : الاقتران ق(س) متصل على ٠٠٠٠ ، م(س) قابل للاشتقاق على ٠٠٠٠ ومشتقه

م$'$(س) = ٣٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ − ٠٠٠٠٠ وبالتالي م$'$(س) = ق(س)

٢-اذا كان ق(س) متصل على مجاله وكان $\int$ق(س)دس = س^{٣} −ظاس + ١

جد ق(س)

الحل : نشتق الطرفين $\int$ق(س)دس = س^{٣} −ظاس + ١

نجد

$\frac{\text{د}}{\text{دس}}\int$ق(س)دس = $\frac{\text{د}}{\text{دس}}$(س^{٣} −ظاس + ١)

ق(س) = ٠٠٠٠٠ − ٠٠٠٠٠٠

٣-تعين الثابت

اذا كان الاقتران ق(س) متصل على ح

وكان $\int$(ق(س) − ٢س)دس = ٢س^{٢} − بس + ٣ جد الثابت ب علما ان ق(١) = ٤

الحل : نشتق الطرفين

$\frac{\text{د}}{\text{دس}}\int$(ق(س) − ٢س)دس = $\frac{\text{د}}{\text{دس}}$(٢س^{٢} − بس + ٣)

٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٤س − ب

ق(١) − ٢(١) = ٤(١) − ب

٤ − ٢ − ٤ = −ب ⇐ ب = ٢

٤- اذا كان م(س) = س − $\sqrt{\text{س}^{٢}+١}$ معكوسا لمشتقة الاقتران ق فجد ق(١)

الحل : نشتق الاقتران م(س) = س − $\sqrt{\text{س}^{٢}+١}$

م$'$(س) = ٠٠٠ − $\frac{٠٠٠٠}{٢\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}$ = ٠٠٠٠٠٠ − ٠٠٠٠٠٠

إذا ق(س) = ١ − $\frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}^{٢}+١}}$ وبالتالي ق(١) = ٠٠٠ − $\frac{٠٠٠}{٠٠٠٠٠٠}$ = ١ − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٥- اذا كان $\int$ق(س)دس = جتاس + ظاس − ١

اوجد ق$'$(س) + ق$''$(س)

الحل : نشتق طرفي المعادلة $\int$ق(س)دس = جتاس + ظاس − ١

ن(س) = ـ٠٠٠٠ + (١+ظا^{٢}س)

ن$'$(س) = ـجتاس + ٠٠٠٠٠

ن$''$(س) = ٠٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠٠٠ + ٢قا^{٤}س = قا^{٢}س(٤ظا^{٢}س + ٢قا^{٢}س)

ن$'$(س) + ن$''$(س) = ـجتاس + ٢قا^{٢}س ظاس + قا^{٢}س(٤ظا^{٢}س + ٢قا^{٢}س)

٦- اذا كان م$_{١}$(س)، م$_{٢}$(س) معكوسين لمشتقة الاقتران ق وكان

م$_{١}$(س) = ٣س^{٢} ـ ٢س + ٥، م$_{٢}$(٢) = ٤ جد قاعدة م$_{٢}$(س)

الحل نعلم انه اذا كان م$_{١}$(س)، م$_{٢}$(س) معكوسا لمشتقة الاقتران ق فان

فان ٠٠٠٠٠ ـ ٠٠٠٠٠ = أ حيث أ ثابت

اذا ٣س^{٢} ـ ٢س + ٥ ـ م$_{٢}$(س) = أ $\Leftarrow$ م$_{٢}$(س) = ٣س^{٢} ـ ٢س + ٥ ـ أ

م$_{٢}$(٢) = ٣(٢)^{٢} ـ ٢(٢) + ٥ ـ أ = ٤ $\Leftarrow$ أ = ٩

اذا

م$_{٢}$(س) = ٠٠٠٠٠٠٠٠٠ ـ ٩

م$_{٢}$(س) = ٣س^{٢} ـ ٢س ـ ٤

٧- بين ان الاقتران م(س) = $\frac{١}{(س ـ ١)^{٢}}$ هو معكوس لمشتقة الاقتران ن(س) = ـ٢(س ـ ١)$^{-٣}$

على الفترة (١، +∞)

الحل : الاقتران ق متصل على هذه الفترة لأنه ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

أما الاقتران م(س) = $\frac{١}{(س ـ ١)^{٢}}$ فهو قابل للاشتقاق على الفترة(١، +∞)

ومشتقه م$'$(س) = $\frac{ـ٢٠٠٠٠٠٠}{٠٠٠٠٠٠٠٠}$ = $\frac{ـ٢}{(س ـ ١)^{٣}}$ = ـ٢(س ـ ١)$^{-٣}$ = ٠٠٠٠٠٠

لاجل كل س$\in$(١، +∞)

٨- اثبت ان الاقتران م(س) = لـو(س ـ ١) + هـ^{س} +١ هو معكوس لمشتقة

الاقتران ن(س) = $\frac{١}{س ـ ١}$ + هـ^{س} على الفترة (١، +∞)

الحل : الاقتران ق متصل على الفترة(١، +∞) ومشتقة الاقتران م(س) على الفترة (١، +∞)

هي م$'$(س) = $\frac{٠٠٠}{٠٠٠ ـ ١}$ + ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠

الحل

٢- اثبت ان الاقتران م(س) = س^{٣} + س^{٢} −جاس + ١

هو معكوس مشتقة الاقتران ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س −جتاس على الفترة ع

الحل : الاقتران ق(س) متصل على ح ، م(س) قابل للاشتقاق على ح ومشتقه

م$'$(س) = ٣س^{٢} + ٢س −جتاس وبالتالي م$'$(س) = ق(س)

٢-اذا كان ق(س)متصل على مجاله وكان $\int$ ق(س)ءس = س^{٣} −ظاس + ١

جد ق(س)

الحل : نشتق الطرفين $\int$ ق(س)ءس = س^{٣} −ظاس + ١

نجد

$\frac{ء}{ءس}\int$ ق(س)ءس = $\frac{ء}{ءس}$(س^{٣} −ظاس + ١)

ق(س) = ٣س^{٢} −قا^{٢}س

٣-تعين الثابت

اذا كان الاقتران ق(س) متصل على ع

وكان $\int$(ق(س) − ٢س)ءس = ٢س^{٢} − ب س + ٣ جد الثابت ب علما ان ق(١) = ٤

الحل : نشتق الطرفين

$\frac{ء}{ءس}\int$(ق(س) − ٢س)ءس = $\frac{ء}{ءس}$(٢س^{٢} − ب س + ٣)

ق(س) − ٢س = ٤س − ب

ق(١) − ٢(١) = ٤(١) − ب

٤ − ٢ − ٤ = −ب ⟸ ب = ٢

٤- اذا كان م(س) = س − $\sqrt{س^{٢} + ١}$ معكوسا لمشتقة الاقتران ق فجد ق(١)

الحل : نشتق الاقتران م(س) = س − $\sqrt{س^{٢} + ١}$

م$'$(س) = ١ − $\frac{٢س}{٢\sqrt{س^{٢} + ١}}$ = ١ − $\frac{س}{\sqrt{س^{٢} + ١}}$

إذا ق(س) = ١ − $\frac{س}{\sqrt{س^{٢} + ١}}$ وبالتالي ق(١) = ١ − $\frac{١}{\sqrt{١^{٢} + ١}}$ = ١ − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٥- اذا كان $\int$ ق(س)ءس =جتاس+ظاس − ١

اوجد ق$'$(س) + ق$''$(س)

الحل : نشتق طرفي المعادلة $\int$ ق(س)ءس =جتاس+ظاس − ١

ق(س) = −جاس + (١+ظا^{٢}س)

ق′(س) = −جتاس + ٢قا^{٢}س ظاس

ق″(س) = جاس + ٤قاس ظاس قاس ظاس + ٢قا^{٤}س = قا^{٢}س (٤ظا^{٢}س + ٢قا^{٢}س)

ق′(س) + ق″(س) = −جتاس + ٢قا^{٢}س ظاس + قا^{٢}س (٤ظا^{٢}س + ٢قا^{٢}س)

٦- اذا كان م$_{١}$(س)، م$_{٢}$(س) معكوسين لمشتقة الاقتران ق وكان

م$_{١}$(س) = ٣س^{٢} − ٢س + ٥، م$_{٢}$(٢) = ٤ جد قاعدة م$_{٢}$(س)

الحل نعلم انه اذا كان م$_{١}$(س)، م$_{٢}$(س) معكوسا لمشتقة الاقتران ق فان

فان م$_{١}$(س) − م$_{٢}$(س) = أ حيث أ ثابت

اذا ٣س^{٢} − ٢س + ٥ − م$_{٢}$(س) = أ ⟸ م$_{٢}$(س) = ٣س^{٢} − ٢س + ٥ − أ

م$_{٢}$(٢) = ٣(٢)^{٢} − ٢(٢) + ٥ − أ = ٤ ⟸ أ = ٩

اذا

م$_{٢}$(س) = ٣س^{٢} − ٢س + ٥ − ٩

م$_{٢}$(س) = ٣س^{٢} − ٢س − ٤

٧- بين ان الاقتران م(س) = $\frac{١}{(\text{س} − ١)^{٢}}$ هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = −٢(س − ١)$^{-٣}$

على الفترة (١، +∞)

الحل : الاقتران ق متصل على هذه الفترة لأنه اقتران نسبي معرف على فترة

أما الاقتران م(س) = $\frac{١}{(\text{س} − ١)^{٢}}$ فهو قابل للاشتقاق على الفترة (١، +∞)

ومشتقه م′(س) = $\frac{−٢(\text{س} − ١)}{(\text{س} − ١)^{٤}}$ = $\frac{−٢}{(\text{س} − ١)^{٣}}$ = −٢(س − ١)$^{-٣}$ = ق(س)

لاجل كل س∈(١، +∞)

٨- اثبت ان الاقتران م(س) = لو(س − ١) + هـ$^{\text{س}}$ + ١ هو معكوس لمشتقة

الاقتران ق(س) = $\frac{١}{\text{س} − ١}$ + هـ$^{\text{س}}$ على الفترة (١، +∞)

الحل : الاقتران ق متصل على الفترة (١، +∞) ومشتقة الاقتران م(س) على الفترة (١، +∞)

هي م′(س) = $\frac{١}{\text{س} − ١}$ + هـ$^{\text{س}}$ = ق(س)