ورقة عمل (٢)
مادة الرياضيات (الفصل الثاني)
فرع الأدبي , وحدة التكامل
(درس التكامل بالتعويض + درس تطبيقات التكامل)

س ١ : يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، انقل إلى دفترك رقم الفقرة و رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) قيمة $\int ٨جا(٩-٤س)$ **د س تساوي :**

أ) $٢جتا(٩-٤س)+جـ$ ب) $-٢جا(٩-٤س)+جـ$

ج) $٢جا(٩-٤س)+جـ$ د) $-٢جتا(٩-٤س)+جـ$

---

٢) قيمة $\int ٣جتا\left(\frac{س}{٦}\right)$ **د س تساوي :**

أ) $١٨جا\left(\frac{س}{٦}\right)+جـ$ ب) $-١٨جتا\left(\frac{س}{٦}\right)+جـ$

ج) $١٨جتا\left(\frac{س}{٦}\right)+جـ$ د) $\frac{١}{١٨}جا\left(\frac{س}{٦}\right)+جـ$

---

٣) قيمة $\int(٨-\frac{١}{٥}س)^{٤}$ **د س تساوي :**

أ) $-(٨-\frac{١}{٥}س)^{٥}+جـ$ ب) $\frac{(٨-\frac{١}{٥}س)^{٥}}{٢٥}+جـ$

ج) $\frac{(٨-\frac{١}{٥}س)^{٥}}{٥}+جـ$ د) $(٨-\frac{١}{٥}س)^{٥}+جـ$

---

٤) قيمة $\int_{٠}^{١}(٣س-١)^{٢}$ **د س تساوي :**

أ) ١- ب) $\frac{٧}{٩}$ ج) ١ د) $\frac{-٧}{٩}$

٥) **يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث إن سرعته بعد (ن) ثانية تساوي ع (ن) = -٦جا (٧ – ٣ن) فإن القاعدة التي تمثل موقع الجسيم بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة هي :**

أ) -٢جتا (٧ – ٣ن) + جـ
ب) -٦جتا (٧ – ٣ن) + جـ
ج) ٦جتا (٧ – ٣ن) + جـ
د) ٢جتا (٧ – ٣ن) + جـ

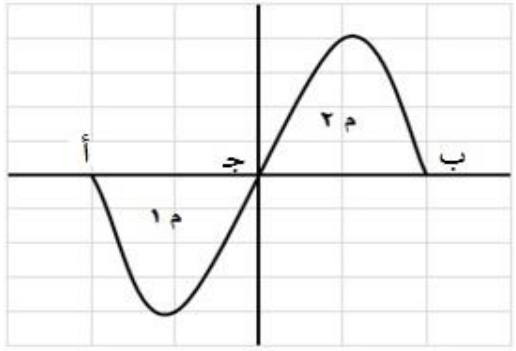
---

٦) **يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت ت (ن) = ٦ م/ث^{٢} ، إذا كانت السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠) = ٨ م/ث ، فإن سرعة الجسيم بعد (ن) ثانية تعطى بالعلاقة :**

أ) ع (ن) = ٨ن – ٦
ب) ع (ن) = ٨ن + ٦
ج) ع (ن) = ٦ن – ٨
د) ع (ن) = ٦ن + ٨

---

٧) يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ق (س) و محور السينات في الفترة [أ ، ب] ، فإذا علمت :
أن مساحة م$_{١}$ = ٨ وحدات مربعة ،
و مساحة م$_{٢}$ = ٥ وحدات مربعة .

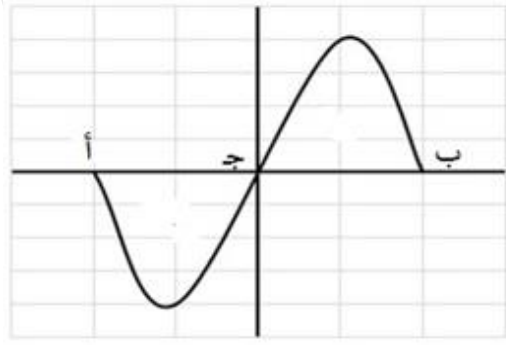


* فإن $\int_{أ}^{ب} ق(س)$ د س يساوي :

أ) ١٣
ب) ٣
جـ) -٣
د) صفر

---

٨) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق (س)



إذا كان $\int_{أ}^{جـ} ق(س)$ د س = -٩

و كان $\int_{جـ}^{ب} ق(س)$ د س = ٣

فإن قيمة $\int_{ب}^{أ} ق(س)$ دس تساوي :

أ) -٩
ب) -٦
جـ) -١٢
د) ٦

س٢: جد التكاملات الآتية :

أ) $\int_{1}^{2} (٣س^{٢} + ٤س)(س^{٣} + ٢س^{٢})^{٧}$ د س

ب) $\int \frac{٣س - ٩}{(س^{٢} - ٦س)^{٢}}$ د س

جـ) $\int \frac{٦س^{٢} - ٤}{جتا^{٢}(س^{٣} - ٢س)}$ د س

د) $\int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt[٣]{س + ١}}$ د س

س٣ :

أ) اذا علمت أن ق (١) = ١٠ ، ق (-٨) = - ٢ ، **فاحسب قيمة** $\int_{-٢}^{١} ٣س^{٢} ق'(س^{٣})$ د س .

ب) إذا علمت أن $\int_{١٣}^{-٣} ق(س)$ د س = -٤ ، فجد قيمة التكامل الآتي : $\int_{١}^{٣} ٦س \times ق(٢س^{٢} - ٥)$ د س

س٤ :

أ) جد قاعدة الاقتران ص = ق(س) ، علماً بأن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س ، ص)
يعطى بالقاعدة : $\frac{د ص}{د س} = س\sqrt{س^{٢} + ٩}$ ، و أن النقطة (-٤ ، ١) تقع على منحنى الاقتران (ص)

ب) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث يكون تسارعه معطاه بالعلاقة ت (ن) = ٦ن م/ث^{٢} ،
إذا علمت أن السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠) = ٢ م / ث ، و موقعه الابتدائي ف (٠) = ٥ م ،
فأوجد موقع الجسيم بعد مرور ٣ ثواني من بدء الحركة .

جـ) اذا كان ق (س) = ٢س - ٦ ، فاحسب المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران و محور السينات في الفترة [٠ ، ٥] .

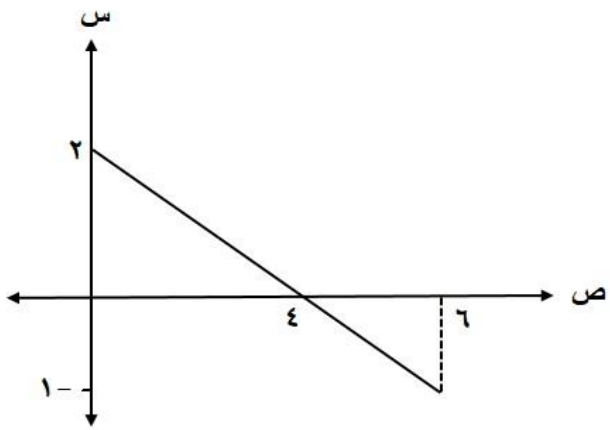
د) اذا كان ق (س) = س^{٢} - ٤س + ٣، فاحسب المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران و محور السينات .

س ٥ :

أ) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران

ق (س) المعرف على الفترة [٠ ، ٦]

اعتماداً على الشكل :

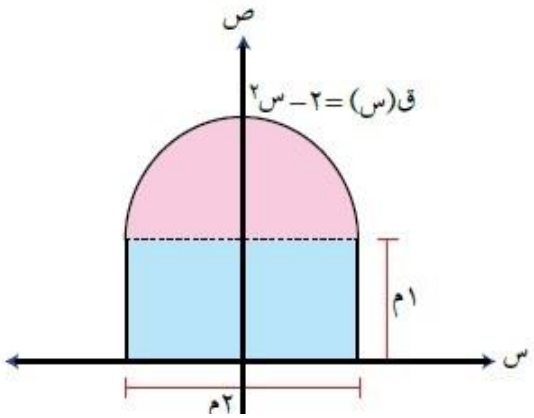


* أوجد $\int_{٠}^{٦} ق(س)$ د س

ب)

يمثل الشكل المجاور نافذة على شكل مستطيل طول قاعدته (٢) م ،

و ارتفاعه (١) م ، يعلوه منحنى يعطى بالقاعدة : ص = ق (س) = ٢ - س^{٢}



إذا أردنا وضع زجاج على النافذة ،

و كانت تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير

<u>فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة ؟؟</u>

انتهت الأسئلة ☺

يتبع الإجابات >>>

الإجابات :

س١:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الإجابة	أ	أ	أ	جـ	أ	د	جـ	د

ج) فرع (أ)

$ص = س^3 + 2س^2$ ، $\frac{د ص}{د س} = 3س^2 + 4س$ ، $د س = \frac{د ص}{3س^2 + 4س}$

$\int 21 (3س^2 + 4س)(ص)^7 \frac{د ص}{3س^2 + 4س}$

$\int 21 ص^7 \, د ص$

$= \frac{21 ص^8}{8} + ج = \frac{21 (س^3 + 2س^2)^8}{8} + ج$

ج) فرع (ب)

$ص = س^2 - 6س$ ، $\frac{د ص}{د س} = 2س - 6$ ، $د س = \frac{د ص}{2س - 6}$

$\int \frac{3س - 9}{ص^2} \frac{د ص}{2س - 6}$

$\int \frac{3(س - 3)}{ص^2} \frac{د ص}{2(س - 3)}$

$\int \frac{1}{2} 3 ص^{-2} \, د ص$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3 ص^{-1}}{-1} + ج = \frac{1}{2} \times 3 (س^2 - 6س)^{-1} + ج$

س٢) فرع (ب)

الحل:- $ص = س^3 - 2س$ ، $\frac{دص}{دس} = 3س^2 - 2$ ، $دس = \frac{دص}{3س^2 - 2}$

$$\int \frac{6س^2 - 4}{جتا ص} \frac{دص}{3س^2 - 2}$$

$$\int 2 قا^2 ص \, دص$$

$$2 ظا ص + ج = 2 ظا (س^3 - 2س) + ج$$

س٢) فرع (د)

الحل:- $$\int_{0}^{3} \frac{1}{(3س+1)^{\frac{4}{5}}} دس = \int_{0}^{3} (3س+1)^{-\frac{4}{5}} دس$$

(3س+1 خطي)

$$\left[\frac{1}{\frac{1}{5}} (3س+1)^{\frac{1}{5}} \right]_{0}^{3}$$

$$\frac{5}{4} \left[\sqrt[5]{(3س+1)^4} \right]_{0}^{3}$$

$$\frac{5}{4} \left(\sqrt[5]{256} - 1 \right) = \frac{5}{4} \sqrt[5]{256} - \frac{5}{4}$$

س٣) فرع (ﻫ)

الحل:- $ص = س^2$ ، $\frac{دص}{دس} = 3س^2$ ، $دس = \frac{دص}{3س^2}$

$س = 1 \leftarrow ص = 1$

$س = -2 \leftarrow ص = -8$

$$\int_{-2}^{1} 3س^2 هـ^{ص} (ص) \frac{دص}{3س^2} = [هـ^{ص}]_{-8}^{1} = هـ^1 - هـ^{-8}$$

$$= 10 - 2 = 12$$

س٣) فرع (ب)

الحل:- $ص = ٢س^{٢} - ٥$ ، $\frac{دص}{دس} = ٤س$ ، $دس = \frac{دص}{٤س}$

$س = ٣ \leftarrow ص = ١٣$

$س = ١ \leftarrow ص = -٣$

$$\int_{-٣}^{١٣} \frac{٣}{٢} \times ق(ص)\ دص = \frac{٣}{٢} \times ٤ = \boxed{٦}$$

س٤) فرع (أ)

الحل:-

$$ق(س) = \int س(س^{٢}+٩)^{\frac{١}{٣}}\ دس$$

$ص = س^{٢} + ٩$ ، $\frac{دص}{دس} = ٢س$

$دس = \frac{دص}{٢س}$

$$\int س(ص)^{\frac{١}{٣}} \frac{دص}{٢س}$$

$$\frac{١}{٢} \int ص^{\frac{١}{٣}}\ دص$$

$$\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} ص^{\frac{٤}{٣}} + ج$$

$$\frac{١}{٣}(س^{٢}+٩)^{\frac{٤}{٣}} + ج$$

$$ق(س) = \frac{١}{٣}\sqrt[٣]{(س^{٢}+٩)^{٤}} + ج$$

$ق(-٤) = \frac{١}{٣} \times ١٢٥ + ج = ١$

$\frac{١٢٥}{٣} + ج = ١$

$ج = \frac{١}{٣} - \frac{١٢٥}{٣}$

$ج = -\frac{١٢٢}{٣}$

$$ق(س) = \frac{١}{٣}\sqrt[٣]{(س^{٢}+٩)^{٤}} - \frac{١٢٢}{٣}$$

س٤) فرع (ب)

الحل:- $ع(ن) = \int ٦ن \, دن$

$ع(ن) = \frac{٦ن^{٢}}{٢} + جـ$

$ع(٠) = صفر + جـ = ٢$

$\boxed{جـ = ٢}$

$ع(ن) = ٣ن^{٢} + ٢$

$ف(ن) = \int (٣ن^{٢} + ٢) \, دن$

$ف(ن) = \frac{٣ن^{٣}}{٣} + ٢ن + جـ$

$ف(٠) = صفر + جـ = ٥$ ، $\boxed{جـ = ٥}$

$ف(ن) = ن^{٣} + ٢ن + ٥$

$ف(٣) = ٢٧ + ٦ + ٥ = \boxed{٣٨}$ م

س٤) فرع (جـ)

الحل:- $٢س - ٦ = صفر \Leftarrow ٢س = ٦ \Leftarrow س = ٣$ (يقطع)

٠ ← ٣ ← ٥

$م_{١} = \int_{٠}^{٣} (٢س - ٦) \, دس$

$= [\frac{٢س^{٢}}{٢} - ٦س]_{٠}^{٣}$

$= (٩ - ١٨) - (صفر)$

$= |٩ - ١٨| = ٩$ ← $م_{١}$

$م_{٢} = \int_{٣}^{٥} (٢س - ٦) \, دس$

$= [س^{٢} - ٦س]_{٣}^{٥}$

$= (٢٥ - ٣٠) - (٩ - ١٨)$

$= -٥ + ٩ = ٤$ ← $م_{٢}$

$م = م_{١} + م_{٢} \Leftarrow م = ٩ + ٤ = \boxed{١٣}$ وحدة مربعة

الأستاذ فيصل السعدون (٠٧٩٦٠٣٠٦١١)

س٤) فرع (د)

الحل:- $س^{٢} - ٤س + ٣ = صفر$

$(س - ٣)(س - ١) = صفر$

$س = ٣ \quad ، \quad س = ١$

$$م = \int_{١}^{٣} (س^{٢} - ٤س + ٣)\, دس$$

$$\left[\frac{س^{٣}}{٣} - \frac{٤س^{٢}}{٢} + ٣س \right]_{١}^{٣}$$

$$(٩ + ١٨ - ٩) - (\frac{١}{٣} - ٢ + ٣)$$

$$(صفر) - (\frac{١}{٣} + \frac{١ \times ٣}{١ \times ٣})$$

$$= \left| -\frac{٤}{٣} \right| = \boxed{\frac{٤}{٣}} \text{ وحدة مربعة}$$

س٥ فرع (P)

المساحة في الفترة $[٤ ، ٥] = \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٢ = \boxed{٤}$

المساحة في الفترة $[٤ ، ٦] = \frac{١}{٢} \times ٢ \times ١ = \boxed{١}$

$$\int_{٥}^{٦} د(س)\, دس = \int_{٥}^{٤} د(س)\, دس + \int_{٤}^{٦} د(س)\, دس$$

$$= ٤ + (-١) = \boxed{٣}$$

س فرع (ب)

الحل :-

* مساحة المستطيل = ٢ × ١ = $\boxed{٢}$

* مساحة المنحنى =

$$\int_{-١}^{١} (٢ - س^{٢}) \, د س$$

$$\left[٢س - \frac{س^{٣}}{٣} \right]_{-١}^{١}$$

$$\left(٢ - \frac{١}{٣} \right) - \left(-٢ + \frac{٢}{٣} \right)$$

$$\frac{٥}{٣} + \frac{٥}{٣} = \boxed{\frac{١٠}{٣}}$$

* المساحة الكلية = $\frac{١٠}{٣} + ٢ = \boxed{\frac{١٦}{٣}}$

* الكلفة الكلية = $\frac{١٦}{٣} \times ٥ = \boxed{\frac{٨٠}{٣}}$ دينار