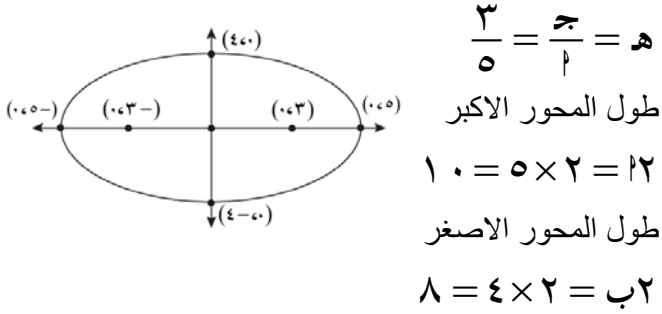


$$ج = \sqrt{9} = 3 \leftarrow 9 = 16 - 25 = 2$$



(2) اوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وطول محوره الاصغر يساوي (4) وحدات ومحوره الاكبر يقع على محور الصادات والمسافة بين بؤرتيه $(5\sqrt{2})$ وحدة ثم ارسم منحاه

الحل :

بما ان المحور الاكبر يقع على محور الصادات اذن معادلة القطع ناقص صادي

$$1 = \frac{2(0-s)}{ب} + \frac{2(0-v)}{ب}$$

$$2 = ب \leftarrow 4 = 2ب$$

$$5\sqrt{2} = ج \leftarrow 5\sqrt{2} = 2ج$$

$$2ج = 2ب - 2ب$$

$$2(5\sqrt{2}) = 4 - 2ب \leftarrow$$

$$9 = 4 + 5 = 2ب \leftarrow$$

$$3 = ب \leftarrow$$

$$المعادلة : 1 = \frac{2ص}{4} + \frac{2ص}{9}$$

(3) اكتب عناصر القطع الناقص لكل من الآتي :

$$1 = \frac{2(1+ص)}{81} + \frac{2(4-s)}{25} \quad (أ)$$

الحل :

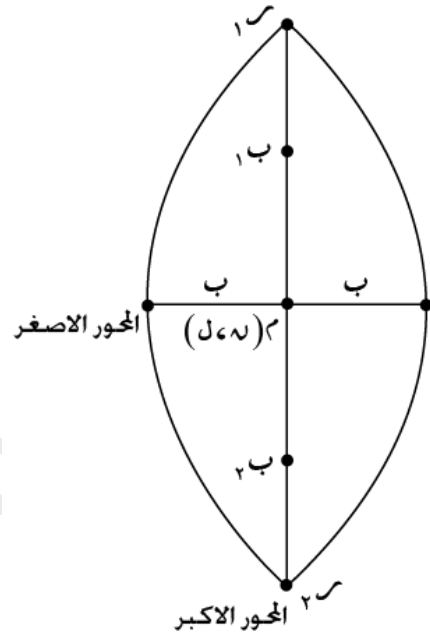
المركز : (1, 4) نوعه : صادي

$$\begin{array}{|l} 56 = 2ج \\ \sqrt{56} = ج \end{array} \quad \begin{array}{|l} 25 = 2ب \\ 5 = ب \end{array} \quad \begin{array}{|l} 81 = 2ب \\ 9 = ب \end{array}$$

هناك قطع ناقص صادي مركزه $(ل, ن)$

معادلته :

$$1 = \frac{2(ن-s)}{ب} + \frac{2(ل-v)}{ب}$$



حيث :

$$1 = الرأس الاول = (ل+ن)$$

$$2 = الرأس الثاني = (ل-ن)$$

$$ب = الرأس الثالث = (ج+ن)$$

$$ب = الرأس الرابع = (ج-ن)$$

امثلة :

(1) عين بؤرتي وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع

$$الناقص 1 = \frac{2ص}{16} + \frac{2س}{25}$$

الحل :

المعادلة قطع ناقص سيني لأن $ب < 2$

حيث :

$$5 = 2 \leftarrow 25 = 2ب$$

$$4 = ب \leftarrow 16 = 2ب$$

$$ج = 2ب - 2ب = 2ب$$

المركز : (١-٤٣) نوعه : سيني

$$\sqrt{2} = 2 \quad | \quad \sqrt{5} = 5 \quad | \quad \sqrt{2} = 2$$

طول المحور الاكبر = ٤

طول المحور الاصغر = $\sqrt{5}$ البعد البؤري = $\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

الرأسان : (١٤٥) ، (١٤١)

البؤرتان : $(1 - \sqrt{2} \pm 3)$

$$64 = 2(س - 3) + 2(٤ + ص)$$

الحل :

$$64 = 2(3 - س) + 2(٢ + ص)$$

$$1 = \frac{2(3 - س)}{64} + \frac{2(٢ + ص)}{١٦}$$

المركز : (٢-٤٣) نوعه : صادي

$$\sqrt{48} = 8 \quad | \quad 4 = 4 \quad | \quad 8 = 8$$

طول المحور الاكبر = ١٦

طول المحور الاصغر = ٨

البعد البؤري = $\sqrt{48}$

$$\frac{\sqrt{48}}{8} = 8$$

الرأسان : (١٠-٤٣) ، (٦٤٣)

البؤرتان : $(\sqrt{48} \pm 2 - ٤٣)$

$$\frac{4}{3} = 2ص + 2س + ٦ - ٧$$

الحل :

$$1 = \frac{3}{4} \times 2ص + \frac{3}{4} \times 2س$$

$$1 = \frac{2ص}{\frac{4}{3}} + \frac{2س}{\frac{1}{3}}$$

المركز : (٠٤٠) نوعه : صادي

طول المحور الاكبر = ١٨

طول المحور الاصغر = ١٠

البعد البؤري = $\sqrt{56}$

$$\frac{\sqrt{56}}{9} = 9$$

الرأسان : (٨٤٤) ، (١٠-٤٤)

البؤرتان : $(\sqrt{56} \pm 1 - ٤٤)$

$$1 = 2ص + 2س + ٤ - ١$$

الحل :

$$1 = \frac{2ص}{25} + \frac{2س}{100}$$

المركز : (٠٤٠) نوعه : سيني

$$25 - 100 = 2س \quad | \quad 25 = 2ب \quad | \quad 100 = 2٢$$

$$\sqrt{75} = 5 \quad | \quad 5 = 5 \quad | \quad 10 = 10$$

طول المحور الاكبر = ٢٠

طول المحور الاصغر = ١٠

البعد البؤري = $\sqrt{75}$

$$\frac{\sqrt{75}}{10} = 10$$

الرأسان : (٠٤١٠) ، (٠٤١٠-)

البؤرتان : $(٠٤\sqrt{75} \pm)$

$$7 - 6س = 2ص + 2س + ٢ - ٧$$

الحل :

$$7 - 6س = 2ص + 2س + ٢ - ٧$$

$$2 + 9 + 7 - 6س = (1 + 2ص + 2س) + (9 + 6س - 2س)$$

$$4 = 2(1 + 2ص) + 2(3 - 6س)$$

$$1 = \frac{2(1 + 2ص)}{2} + \frac{2(3 - 6س)}{4}$$

رأس المكافئ: (١٤٠)

$$٣ = ج \leftarrow ١٢ = ج٤$$

بؤرة المكافئ: (١٤٣) = احدى بؤرتي الناقص

مركز الناقص: (١٤١)

$$٢ = ١ - ٣ = ج$$

$$٥ = ب \leftarrow ١٠ = ب٢$$

$$٢١ = ب٢ - ٢٢ = ج٢$$

$$٢٩ = ٢١ \leftarrow ٢٥ - ٢١ = ج٤$$

$$\text{المعادلة: } ١ = \frac{٢(١-ص)}{٢٥} + \frac{٢(١-س)}{٢٩}$$

٦) قطع ناقص بؤرتاه (٠,٤٤) ، (٠,٤٤-) والنقطة

ن(س,ص) تقع على منحنى القطع حيث محيط المثلث

$$ن١ب١ب٢ = ٢٤ ، \text{ فما معادلته}$$

الحل:

$$\text{المركز: } (٠,٤٠) ، ج = ٤$$

$$٨ = ١ \leftarrow ٢٤ = ٨ + ١٢ \leftarrow ٢٤ = ج٢ + ١٢$$

$$ج٢ = ٢١ - ٢٢ = ب٢$$

$$١٦ = ١٤ - ٦٤ = ب٢ \leftarrow ب٢ = ٤٨$$

$$\text{المعادلة: } ١ = \frac{٢ص}{٤٨} + \frac{٢س}{٦٤}$$

٧) قطع ناقص مساحته (٠,٤٠) ورأساه (٠,٨±) ،

فما معادلته

الحل:

$$\text{المركز: } (٠,٤٠) ، ٨ = ٢$$

$$٢ = \pi \times ب١$$

$$٥ = ب \leftarrow ب \times ٨ \times \pi = \pi ٤٠$$

$$\text{المعادلة: } ١ = \frac{٢ص}{٢٥} + \frac{٢س}{٦٤}$$

$$\frac{١}{٣} = ج \quad \left| \quad \frac{١}{٣\sqrt{}} = ب \quad \left| \quad \frac{٢}{٣} = ٢$$

طول المحور الاكبر = $\frac{٤}{٣}$ طول المحور الاصغر = $\frac{٢}{٣\sqrt{}}$ البعد البؤري = $\frac{٢}{٣}$ ه = $\frac{١}{٣}$ الرأسان: $(\frac{٢}{٣} \pm ٤٠)$ البؤرتان: $(\frac{١}{٣} \pm ٤٠)$

٤) احسب معادلة القطع الناقص واحدى بؤرتيه مركز الدائرة

المحور الاصغر يساوي طول قطر الدائرة ومعادلة

المحور الاصغر س = ١- وطول

المحور الاصغر س = ١- وطول

الحل:

$$٣٦ = ٢(٤-ص٢) + ٢(٦-س٢)$$

$$٣٦ = ٢(٢-ص)٤ + ٢(٣-س)٤$$

$$٩ = ٢(٢-ص) + ٢(٣-س)$$

مركز الدائرة: (٢,٣) = احدى البؤرتين

$$٣ = ب \leftarrow ٣ = ر \leftarrow ٩ = ٢ر$$

مركز الناقص: (١,٤-)

$$ج = (١-) - ٣ = ٤$$

$$ج٢ = ٢١ - ٢٢ = ب٢$$

$$٥ = ١ \leftarrow ٢٥ = ٢١ \leftarrow ٩ - ٢١ = ١٦$$

$$\text{المعادلة: } ١ = \frac{٢(١-ص)}{٩} + \frac{٢(١+س)}{٢٥}$$

٥) احسب معادلة القطع الناقص الذي مركزه (١,٤١) واحدى

بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ

يساوي (١٠) وحدات وطول المحور الاصغر

يساوي (١٠) وحدات

الحل:

$$(ص-١)٢ = ١٢$$

$$(10) \text{ اذا كانت } 1 = \frac{2(ص-ك)^2}{ب} + \frac{2(ل-س)^2}{م}$$

$$\text{اثبت ان : } ب^2 = 2(ه-1)^2$$

الحل :

$$ه = \frac{ب}{2} \leftarrow ج = ه$$

$$ج^2 = 2ه^2 \text{ لكن : } ب^2 = 2ج^2 - 2ه^2$$

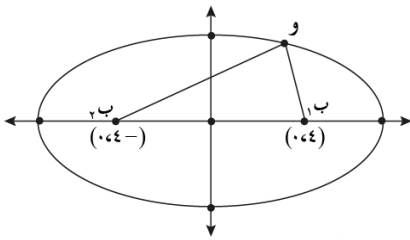
$$ب^2 = 2ه^2 - 2ه^2$$

$$ب^2 = 2(ه-1)^2 \text{ وهو المطلوب}$$

$$(11) \text{ قطع ناقص بؤرتاه } ب_1(0,4) \text{ ، } ب_2(0,-4) \text{ والنقطة } (س,ص) \text{ تقع على منحنى القطع بحيث ان محيط المثلث } و ب_1 ب_2 \text{ يساوي } (24) \text{ سم ، اوجد معادلته}$$

والنقطة و (س،ص) تقع على منحنى القطع بحيث ان محيط المثلث و ب₁ ب₂ يساوي (24) سم ، اوجد معادلته

معادلته



الحل :

$$ب_1 ب_2 = 8$$

$$ج = 4$$

$$وب_1 + و ب_2 = 24 = 8 - 24 = 16$$

$$ج^2 = 2ب^2 - 2ه^2$$

$$16 = 2ب^2 - 64 = 2ب^2 \leftarrow ب^2 = 48$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{ص^2}{48} + \frac{س^2}{64}$$

$$(12) \text{ تتحرك النقطة } و (س,ص) \text{ بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين } س = 5 + 3ج \text{ ، } ص = 2 + 2ج \text{ حيث } (ه) \text{ زاوية متغيرة ، بين ان النقطة } و (س,ص) \text{ تتحرك على منحنى قطع ناقص ثم عين عناصره}$$

بالمعادلتين س = 5 + 3ج ، ص = 2 + 2ج حيث (ه) زاوية متغيرة ، بين ان النقطة و (س،ص) تتحرك على منحنى قطع ناقص ثم عين عناصره

عناصره

الحل :

$$ص = 2 + 2ج$$

$$ص = 2 - 2ج$$

$$\frac{ص - 2}{2} = ج$$

$$ج = \frac{ص - 2}{2}$$

$$س = 5 + 3ج$$

$$س = 5 - 3ج$$

$$\frac{س - 5}{3} = ج$$

$$ج = \frac{س - 5}{3}$$

(8) احسب طول نصف قطر الدائرة التي مساحتها تساوي

$$\text{مساحة القطع الناقص الذي معادلته } 1 = \frac{ص^2}{16} + \frac{س^2}{81}$$

الحل :

$$1 = \frac{ص^2}{16} + \frac{س^2}{81}$$

$$9 = ب ، 4 = ج$$

$$2 = \pi \times ب \times ج$$

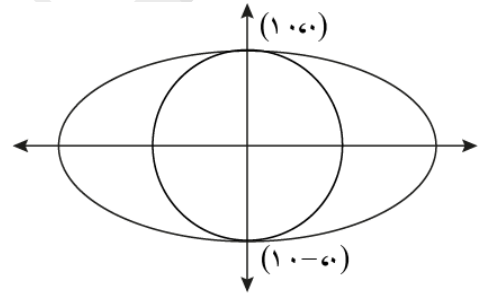
$$2 = \pi \times 9 \times 4 \leftarrow 36 = \pi \text{ نوه}$$

مساحة الدائرة = $\pi \text{ نوه}$

$$36 = \pi \text{ نوه} \leftarrow 36 = \pi \text{ نوه} \leftarrow 6 = \text{نوه}$$

(9) من الشكل اذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلي

مساحة الدائرة ، فما معادلة القطع الناقص



الحل :

$$\text{الدائرة نوه} = 10$$

$$2 = \pi \text{ نوه} = \pi \times 10 \leftarrow 20 = \pi \text{ نوه}$$

$$\text{الناقص : } ب = 10$$

$$\text{المساحة} = 2 \times \pi \times 10 = 20\pi$$

$$2 = \pi \times ب \times ج$$

$$20 = \pi \times 10 \times ج \leftarrow 20 = \pi \times ج$$

$$ج = \frac{20}{\pi} = 2 \leftarrow ب^2 - 2ه^2 = 300$$

$$ه = \frac{ج}{2} = \frac{300}{20} = 15$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{ص^2}{100} + \frac{س^2}{400}$$

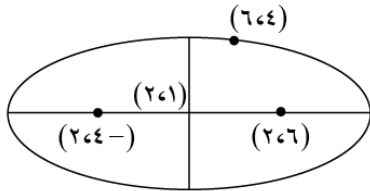
$$2 = \pi \times 1 \times b$$

$$4 = b \leftarrow \pi \times 5 \times \pi = \pi 20$$

$$المعادلة: 1 = \frac{ص^2}{16} + \frac{س^2}{20}$$

(١٥) احسب معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٢٤١)

واحدى بؤرتيه (٢٤٦) ويمر بالنقطة (٦٤٤)



الحل:

$$ج = ٥$$

البؤرة الثانية: (٢٤٤-)

$$ف_1 + ف_2 = ٢٢$$

$$٢٢ = \sqrt{(٢-٦)^2 + ((٤-)-٤)^2} + \sqrt{(٢-٦)^2 + (٦-٤)^2}$$

$$٢٢ = \sqrt{١٦ + ٦٤} + \sqrt{١٦ + ٤}$$

$$٢٢ = ٨\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥}$$

$$٢\sqrt{٥} \cdot \frac{٣}{٣} = ١ \leftarrow ٢٢ = ٢\sqrt{٥} \cdot ٣ \leftarrow ٢٢ = ٢\sqrt{٥} \cdot ٢ + ٢\sqrt{٥}$$

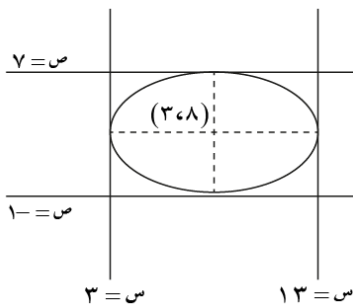
$$ج^2 - ٢٢ = ٢٢$$

$$٢٠ = ٢٢ \leftarrow ٢٢ - ٤٥ = ٢٥ \leftarrow ٢٢ - (٢٠ \times \frac{٤}{٣}) = ٢٥$$

$$المعادلة: 1 = \frac{ص^2}{20} + \frac{س^2}{٤٥}$$

(١٦) احسب معادلة القطع الناقص الذي يمس المستقيمتان

$$ص = ٧ ، ص = ١- ، س = ٣ ، س = ١٣$$



الحل:

نوعه : سيني

$$٥ = ٢ \leftarrow ١٠ = ٣ - ١٣ = ٢٢$$

$$٤ = ب \leftarrow ٨ = (١-) - ٧ = ب٢$$

المركز : (٣، ٨)

$$المعادلة: 1 = \frac{ص^2}{16} + \frac{س^2}{20}$$

$$جا^2 ه + جتا^2 ه = ١$$

$$١ = \frac{ص^2(٢-٥)}{٤} + \frac{س^2(٥-٩)}{٩}$$

وهذه تمثل معادلة قطع ناقص

المركز : (٢٤٥) نوعه : سيني

$$\begin{array}{l|l|l} ٥ = ٤ - ٩ = ج^2 & ٤ = ب^2 & ٩ = ٢٢ \\ \sqrt{٥} = ج & ٢ = ب & ٣ = ٢ \end{array}$$

طول المحور الاكبر = ٦ معادلته ص = ٢

طول المحور الاصغر = ٤ معادلته س = ٥

$$٥\sqrt{٢} = \text{البعد البؤري}$$

$$\frac{٥\sqrt{٢}}{٣} = ه$$

الرأسان : (٢٤٢) ، (٢٤٨) = (٢٤٣ ± ٥)

البؤرتان : (٢٤٥ ± ٥)

طرفي الاصغر : (٤٤٥) ، (٠٤٥) = (٢ ± ٢٤٥)

(١٣) تعطى مساحة القطع الناقص الذي معادلته

$$1 = \frac{ص^2}{٢٢} + \frac{س^2}{٢٠} \text{ بالمقدار } \pi \text{ ، اوجد نصف}$$

$$\text{قطر} = \frac{ص^2}{16} + \frac{س^2}{100}$$

الحل:

$$\begin{array}{l|l} ١٦ = ب^2 & ١٠٠ = ٢٢ \\ ٤ = ب & ١٠ = ٢ \end{array}$$

$$2 = \pi \times ١ \times ب = \pi ٤٠ = ٤ \times ١٠ \times \pi$$

$$\sqrt{٤} = نوه \leftarrow \pi ٤٠ = \pi نوه^2$$

(١٤) قطع ناقص مساحته (٢٠π) وحدة مربعة ورأساه هما

النقطتان (٠٤٥) ، (٠٤٥-) ، اوجد معادلته

الحل:

المركز : (٠٤٠) ، ٥ = ٢

(١٩) اذا كان طول المحور الاكبر لقطع ناقص يساوي ضعف طول محوره الاصغر ، فما قيمة الاختلاف المركزي لهذا القطع الناقص

الحل :

$$٢٢ = ٢ \times ٢ \times ب \leftarrow ٢٢ = ٤ب$$

$$٢٢ = ٤ب - ٢٢$$

$$٢٢ = ٤ب - ٢٢$$

$$٢٢ = ٤ب - ٢٢ \leftarrow ٢٢ = ٤ب - ٢٢$$

$$\sqrt{\frac{٢٢}{٤}} = \sqrt{٥ب} \leftarrow \sqrt{\frac{٢٢}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٢}{٤}}$$

$$\sqrt{\frac{٢٢}{٤}} = ٥$$

(٢٠) اكتب معادلة القطع الناقص الذي مركزه هو رأس القطع المكافئ $س^٢ + ٢ص + ٤ = ٠$ ويمر بنقطة الاصل ومحوره الاكبر يوازي محور السينات واختلافه المركزي يساوي $(\frac{٢}{٥})$

الحل :

(١٧) احسب معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(٥-١)$ ومحوره الاكبر يوازي السينات بحيث انه بعد الرأس عن البؤرة القريبة يساوي (١) وبعد الرأس عن البؤرة البعيدة يساوي (٥)

الحل :

المركز : $(٥-١)$ ، نوعه : سيني

$$١ = ج - ب$$

$$٥ = ج + ب$$

$$٢٢ = ٦ \leftarrow ٢٢ = ٦$$

$$٢ = ج$$

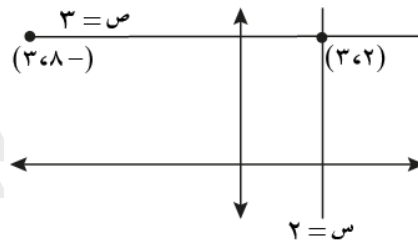
$$٢٢ = ٢ب - ٢٢$$

$$٥\sqrt{٢} = ب \leftarrow ٢ب - ٩ = ٤$$

$$١ = \frac{٢(١+ص)}{٥} + \frac{٢(٥-س)}{٩} \text{ : المعادلة}$$

(١٨) اكتب معادلة القطع الناقص الذي اختلافه المركزي يساوي $(٦, ٠)$ ويمر بالنقطة $(٣, ٨-)$ ومركزه يقع على المستقيم $س = ٢$ وبؤرتاه تقعان على المستقيم $ص = ٣$

الحل :



المركز : $(٣, ٢)$

بما ان القطع يمر

بالنقطة $(٣, ٨-)$ والمركز : $(٣, ٢)$

\leftarrow النقطة $(٣, ٨-)$ هي احدى طرفي المحور الاكبر

$$١٠ = (٨-) - ٢ = ٢ \leftarrow$$

$$٦ = ج \leftarrow \frac{ج}{١٠} = \frac{٦}{١٠} \leftarrow \frac{ج}{١٠} = ٦$$

$$٢٢ = ٢ب - ٢٢$$

$$٦٤ = ٢ب \leftarrow ٢ب - ١٠٠ = ٣٦$$

$$١ = \frac{٢(٣-ص)}{٦٤} + \frac{٢(٢-س)}{١٠٠} \text{ : المعادلة}$$

$$1 - = (ص ٦ + ٢) ٩ + (س ٤ - ٢) ١٦$$

$$٩ \times ٩ + ١٦ \times ٤ + ١ - = (٩ + ص ٦ + ٢) ٩ + (٤ + س ٤ - ٢) ١٦$$

$$\frac{١٤٤}{١٤٤} = \frac{٢(٣ + ص) ٩}{١٤٤} + \frac{٢(٢ - س) ١٦}{١٤٤}$$

$$١ = \frac{٢(٣ + ص)}{١٦} + \frac{٢(٢ - س)}{٩}$$

قطع ناقص صادي

$$\text{المركز : } (٣ - ٤, ٢)$$

$$٤ = ١ \leftarrow ١٦ = ٢١$$

$$٣ = ب \leftarrow ٩ = ٢ب$$

$$٧ = ٩ - ١٦ = ٢ب - ٢١ = ٢ج$$

$$\sqrt{٧} = ج \leftarrow$$

$$١ > \frac{\sqrt{٧}}{٤} = \frac{ج}{١} = هـ$$

(٢٤) قطع مخروطي اختلافه المركزي هـ $١ >$ وبؤرتاه النقطتين $(١, ٤)$ ، $(١, -٤)$ ويمر بنقطة الاصل ، اوجد مركز ومعادلة وقيمة الاختلاف المركزي لهذا القطع

الحل :

هذا القطع هو قطع ناقص لأن $١ >$

$$\text{البؤرتان : } (١, ٤) ، (١, -٤)$$

$$\text{المركز : } (١, ٠) = \left(\frac{١+١}{٢} ، \frac{١+(-١)}{٢} \right)$$

$$١ = ج \leftarrow ٢ = (١ -) - ١ = ج٢$$

$$\text{المعادلة : } ١ = \frac{٢(١ - ص)}{٢ب} + \frac{٢(٠ - س)}{٢١}$$

لكن النقطة $(٠, ٠)$ تحقق

$$١ = ٢ب \leftarrow ١ = \frac{١}{٢ب} \leftarrow ١ = \frac{٢(١ - ٠)}{٢ب} + \frac{٠}{٢١}$$

$$\text{لكن : } ٢١ = ٢ج + ٢ب$$

$$\sqrt{٢١} = ١ \leftarrow ٢ = ١ + ١ = ٢١$$

(٢١) عين نوع ومركز القطع المخروطي الذي معادلته

$$١ - ص ٢ = ٩س ٢ + ٣٦ - ٢$$

الحل :

$$١ - = ٩س ٢ + ٣٦ - ٢ص ٢$$

$$٣٦ + ١ + ١ - = (١ + ص ٢ - ٢) ٩ + (٤ + س ٤ - ٢) ٩$$

$$٣٦ = ٢(١ - ص) + ٢(٢ - س) ٩$$

$$١ = \frac{٢(١ - ص)}{٣٦} + \frac{٢(٢ - س)}{٤}$$

نوعه قطع ناقص صادي ، مركزه $(١, ٢)$

(٢٢) قطع ناقص معادلته هـ

$$٠ = ٦١ + ص ٤ - ٢ص ٩ + ١س ٦ - ٢$$

اوجد احداثيات المركز والبؤرتين وطول المحور الاكبر

الحل :

$$٦١ - = ٥٤ - ٢ص ٩ + ١س ٦ - ٢$$

$$١٦ + ٨١ + ٦١ - = (٩ + ص ٦ - ٢) ٩ + (٤ + س ٤ - ٢) ٤$$

$$٣٦ = ٢(٣ - ص) ٩ + ٢(٢ - س) ٤$$

$$١ = \frac{٢(٣ - ص)}{٤} + \frac{٢(٢ - س)}{٩}$$

$$\text{المركز : } (٣, ٢)$$

$$\text{البؤرتين : } (٣, ٢ \pm ج)$$

$$٥\sqrt{٧} = ج \leftarrow ٥ = ٤ - ٩ = ٢ج$$

$$\text{البؤرتين : } (٣, ٥\sqrt{٧} - ٢) ، (٣, ٥\sqrt{٧} + ٢)$$

طول المحور الاكبر = ٢٢

$$\text{لكن : } ٣ = ١ \leftarrow ٩ = ٢١$$

$$\text{طول المحور الاكبر} = ٦ = ٣ \times ٢$$

(٢٣) اذا كانت المعادلة تمثل معادلة قطع مخروطي

$$٠ = ١ + ص ٤ + ٦س ٤ - ٢ص ٩ + ١س ٦$$

اوجد احداثيات المركز والاختلاف المركزي

الحل :

$$٠ = ١ + ص ٤ + ٦س ٤ - ٢ص ٩ + ١س ٦$$

$$١ - = ٥٤ + ٦س ٤ - ٢ص ٩ + ١س ٦$$

$$\leftarrow \frac{h+2}{2} = 1 \dots (1)$$

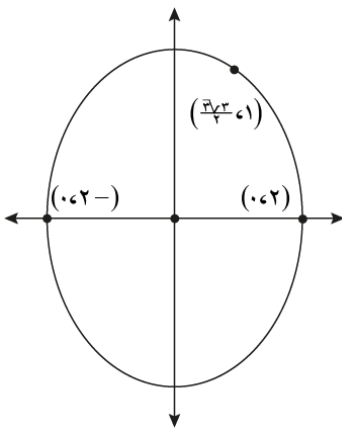
$$2 = h+1$$

$$\frac{h}{2} = 1 \text{ بال طرح}$$

$$h - 2 = 2$$

$$\leftarrow \frac{h-2}{2} = 1 \dots (2)$$

$$\text{لكن : } h = \frac{h-2}{\cancel{2}} = \frac{2}{\cancel{2}} = 1 \leftarrow \frac{h-2}{h+2} = h$$



(27) ما طول المحور الاكبر

للقطع الناقص المبين

في الشكل

الحل :

من الرسم قطع ناقص صادي

المركز : (0,0)

$$b = 2$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{(0-s)^2}{4} + \frac{(0-v)^2}{2}$$

لكن النقطة $(\sqrt{3}, 1)$ تحقق

$$1 = \frac{(0-1)^2}{4} + \frac{(0-\sqrt{3})^2}{2}$$

$$3 = 1 \leftarrow 9 = 2 \leftarrow \frac{3}{4} = \frac{27}{24} \leftarrow 1 = \frac{1}{4} + \frac{4}{24}$$

طول المحور الاكبر $22 = 3 \times 2 = 6$

(28) اذا كانت النقطتان $(h, 2)$ حيث النقطة $(2, h)$ تدور

في مدار على شكل قطع ناقص بحيث تكون النقطة $(h, 2)$

في احدى بؤرتي هذا القطع ، فإذا كان طول المحور

الاكبر يساوي (10) والاختلاف المركزي

يساوي (3, 0) ، اوجد :

(أ) اقصر مسافة بين $(h, 2)$

(ب) اطول مسافة بين $(h, 2)$

$$\text{المعادلة هي : } 1 = \frac{(1-s)^2}{1} + \frac{s^2}{2}$$

$$\text{الاختلاف المركزي : } h = \frac{c}{a} = h \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = h > 1$$

(25) قطع مخروطي على شكل قطع ناقص بؤرتاه

$(3, 1)$ ، $(3, 5)$ واختلافه المركزي يساوي $(\frac{1}{2})$ ،

اوجد :

(أ) معادلة القطع

(ب) اذا كانت h (س، ص) نقطة على منحنى هذا القطع

اوجد قيمة $h_1 + h_2$ حيث h_1 ، h_2 هما

البؤرتان على الترتيب

الحل :

$$\text{(أ) } h = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \leftarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{a} \leftarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{a} \leftarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{a}$$

$$4 = 2 \leftarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$2b + 2c = 2a$$

$$12 = 4 - 16 = 2b \leftarrow 2b + 4 = 16$$

$$\text{معادلة القطع : } 1 = \frac{(3-s)^2}{12} + \frac{(3-v)^2}{16}$$

$$\text{(ب) طول } h_1 + h_2 = 2a = 8$$

(26) يدور القمر حول الارض في مدار على شكل قطع ناقص

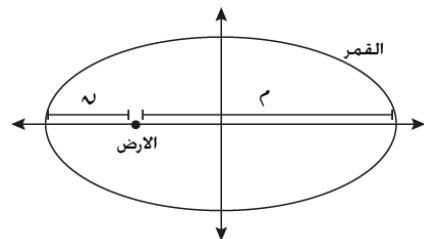
بحيث تقع الارض في احدى بؤرتي المدار ، فإذا كانت

اطوال مسافة بين الارض والقمر تساوي (2) واقصر

مسافة بين الارض والقمر تساوي (h) ، اثبت ان

$$\frac{h-2}{h+2}$$

الحل :



$$h = c - a$$

$$\text{بالجمع } c = h + a$$

$$h + 2 = 2a$$

(٣١) قطع ناقص معادلته $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ، اثبت انه في

هذا القطع يكون البعد بين رأسيه يساوي ضعف البعد بين البؤرتين

الحل :

المحور الاكبر $2a$ ويساوي $2b$ أي ان $2a = 2b$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$2a - 2b = 0$$

$$2a - 2b = 0$$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$a = b \Rightarrow a = b$$

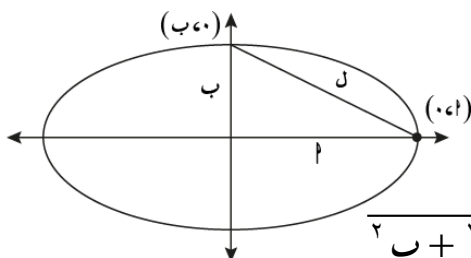
$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

(٣٢) اذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد

بين طرفي محوريه الاكبر والاصغر ، فما قيمة الاختلاف

المركزي

الحل :



$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

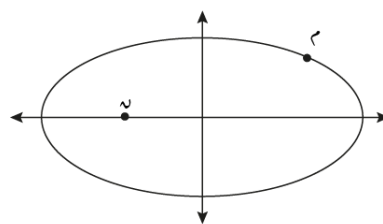
$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

الحل :



$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

$$2a = 2b \Rightarrow a = b$$

(٢٩) اذا كانت المعادلة تمثل معادلة قطع ناقص سيني

له $5x^2 + 2y^2 = 17$ ، اثبت ان :

$$\frac{17}{2b^2 + 5a^2} = \frac{17}{17}$$

الحل :

$$1 = \frac{5x^2}{17} + \frac{2y^2}{17} \Rightarrow \frac{5x^2}{17} + \frac{2y^2}{17} = 1$$

النوع قطع ناقص سيني (من السؤال)

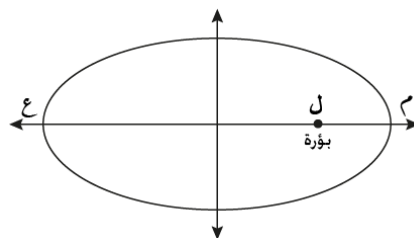
$$17 = 2a^2 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$$

$$17 = 2b^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$$

(٣٠) في القطع الناقص في الشكل اذا كانت النسبة بين

$2c : 2a = 1 : 3$ ، فما قيمة الاختلاف المركزي

لهذا القطع



الحل :

$$\frac{2c}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$(c+a) \times 1 = (c-a) \times 3$$

$$c+a = 3c-3a$$

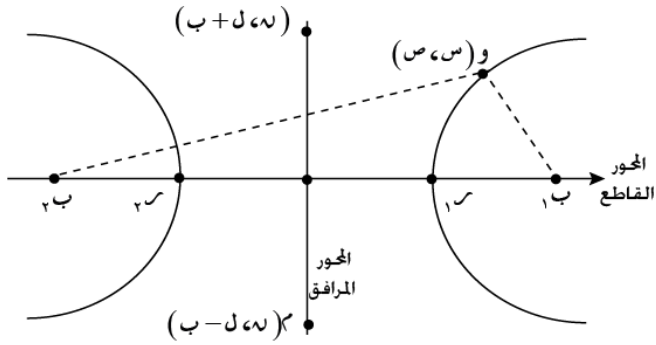
$$c+a = 3c-3a$$

$$\frac{1}{3} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{c}{a}$$

القطع الزائد :

هو المحل الهندسي لمجموعة النقط و (س، ص) والتي يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتين) يساوي مقداراً ثابتاً ويساوي (٢٢) أي

$$|وب_١ - وب_٢| = ٢٢$$



قطع زائد سيني مركزه (ل، ٠)

معادلته :

$$١ = \frac{٢(ل-ص)}{٢ب} - \frac{٢(ل-ص)}{٢ب}$$

حيث :

٢٢ : (معامله موجب)

(١) المحور القاطع = ٢٢

(٢) المحور المرافق = ٢ب

(٣) (ل، ٠) = ١س

(٤) (ل، ٠) = ٢س

(٥) (ل، ٠) = ١ب

(٦) (ل، ٠) = ٢ب

(٧) ٢ب + ٢٢ = ٢ج

(٨) البعد بين البؤرتين = ٢ج

(٩) الاختلاف المركزي = ه = ١ < ٢/ب

(١٠) احداثيات المحور المرافق (ل، ٠) ± (٠، ل)

تمارين وواجبات :

(١) عين عناصر القطر الناقص

$$١ = \frac{٢(١-ص)}{٢٥} + \frac{٢(٢-س)}{٩}$$

(٢) اوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٢، ٢)

واحدى بؤرتيه النقطة (-٢، ١) وطول محوره الاكبر

يساوي ١.٧٢ وحدة

(٣) اوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠، ٣) واحدى

بؤرتيه النقطة (-١، ٠) وطول محوره الاصغر يساوي

(٦) سم ، ثم ارسم منحناه

طول المحور القاطع = ١٠

طول المحور المرافق = ٢٤

البعد البؤري = ١٦

$$\frac{١٣}{٥} = \frac{ج}{١} = هـ$$

الرأسان : (٥، ١) ، (٥، -١)

البؤرتان : (١٣، ١) ، (١٣، -١)

$$٥٣ + ٣٠ص + ٥ص^٢ = ٤س^٢ - ٤س$$

الحل :

$$٥٣ = ٤س^٢ - ٤س - ٣٠ص - ٥ص^٢$$

$$٥٣ = (٤س^٢ - ٤س) - (٣٠ص + ٥ص^٢)$$

$$٤٥ - ٢ + ٥٣ = (٩ + ٣٠ص + ٥ص^٢) - (٤س^٢ - ٤س)$$

$$١٠ = (٣ + ٥ص) - (١ - ٤س)$$

$$١ = \frac{(٣ + ٥ص)}{٢} - \frac{(١ - ٤س)}{٥}$$

المركز : (٣، -١) نوعه : سيني

$$\sqrt{٧} = ج \quad | \quad \sqrt{٢} = ب \quad | \quad \sqrt{٥} = ١$$

طول المحور القاطع = $\sqrt{٢}$ طول المحور المرافق = $\sqrt{٧}$ البعد البؤري = $\sqrt{٧}$

$$\frac{\sqrt{٧}}{\sqrt{٥}} = \frac{ج}{١} = هـ$$

الرأسان : (٣، $\sqrt{٥}$) ، (٣، $-\sqrt{٥}$)البؤرتان : (٣، $\sqrt{٧}$) ، (٣، $-\sqrt{٧}$)

$$١٧ + ٦س = ١٠ص - ٥ص^٢ - ٤س^٢$$

الحل :

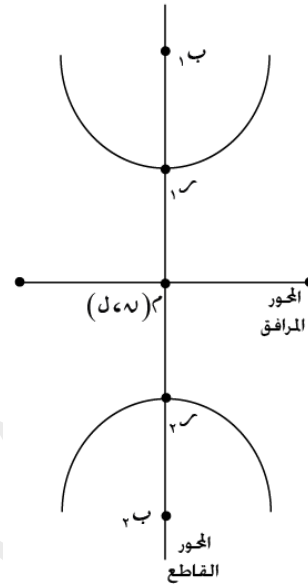
$$١٧ = ١٠ص - ٥ص^٢ - ٦س - ٤س^٢$$

$$١٧ = (١٠ص + ٥ص^٢) - (٦س + ٤س^٢)$$

هناك قطع زائد صادي مركزه (٤، ١)

معادلته :

$$١ = \frac{(١ - ٤س)^٢}{٢} - \frac{(١٠ص - ٥ص^٢)^٢}{٢}$$



حيث :

$$(٤، ١) = ٢$$

$$(١ + ٤، ١) = ١$$

$$(١ - ٤، ١) = ٢$$

$$(٤ + ١٠، ١) = ١$$

$$(٤ - ١٠، ١) = ٢$$

احداثيات المحور المرافق : (٤، ± ١٠)**امثلة :**

(١) اكتب عناصر القطع الزائد لكل مما يلي :

$$١ = \frac{(١ - ٤س)^٢}{١٤٤} - \frac{٢٥ص^٢}{٢٥}$$

الحل :

المركز : (٠، ١) نوعه : صادي

$$١٦٩ = ١٤٤ + ٢٥ = ٢ج \quad | \quad ١٤٤ = ٢ب \quad | \quad ٢٥ = ٢١$$

$$١٣ = ج \quad | \quad ١٢ = ب \quad | \quad ٥ = ١$$

٤) احسب معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه مركز الدائرة $(2, 6) + (2, 4) = 36$ وطول المحور المرافق يساوي طول قطر الدائرة ومعادلة المحور المرافق $s = 1 -$

الحل :

$$36 = (2 - s)^2 + (6 - 2)^2$$

$$36 = (2 - s)^2 + (3 - s)^2$$

$$9 = (2 - s)^2 + (3 - s)^2$$

مركز الدائرة : $(3, 2) =$ احدى البؤرتين

$$r^2 = 9 \leq r = 3 \leq b = 3$$

مركز الدائرة : $(-1, 2)$

$$c = 3 - (-1) = 4 = j$$

$$j^2 = p^2 + b^2$$

$$16 = p^2 + 9 \leq p^2 = 7$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{(s-1)^2}{9} - \frac{(s+1)^2}{7}$$

٥) احسب معادلة القطع الزائد الذي احدى رأسيه مركز الدائرة $(2, 8) + (2, 6) = 16$ وطول المحور المرافق يساوي طول قطر الدائرة ومعادلة والمركز على $s = 1 -$

الحل :

$$16 = (2 - s)^2 + (8 - 2)^2$$

$$16 = (2 - s)^2 + (4 - s)^2$$

$$4 = (2 - s)^2 + (4 - s)^2$$

مركز الدائرة : $(4, 3) =$ احدى الرأسين

$$r^2 = 4 \leq r = 2 \leq b = 2$$

المركز : $(-1, 3)$

$$p = 4 - (-1) = 5$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{(s-3)^2}{4} - \frac{(s+1)^2}{25}$$

$$4(s^2 - 4s + 4) - (s^2 + 2s + 1) = 20 - 16 + 17 = 21$$

$$4(s^2 - 4s + 4) - (s^2 + 2s + 1) = 21$$

$$1 = \frac{(s+1)^2}{2} - \frac{(s-4)^2}{8}$$

المركز : $(2, -5) =$ نوعه : سيني

$$p = 2 \quad | \quad b = \sqrt{2} \quad | \quad j = \sqrt{10}$$

طول المحور الاكبر $2\sqrt{2}$

طول المحور الاصغر $\sqrt{2}$

البعد البؤري $\sqrt{10}$

$$h = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$$

الرأسان : $(2, -5 \pm \sqrt{2})$

البؤرتان : $(5, -5 \pm \sqrt{10})$

$$(د) \quad \frac{4}{3} = 3s^2 - 2s$$

الحل :

$$1 = \frac{3}{4} \times 3s^2 - \frac{3}{4} \times 2s$$

$$1 = \frac{9s^2}{4} - \frac{3s}{2}$$

المركز : $(0, 0) =$ نوعه : صادي

$$p = \frac{1}{3} \quad | \quad b = \frac{2}{3} \quad | \quad j = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

طول المحور الاكبر $\frac{2}{3}$

طول المحور الاصغر $\frac{1}{3}$

البعد البؤري $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

الرأسان : $(0, \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{3})$

البؤرتان : $(0, \frac{\sqrt{3}}{3} \pm \frac{1}{3})$

(٨) قطع زائد احدي بؤرتيه مركز الدائرة
 المحور المرافق يساوي قطر الدائرة ومعادلة المحور
 المرافق $س = ٢ -$

الحل :

$$٣٦ = ٢(٣ - ص)٤ + ٢(٢ - س)٤$$

$$٩ = ٢(٣ - ص) + ٢(٢ - س)$$

مركز الدائرة : $(٣, ٢) =$ احدي البؤرتين

$$٣ = ٩\sqrt{ب} = ر$$

المركز : $(٣, ٢ -)$

$$٤ = (٢ -) - ٢ = ج$$

$$٢ب + ٢٢ = ٢ج$$

$$٧ = ٢٢ \leftarrow ٩ + ٢٢ = ١٦$$

$$١ = \frac{٢(٣ - ص)}{٩} - \frac{٢(٢ + س)}{٧} : \text{المعادلة}$$

(٩) قطع زائد البعد بين احدي البؤرتين واحد طرفي المحور
 المرافق يساوي طول محوره القاطع ، فما الاختلاف
 المركزي

الحل :

$$\overline{٢ب + ٢ج} = \text{البعد بين البؤرة وطرف المرافق}$$

$$٢٢ = \overline{٢ب + ٢ج}$$

$$٢٢٤ = ٢ب + ٢ج$$

$$\text{لكن : } ٢ب + ٢٢ = ٢ج$$

$$٢ب = ٢٢ - ٢ج$$

$$٢٢٤ = ٢ج + ٢٢ - ٢ج$$

$$\frac{٥}{٢} = \frac{٢ج}{٢٢} \leftarrow ٢٢٥ = ٢ج٢$$

$$٥ = \sqrt[٢]{\frac{٢٢٥}{٢}} = \frac{٢ج}{٢} \leftarrow$$

(٦) قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته
 $٢٢\sqrt{٦} = ٢٢$ وطول المحور القاطع $٩٠ = ٢ص - ٢س$
 والبؤرتان تنطبقان على بؤرتي قطع ناقص معادلته
 $٥٧٦ = ٢ص٦ + ٢س٩$ ، فما قيم ل ، ك

الحل :

$$٢٢\sqrt{٦} = ٢٢ \leftarrow ٢٢\sqrt{٦} = ٢٢$$

$$١٨ = ٢ \times ٩ = ٢٢$$

$$٩٠ = ٢ص - ٢س$$

$$١ = \frac{٢ص}{٩٠} - \frac{٢س}{٩٠}$$

$$\boxed{٥ = ل} \leftarrow ١٨ = \frac{٩٠}{ل} \leftarrow ٢٢ = \frac{٩٠}{ل}$$

القطع الناقص : $٥٧٦ = ٢ص٦ + ٢س٩$

$$١ = \frac{٢ص}{٣٦} + \frac{٢س}{٦٤}$$

$$٢٨ = ٣٦ - ٦٤ = ٢ج$$

$$٢ب + ٢٢ = ٢ج$$

$$١٠ = ٢ب \leftarrow ٢ب + ١٨ = ٢٨$$

$$\boxed{٩ = ك} \leftarrow ٩٠ = ل١٠ \leftarrow ١٠ = \frac{٩٠}{ل}$$

(٧) ما معادلة المحل الهندسي حيث $س = ٥قاس - ٤$

$$ص - ٢ = ٣ظاه$$

الحل :

$$ص - ٢ = ٣ظاه$$

$$ص - ٢ = ٣ظاه$$

$$\frac{ص - ٢}{٣} = ظاه$$

$$ظاه = \frac{٢(٢ - ص)}{٩}$$

$$س = ٥قاس - ٤$$

$$س = ٤ + ٥قاه$$

$$\frac{س + ٤}{٥} = قاه$$

$$قاه = \frac{٢(٤ + س)}{٢٥}$$

$$قاه - ظاه = ١$$

$$١ = \frac{٢(٤ + س)}{٢٥} - \frac{٢(٢ - ص)}{٩}$$

وهذه تمثل معادلة قطع زائد

$$\frac{7}{3} = \frac{21}{9} = \frac{2j}{2p} \leftarrow \frac{21\sqrt{3}}{3} = \frac{j}{p} = h$$

$$2p \frac{7}{3} = 2j$$

$$2p + 2p = 2j$$

$$2p \frac{4}{3} = 2b \leftarrow 2b + 2p = 2p \frac{7}{3}$$

$$1 = \frac{2(3-v)3}{2p4} - \frac{2(2-s)}{2p} \leftarrow$$

يمر بالنقطة $(3, -4)$

$$9 = 2p \leftarrow 1 = \frac{9}{2p} \leftarrow 1 = \frac{108}{2p4} - \frac{36}{2p}$$

$$12 = 9 \times \frac{4}{3} = 2b$$

$$1 = \frac{2(3-v)}{12} - \frac{2(2-s)}{9} \text{ : المعادلة}$$

(12) اذا كانت المعادلة التالية تمثل معادلة قطع زائد

$$9s^2 - 25v^2 + 225 = 0 \text{ وكانت النقطة}$$

(s, v) واقعة عليه ، ما الفرق المطلق بين بعدي

النقطة (s, v) عن بؤرتي هذا القطع

الحل :

$$9s^2 - 25v^2 + 225 = 0$$

$$\frac{225 - 25v^2}{225} = \frac{25s^2}{225} - \frac{25v^2}{225}$$

$$1 = \frac{25s^2}{9} + \frac{25v^2}{25}$$

$$1 = \frac{25s^2}{9} - \frac{25v^2}{9}$$

$$3 = 2 \leftarrow 9 = 2p$$

$$\text{الفرق المطلق} = 2 \times 3 = 6$$

(13) اذا كانت المعادلة التالية تمثل معادلة قطع زائد

$$9(s-1)^2 - (v-2)^2 = 144 \text{ ، اوجد}$$

احداثيات المركز والبؤرتين

الحل :

نكتب المعادلة بالصورة القياسية :

(10) قطع زائد مركزه $(0,0)$ وبؤرتاه على محور السينات

ويمس المستقيم $v = 3s + 2$ عند النقطة

$$(2, 3\sqrt{2}), \text{ اوجد معادلته}$$

الحل :

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{2s}{2p} - \frac{2v}{2b}$$

يمر بالنقطة $(2, 3\sqrt{2})$

$$1 = \frac{16}{2p} - \frac{12}{2b} \dots \dots (1)$$

$$\text{ميل المماس} = \bar{v} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{ميل المماس} = \frac{2s}{2p} - \frac{2v}{2b} = 0$$

$$\leftarrow 0 = 3\sqrt{2} \times \frac{4 \times 2}{2p} - \frac{3\sqrt{2} \times 2 \times 2}{2b}$$

$$\leftarrow 0 = \frac{3\sqrt{2} \times 8}{2p} - \frac{3\sqrt{2} \times 4}{2b}$$

$$\leftarrow \frac{3\sqrt{2} \times 8}{2p} = \frac{3\sqrt{2} \times 4}{2b}$$

$$\leftarrow 2p \times 3\sqrt{2} \times 8 = 2b \times 3\sqrt{2} \times 4$$

$$\text{بالتعويض في (1) : } 1 = \frac{16}{2p} - \frac{12}{2b}$$

$$8 = 2b \leftarrow 4 = 2p \leftarrow 1 = \frac{8-12}{2p}$$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{2s}{8} - \frac{2v}{4}$$

(11) اكتب معادلة القطع الزائد الذي اختلافه المركزي يساوي

$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ويمر بالنقطة $(-4, 3)$ ومركزه يقع على

المستقيم $s = 2$ وبؤرتاه تقعان على المستقيم

$$v = 3$$

الحل :

المركز : $(2, 3)$

$$\text{المعادلة : } 1 = \frac{2(3-v)}{2b} - \frac{2(2-s)}{2p}$$

(١٦) قطع زائد معادلته $٧(ص-٥) - ٩س = ٦٣$
اوجد احداثيات مركز القطع والبؤرتين

الحل:

$$١ = \frac{٢س}{٧} - \frac{٢(ص-٥)}{٩}$$

المركز: (٥,٠)

البؤرتين: (٥,٠±ج)

$$٢ج + ٢٢ = ٢٧$$

$$٤ = ج \leftarrow ١٦ = ٢٢$$

البؤرتين: (١٤,٠), (٩,٠)

(١٧) قط زائد معادلته

$$٩س - ٨ص - ٨س - ٨ص = ٣١$$

احداثيات الرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي

الحل:

$$٩س - ٨ص - ٨س - ٨ص = ٣١$$

$$٩(س-١) - ٨(ص+١) = ٣١$$

$$٩(س-١) - ٨(ص+١) = ٣١$$

$$١ = \frac{٢(س-١)}{٩} - \frac{٢(ص+١)}{٨}$$

الرأسين: (١±١, -١)

$$٢ = ٢ \leftarrow ٤ = ٢٢$$

الرأسين: (-١, -٣), (١, -٣)

البؤرتين: (١±ج, -١)

$$١٣ = ج \leftarrow ١٣ = ٤ + ٩ = ٢٢$$

البؤرتين: (١±١٣, -١), (-١±١٣, -١)

$$\frac{١٣}{٢} = هـ$$

$$\frac{١٤٤}{١٤٤} = \frac{٢(٢-ص)١٦}{١٤٤} - \frac{٢(١-س)٩}{١٤٤}$$

$$١ = \frac{٢(٢-ص)}{٩} - \frac{٢(١-س)}{١٦}$$

المركز: (٢,١)

النوع سيني لأن (١,٦) موجب

$$٤ = ٢ \leftarrow ١٦ = ٢٢$$

$$٣ = ب \leftarrow ٩ = ٢٢$$

$$٢٢ + ٢٢ = ٢٢$$

$$٥ = ج \leftarrow ٢٥ = ٩ + ١٦ = ٢٢$$

البؤرتين: (٥,١-ج), (٥,١+ج)

$$(٢٤٤-), (٢٤٦)$$

(١٤) ما احداثيات نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد الذي

$$١ = ٢(٢-ص) - ٢(٦+ص)$$

الحل:

احداثيات المحور المرافق هي: (٦±٢, -١)

$$١ = ب \leftarrow ١ = ٢٢$$

احداثيات المرافق: (٦-١), (٦-٣)

(١٥) ما الفرق المطلق بين بعدي النقطة $(٣, \sqrt{٤})$ عن

بؤرتي القطع المخروطي الممثل بالمعادلة

$$٩س - ٦ص - ١٤٤ = ١٤٤$$

الحل:

$$\frac{١٤٤}{١٤٤} = \frac{٢ص٦}{١٤٤} - \frac{٢س٩}{١٤٤}$$

$$١ = \frac{٢ص}{٩} - \frac{٢س}{١٦}$$

$$٤ = ٢ \leftarrow ١٦ = ٢٢$$

الفرق المطلق = ٢٢ = ٨

$$\text{المركز: } (1, 0) = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{(0-)+0}{2} \right)$$

$$\text{البعد البؤري } 0 = 1 \leftarrow 0 = (0-) - 0 = 2 \leftarrow 2 = 2$$

$$4 = 2 \leftarrow 8 = 2 \times 2$$

$$2 \text{ ب} + 2 \text{ ج} = 2$$

$$9 = 16 - 25 = 2 \text{ ب} \leftarrow 2 \text{ ب} + 16 = 25$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$1 = \frac{2(1-ص)}{9} - \frac{2(0-س)}{16}$$

(20) قطع مخروطي مركزه (1-2) واحد بؤريته

(2, 1) وطول محوره المرافق يساوي (6) ، فما نوع



القطع ثم اكتب معادلته

الحل :

من خلال الرسم : قطع زائد صادي

$$4 = (2-) - 2 = 2 \leftarrow 2 = 2$$

المركز : (1-2)

$$3 = 2 \text{ ب} \leftarrow 6 = 2 \text{ ج}$$

$$2 \text{ ب} + 2 \text{ ج} = 2$$

$$7 = 2 \text{ ب} \leftarrow 2 \text{ ب} + 9 = 16$$

$$1 = \frac{2(1-ص)}{9} - \frac{2(2+ص)}{7} \text{ : المعادلة}$$

(21) اذا كان الاختلاف المركزي للقطع $1 = \frac{ص}{ب} + \frac{س}{م}$

هو (هـ) وكان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي

هو (هـ) ، اثبت ان : $1 = \frac{ص}{ب} - \frac{س}{م}$

$$2 = 2(هـ) + 2(هـ)$$

الحل :

$$هـ = \frac{2 \sqrt{2 \text{ ب} - 2 \text{ م}}}{م} \text{ لأن القطع ناقص}$$

(18) اذا علمت ان معادلة القطع الزائد هي

$$9س^2 - 4ص^2 - 5س - 6ص - 29 = 0$$

اوجد احداثيات الرأسين والبؤرتين ونهايتي المحور

المرافق

الحل :

$$9س^2 - 4ص^2 - 5س - 6ص - 29 = 0$$

$$9س^2 - 4ص^2 - 5س - 6ص - 29 = 0$$

$$9(س^2 - 2س + 1) - 4(ص^2 + 3ص + 2) - 29 = 0$$

$$9(س-1)^2 - 4(ص+1.5)^2 - 36 = 0$$

$$1 = \frac{2(ص+1.5)}{9} - \frac{2(س-1)}{4}$$

المركز : (1.5-2)

$$2 = 2 \leftarrow 4 = 2 \times 2$$

$$3 = 2 \text{ ب} \leftarrow 9 = 2 \text{ ج}$$

$$2 \sqrt{13} = 2 \text{ ب} + 2 \text{ ج} = 2 \text{ ب} + 9 + 4 = 13 \leftarrow 2 \sqrt{13} = 2 \text{ ج}$$

نوع القطع زائد سيني

البؤرتين : (2-3±ج)

$$(2-3\sqrt{13}-3), (2-3\sqrt{13}+3)$$

الرأسين : (2-1±3)

$$(2-1), (2-5) \leftarrow (2-2-3), (2-2+3)$$

نهايتي المحور المرافق : (ب±2-3)

$$(5-3), (13) \leftarrow (3-2-3), (3+2-3)$$

(19) اوجد معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط المستوية

ن(س، ص) اذا كان الفرق المطلق بين بعدي

ن(س، ص) عن النقطتين الثابتتين

(1, 5) ، (1, 5) يساوي (8) وحدات

الحل :

نستنتج من التعريف انه قطع زائد حيث انه زائد سيني من

البؤرتان (1, 5) ، (1, 5)

تمارين وواجبات :

(١) اذا كانا t $s = \text{جاه} + \text{جناه}$ ،

ص $= \sqrt{2} \text{جاه} + \text{جناه}$ ، اثبت ان النقطة

ن (س، ص) تتحرك على منحنى قطع زائد

(٢) اوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتا القطع

الناقص ٩س $+ ٤ص = ٣٦$ وبؤرتاه هما رأسا

هذا القطع

(٣) اذا كان طول المحور القاطع لقطع زائد يساوي ثلاث امثال

طول محوره المرافق ، فما قيمة الاختلاف المركزي

$$\frac{\sqrt{b^2 + 2p}}{p} = \frac{c}{p} = e \quad \text{لان القطع زائد}$$

$$e^2 \left(\frac{b^2 + 2p}{p} \right) + e^2 \left(\frac{b^2 - 2p}{p} \right) = e^2 + e^2$$

$$e^2 = \frac{2p}{p} = \frac{b^2 + 2p}{p} + \frac{b^2 - 2p}{p} = 2 \quad \text{وهو المطلوب}$$

(٢٢) اذا كان e_1 ، e_2 اختلافين

مركزيين للقطع المخروطيين

$$\frac{c_1}{a_1} = e_1 \quad \frac{c_2}{a_2} = e_2 \quad \text{اثبت ان}$$

$$1 = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}$$

الحل :

لدينا قطعين زائدين حيث e_1 ، e_2 هما الاختلاف المركزي

لهما حيث $e_1 = \frac{c_1}{a_1}$ للقطع الذي فيه

$$a_1^2 = c_1^2 - b_1^2 \quad c_1 = e_1 a_1 \quad a_1^2 = e_1^2 a_1^2 - b_1^2$$

$$e_1^2 = \frac{c_1^2}{a_1^2} = \frac{c_1^2 - b_1^2}{a_1^2} \quad \dots \dots (1)$$

$e_2 = \frac{c_2}{a_2}$ للقطع الذي فيه

$$a_2^2 = c_2^2 - b_2^2 \quad c_2 = e_2 a_2 \quad a_2^2 = e_2^2 a_2^2 - b_2^2$$

$$e_2^2 = \frac{c_2^2}{a_2^2} = \frac{c_2^2 - b_2^2}{a_2^2} \quad \dots \dots (2)$$

$$\text{بالتعويض في} \quad 1 = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}$$

$$\frac{a_1^2}{c_1^2 - b_1^2} + \frac{a_2^2}{c_2^2 - b_2^2} = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}$$

$$1 = \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_1^2 + c_2^2} \quad \text{وهو المطلوب}$$