

# الرياضيات

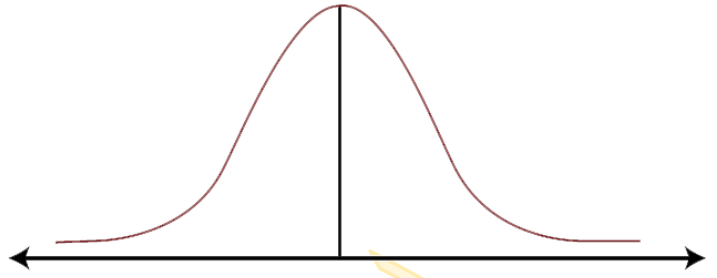
الفرعين : الأدبي ، والفندقي السياحي

الوحدة الخامسة : الإحصاء والاحتمالات

الفصل الأول : طرائق العد

إعداد الأستاذ : خالد الوحش

٠٧٩٨٠١٦٧٤٦

الوحدة الخامسة : الإحصاء والاحتمالات

**تعريف: مبدأ العد:** إذا أمكن إجراء عملية ما في مرحلتين متتابعتين، بحيث أجريت المرحلة الأولى بطرائق عددها  $n_1$ ، والمرحلة الأخرى بطرائق عددها  $n_2$ ، فإنه يمكن إتمام المرحلتين: الأولى والثانية معاً بطرائق عددها  $n_1 \times n_2$ .

**سؤال ١:** دخل سامر مطعم لتناول وجبة الغداء فوجد أن قائمة الطعام لذلك اليوم تحتوي ثلاثة أنواع من الشوربة ( عدس ، خضار ، فريكة ) ونوعين من الدجاج ( مقلي ، مشوي ) وأربعة أنواع من العصير ( تفاح ، برتقال ، ليمون ، بيبسي ) ، بكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكونة من نوع واحد من الشوربة ونوع من الدجاج ونوع من العصير؟.

**سؤال ٢:** أراد أحمد شراء قلم ومسطرة ودفتر من إحدى المكتبات حيث وجد فيها ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام ونوعين من المساطر وأربعة أنواع من الدفاتر بكم طريقة يمكن لأحمد شراء قلم ومسطرة ودفتر؟.

**سؤال ٣:** محل لبيع الخضراوات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة ( موز ، برتقال ، تفاح ، دراق ) ، وثلاثة أصناف من الخضراوات ( كوسا ، بطاطا ، ملفوف ) دخلت أم رامي لشراء صنف واحد من الخضار وصنف من الفاكهة، فما هي الخيارات المتوفرة لها؟.

**سؤال ٤:** في مكتبة فاطمة ٤ دواوين شعرية للشعراء ( الإمام الشافعي ، المتنبّي ، أحمد شوقي ، ديوان الخنساء ) ، وثلاث كتب فقهية ( فقه السنة ، فقه الزكاة ، مغني المحتاج ) إذا أرادت فاطمة قراءة كتابين أحدهما يمثل ديواناً شعرياً، والآخر يمثل كتاباً فقهياً، بكم طريقة يمكنها ذلك؟.

**سؤال ٥:** أراد عمر شراء ثلاجة وغسالة وجهاز تكييف من أجد المعارض، بكم طريقة يمكنه شراء ذلك، علماً بأن المعرض يحتوي على: ٤ أنواع مختلفة من الثلاجات، و ٥ أنواع من الغسالات، و ٣ أنواع من أجهزة التكييف؟.

**سؤال ٩:** اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مستخدمة الأرقام من ١ ← ٩ بحيث تحتوي لوحة السيارة على (٤) أرقام، وحرفين من أحرف الهجاء، كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة؟، علماً بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً، وتكرار الأرقام مسموح به خلافاً لتكرار الأحرف.

**سؤال ١٠:** لدى محمود أربعة أنواع من القمصان وثلاثة أنواع من البنائيل ونوعان من الأحذية فهل يكفيه ذلك إذا أراد ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل؟.

**سؤال ١١:** بكم طريقة يمكن أن تجلس (٥) طالبات على (٥) مقاعد مقاعد موضوعة بصف واحد؟.

**سؤال ١٢:** بكم طريقة يمكن تكوين عدد من منزلتين من مجموعة الأرقام (٢، ٣، ٥، ٦)؟.

(١) إذا سمح بالتكرار

(٢) إذا لم يسمح بالتكرار

**سؤال ٦:** دخل علاء محلاً لبيع المجمدات الغذائية فيه: ٣ أنواع مختلفة من الأسماك، و ٤ أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء، ونوعان الخضار، بكم طريقة يمكن لعلاء أن يشتري نوعاً واحداً من كل الأسماك واللحوم الحمراء والخضار؟.

**سؤال ٧:** أراد أحمد السفر من العقبة إلى الزرقاء مروراً بعمان فإذا كان بإمكانه السفر من العقبة إلى عمان بواسطة الطائرة أو السيارة أو الحافلة، وبإمكانه السفر من عمان إلى الزرقاء بواسطة السيارة أو الحافلة، كم طريقة أمام أحمد للسفر من العقبة إلى الزرقاء مروراً بعمان؟.

**سؤال ٨:** تعمل (١٠) حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مادبا وعمان وتعمل (٣٠) حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء فإذا أراد راكب أن يسافر من مادبا إلى الزرقاء مروراً بعمان ثم يعود سالكاً الطريق نفسه، بكم طريقة يمكنه عمل ذلك، شرط ألا يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته؟.

$$= !3 \times !2 \quad (6)$$

$$= ! (2 + 3) \quad (7)$$

$$= \frac{!8}{!6} \quad (8)$$

$$= \frac{!7}{!(2-7)} \quad (9)$$

$$= \frac{!6}{!4 \times !2} \quad (10)$$

$$= \frac{!10}{!2 \times !8} \quad (11)$$

$$= \frac{!7}{!8} \quad (12)$$

$$= \frac{!(2-14)}{!10} \quad (13)$$

\*مضروب العدد الصحيح غير السالب ن ويرمز له بالرمز ( ن ! )

أمثلة :

$$2 = 1 \times 2 = !2 \quad (1)$$

$$6 = 1 \times 2 \times 3 = !3 \quad (2)$$

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = !4 \quad (3)$$

$$120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = !5 \quad (4)$$

$$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = !6 \quad (5)$$

$$5040 = 720 \times 7 = !6 \times 7 = !7 \quad (6)$$

$$1 = !1 \quad (7)$$

$$1 = !0 \quad (8)$$

ملاحظة :

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (3-n) \times (2-n) \times (1-n) \times n = !n$$

$$!(1-n) \times n = !n$$

$$!(2-n) \times (1-n) \times n = !n$$

$$!7 \times 8 = !8$$

$$!6 \times 7 \times 8 = !8$$

$$!5 \times 6 \times 7 \times 8 = !8$$

سؤال 1: جد قيمة ما يلي:

$$= !(4 - 4) \quad (1)$$

$$= !3 + !5 \quad (2)$$

$$= !2 \times !5 \quad (3)$$

$$= !3 \times !(3 - 4) \quad (4)$$

$$= !(3 \times 2) \quad (5)$$

ملاحظة:

في حالة القسمة  
نقوم بفك (تحليل)  
المقدار الأكبر

سؤال ٢: جد قيمة  $n$  في كل من :

$$2 = !n \quad (٥)$$

$$٥ = \frac{!n}{!(1-n)} \quad (١)$$

$$٥٠٤٠ = !n \quad (٦)$$

$$٢٤٠ = (!n)^2 \quad (٧)$$

$$١٢ = \frac{!n}{!(2-n)} \quad (٢)$$

$$٥٢ = (!n)^2 + ٤ \quad (٨)$$

$$٧٢٠ = !(n^3) \quad (٩)$$

$$٣٠ = \frac{!(1+n)}{!(1-n)} \quad (٣)$$

$$٣٠ = (!n)^٥ \quad (١٠)$$

$$١٧ = !٠ = !(1+n) + ٦ - (٤)$$

$$١٢٠ = !(1+n) \quad (١١)$$

$$١٢٠ = !(1-n) \quad (١٢)$$

$$٢٠ = (!n) - ١٠٠ \quad (٥)$$

$$١٢٠ = !(1-n^2) \quad (١٣)$$

سؤال ٣: جد قيمة  $n$  في كل من :

$$٩٦ = !٤ - !n \quad (١٤)$$

$$٧٢٠ = !n \quad (١)$$

$$١٢٦ = !٣ + !n \quad (١٥)$$

$$١٢٠ = !n \quad (٢)$$

$$١ = !n \quad (١٦)$$

$$٦ = !n \quad (٣)$$

$$١٦ = (!n)^3 + ١٠ \quad (١٧)$$

$$٢٤ = !n \quad (٤)$$

## الدرس الثاني:

## التباديل والتوافيق:

أولاً: التباديل: ويرمز لها بالرمز  $L(n, r)$

ملاحظة: في التباديل الترتيب مهم والتكرار غير مسموح.

حيث  $n$ : هو العدد الأكبر

$r$ : عدد الحدود

## قوانين التباديل

$$L(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (1)$$

$r$  من المرات

$$L(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (2)$$

سؤال ٢ : جد قيمة كل من:

$$(1) L(10, 1) =$$

$$(2) L(10, 0) =$$

$$(3) L(5, 5) =$$

$$(4) L(2, 4) + 4! =$$

$$(5) \frac{L(9, 4)}{3!} =$$

$$(6) \frac{L(10, 10)}{9!} =$$

\* إيجاد قيمة  $r$  :

$$(1) L(6, r) = 120$$

$$(2) L(5, r) = 20$$

$$(3) L(5, r) = 60$$

$$(4) L(6, r) = 30$$

$$(5) L(6, r) = 60$$

$$(6) L(7, r) = 210$$

$$(7) L(6, r) = 90$$

$$(8) L(5, r) = 40$$

$$(9) 3 + L(6, r) + 4! = 39$$

$$(10) 7 + 4! = L(4, r) - 80$$

\* إيجاد قيمة  $n$ :

$$(1) L(2, n) = 20$$

$$(2) L(2, n) = 30$$

سؤال ١ : جد قيمة كل من:

$$(1) L(7, 3) =$$

$$(2) L(6, 2) =$$

$$(3) L(4, 3) =$$

$$(4) L(10, 2) =$$

$$(5) L(5, 1) =$$

$$(6) L(5, 2) =$$

$$(7) L(5, 3) =$$

$$(8) L(9, 5) =$$

\* قواعد التباديل :

$$(1) L(n, 1) = n$$

$$(2) L(n, 0) = 1$$

$$(3) L(n, n) = n!$$

$$= \binom{8}{0} \quad (5)$$

$$= \binom{8}{8} \quad (6)$$

$$= \binom{6}{4} \times \binom{6}{3} \quad (7)$$

قواعد التوافق:

$$1 = \binom{n}{0} \quad (1)$$

$$1 = \binom{n}{n} \quad (2)$$

$$n = \binom{n}{1} \quad (3)$$

سؤال ٢: جد قيمة ل  $(2, 7) + \binom{8}{3}$

\*قاعدة:

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\text{فإن } r = n - r$$

$$\text{أو } r + r = n$$

سؤال ٣: حل المعادلات الآتية:

$$\binom{12}{5} = \binom{12}{s} \quad (1)$$

$$\binom{9}{5} = \binom{9}{s} \quad (2)$$

$$56 = \binom{n}{2} \quad (3)$$

$$60 = \binom{n}{3} \quad (4)$$

$$120 = \binom{n}{3} \quad (5)$$

$$40 = \binom{n}{2} \quad (6)$$

$$60 = \binom{n}{2} \quad (7)$$

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{3} \quad (8)$$

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{4} \quad (9)$$

$$\frac{1}{3} \binom{n}{3} = \binom{n}{2} \quad (10)$$

التوافق:

الترتيب غير مهم يرمز لها بالرمز ن فوق ر

$$\binom{n}{r}$$

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r} \quad (1)$$

$$\frac{n!}{r!} = \binom{n}{r} \quad (2)$$

سؤال ١: جد قيمة كل من:

$$= \binom{5}{3} \quad (1)$$

$$= \binom{7}{2} \quad (2)$$

$$= \binom{9}{7} \quad (3)$$

$$= \binom{8}{1} \quad (4)$$

سؤال ٩: بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب الرئيس وأمين صندوق من بين أعضاء مجلس إدارة إحدى الشركات التي تضم ( أحمد ، سامية، سعيد ، رجاء )

$${}^3 P_2 = \binom{12}{8} = \binom{12}{2}$$

سؤال ١٠: كم عدد تباديل مجموعة من ستة عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر كل مرة.

$${}^6 P_3 = \binom{6}{3} = \binom{6}{3}$$

سؤال ١١: كم عدد توافيق مجموعة من خمسة عناصر مأخوذ عنصرين كل مرة.

$${}^5 P_2 = \binom{5}{2} = \binom{5}{2}$$

سؤال ١٢: جد عدد طرائق اختيار قلمين من علبة تحوي ١٠ أقلام.

$${}^6 P_2 = \binom{6}{4} = \binom{6}{2}$$

سؤال ٤ : إذا علمت أن ل ( ر ، ن ) = ٢٠ ،

سؤال ١٣: ما عدد تباديل أحرف كلمة مهندس؟

$$r! = 4, \text{ جد } \binom{n}{r} ?$$

سؤال ١٤: كم كلمة مكونة من ثلاثة حروف يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف ( أ ، ب ، ج ، د ) علماً بأنه ليس ضرورياً أن يكون للكلمة معنى.

سؤال ٥ : إذا علمت أن ل ( ر ، ن ) = ١٠٠ ،

$$r! = 5, \text{ جد } \binom{n}{r} ?$$

سؤال ١٥: بكم طريقة يمكن إجراء مباريات التصفية النهائية لكرة القدم بين أربعة فرق رياضية .

سؤال ٦: إذا علمت أن  $\binom{n}{2} = ١٠$  ، جد قيم ن؟

سؤال ١٦: بكم طريقة يمكن أن تتنافس ستة فرق رياضية على الثلاثة مراكز الأولى؟

سؤال ٧: إذا علمت أن  $\binom{n}{3} = ١٠$  جد قيمة ن؟

سؤال ١٧: ما عدد الطرق الممكنة لاختيار (٥) أسئلة للإجابة عنها بامتحان الرياضيات يتكون من (٧) أسئلة؟

سؤال ٨: إذا علمت أن ل ( ن، ٢ ) =  $\binom{n}{3}$  جد قيمة ن ؟



سؤال ٢١: مجموعة مكونة من ٨ طلاب و ٣ معلمين،  
جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية في  
كل الحالات الآتية :  
(١) تتكون اللجنة من ٣ طلاب ومعلم.

(٢) تتكون اللجنة من معلمين على الأقل.

(٣) رئيس اللجنة ونائبه من المعلمين والباقية من  
الطلاب.

سؤال ١٨: إذا كان عدد أعضاء مجلس إدارة إحدى  
الشركات ( ١٠ ) أعضاء وكان من ضمنهم ( ٤ )  
سيدات ما عدد طرق اختيار رجلين وسيدة من  
الأعضاء لتمثيل الشركة في أحد المؤتمرات؟

سؤال ١٩: بكم طريقة يمكن اختيار ( ٣ ) معلمين  
وطالبين لتشكيل لجنة في إحدى المدارس من بين ٦  
معلمين و ١٠ طلاب

سؤال ٢٠: مجموعة مكونة من (٨) معلمين و (٣)  
إداريين جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة  
ثلاثية منهم في كل الحالات الآتية:  
(١) تتكون اللجنة من معلمين وإداري.

(٢) تتكون اللجنة من معلمين على الأقل .

(٣) رئيس اللجنة ونائبه من الإداريين والباقي من  
المعلمين.

سؤال ٢٤: عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة بكم طريقة يمكن اختيارهم حيث :  
(١) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق .

(٢) لا يوجد أي بنت في الفريق .

(٣) يكون رئيس الفريق البنات.

سؤال ٢٢: في إحدى مديريات التربية والتعليم يراد اختيار لجنة رباعية تتولى بإعداد خطة استعداداً لبدء العام الدراسي من بين ٧ رؤساء أقسام، و ٨ أعضاء أقسام بكم طريقة يمكن تكوين اللجنة في الحالات الآتية:

(١) اللجنة تتكون من ٣ رؤساء أقسام وعضو واحد.

(٢) اللجنة تتكون من عضوين اثنين على الأقل .

(٣) رئيس اللجنة يجب أن يكون رئيس قسم والبقية من الأعضاء.

(٤) لا تضم اللجنة أي عضو من أعضاء الأقسام .

سؤال ٢٣: في أحد المستشفيات يراد اختيار فريق طبي خماسي لتمثيل المستشفى في مؤتمر صحي من بين ٥ أطباء و ٦ ممرضين ، بكم طريقة يمكن تكوين الفريق في كل من الحالات الآتية:

(١) الفريق يتألف من طبيبين اثنين على الأكثر .

(٢) رئيس الفريق ونائبه من الأطباء والبقية ممرضون.