اقتران اللوغاريتم الطبيعي

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اقتران اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

✱ اشتقاق الاقتران اللوغاريتمي :

قاعدة (١)

إذا كان

$هـ(س) = لو_{هـ} س$ $\quad س > ٠$

فإن

$هـ'(س) = \frac{١}{س}$

قاعدة (٢)

إذا كان

$هـ(س) = لو_{هـ} ل(س)$ $\quad ل(س) > ٠$

فإن

$هـ'(س) = \frac{ل'(س)}{ل(س)}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}(س - ٤)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{١}{س - ٤}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}|٣س + ٥|$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{٣}{٣س + ٥}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}(س^٢ + ٥)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{٢س}{س^٢ + ٥}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}(س^٢ + ٥س + ٣)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{٢س + ٥}{س^٢ + ٥س + ٣}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}|س^٢ + ٤س - ٥|$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{٢س + ٤}{س^٢ + ٤س - ٥}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}|س - ٤|$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{١}{س - ٤}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}(٢ - جتاس)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{+جاس}{٢ - جتاس}$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}٣س$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = \frac{٢}{٣س} = \frac{١}{س}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اقتران اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}(٢ + \sqrt{س})$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$$هـ'(س) = \frac{\frac{١}{٢\sqrt{س}}}{٢ + \sqrt{س}}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{س}(٢ + \sqrt{س})}$$

$$= \frac{١}{٤\sqrt{س} + ٢س}$$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}\sqrt{س^{٢} + ٧}$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = لو_{هـ}(س^{٢} + ٧)^{\frac{١}{٢}}$

$هـ(س) = \frac{١}{٢} لو_{هـ}(س^{٢} + ٧)$

$$هـ'(س) = \frac{٢س}{٢(س^{٢} + ٧)}$$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}\sqrt[٣]{٥س^{٣} + ٤س}$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = لو_{هـ}(٥س^{٣} + ٤س)^{\frac{١}{٣}}$

$هـ(س) = \frac{١}{٣} لو_{هـ}(٥س^{٣} + ٤س)$

$$هـ'(س) = \frac{١٥س^{٢} + ٤}{٣(٥س^{٣} + ٤س)}$$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}$ جا^{٢}س جد $هـ'(س)$

الحل:

$$هـ'(س) = \frac{٢ \times \text{جتا}٢س}{\text{جا}٢س}$$

مثال

$هـ(س) = لو_{هـ}$ جا^{٣}٥س جد $هـ'(س)$

الحل

$هـ(س) = ٣ لو_{هـ}$ جا٥س

$$هـ'(س) = \frac{٣ \times ٥ \text{ جتا}٥س}{\text{جا}٥س}$$

$$هـ'(س) = \frac{١٥ \text{ جتا}٥س}{\text{جا}٥س}$$

$هـ'(س) = ١٥$ ظتا٥س

٢٠١٢ شتوي

إذا كان $هـ(س) = هـ^{٢} + لو_{هـ}$جاس فإن $هـ'(س)$ تساوي

أ) ظتاس ب) $-$ ظتاس

ج) ٢هـ + ظتاس د) هـ^{٢} + ظتاس

الحل:

$$هـ'(س) = ٠ + \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$$

$=$ ظتاس

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اقتران اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

٢٠١٧ صيفي

إذا كان $ق(س) = \ln_{هـ}(س^2+1)$ فإن $ق'(2)$ تساوي

أ) ٤ ب) صفر ج) ٥ د) ١

الحل:

$ق(س) = \ln_{هـ}(س^2+1)$

$= س^2+1$

$\Leftarrow ق'(س) = 2س$

$ق'(2) = 4$

٢٠١٨ صيفي قديم

إذا كان $ق(س) = \ln_{هـ}|4-2س|$ فإن قيمة $ق'(0)$ تساوي :

أ) $\frac{1}{2}$ ب) -1 ج) 1 د) $-\frac{1}{2}$

الحل:

$ق'(س) = \frac{-2}{4-2س}$

$ق'(0) = \frac{-2}{4-0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

٢٠١٩ شتوي قديم

إذا كان $ق(س) = 4 \ln_{هـ}(س + \sqrt{س}) \quad س > 0$

فإن قيمة $ق'(1)$ تساوي

أ) $\frac{3}{4}$ ب) $\frac{16}{3}$ ج) ٣ د) ١٢

الحل:

$ق'(س) = 4 \times \frac{\frac{1}{2\sqrt{س}} + 1}{\sqrt{س} + س}$

$ق'(1) = 4 \times \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 + 1}$

$= \frac{4 \times \frac{3}{2}}{2}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{12}{2} = \frac{12}{4} = 3$

مثال

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}(س^{٣}\ \text{ظا}س)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ} س^{٣} + \text{لو}_{هـ}\ \text{ظا}س$

$هـ'(س) = \frac{٣س^{٢}}{س^{٣}} + \frac{\text{قا}^{٢}س}{\text{ظا}س}$

$هـ'(س) = \frac{٣}{س} + \frac{\text{قا}^{٢}س}{\text{ظا}س}$

مثال

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\left(\frac{س}{س^{٢}+١}\right)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ} س - \text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١)$

$هـ'(س) = \frac{١}{س} - \frac{٢س}{س^{٢}+١}$

مثال

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\left(\frac{\text{جتا}س}{\sqrt{٤-٣س^{٢}}}\right)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\ \text{جتا}س - \text{لو}_{هـ}(٤-٣س^{٢})^{\frac{١}{٢}}$

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\ \text{جتا}س - \frac{١}{٢}\text{لو}_{هـ}(٤-٣س^{٢})$

$هـ'(س) = \frac{-\text{جا}س}{\text{جتا}س} - \frac{-٦س}{٢(٤-٣س^{٢})}$

$هـ'(س) = -\text{ظا}س + \frac{٣س}{٤-٣س^{٢}}$

مثال

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\frac{(٤س^{٢}+٥)^{٦}}{(٧-٢س)^{٥}}$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ(س) = \text{لو}_{هـ}(٤س^{٢}+٥)^{٦} - \text{لو}_{هـ}(٧-٢س)^{٥}$

$هـ(س) = ٦\ \text{لو}_{هـ}(٤س^{٢}+٥) - ٥\ \text{لو}_{هـ}(٧-٢س)$

$هـ'(س) = \frac{٦(٨س)}{٤س^{٢}+٥} - \frac{٥(-٢)}{٧-٢س}$

$هـ'(س) = \frac{٤٨س}{٤س^{٢}+٥} + \frac{١٠}{٧-٢س}$

٢٠١٨ صيفي جديد

إذا كان $هـ(س) = \text{لو}_{هـ}\left(\frac{\text{لو}_{هـ}س}{س}\right)^{٢}$ فإن

$هـ'(١)$ تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) $هـ^{٢}$

الحل:

$هـ(س) = ٢\ \text{لو}_{هـ}\frac{\text{لو}_{هـ}س}{س}$

$= ٢(\text{لو}_{هـ}\text{لو}_{هـ}س - \text{لو}_{هـ}س)$

$= ٢(\text{لو}_{هـ}س - \text{لو}_{هـ}س)$

$هـ'(س) = ٢\left(\frac{١}{س} - \frac{١}{س}\right)$

$$ق'(1) = 2(2 - \frac{1}{2})$$

$$= 2(2-1) = 2 \times 1 = 2$$

مثال

$هـ(س) = س^{٣} \ لو_{هـ} س$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = (س^{٣})(\frac{١}{س}) + (لو_{هـ} س) \times (٣س^{٢})$

$هـ'(س) = س^{٢} + ٣س^{٢} \ لو_{هـ} س$

مثال

$هـ(س) = ظا(لو_{هـ} س)$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = قا^{٢}(لو_{هـ} س) \times \frac{١}{س}$

مثال

$هـ(س) = (لو_{هـ} س)^{٣}$ جد $هـ'(س)$

الحل:

$هـ'(س) = ٣(لو_{هـ} س)^{٢} \times \frac{١}{س}$

$= \frac{٣}{س}(لو_{هـ} س)^{٢}$

مثال

إذا كان

$$\int (هـ'(س) - س)\, دس = لو_{هـ} |قاس + ظاس| + س^2$$

فأثبت أن

$$هـ'(س) = 3س + قاس$$

الحل:

$$\int (هـ'(س) - س)\, دس = لو_{هـ} |قاس + ظاس| + س^2$$

نشتقه الطرفين

$$هـ'(س) - س = \frac{قاس ظاس + قا^2 س}{قاس + ظاس} + 2س$$

$$هـ'(س) = \frac{قاس (ظاس + قاس)}{(قاس + ظاس)} + 3س$$

$$هـ'(س) = قاس + 3س$$

مثال

إذا كان

$$هـ(س) = لو_{هـ} (س + \sqrt{س^2 - 1})$$

أثبت أن

$$هـ'(س) = \frac{1}{\sqrt{س^2 - 1}}$$

الحل:

$$هـ'(س) = \frac{1 + \frac{2س}{2\sqrt{س^2 - 1}}}{س + \sqrt{س^2 - 1}}$$

$$هـ'(س) = \frac{\sqrt{س^2 - 1} + س}{\sqrt{س^2 - 1}} \times \frac{1}{س + \sqrt{س^2 - 1}}$$

$$هـ'(س) = \frac{\sqrt{س^2 - 1} + س}{\sqrt{س^2 - 1}} \times \frac{1}{(س + \sqrt{س^2 - 1})}$$

$$\Leftarrow هـ'(س) = \frac{1}{\sqrt{س^2 - 1}}$$

٢٠١٤ صيفي

إذا كان

$$\int (هـ'(س) - س)\, دس = لو_{هـ} |قتاس + ظتاس| - 2$$

فأثبت أن $هـ'(س) = س - قتاس$

الحل:

$$هـ'(س) - س = \frac{-قتاس ظتاس - قتا^2 س}{قتاس + ظتاس} - 0$$

$$هـ'(س) = س - \frac{قتاس (ظتاس + قتاس)}{(ظتاس + قتاس)}$$

$$\Leftarrow هـ'(س) = س - قتاس$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اقتران اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

⊛ التكامل

قاعدة (١)

$$\int \frac{1}{س} \, د س = \ln|س| + ج$$

قاعدة (٢)

$$\int \frac{1}{أ س + ب} \, د س = \frac{\ln|أ س + ب|}{أ} + ج$$

قاعدة (٣)

$$\int \frac{ق'(س)}{ق(س)} \, د س = \ln|ق(س)| + ج$$

مثال

جد $\int \frac{٣}{س} \, د س$

الحل:

$٣ \ln|س| + ج$

مثال

جد $\int \frac{٥ + ٣س}{س} \, د س$

الحل:

$$\int \left(\frac{٣س}{س} + \frac{٥}{س} \right) د س$$

$$= \int \left(١ + \frac{٥}{س} \right) د س$$

$$= س + ٥ \ln|س| + ج$$

مثال

جد $\int_{٤}^{٧} \frac{١}{٩ - ٢س} \, د س$

الحل:

$$\left| \frac{\ln|٩ - ٢س|}{-٢} \right|_{٤}^{٧}$$

$$= -\frac{١}{٢} \ln|٩ - ١٨| - -\frac{١}{٢} \ln|٩ - ٤|$$

$$= -\frac{١}{٢} \ln|١| + \frac{١}{٢} \ln ٥$$

$$= ٠ + \frac{١}{٢} \ln ٥ = \frac{١}{٢} \ln ٥$$

مثال

جد $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٣} + ٣} \, د س$

الحل:

$\ln|س^{٣} + ٣| + ج$

مثال

جد $\int_{-١}^{٣} \frac{٦س}{٣س^{٢} - ٥} \, د س$

الحل:

$$\left| \ln|٣س^{٢} - ٥| \right|_{-١}^{٣}$$

$$= \ln|٢٧ - ٥| - \ln|٣ - ٥|$$

$$= \ln ٢٢ - \ln ٢ = \ln \frac{٢٢}{٢} = \ln ١١$$

مثال

جـ $\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٣}{س^٢ - ٤}$ د س

الحل:

$= \int_{٣}^{٥} \frac{(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)}$ د س

$= \int_{٣}^{٥} \frac{١}{س + ٣}$ د س

$= \left| \ln_{هـ} |س + ٣| \right|_{٣}^{٥}$

$= \ln_{هـ} ٧ - \ln_{هـ} ٥ = \ln_{هـ} \frac{٧}{٥}$

مثال

جـ $\int_{-١}^{٢} \frac{-٣س^٢}{س^٣ + ١}$ د س + $\int_{٠}^{٢} \frac{٣س^٢}{س^٣ + ١}$ د س

$= - \ln_{هـ} |س^٣ + ١| \Big|_{-١}^{٠} + \ln_{هـ} |س^٣ + ١| \Big|_{٠}^{٢}$

$= - \ln_{هـ} ١ - \ln_{هـ} ٢ + \ln_{هـ} ٥ - \ln_{هـ} ١$

$= \ln_{هـ} ٢ + \ln_{هـ} ٥$

$= \ln_{هـ} ٢ \times ٥ = \ln_{هـ} ١٠$

مثال

جـ $\int_{٠}^{١} \frac{-٣س^٢}{س^٣ - ١}$ د س

الحل:

$\int \frac{-٣س^٢}{س^٣ - ١}$ د س

$= \ln_{هـ} |س^٣ - ١| + جـ$

مثال

جـ $\int_{٠}^{٢} \frac{٣س^٢}{س^٣ + ١}$ د س

الحل:

$٣س^٢ = ٠$

$س = ٠$

	-١		٠		٢
$٣س^٢$		+	٠	+	
$-٣س^٢$		−	٠	−	

مثال

جـ $\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٣}{س^٢ - ٤}$ د س

الحل:

$= \int_{٣}^{٥} \frac{(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)}$ د س

$= \int_{٣}^{٥} \frac{١}{س + ٣}$ د س

$= \left| \ln_{هـ} |س + ٣| \right|_{٣}^{٥}$

$= \ln_{هـ} ٧ - \ln_{هـ} ٥ = \ln_{هـ} \frac{٧}{٥}$

مثال

جـ $\int_{٣}^{٥} \frac{٣س^٢}{س^٣ + ٥}$ د س

الحل:

$\ln_{هـ} |س^٣ + ٥| + جـ$

٢٠١٢ صيفي

قيمة $\int_{٦}^{هـ^٢} \frac{١}{س}$ د س تساوي

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) هـ

الحل:

$\ln_{هـ} |س| \Big|_{٦}^{هـ^٢}$

$= \ln_{هـ} هـ^٢ - \ln_{هـ} ٦ = \ln_{هـ} \frac{هـ^٢}{٦}$

$= \ln_{هـ} هـ$

$= ١$

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اختزان اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

٢٠١٣ صيفي

قيمة $\int_{هـ}^{هـ^2} \frac{1}{س-1}$ دس تساوي

- $لو_{هـ}(هـ-1)$
- $لو_{هـ}(هـ^2+هـ+1)$
- $لو_{هـ}(هـ^2+هـ)$
- $لو_{هـ}(هـ^3-1)$

الحل:

$$= لو_{هـ}|س-1|_{هـ}^{هـ^3}$$

$$= لو_{هـ}هـ^3-1 - لو_{هـ}هـ-1$$

$$= لو_{هـ}\frac{هـ^3-1}{هـ-1}$$

$$= لو_{هـ}\frac{(هـ-1)(هـ^2+هـ+1)}{(هـ-1)}$$

$$= لو_{هـ}(هـ^2+هـ+1)$$

٢٠١٥ شتوي

جد $\int_{2}^{4} \frac{(س-2)^3}{س^2}$ دس

الحل:

$$\int \frac{8-12س+6س^2-س^3}{س^2}\ دس$$

$$= \int (\frac{8}{س^2} - \frac{12}{س} + 6 - س)\ دس$$

$$= 8 لو|س| + \frac{6}{س} - 3س + \frac{1}{2}س^2 + ج$$

٢٠١٩ شتوي قديم

قيمة $\int_{1}^{هـ} \frac{س+1}{س+س^2}$ دس تساوي :

أ) $-هـ$ ب) هـ ج) 1 د) -1

الحل:

$$\int_{1}^{هـ} \frac{(س+1)}{س(س+1)}\ دس$$

$$= \int_{1}^{هـ} \frac{1}{س}\ دس$$

$$= لو_{هـ}|س|_{1}^{هـ}$$

$$= لو_{هـ}هـ - لو_{هـ}1 = 1-0 = 1$$

٢٠١٩ شتوي جديد

إذا كان م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل فه وكان

$$\int_{-٢}^{١} (م(س) - هـ(س))\, دس = ١٥$$

فما قيمة $\int_{-٢}^{١} \frac{م(س) - هـ(س)}{س + ٣}\, دس$ ؟

أ) $لو_{هـ} ٤$

ب) $٥\ لو_{هـ} ٤$

ج) $لو_{هـ} ٣$

د) $٥\ لو_{هـ} ٣$

الحل:

$م(س) - هـ(س) =$ ثابت $\Leftarrow$

$(م(س) - هـ(س))\ (١ - -٢) = ١٥$

$٣\ (م(س) - هـ(س)) = ١٥$

$\Leftarrow\ م(س) - هـ(س) = ٥$

$$\Leftarrow \int_{-٢}^{١} \frac{٥}{س + ٣}\, دس$$

$$= ٥\ لو_{هـ} |س + ٣|_{-٢}^{١}$$

$$= ٥ (لو_{هـ} ٤ - لو_{هـ} ١)$$

$$= ٥\ لو_{هـ} ٤$$

٢٠١٢ شتوي

إذا كان $جـ > ١$ ، وكان $\int_{١}^{جـ} \frac{١}{س} \, دس = ٣$

فما قيمة الثابت جـ .

أ) $هـ^{٣}$ ب) $٣هـ$ جـ) ٤ د) ٣

الحل:

$لو_{هـ} |س|_{١}^{جـ} = ٣$

$لو_{هـ} جـ - لو_{هـ} ١ = ٣$

$لو_{هـ} جـ = ٣ \Leftarrow جـ = هـ^{٣}$

مثال

جد $\int$ ظاس دس

الحل:

$$\int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} \, \text{دس}$$

$$= \int \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}} \, \text{دس}$$

$$= - \int \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}} \, \text{دس}$$

$$= - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{جتاس}| + \text{جـ}$$

مثال

جد $\int$ ظتاس دس

الحل:

$$\int \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} \, \text{دس}$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{جاس}| + \text{جـ}$$

مثال

جد $\int \frac{\text{ا} + \text{جتاس}}{\text{س} + \text{جاس}} \, \text{دس}$

الحل:

$$\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س} + \text{جاس}| + \text{جـ}$$

مثال

جد $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{قاس}}{\text{٢} + \text{ظاس}} \, \text{دس}$

الحل:

$$\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{٢} + \text{ظاس}| \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{٢} + \text{ظا}\tfrac{\pi}{3}| - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{٢} + \text{ظا}(-\tfrac{\pi}{3})|$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{٢} + \text{١}| - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{٢} + (-\text{١})|$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}} \text{٣} - \text{لو}_{\text{هـ}} \text{١} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{٣}$$

مثال

جد $\int \frac{\text{٥ظتاس} + \text{٥}}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$

الحل:

$$\int \frac{\text{٥}(\text{ظتاس} + \text{١})}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$$

$$= \int \frac{\text{٥ قتاس}}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$$

$$= \int \frac{-\text{٥ قتاس}}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$$

$$= -\text{٥} \int \frac{-\text{قتاس}}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$$

$$= -\text{٥ لو}_{\text{هـ}} |\text{ظتاس}| + \text{جـ}$$

٢٠١٩ شتوي جديد

قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{٣} + \text{٣ظتاس}}{\text{ظتاس}} \, \text{دس}$ تساوي :

أ) $-\text{٣ لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{١}}{\text{٢}}$ ب) $\text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

ج) $\text{٣ لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{١}}{\text{٢}}$ د) $-\text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

الحل:

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2(1+\text{ظتا}^2 س)}{\text{ظتا} س} \, د س$$

$$= 2 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{قتا}^2 س}{\text{ظتا} س} \, د س$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ |\text{ظتا} س| \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ \text{ظتا} \frac{\pi}{2} - -2 \, \text{لو}_هـ \text{ظتا} \frac{\pi}{4}$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \, \text{لو}_هـ \sqrt{3}$$

$$= -2 (\text{لو}_هـ \frac{1}{\sqrt{3}} - \text{لو}_هـ \sqrt{3})$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= -2 \, \text{لو}_هـ \frac{1}{3}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام محمد الشيخ

الفصل (الثاني) العنوان (اقتران اللوغاريتم الطبيعي) ماجستير رياضيات

ملاحظة :

- إيجاد معكوس المشتقة يعني ايجاد التكامل

تذكير :

- م (س) معكوس المشتقة لـ ق(س)

$\Leftarrow$

م′(س) = ق(س)

مثال

جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{1}{س}$$

الحل:

$$م(س) = \int \frac{1}{س} \, د س$$

$$= لو_{هـ} |س| + جـ$$

مثال

جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{س^{2}}{س^{3} + 4}$$

الحل:

$$م(س) = \int \frac{س^{2}}{س^{3}+4} \, د س$$

$$= لو_{هـ} |س^{3} + 4| + جـ$$

مثال

جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{3 س^{2}}{س^{3} + 7}$$

الحل:

$$م(س) = \int \frac{3 س^{2}}{س^{3}+7} \, د س$$

$$= لو_{هـ} |س^{3} + 7| + جـ$$

مثال

جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{3 \, جتا 3س}{5 + جا 3س}$$

الحل:

$$م(س) = \int \frac{3 \, جتا 3س}{5+جا 3س} \, د س$$

$$= لو_{هـ} |5 + جا 3س| + جـ$$

مثال

بين أن الاقتران م(س) = لو$_{هـ}$ جاس هو معكوس المشتقة للاقتران ق(س) = ظتاس

الحل:

م(س) = لو$_{هـ}$ جاس

$$م′(س) = \frac{جتاس}{جاس}$$

= ظتاس = ق(س)

$\Leftarrow$ م′(س) = ق(س)

$\Leftarrow$ م(س) معكوس المشتقة لـ ق(س)