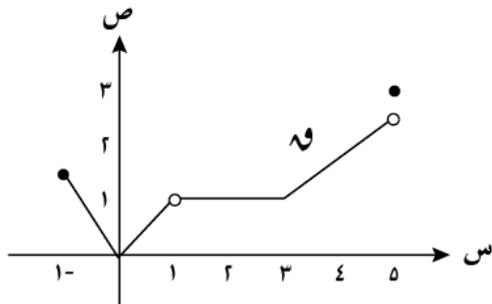


## ورقة عمل على رسم المنحنيات

١) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران  $f$  على مجاله ، ما مجموعة قيم  $(s)$  التي يكون للاقتران  $f$  عندها نقطة حرجة :



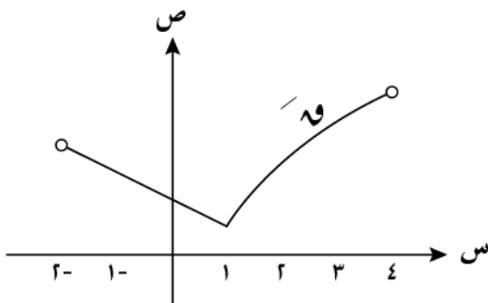
(ب)  $\{0, 1\} \cup [3, 4]$

(أ)  $\{0, 1, 3, 4, 5\}$

(د)  $\{0, 1\} \cup [3, 4)$

(ج)  $\{0, 1\} \cup [3, 4)$

٢) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران  $f$  المتصل على الفترة  $[-2, 4]$  ، فإن منحنى الاقتران  $f$  يكون

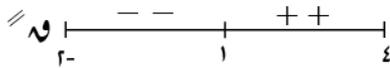


(ب)  $[4, 1]$

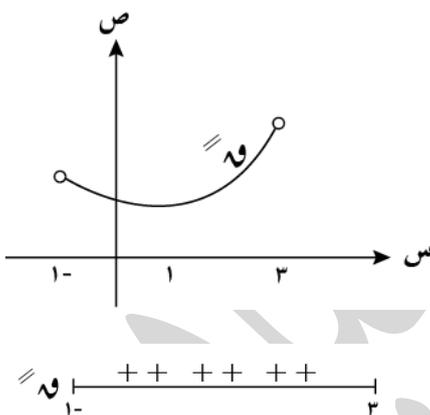
(أ)  $[-1, 2]$

(د)  $[-2, 4]$

(ج)  $[4, 0]$



٣) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران  $f$  المتصل على الفترة  $[-3, 1]$  ، فإن الاقتران  $f$  يكون

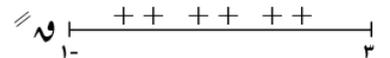


(ب)  $(-3, 1)$

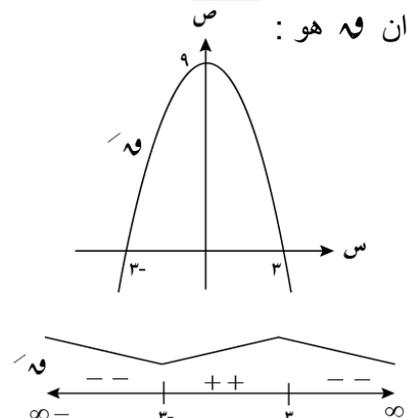
(أ)  $[-3, 1]$

(د)  $[3, 1]$

(ج)  $(3, 1)$



٤) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران  $f$  ، فإن مجال التزايد للاقتران  $f$  هو :



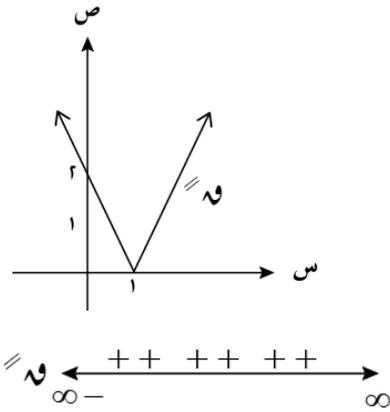
(ب)  $(-\infty, 0)$

(أ)  $(\infty, 0)$

(د)  $[9, 0]$

(ج)  $[-3, 3]$

٥) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى  $f$  و  $f'$  (س) ، فإن مجموعة قيم (س) التي يكون للاقتران عندها نقطة انعطاف هي :



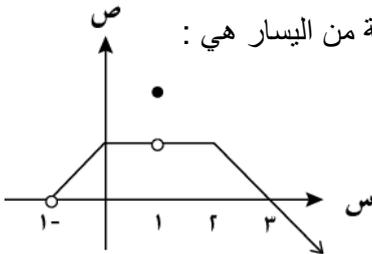
(ب) {1}

(أ) {1,0}

(د)  $\emptyset$

(ج) {0}

٦) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران  $f$  و  $f'$  (س) المعرف على الفترة  $(-\infty, 1)$  فإن مجموعة جميع القيم في مجال  $f$  و  $f'$  والتي تكون عندها  $f'$  (س) غير موجودة لن المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار هي :



(ب) {0}

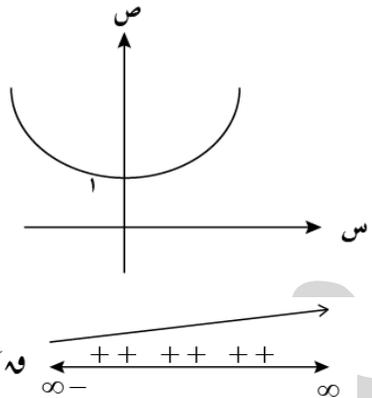
(أ) {1}

(د) {2,0}

(ج) {1,1}

عند الرؤوس المدببة

٧) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران  $f$  و  $f'$  (س) ، فإن فترة التزايد للاقتران  $f$  (س) هي :



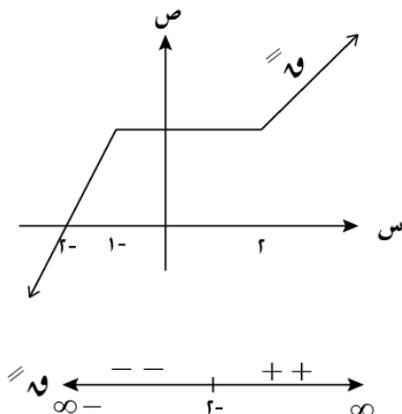
(ب)  $[0, \infty)$

(أ)  $(\infty, 0]$

(د)  $\mathcal{C}$

(ج)  $(\infty, 1]$

٨) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران  $f$  و  $f'$  (س) المعرف على  $\mathcal{C}$  ، فإن مجموعة جميع قيم (س) التي يكون عندها للاقتران  $f$  و  $f'$  (س) نقطة انعطاف هي :



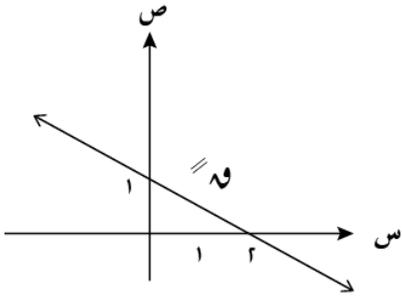
(ب)  $\{2, 1\}$

(أ)  $\{2\}$

(د)  $\{2, 1\}$

(ج)  $\{2\}$

٩) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى  $f$  و  $f'$  للاقتران  $f$  و  $f'$  المعرف على  $E$  وكان للاقتران  $f$  و  $f'$  نقطة حرجة عند  $s = 1$  ، فإن  $f(1)$  له قيمة :



(ب) عظمى محلية

(أ) صغرى محلية

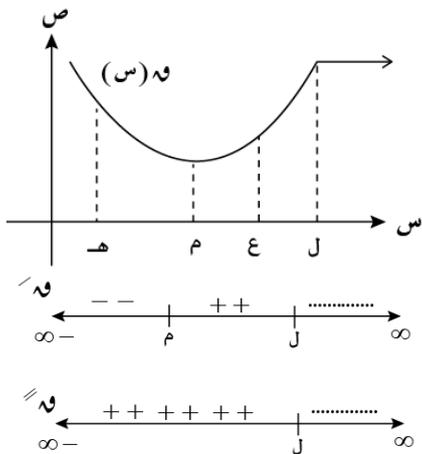
(د) عظمى مطلقة

(ج) صغرى مطلقة

الكل :

س = 1 ← حرجة ←  $f(1) = 1$  ← موجب ← صغرى

١٠) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران  $f$  و  $f'$  المعرف على  $E$  ، فإن قيمة  $f(1)$  التي تكون عندها المشتقة الاولى سالبة والمشتقة الثانية موجبة للاقتران  $f$  و  $f'$  هي :



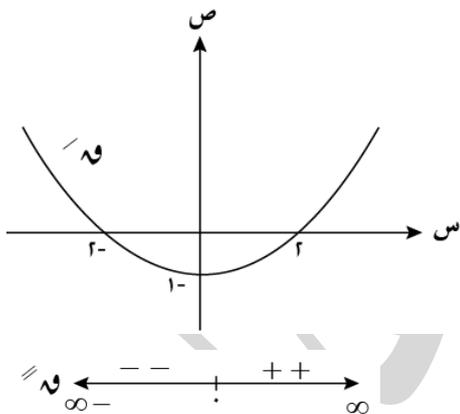
(ب) ع

(أ) ل

(د) هـ

(ج) م

١١) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى  $f$  و  $f'$  ، فإن منحنى الاقتران  $f$  و  $f'$  المعرف على  $E$  مقعر للأعلى في الفترة :



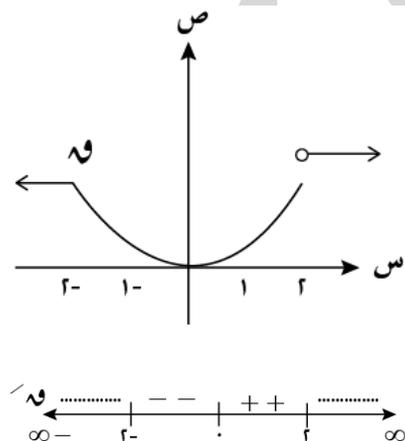
(ب)  $[0, \infty)$

(أ)  $(-\infty, 0]$

(د)  $(-\infty, 1]$

(ج)  $(-\infty, \infty)$

١٢) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران  $f$  و  $f'$  المعرف على  $E$  ، فإن الاقتران  $f$  و  $f'$  متزايد في الفترة :



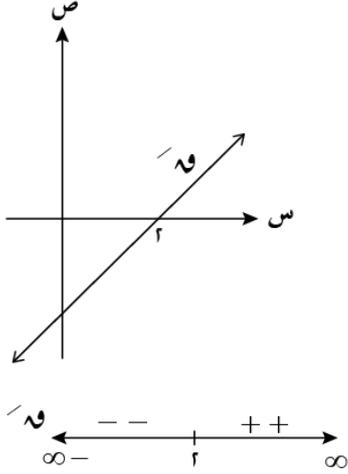
(ب)  $[2, 0]$

(أ)  $(\infty, 2]$

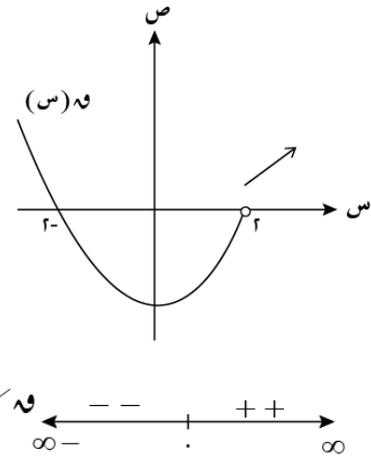
(د)  $(2, -\infty)$

(ج)  $[0, 2-)$

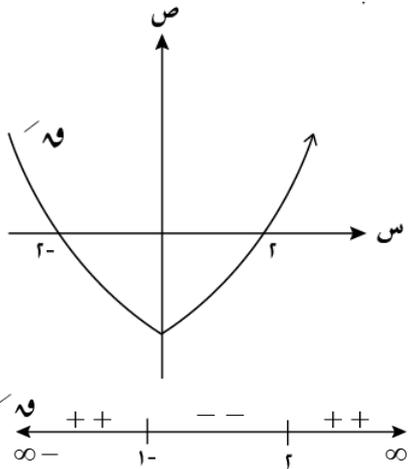
١٣) اذا كان  $f$  (س) اقتران كثير حدود وكان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران  $f$  (س) ، فإن منحنى  $f$  (س) يكون متزايداً في الفترة :

(ب)  $(-\infty, 2)$ (أ)  $(-\infty, \infty)$ (د)  $(0, \infty)$ (ج)  $(2, \infty)$ 

١٤) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران  $f$  (س) المعروف على ع فإن الاقتران يكون متزايداً في الفترة :

(ب)  $(-\infty, 0) \cup \{2\}$ (أ)  $(-\infty, 2)$ (د)  $(0, 2)$ (ج)  $(0, \infty)$ 

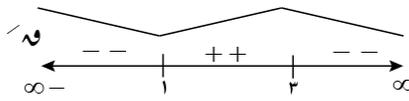
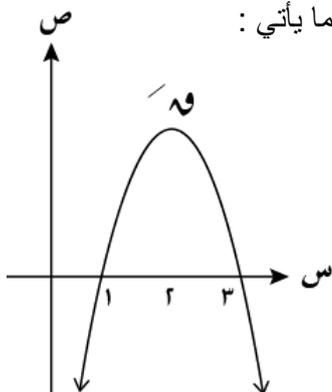
١٥) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران كثير الحدود  $f$  (س) ، فإن منحنى  $f$  (س) يكون متناقصاً في الفترة :

(ب)  $(0, \infty)$ (أ)  $(-\infty, 0)$ (د)  $(-2, 2)$ (ج)  $(-2, 0)$ 

١٦) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى  $f$  (س) حيث  $f$  (س) كثير حدود ، جد ما يأتي :

(أ) فترات التزايد والتناقص للاقتران  $f$  (س)(ب) قيم  $f$  (س) التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى محلية

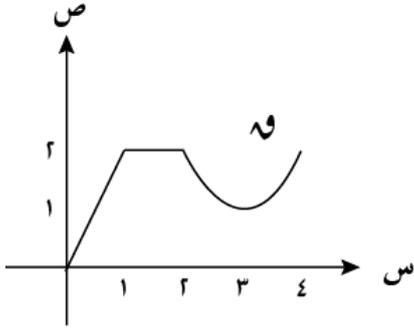
أكل :

(أ) متزايد :  $[1, 3]$  ، متناقص :  $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

(ب) عندما  $s = 1$  قيمة صغرى محلية وهي  $(1)$

عندما  $s = 3$  قيمة صغرى محلية وهي  $(3)$

(17) بالاعتماد على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران  $f(s)$  المتصل على الفترة  $[4,0]$  ، جد ما يأتي :



(أ) معدل تغير الاقتران  $f(s)$  بالفترة  $[4,0]$

(ب) قيمة كلاً من :  $f'(1/3)$  ،  $f'(1,5)$  ،  $f'(3)$

الحل :

$$(أ) \text{ معدل التغير بالفترة } [4,0] = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{2 - 0}{4 - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(ب) f'(1/3) = \text{معدل التغير بالفترة } [1,0] = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$$

$$f'(1,5) = \text{معدل التغير بالفترة } [2,1] = \text{صفر}$$

$$f'(3) = \text{معدل التغير بالفترة } [4,2] = \text{صفر}$$

$s = 3$  قيمة صغرى محلية ← المماس عندها افقي والميل = صفر

(18) اذا كان الاقتران  $f(s)$  متصل على الفترة  $[-1,4]$  ، حيث

$$f(s) = \begin{cases} s^2 + s + 2 & \text{عند } 1 < s < 2 \\ s + 1 & \text{عند } 1 \leq s \leq 4 \end{cases}$$

ومثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران  $f(s)$  كما في الشكل المجاور ،

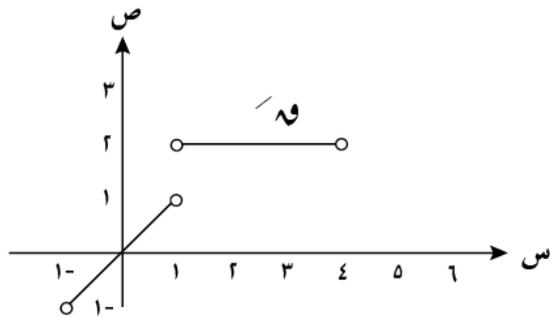
جد كلاً مما يلي :

(أ) النقط الحرجة للاقتران  $f(s)$

(ب) فترات التزايد والتناقص للاقتران  $f(s)$

(ج) قيم  $f(s)$  التي يكون عندها للاقتران  $f(s)$  قيم قصوى محلية

(د) قيم كل من الثوابت  $a, b, c, d, e, h$  ، علماً بأن  $f(1) = 2$  ،  $f(4) = 8$



الحل :

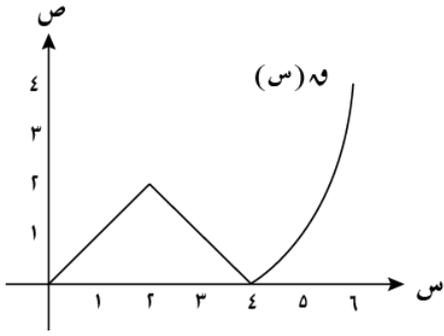
$$(أ) f(s) \text{ غير موجودة } \leftarrow \{4,1,1\}$$

$$f(s) = 0 \text{ عندما } s = 0$$

$$\therefore \text{النقط الحرجة عند } s \in \{4,1,0,1\}$$



٢٠) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $v$  و  $s$  :  $s \in [6,0]$  ، جد ما يأتي :



(أ) النقطة الحرجة للاقتران  $v$  و  $s$

(ب) مجموعة قيم  $s$  التي يكون عندها  $v > 0$

(ج) معدل تغير الاقتران  $v$  و  $s$  في الفترة  $[6,2]$

(د) جد :  $\frac{s}{\sqrt{s^3 + v}}$  عند  $s=3$

الحل :

(أ)  $(0,0)$  ،  $(2,2)$  ،  $(4,0)$  ،  $(6,4)$  ← طرف  
 رأس مدبب  
 طرف  
 و  $s$  غ.م. و  $s$  غ.م. و  $s$  غ.م.

(ب)  $v > 0$  ← سالبة و متناقص  $s \in [4,2]$

(ج) معدل التغير بالفترة  $[6,2]$   $= \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1} = \frac{0 - 2}{4 - 2} = -1$

(د)  $\frac{s}{\sqrt{s^3 + v}} = \frac{3}{\sqrt{3^3 + 2}} = \frac{3}{\sqrt{27 + 2}} = \frac{3}{\sqrt{29}}$

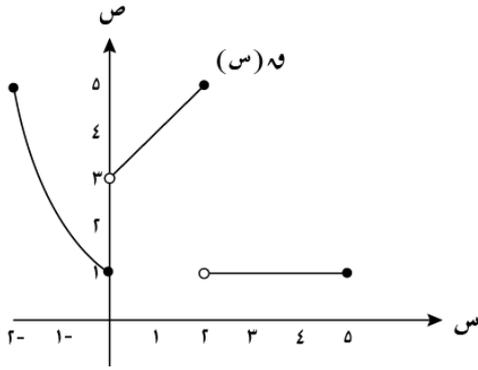
و  $(5) =$  الميل في  $[4,2]$

$$1 = \frac{2 - 0}{2 - 4} = \frac{2 - 0}{2 - 4} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = 1$$

عند  $s = 3$  ←  $\frac{(3) + 3}{(3) + 3 \times \sqrt{2}}$

$$\frac{1}{1.7} = \frac{1}{1.7 \times 2} = \frac{1 - 3}{1 + 9 \sqrt{2}}$$

(٢١) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران  $٧$  و  $(س)$  :  $س \in [-٥, ٢]$  ، جد ما يأتي :



(أ) نها  $(س) \times ٧$  و  $(س) + \frac{٢}{(س)}$   $١ \leftarrow س$

(ب) نها  $(س - ٣)$  و  $٢ \leftarrow س$

(ج)  $(١) \times (٧)$

(د) معدل التغير في الاقتران  $٧$  و  $(س)$  على الفترة  $[-٥, ٢]$

(هـ) فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى (ان وجدت)

الحل :

(أ) نها  $(س) \times ٧$  و  $(س) + \frac{٢}{(س)}$   $١ \leftarrow س$

$$٣ - = ١ + ٤ - = \frac{٢}{٢} + ٢(٢) \times ١ - =$$

$$ص - ٣ = س$$

$$١ \leftarrow ص ، ٢ \leftarrow س$$

$$-١ \leftarrow ص ، ٢ \leftarrow س$$

(ب) نها  $(س - ٣)$  و  $٢ \leftarrow س$

(ج)  $(١) \times (٧) + (١) \times (٧) = (١) \times (٧ \times ٧)$

$$١ = ١ \times ١ + ٠ \times ٤ =$$

$٧$  و  $(١)$  = الميل في  $(٣, ٠)$  ،  $(٥, ٢)$

$$١ = \frac{٢}{٢} = \frac{٣ - ٥}{٠ - ٢} = ٢$$

$$٠ = (١) \times ٧$$

(د) معدل التغير في  $[-٥, ٢]$  =  $\frac{(٢) \times ٧ - (٠) \times ٧}{(٢) - ٠}$

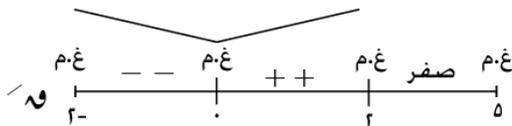
$$٢ - = \frac{٤ -}{٢} = \frac{٥ - ١}{٢} =$$

(هـ) النقط الحرجة :  $\{٥, ٢\} \cup [-٥, ٢]$  الميل = صفر

$$٠ = (س) \times ٧$$

طرف  $٧$  و  $(س) \times ٢$

النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار



ثابت :  $[-٥, ٢]$

متناقص :  $[-٥, ٢]$

متزايد :  $[٢, ٥]$

عندما  $س = ٢ -$  قيمة عظمى مطلقة  $٧$  و  $(٢ -) = ٥$

عندما  $س = ٠$  قيمة صغرى محلية مطلقة  $٧$  و  $(٠) = ١$

عندما  $س = ٢ =$  قيمة عظمى محلية مطلقة  $٧$  و  $(٢) = ٥$