تتمات في الاقتران الأسي

الاقتران اللوغارتمي

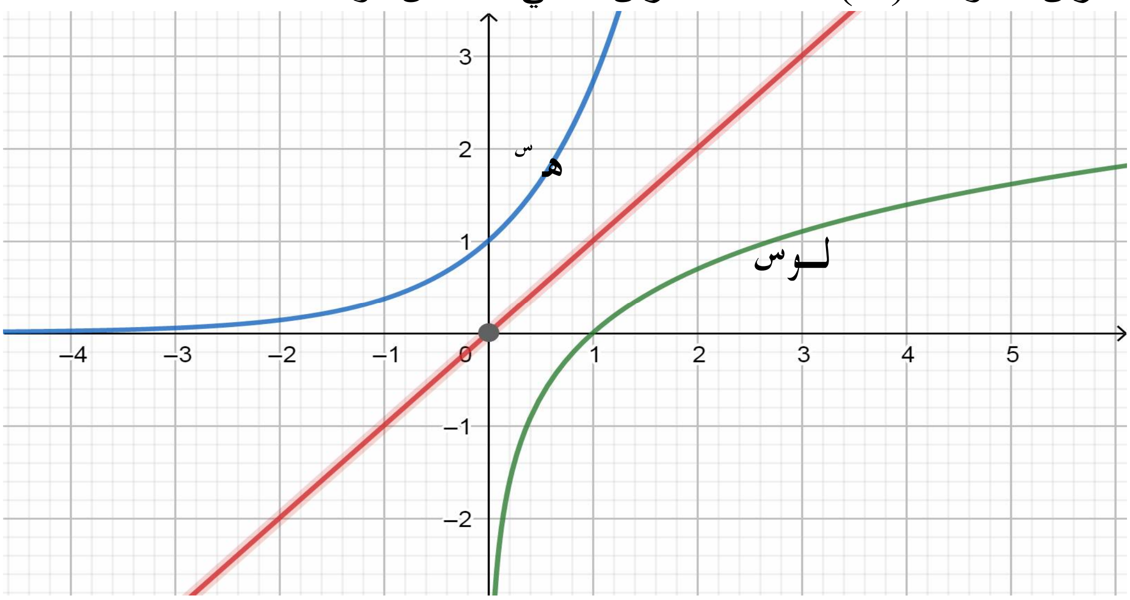
$\text{لــو}: (٠،\infty) \rightarrow \text{ح}$

$\text{س} \rightarrow \text{ص} = \text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س}$

هو اقتران واحد لواحد له اقتران عكسي

$\text{لــو}^{-١}: \text{ح} \rightarrow (٠،\infty)$
$\text{س} \rightarrow \text{لــو}^{-١}\,\text{س} = \text{ص}$
$\text{لــو}^{-١}\,\text{س} = \text{ص} \Leftrightarrow \text{س} = \text{لــو}\,\text{ص} \Leftrightarrow \text{ص} = \text{هـ}^{\text{س}}$

هذا الاقتران ندعوه $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}}$ الاقتران الآسي الأساس هو $\text{هـ} = ٢٫٧١٨٢٨$



نتائج

١- الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}}$ مجاله ح ومداه $(٠،\infty)$ اذا $\text{هـ}^{\text{س}} \succ ٠$ ايا كانت $\text{س} \in \text{ح}$

٢- قابل للاشتقاق على ح والمشتقة $\text{ق}'(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}}$

٣- $\text{لــو}_{\text{هـ}}(١) = ٠ \Leftarrow \text{هـ}^{٠} = ١$

٤- $\text{هـ}^{١} = \text{هـ}$ $\quad \text{هـ}^{-١} = \frac{١}{\text{هـ}} \approx ٠٫٣٧$

ملاحظة	$\text{هـ}^{\text{س}} \times \text{هـ}^{\text{س}} = \text{هـ}^{٢\text{س}} \neq \text{هـ}^{\text{س}^{٢}}$	هامة

٥- $\text{هـ}^{\text{أ}} \times \text{هـ}^{\text{ب}} = \text{هـ}^{\text{أ}+\text{ب}}$

٦- $\frac{\text{هـ}^{\text{أ}}}{\text{هـ}^{\text{ب}}} = \text{هـ}^{\text{أ}-\text{ب}}$ $\quad \text{هـ}^{-\text{ب}} = \frac{١}{\text{هـ}^{\text{ب}}}$

٨- $\left(\text{هـ}^{\text{أ}}\right)^{\text{ب}} = \text{هـ}^{\text{أ}\times\text{ب}}$

٩- $\sqrt[\text{ن}]{\text{هـ}^{\text{س}}} = \text{هـ}^{\frac{\text{س}}{\text{ن}}}$

١٠- $\text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{هـ}^{\text{س}} = \text{س} \in \text{ح}$

١١- $\text{هـ}^{\text{لــوس}} = \text{س} \succ ٠$

١٢- الاقتران الاسي واحد لواحد وبالتالي $\text{هـ}^{\text{س}_١} = \text{هـ}^{\text{س}_٢} \Leftrightarrow \text{س}_١ = \text{س}_٢$

حل المعادلة

$هـ^{س} = أ$

عندما $أ \leq ٠$ المعادلة مستحيلة $هـ^{س} = -١$ معادلة مستحيلة

وعندما $أ \succ ٠$ للمعادلة $هـ^{س} = أ$ حل وحيد هو $س = لـو_{هـ} أ$

مثال حل المعادلة

$هـ^{٢س} - ٣هـ^{س} = ٠$

الحل : $هـ^{س}\left(هـ^{س} - ٣\right) = ٠$ اما $هـ^{س} = ٠$ مستحيلة او $هـ^{س} - ٣ = ٠ \Leftrightarrow هـ^{س} = ٣ \Leftrightarrow س = لـو_{هـ} ٣$

الاقتران من الشكل

$ق(س) = هـ^{ل(س)}$ مجاله مجال الاقتران $ل(س)$

واذا كان $ل(س)$ قابل للاشتقاق عل فترة مفتوحة سـ فان الاقتران ق قابل للاشتقاق على سـ ومشتقه على هذه الفترة

$$\boxed{ق'(س) = ل'(س)هـ^{ل(س)}}$$

مثال اوجد مشتق كل من الاقترانات التالية

١- $ق(س) = هـ^{س^{٢}} \Leftarrow ق'(س) = ٢س هـ^{س^{٢}}$

٢- $ق(س) = هـ^{٢س} + هـ^{س} - ١ \Leftarrow ق'(س) = ٢هـ^{٢س} + هـ^{س}$

٣- $ق(س) = \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١}$

$$ق'(س) = \frac{هـ^{س}\left(هـ^{س} + ١\right) - هـ^{س}هـ^{س}}{\left(هـ^{س} + ١\right)^{٢}} = \frac{هـ^{٢س} + هـ^{س} - هـ^{٢س}}{\left(هـ^{س} + ١\right)^{٢}} = \frac{هـ^{س}}{\left(هـ^{س} + ١\right)^{٢}}$$

٤- $ق(س) = هـ^{ظاس} \Leftarrow ق'(س) = قا^{٢}س هـ^{ظاس}$

التكامل

$$\boxed{\begin{array}{l} \int هـ^{س} ءس = هـ^{س} + جـ \\ \int ل'(س) هـ^{ل(س)} = هـ^{ل(س)} + جـ \end{array}}$$

حالة خاصة

$$\boxed{\int هـ^{أس+ب} ءس = \frac{١}{أ} هـ^{أس+ب} + جـ \qquad أ \neq ٠}$$

اوجد تكامل كل من

١- $\int هـ^{٢س} ءس = \frac{١}{٢} هـ^{٢س} + جـ$

٢- $\int \sqrt{هـ^{س}} ءس = \int هـ^{\frac{١}{٢}س} ءس = ٢هـ^{\frac{١}{٢}س} + جـ$

٣- $\int ٣س^{٢} هـ^{س^{٣}+١} ءس = هـ^{س^{٣}+١} + جـ$ نستخدم التعويض

٤- $\int جتاس هـ^{جاس} ءس = هـ^{جاس} + جـ$

تدريبات

بسط العبارات الاتية

$١ - \text{أ} = \text{هـ}^{\text{لو}٢} + \text{هـ}^{\text{لو}٣}$

$٢ - \text{ب} = \text{هـ}^{\frac{١}{٢}\text{لو}١٦} + \text{هـ}^{\text{لو}٣}$

$٣ - \text{جـ} = \text{هـ}^{-\text{لو}\frac{٣}{٢}} + \text{هـ}^{\text{لو}\frac{١}{٤}}$

اكتب الاقترانات التالية بأبسط شكل

$٤ - \text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{لوس}} - \text{لو}\left(٢\text{هـ}^{\text{س}}\right)$

$٥ - \text{ل}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{لو}(\text{س}-١)-\text{لوس}} + \frac{١}{\text{س}}$

$٦ - \text{م}(\text{س}) = \text{هـ}^{٢\text{لوس}} - \text{لو}\left(\frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{\text{س}} - ١}\right)$

حل المعادلة

$(٧-) \qquad ٢\text{هـ}^{-\text{س}} = \frac{١}{\text{هـ}^{\text{س}} + ٢}$

احسب كل من

$(٨-) \qquad \pi^{\pi} \text{،} ٢^{\sqrt{٢}}$

٩- ادرس تزايد وتناقص الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\frac{\text{س}}{\text{س}^٢+١}}$ واوجد ما له من قيم محلية وقيم قصوى(من اجل التذكير بمواضيع الفصل الاول) ونقطة الانعطاف واوجد معادلة المماس المار منها

اوجد مشتق كل من الاقترانات الاتية

$١٠- \text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}^{\text{لوس}} + \text{س}^٢}{\text{هـ}^{\text{س}}}$

$١١- \text{ق}(\text{س}) = ٣^{\text{س}^٢} + \text{هـ}^{\text{س}} - ١$

$١٢- \text{ق}(\text{س}) = \text{س}\text{هـ}^{\text{س}}$ ثم اوجد المشتقة الثانية واستنتج المشتق من المرتبة ن واحسب المشتقة من المرتبة العاشرة

اوجد التكاملات الاتية

$١٣- \int \text{هـ}^{\text{س}} \sqrt{\left(\text{هـ}^{\text{س}} + ١\right)} \, \text{ءس}$

$١٤- \int \frac{\text{هـ}^{-\frac{١}{٢}\text{س}}}{١ - \text{هـ}^{-\frac{١}{٢}\text{س}}} \, \text{ءس}$

$١٥- \int \text{هـ}^{\text{لو}\left(\text{س}+\text{س}^٢\right)} \, \text{ءس}$

$١٦- \int \frac{\text{هـ}^{٢\text{س}} + \text{هـ}^{\text{س}} - ١}{\text{هـ}^{\text{س}}} \, \text{ءس}$

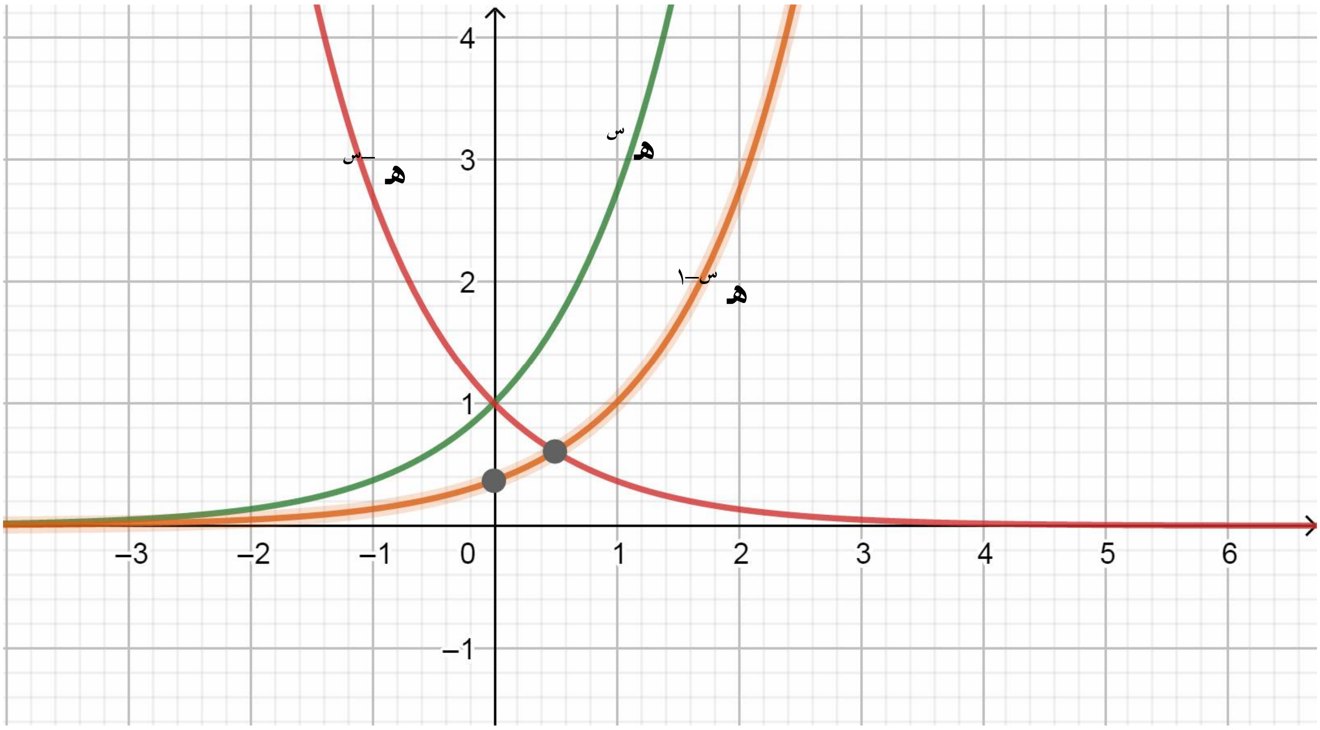
$١٧- \int \text{قا}^٢\text{س}\,\text{هـ}^{\text{ظاس}} \, \text{ءس}$

استنتاج بعض الخطوط البيانية للاقتران الآسي

١- الاقتران $\text{ق}_{١}(\text{س}) = \text{هـ}^{-\text{س}} = \frac{١}{\text{هـ}^{\text{س}}}$ ينتج عن خط $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}}$ وفق تماثل(تناظر) بالنسبة لمحور الصادات

٢- الاقتران $\text{ق}_{٢}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}+\text{أ}}$ ينتج عن خط $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}}$ وفق انسحاب على محور السينات ب $-\text{أ}$ وحدة

ولنأخذ $\text{ق}_{٣}(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}-١}$ انسحاب باتجاه اليمين بمقدار وحدة واحدة



ملاحظة العدد النيبيري $\text{هـ} = ٢٫٧$ وهو e

حصلنا عليه من

مجموع المتسلسلة $\text{هـ} = \text{هـ}^{١} = \sum_{\text{ن}=٠}^{\infty} \frac{١}{\text{ن}!} = ١ + ١ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٢٤} + \cdots\cdots$

او من النهاية التي تزيل حالة عدم التعين ١^{∞} وهي $\lim_{\text{س}\to ٠} (١+\text{س})^{\frac{١}{\text{س}}} = \text{هـ} ، \lim_{\text{س}\to\infty} \left(١+\frac{١}{\text{س}}\right)^{\text{س}} = \text{هـ}$

او من حل المعادلة $\int_{١}^{\text{ع}} \frac{١}{\text{س}} \, \text{ءس} = ١$

$$\int_{١}^{\text{ع}} \frac{١}{\text{س}} \, \text{ءس} = [\text{لـوس}]_{١}^{\text{ع}} = \text{لـوع} - \text{لـو}١ = \text{لـوع} = ١ \Leftarrow \text{ع} = \text{هـ}$$

ملاحظة حتى الآن العلم لم يستطع ان يجد اقتران معكوس مشتقة الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{-\text{س}^{٢}}$ على الرغم أن هذا الاقتران متصل وبالتالي حسب النظرية له اقتران ابتدائي

$\int \text{هـ}^{-\text{س}^{٢}} \, \text{ءس}$ لا نستطيع ايجاده ابحثوا انتم عن ذلك