

الوحدة الرابعة : التكامل وتطبيقاته :

مثال (١) :

$$\int (2\sqrt{x} + 3x^2) dx$$

الحل :

$$\int (2\sqrt{x} + 3x^2) dx =$$

$$\int 2x^{\frac{1}{2}} + 3x^2 dx =$$

$$= \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{3x^3}{3} =$$

مثال (٢) :

(٢) اذا كان $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 3x - \frac{f(x)}{2}$ ،

جد $\int (x^2 + 4x) dx$

الحل :

$$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 3x - \frac{f(x)}{2} \Rightarrow \int \frac{f(x)}{2} dx = 3x - \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$$

$$= \int \frac{f(x)}{2} dx = 3x - \int (3 - 5) dx =$$

$$= \int \frac{f(x)}{2} dx = 3x - 10 =$$

$$= \int \frac{f(x)}{2} dx = 20 =$$

المطلوب :

$$\int (x^2 + 4x) dx = \int x^2 dx + \int 4x dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} + 2x^2 =$$

المطلوب النهائي :

$$\int (x^2 + 4x) dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2$$

$$= \int_2^8 (2\sqrt{x} + 3x^2) dx =$$

$$= \left[\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{3x^3}{3} \right]_2^8 = \frac{2}{3} (8^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}}) + (8^3 - 2^3) =$$

مثال (٣) :

(١) اذا كان $\int (2x^2 + 6x + 5) dx = 0$ ، فما قيمة (ج)

الحل :

$$0 = \int_1^x (2x^2 + 6x + 5) dx =$$

$$= \left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5x \right) \Big|_1^x =$$

$$\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5x - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2} + 5 \right) =$$

$$= \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5x - 11 = 0$$

بالتجريب ج = ١ ← قسمة تركيبية

$$0 = (1 - ج)(1 + ج + ج^2)$$

ثابت	ج	ج ^٢	ج ^٣
١١-	٠	٩	٢
١١	١١	٢	١
صفر	١١	١١	٢

المميز = ب ± ٤ - ج × ج

$$= 11 \times 2 \times 4 - 121 =$$

$$33 =$$

$$\frac{33 \pm \sqrt{33}}{4} = \frac{\text{المميز} \pm ب}{٢٢} =$$

$$\text{قيم ج} = \left\{ \frac{33 \pm \sqrt{33}}{4}, ١ \right\}$$

(٢) اذا كان $\int_1^x (2x^2 + 3x - 2) dx = 20$ ،

فما قيمة (ج)

الحل :

$$\int_1^x (2x^2 + 3x - 2) dx = 20 \Rightarrow \left[\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x \right]_1^x = 20$$

$$\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] \geq 0$$

مثال (5) :

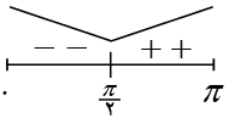
$$\text{احسب } \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right]$$

الحل :

$$\text{وه } (s) = \sqrt[3]{s-1} - s^2$$

$$\text{وه } (s) = \sqrt[3]{s-1} - s^2 = 0$$

$$\leftarrow s = \frac{\pi}{4}$$



$$s = 0 \leftarrow \text{قيمة عظمية وه } (0) = 3$$

$$s = \frac{\pi}{4} \leftarrow \text{قيمة صغرى وه } \left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$$

$$s = \pi \leftarrow \text{قيمة عظمية وه } (\pi) = 3$$

$$2 \geq \sqrt[3]{s-1} - s^2 \geq 3$$

$$\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] \geq \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] \geq \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right]$$

$$\pi 3 \geq \sqrt[3]{s-1} - s^2 \geq \pi 2$$

$$\text{اكبر قيمة } = \pi 3$$

مثال (6) :

(12) اذا كان $3 \leq \text{وه } (s) \leq 6$ لكل $[2, 4]$ ، فما قيم

$$m, n, \text{ بحيث } \left[\frac{m}{2} - 5 \right] \geq \text{وه } (s) \geq n$$

الحل :

$$3 \leq \text{وه } (s) \leq 6 \times \text{سالب}$$

$$-3 \leq \text{وه } (s) \leq -6 + 5$$

$$2 \leq -5 \leq \text{وه } (s) \leq -1 \text{ نكامل } [2, 4]$$

$$\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] = 2.0$$

$$\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] = 2.0$$

$$= \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] = 2.0$$

$$= (2.0 - 9) - (2.0 - 1) = 2.0$$

$$= 2.0 - 2.8 = 2.0 - 4.8 = 2.0$$

$$\leftarrow 2.0 = 4 = 2.0$$

مثال (6) :

بين ان $\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right]$ ينحصر بين العددين

صفر، (2)

الحل :

نجد القيم الصغرى والعظمى حيث :

$$\text{وه } (s) = \sqrt[3]{s-1} - s^2 \text{ على } [-1, 1]$$

$$\text{وه } (s) = \frac{2-s}{\sqrt[3]{s-1}}$$

$$\text{اصفار البسط : } 2-s = 0 \leftarrow s = 2$$

$$\text{اصفار المقام : } 1-s = 0 \leftarrow s = 1$$

القيم الحرجة : $\{1, 2, 0\}$

$$\text{وه } (0) = 1 \leftarrow \text{اكبر قيمة}$$

$$\text{وه } (1) = 0 \leftarrow \text{اصغر قيمة}$$

$$\text{وه } (1) = 0 \leftarrow \text{اصغر قيمة}$$

$$\leftarrow 0 \leq \text{وه } (s) \leq 1$$

$$\leftarrow 0 \leq \sqrt[3]{s-1} - s^2 \leq 1 \text{ لكل } s \in [-1, 1]$$

$$\left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] \geq \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right] \geq \left[\sqrt[3]{s-1} - s^2 \right]$$

$$12 = 0 - \frac{(2)^3}{4} = \frac{1}{4} \left[\frac{s^3}{4} \right] =$$

مثال (٩) :

جد قيمة التكاملات الآتية :

$$(1) \int \frac{جتا^2 s}{س} ds$$

الحل :

$$= \int \frac{جتا^2 s - جتا^2 s}{س} ds$$

$$= \int \frac{\cancel{جتا^2 s} - \cancel{جتا^2 s}}{س} ds$$

$$= \int \frac{1}{س} ds - \int \frac{1}{س} ds$$

$$= \int قتا^2 s - قتا^2 s = -ظتا^2 s + جتا^2 s + ج$$

$$(2) \int \frac{1}{س} ds + \sqrt{1 + جتا^2 s}$$

الحل :

$$= \int \frac{1}{س} ds + \sqrt{جتا^2 s + جتا^2 s + جتا^2 s}$$

$$= \int \frac{1}{س} ds + \sqrt{(جتا + جتا)(جتا + جتا)}$$

$$= \int \frac{1}{س} ds + \sqrt{جتا^2}$$

$$= \int \frac{1}{س} ds + |جتا + جتا| س موجب لأننا بالربع الاول$$

$$= \int \frac{1}{س} ds + جتا + جتا = جتا + جتا = 2$$

$$\int \frac{1}{س} ds - \int \frac{1}{س} ds = 0 - \frac{(2)^3}{4} = -2$$

$$\int \frac{1}{س} ds - \int \frac{1}{س} ds = 0 - \frac{(2)^3}{4} = -2$$

$$\leftarrow 2 = 2, \quad 2 = 2, \quad 4 = 4$$

مثال (٧) :

$$(3) احسب \int \frac{3 - س^2 - س^2}{س} ds$$

الحل :

$$س^3 - س^2 - س^2 = 3 - س^2 = 0 \Leftrightarrow 3 - س^2 = 0$$

$$\leftarrow س = 3, \quad س = -3, \quad 1 = 1$$

$$\int \frac{3 - س^2 - س^2}{س} ds = \int \frac{3}{س} ds - \int \frac{س^2}{س} ds - \int \frac{س^2}{س} ds$$

$$= \int \frac{3}{س} ds - \int \frac{س^2}{س} ds - \int \frac{س^2}{س} ds = 3 \ln |س| - \frac{س^2}{2} - \frac{س^2}{2}$$

مثال (٨) :

(٩) اذا كان $م(س) = ه(س)$ اقتصرانين معكوسين

للاقتران $وه(س)$ وكان $\int \frac{1}{س} ds = 12$

فما قيمة $\int \frac{1}{س} ds$

الحل :

نفرض $م = ه - ج$ ، $ج = ج$: ثابت

$$\leftarrow \int \frac{1}{س} ds = \int \frac{1}{س} ds = 12$$

$$ج = 3 \leftarrow 12 = ((-1) - 3) ج$$

المطلوب :

$$\int \frac{1}{س} ds = \int \frac{1}{س} ds = 12$$

$$(6) \int \frac{1}{\sqrt{5x^2 - 20x + 25}} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{1}{\sqrt{5(x^2 - 4x + 5)}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{5(x^2 - 4x + 4 + 1)}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{5(x-2)^2 + 5}} dx$$

$$(7) \int \frac{5x}{\sqrt{3+2\sqrt{x}+3+\sqrt{x}}} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{5x}{\sqrt{3+2\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}} dx$$

$$= \int \frac{5x}{\sqrt{(3+2\sqrt{x}-3+\sqrt{x})^2}} dx$$

$$= \int \frac{5x}{\sqrt{(3+2\sqrt{x})^2 - (3-\sqrt{x})^2}} dx$$

$$= \int \frac{5x}{\sqrt{(3+2\sqrt{x})^2 - (3-\sqrt{x})^2}} dx$$

$$(8) \int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

$$= \int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{(x-1)^2}} dx$$

$$= \int \frac{1 - \sqrt{x}}{x-1} dx$$

$$(9) \int \frac{3x^2}{x^2 + 1} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{3x^2}{x^2 + 1} dx$$

$$= \int \frac{3x^2 + 3 - 3}{x^2 + 1} dx$$

$$= \int \frac{3x^2 + 3}{x^2 + 1} dx$$

$$(3) \text{ اذا كانت } m = \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = n$$

فما قيمة $m - n$

الحل :

$$m - n = \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx - \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx - \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$$

$$= \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot [1] = \frac{\pi}{4}$$

$$(4) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}} dx$$

$$= \int \frac{1}{|x-1|} dx$$

$$= \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$$

$$(5) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

الحل :

$$= \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}} dx$$

$$= \int \frac{1}{|x-1|} dx$$

$$= \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$$

$$= \ln|x-1| + C$$

مثال (١١) :

جد قيمة التكاملات الآتية :

$$(1) \int \frac{\pi}{4} \cos^2 x \, dx$$

الحل :

نفرض :

$$\frac{dx}{\cos^2 x} = dx \leftarrow \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$0 = 0 \leftarrow \cos = 0$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \leftarrow \cos = 1$$

$$\int \frac{\pi}{4} \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{4} \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1}{5} = 0 - \frac{1}{5} = \left[\frac{0}{5} = \right]$$

(٢) اذا كان $\cos^2 x = 1$ ، $\cos^2 x = 9$ ، احسب

$$\int \cos^2 x \, dx$$

الحل :

نفرض :

$$\frac{dx}{\cos^2 x} = dx \leftarrow \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$0 = 0 \leftarrow \cos = 1$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$14 = (1) - (9) = 2$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx$$

الحل :

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

مثال (١٠) :

(١) اذا كان $\cos^2 x = 1$ ، $\cos^2 x = 9$ ، احسب

وكان $\cos^2 x = 1$ ، $\cos^2 x = 9$ ، فما قيمة كل

مما يلي :

(أ) (ب) (ج) (د) (٢)

الحل :

(أ) نشتق الطرفين :

$$\cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

لكن : $\cos^2 x = 1$

$$\cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$2 = 1 \leftarrow 13 + 4 = 3 + 7$$

$$(ب) \cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$\cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$44 = 12 + 32 = 4 \times 3 + 8 \times 4 = (2)$$

$$(ج) \cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$\cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$1 = 3 \leftarrow 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\cos^2 x = 1 \leftarrow \cos^2 x = 9$$

$$25 = 1 + 8 + 16 = (2)$$

$$(٦) \int \frac{(٣+س٢)^٩}{س١١} دس$$

الحل :

$$\int \frac{(٣+س٢)^٩}{س١١} دس = \int \frac{(٣+س٢)^٩}{س٩ \times س٢} دس =$$

$$\int \frac{(٣+س٢)^٩}{س٩} \times \frac{١}{س٢} دس =$$

$$\int \frac{(٣+س٢)^٩}{س٩} \times \frac{١}{س٢} دس =$$

نفرض :

$$ص = \frac{٣}{س} + ٢ \Rightarrow دس = \frac{دص}{\frac{٣-}{س}}$$

$$\Rightarrow دس = \frac{س٢ دص}{٣-}$$

$$\int \frac{١}{س٣-} دس = \int \frac{١}{س٣-} \times \frac{س٢ دص}{٣-} =$$

$$= \int \frac{١}{٣-} \times \frac{١}{١٠} دص = \int \frac{١}{٣-} \times \frac{١}{١٠} دص =$$

$$(٧) \int \frac{\sqrt[٣]{س٢+٣}}{س٤} دس$$

الحل :

$$\int \frac{\sqrt[٣]{\left(\frac{٢}{س}+١\right)}}{س٤} دس =$$

$$\int \frac{\sqrt[٣]{\left(\frac{٢}{س}+١\right)}}{س٤} دس =$$

$$\int \frac{\sqrt[٣]{\left(\frac{٢}{س}+١\right)}}{س٤} \times \frac{١}{س٣} دس =$$

نفرض :

$$ص = ١ + \frac{٢}{س} \Rightarrow دس = \frac{دص}{\frac{٢-}{س}}$$

$$\int \frac{١}{س٤-} دس = \int \frac{١}{س٤-} \times \frac{س٣ دص}{٢-} =$$

$$= \int \frac{١}{٢-} \times \frac{١}{١٦} دص = \int \frac{١}{٢-} \times \frac{١}{١٦} دص =$$

نفرض :

$$ص = ظا٣س \Rightarrow دس = \frac{دص}{٣س٢}$$

$$\int \frac{١}{ص٣} دص = \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{دص}{٣س٢} =$$

$$= \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{٦} دص =$$

$$(٤) \int \frac{جتا٢س}{س٢ جا٢س - جا٢س} دس$$

الحل :

$$\int \frac{جتا٢س}{س٢ (جا٢س - ١)} دس =$$

$$\int \frac{جتا٢س}{س٢ (١ - جا٢س)} دس = \int \frac{جتا٢س}{س٢ (١ - جا٢س)} دس =$$

نفرض :

$$ص = \frac{١}{جا٢س} \Rightarrow دس = \frac{دص}{جتا٢س}$$

$$\int \frac{١}{ص٢} دص = \int \frac{١}{ص٢} \times \frac{دص}{جتا٢س} =$$

$$= \int \frac{١}{ص٢} \times \frac{١}{١-} دص = \int \frac{١}{ص٢} \times \frac{١}{١-} دص =$$

$$(٥) \int \frac{١}{ص٣} دص =$$

الحل :

نفرض :

$$ص = قاس \Rightarrow دس = \frac{دص}{قاس}$$

$$\int \frac{١}{ص٣} دص = \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{دص}{قاس} =$$

$$= \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{(١-ص٢)} دص =$$

$$\int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{(١-ص٢)} دص = \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{(١-ص٢)} دص =$$

$$= \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{٧} دص = \int \frac{١}{ص٣} \times \frac{١}{٧} دص =$$

$$\begin{aligned} \text{و ه} = \text{س}^2 &\leftarrow \text{و ه} = \text{س}^2 = \text{س}^2 \\ \text{س ه} = \text{جاس} \text{ س} &\leftarrow \text{س ه} = \text{جاس} \text{ س} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{س}^2 \text{جاس}^2}{\text{س}} + \frac{\text{س}^2 \text{جاس}^2}{\text{س}}$$

$$\text{و ه} = \text{س}^2 \leftarrow \text{و ه} = \text{س}^2$$

$$\text{س ه} = \text{جاس} \text{ س} \leftarrow \text{س ه} = \text{جاس} \text{ س}$$

$$\text{س}^2 \text{جاس}^2 - \text{س}^2 \text{جاس}^2$$

$$\text{س}^2 \text{جاس}^2 + \text{س}^2 \text{جاس}^2 + \text{س}^2 \text{جاس}^2$$

$$(11) \left[\text{جاس}^2 (\text{س} + \text{جاس}^2) \text{ س} \right]$$

الحل :

$$\left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right] =$$

$$\left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right] =$$

$$\left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right] =$$

تعويض

اجزاء

$$\text{و ه} = \text{س} \leftarrow \text{و ه} = \text{س} = 1 \text{ س}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{جاس}} = \text{س} \quad \left| \quad \begin{aligned} \text{س ه} = \text{جاس}^2 \text{ س} &\leftarrow \text{س ه} = \text{جاس}^2 \text{ س} \\ \frac{\text{س}}{\text{جاس}} &= \text{س} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{جاس}} \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 - \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right] + \frac{\text{س}}{\text{جاس}} \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right]$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{جاس}} \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} - \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right]$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{جاس}} \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} - \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right]$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{جاس}} \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} - \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} + \text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right]$$

$$(12) \left[\frac{\text{جاس}}{\text{س}} - \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \right]$$

الحل :

$$\left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 - \text{س}^2 \text{جاس}^2 \right] =$$

$$\text{و ه} = \text{جاس} \leftarrow \text{و ه} = \text{جاس}$$

$$\text{س ه} = \text{س}^2 \leftarrow \text{س ه} = \text{س}^2$$

$$(8) \left[(\text{س}^2 + \text{س}) (\text{س}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^2) \text{ س} \right]$$

الحل :

$$\left[\text{س}^2 (\text{س}^2 + \text{س}) (1 - \text{س}^3 + \text{س}^2) \text{ س} \right] =$$

$$\left[\text{س}^2 (\text{س}^2 + \text{س}) (1 + \text{س}^2) (1 + \text{س}^2) \text{ س} \right] =$$

نفرض :

$$\text{ص} = \text{س}^2 + \text{س} \leftarrow \text{ص} = \text{س}^2 + \text{س}$$

$$\left[\text{س}^2 (\text{س}^2 + \text{س}) (1 + \text{س}^2) (1 + \text{س}^2) \text{ س} \right] =$$

$$\left[\text{س}^2 (\text{س}^2 + \text{س}) (\text{ص}) \text{ س} \right] =$$

$$\left[\text{س}^2 (\text{ص}) (\text{ص}) \text{ س} \right] = \text{ص}^2 \text{ س}^2$$

$$\text{ص}^2 \text{ س}^2 = \frac{\text{ص}^2 \text{ س}^2}{17} + \frac{\text{ص}^2 \text{ س}^2}{17}$$

$$(9) \left[\frac{1}{1 - \text{س}} \sqrt{\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}} \right]$$

الحل :

نفرض :

$$\text{ص} = \frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}} \leftarrow \text{ص} = \frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}$$

$$\text{ص} = \frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}} \leftarrow \text{ص} = \frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}$$

$$\left[\frac{1}{1 - \text{س}} \sqrt{\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}} \right] =$$

$$\left[\frac{1}{1 - \text{س}} \sqrt{\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}} \right] =$$

$$\left[\frac{1}{1 - \text{س}} \sqrt{\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}} \right] =$$

$$\left[\frac{1}{1 - \text{س}} \sqrt{\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}} \right] =$$

(اجزاء مرتين)

$$(10) \left[\text{س}^2 \text{جاس}^2 \text{ س} \right]$$

الحل :

$$\left[\frac{\text{س}^2 \text{جاس}^2}{\text{س}} \right]$$

$$\left[\frac{1}{3} = \frac{ص}{\frac{ص}{س}} \right] = \frac{ص}{\frac{ص}{س}} = \frac{ص \cdot س}{ص} = س$$

$$\frac{1}{3} = \frac{ص}{\frac{ص}{س}} = \frac{ص \cdot س}{ص} = س$$

(٤) $\left[\frac{ص}{س} \right]$ جتاس س

الحل:

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

ص = س جتاس س (اجزاء مرة اخرى)

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}} \right] = \frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}}$$

الحل:

$$ص = \sqrt{س} \leftarrow س = ص^2$$

$$ص = \sqrt{س} \leftarrow س = ص^2$$

$$\left[\frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}} \right] = \frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}} = \frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}} = \frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}}$$

$$\left[\frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}} \right] = \frac{1 - \sqrt{س}}{4 - \sqrt{س}}$$

كسور جزئية

مباشر

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

اجزاء مباشر

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

الحل:

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$ص = س \leftarrow س = \frac{ص}{س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

الحل:

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$\left[\frac{ص}{س} \right] = \frac{ص}{س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س} = \frac{ص \cdot س}{ص \cdot س}$$

$$ص = ص \frac{جا^2 \frac{س}{4}}{قا^2 \frac{س}{4}}$$

$$ص = ص \frac{جا^2 \frac{س}{4}}{قا^2 \frac{س}{4}}$$

ونعلم ان : $جا^2 س = 2$ جاس جتاس

$$\leftarrow \frac{1}{4} جا^2 \frac{س}{4} = جا^2 \frac{س}{4} جتاس$$

ربع الطرفين : $\frac{1}{4} جا^2 \frac{س}{4} = جا^2 \frac{س}{4} جتاس$

$$\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) (جتاس - 1) =$$

$$\frac{1}{16} (جتاس - 1) = جا^2 \frac{س}{4}$$

$$\left[ص = (جتاس - 1) \frac{س}{16} \right]$$

$$ص = \frac{1}{16} (س - جاس) + ج$$

$$\sqrt{ص + س + ص + س} = \frac{ص}{ص} (2)$$

الحل :

$$\sqrt{(1+ص) + (1+ص)س} = \frac{ص}{ص}$$

$$\sqrt{(1+ص)(1+ص)س} = \frac{ص}{ص}$$

$$\sqrt{1+ص} \sqrt{1+ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$\left[\sqrt{1+ص} \right] = \frac{ص}{\sqrt{1+ص}}$$

$$\left[\sqrt{1+ص} \right] = \frac{ص}{\sqrt{1+ص}}$$

$$2(1+ص) = \frac{ص}{\sqrt{1+ص}}$$

$$\frac{ص^{2-} (3+ص)}{ص^{2-} س} = \frac{1}{ص^{2-} س} \times \frac{ص}{ص} (3)$$

الحل :

$$\frac{ص^{2-} (3+ص) (3+ص)}{ص^{2-} س} = \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{ص^{2-} (3+ص) (3+ص)}{ص^{2-} س} = \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{ب}{2+ص} + \frac{ا}{2-ص} = \frac{12-ص12}{(2+ص)(2-ص)} = \frac{12-ص12}{4-ص^2}$$

$$12-ص12 = (2-ص)ب + (2+ص)ا$$

$$ص = 2- \leftarrow ب = 9, \quad ص = 2 = 1 \leftarrow ا = 3$$

$$\left[3-ص \right] + \left[\frac{3}{2-ص} \right] + \left[\frac{9}{2+ص} \right] = ص$$

$$= \frac{3ص^2}{2} - \frac{3}{2-ص} + \frac{9}{2+ص} = 3 + \frac{3}{2-ص} + \frac{9}{2+ص} + ج$$

$$= \frac{3(ص^2)}{2} - \frac{3}{2-ص} + \frac{9}{2+ص} + ج$$

$$(6) \left[\frac{ص^3}{4-ص^2} - \frac{ص^2}{4-ص^2} \right] = ص$$

الحل :

$$ص = ص \leftarrow \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$$

$$\left[\frac{ص^2}{4-ص^2} - \frac{ص^2}{4-ص^2} \right] = \frac{ص}{ص} \times \frac{ص^2}{4-ص^2}$$

$$\frac{ص^2}{4-ص^2} - \frac{ص^2}{4-ص^2} = \frac{ص^2}{4-ص^2}$$

$$\left[\frac{ص^2}{4-ص^2} - \frac{ص^2}{4-ص^2} \right] + ص = ص$$

$$\frac{ب}{1+ص} + \frac{ا}{4-ص} = 4+ص$$

$$4+ص = (4-ص)ب + (1+ص)ا$$

$$ص = 4 = 1 \leftarrow ا = 1, \quad ص = 1 = 1 \leftarrow ب = 1$$

$$\left[\frac{1}{1+ص} \right] + \left[\frac{1}{4-ص} \right] + ص = ص$$

$$= \frac{1}{1+ص} + \frac{1}{4-ص} + ص = 4+ص$$

$$= \frac{ص}{4-ص} + \frac{ص}{4-ص} + \frac{ص}{4-ص} + ج = 4+ص$$

مثال (16) :

حل المعادلات التفاضلية الآتية :

$$(1) قا^2 \frac{ص}{4} - جا^2 \frac{ص}{4} = 0$$

الحل :

$$قا^2 \frac{ص}{4} = جا^2 \frac{ص}{4}$$

مثال (١٨) :

(١) يتحرك جسيم حسب العلاقة : $\frac{لور}{ن} = ع$ ، اذا قطع مسافة (٤) م بعد ثانية واحدة ، احسب المسافة بعد مرور (٢ هـ) من الثانية

الحل :

$$ع = \frac{ف}{ن} = \frac{لور}{ن} \Rightarrow [ف = ع \cdot ن] = \frac{لور}{ن} \cdot ن$$

$$ف = \frac{لور}{ن} \cdot ن = لور \Rightarrow [ف = لور] \Rightarrow [ن = ن]$$

$$ع = \frac{لور}{ن} \Rightarrow [ف = ع \cdot ن] = \frac{لور}{ن} \cdot ن = لور$$

$$ع = ٤ \Rightarrow [ف = ع \cdot ن] = ٤ \cdot ٢ = ٨$$

$$ف = ٨ \Rightarrow [ف = ع \cdot ن] = \frac{٨}{٢} = ٤$$

$$ف = ٤ \Rightarrow [ف = ع \cdot ن] = \frac{٤}{٢} = ٢$$

(٢) اذا كانت $ت = \frac{١}{ع}$ ، $ع < ١$ ، فإذا تحرك جسيم من السكون وقطع مسافة $\sqrt{١٠}$ بعد مرور (٤) ثواني ، فما المسافة التي قطعها الجسيم

الحل :

$$ع = \sqrt{١٠}$$

$$ع = \sqrt{١٠}$$

$$\frac{ف}{ن} = ع$$

نكامل الطرفين

$$ف = ع \cdot ن = \sqrt{١٠} \cdot ٤ = ٤\sqrt{١٠}$$

$$٤\sqrt{١٠} = ٤ \cdot \sqrt{١٠}$$

$$٤\sqrt{١٠} = ٤ \cdot \sqrt{١٠}$$

$$٤\sqrt{١٠} = ٤ \cdot \sqrt{١٠}$$

$$٤\sqrt{١٠} = ٤ \cdot \sqrt{١٠}$$

$$٤\sqrt{١٠} = ٤ \cdot \sqrt{١٠}$$

$$ت = \frac{١}{ع}$$

$$\frac{١}{ع} = \frac{ع}{ن}$$

$$[ع \cdot ن = ١]$$

$$\frac{ع}{٢} = ن$$

تحرك من السكون

$$٠ = (٠) ع$$

$$٠ = ج$$

$$\frac{ع}{٢} = ن$$

$$ع = \sqrt{١٠}$$

$$٢س = \frac{٦ + ٥س + ٢س}{س}$$

$$[٢س = ٦ + ٥ + ٢س]$$

$$\frac{٢س}{٢} = \frac{٦ + ٥س + ٢س}{٢} + ج$$

مثال (١٧) :

(١) اذا كانت $٢س = ١٠ - ١٠$ وكانت (٧٤١) حرجة فما قاعدة الاقتران

الحل :

$$٢س = (١٠ - ١٠)$$

$$[٢س = ١٠ - ١٠]$$

$$٢س = ١٠ - ١٠ + ج$$

لكن (٧٤١) حرجة $\Rightarrow (١) = ٠ \Rightarrow ج = ٤$

$$٢س = ١٠ - ١٠ + ٤$$

$$٢س = (١٠ - ١٠)$$

$$[٢س = ١٠ - ١٠ + ٤]$$

$$٢س = ١٠ - ١٠ + ٤ + ج$$

$$(٧٤١) \text{ تحقق } \Rightarrow ج = ٦$$

$$٢س = ١٠ - ١٠ + ٤ + ٦$$

(٢) اذا كان ميل المماس حسب العلاقة $\frac{٧}{٣ - س}$ وكان

يمر بالنقطة (٥٤٢) ، فما قاعدة الاقتران

الحل :

$$٧ = (٣ - س)$$

$$[٧ = ٣ - س]$$

$$\frac{٧}{٣ - س} = ٥ \Rightarrow ٧ = (٣ - س) \cdot ٥$$

$$٥ = ٣ - س + ج$$

$$\frac{٧}{٣ - س} = ٥ \Rightarrow ٥ = ٣ - س + ج$$

(٣) وضعت (١٠٠) سمكة في بركة ماء بحيث معدل الزيادة (ع) يساوي $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ ، فما عدد السمك بعد

(١٢) يوم

الحل :

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{ع}{ص}$$

$$ص \frac{1}{1+\sqrt{2}} = ع$$

$$ع + \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}) = ص \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}) = ع$$

لكن ع (٠) = ١٠٠ ≤ ج + ١ ≤ ١٠٠ = ج ≤ ٩٩

$$ع (١٢) = ٩٩ + ٢٥\sqrt{2} = ١٠٤$$

(٤) يتناقص حجم الماء في بركة بمعدل $\left(\frac{1}{3}\right)$ حجمها سنويا اذا كان حجم الماء الآن هو (٢٥ هـ) ، فما حجم الماء بعد (٢٠) سنة

الحل :

$$ص \frac{1-}{1.} = \frac{ع}{ع} \left[\frac{1-}{1.} = \frac{ع}{ص} \right]$$

$$لور = ع + \frac{1}{3}$$

لإيجاد (ج) ← ع = هـ ٢٥ عندما هـ = ٠

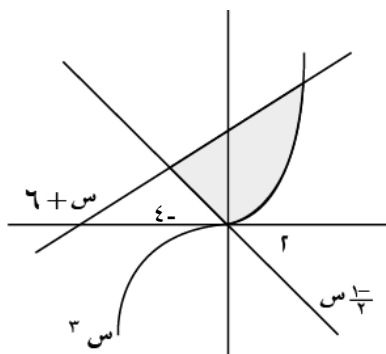
$$لور هـ ٢٥ = ج + ٠ = ج = ٢٥$$

$$عند هـ = ٢٠ = لور = ع + \frac{1}{3} \times ٢٠ = ٢٣$$

مثال (١٩) :

(١) احسب المساحة المحصورة بين $ص = ٣$ و $ص = \frac{1}{3}$ ، $ص = ٦ + س$

الحل :



$$ص = ٣$$

$$ص = \frac{1}{3}$$

$$ص = \frac{1}{3} + ٣ = ٠$$

$$ص = \left(\frac{1}{3} + ٣\right) = ٠$$

$$ص = ٠ \checkmark$$

$$ص = ص$$

$$ص = ٦ + \frac{1}{3}$$

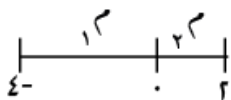
$$ص = ٤ - \checkmark$$

$$ص = ٣$$

$$ص = ٦ + ٣$$

$$ص = ٣ - ٦ = ٠$$

$$\checkmark ٢ = ص : بالتجريب$$

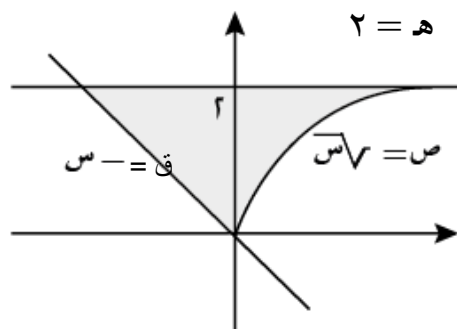


$$\int_{1/3}^2 (6 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}) ds = \int_{1/3}^2 (6) ds = 6s \Big|_{1/3}^2 = 12 - 2 = 10$$

$$٢٢ =$$

(٢) احسب المساحة بين $ص = \sqrt{س}$ و $ص = -س$ ، هـ = ٢

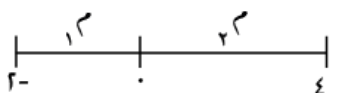
الحل :



$$ص = -س \quad \sqrt{س} = ٢$$

$$ص = -س \quad ٤ = س$$

$$ص = ٠$$



$$\int_0^4 (\sqrt{س} - (-س)) ds = \int_0^4 (\sqrt{س} + س) ds = \left[\frac{2}{3} س^{3/2} + \frac{1}{2} س^2 \right]_0^4 = \frac{16\sqrt{2}}{3} + 8 = \frac{16\sqrt{2} + 24}{3}$$

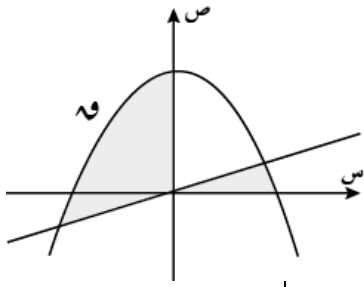
$$\left[\frac{2}{3} س^{3/2} + \frac{1}{2} س^2 \right]_0^4 = \frac{2}{3} (8\sqrt{2}) + \frac{1}{2} (16) = \frac{16\sqrt{2}}{3} + 8$$

$$\frac{16\sqrt{2}}{3} + 8 = \frac{16\sqrt{2} + 24}{3}$$

٥) معتمدا على الرسم احسب المساحة المحصورة بين
 $و = (س) = ٤ - س^٢$ والمستقيم $ه = (س) = ٣$

الحل :

نجد نقاط التقاطع



$$ه = و$$

$$٠ = و$$

$$٣ = ٤ - س^٢$$

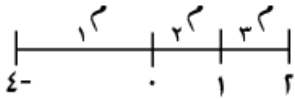
$$٠ = ٣ - س^٢$$

$$٠ = ٤ - س^٣ + س^٢$$

$$٢ - ٤ = س$$

$$٠ = (١ - س)(٤ + س)$$

$$١ = س \quad ٤ - = س$$



$$٢ = ١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢$$

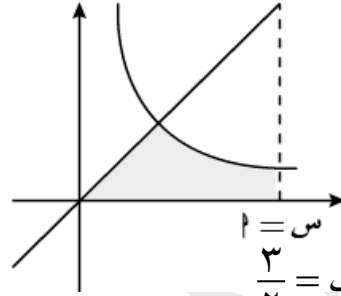
$$٢ = \int_{-4}^1 (٣ - س^٢) ds + \int_1^2 (٣ - س^٢) ds$$

$$\frac{١٣١}{٦} = ٢$$

٣) اذا كانت المساحة بين محور السينات ومنحنى
 $ص = س$ و منحنى $ص = \frac{١}{س}$ والمساحة

تساوي $\frac{٣}{٢}$ فما قيمة $س$ $١ < س < ٢$

الحل :



$$س = \frac{١}{س} = س^٢ = ١$$

$$س = ١ - ٤ = ١$$

$$\frac{٣}{٢} = \int_1^2 (س - \frac{١}{س}) ds$$

$$\frac{٣}{٢} = \left[\frac{س^٢}{٢} - \ln|س| \right]_1^2$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٢}{٢} - \ln ٢ + \frac{١}{٢} = ١ - \ln ٢$$

$$\frac{٣}{٢} = ١ - \ln ٢ \Rightarrow \ln ٢ = ١ - \frac{٣}{٢} = -\frac{١}{٢}$$

٤) احسب المساحة بين $و = س^٢$ ومحور السينات
 والمماس لمنحنى $و = (٤، ٢)$

الحل :

نحتاج معرفة معادلة المماس

$$و = ٢ = س^٢ \Rightarrow س = \sqrt{٢}$$

$$\text{معادلة المماس: } ص - ص_١ = س(و - و_١)$$

$$ص - ٢ = س(و - ٤)$$

$$ص - ٢ = ٢(و - ٤)$$

لدينا $و = س^٢$ / $ص = ٢(و - ٤)$ ومحور السينات

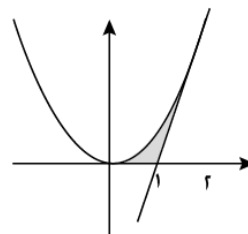
$$س^٢ = ٢(٢ - ٤) = ٤ - ٤س$$

$$س^٢ + ٤س - ٤ = ٠$$

$$س = ٢ - س$$

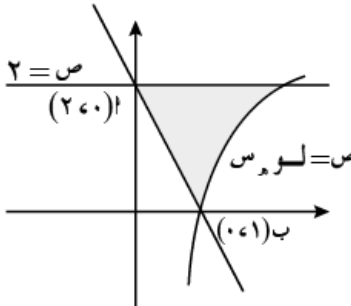
$$س = ٢$$

$$٢ = \int_0^2 (٢ - س^٢) ds$$



٦) معتمدا على الرسم احسب المساحة المحصورة بين

الحل :



نجد معادلة $ل$ ب

$$٢ - = \frac{٠ - ٢}{١ - ٠} = \text{الميل}$$

المعادلة :

$$ص - ٢ = س(٢ - ٠) \Rightarrow ص = ٢س - ٢$$

$$ل = ٢س - ٢ = س$$

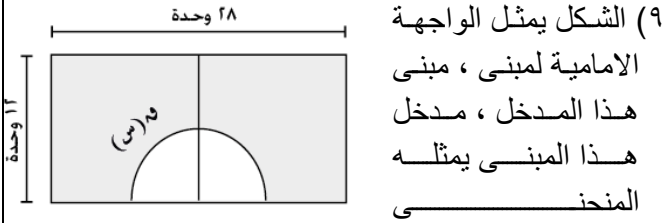
$$٢ = \int_0^2 (٢س - ٢ - (٢س - س^٢)) ds$$

اجزاء

$$٢ - ٢ = ٢$$

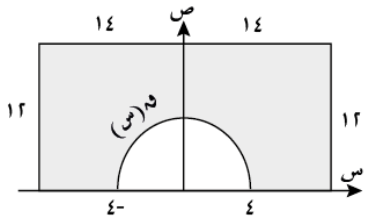
$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) - (1 + \sin x) dx = 2$$

$$\frac{4}{2\sqrt{2}} = 2$$



٩) الشكل يمثل الواجهة الامامية لمبنى ، مبنى هذا المدخل ، مدخل هذا المبنى يمثل المنحنى

وه (س) = ٨ - $\frac{2}{3}س$ ما التكلفة الكلية لدهان المنطقة المظللة إذا علمت أن سعر دهان الوحدة المربعة (٤٠) قرشا



الحل :

نجد نقاط التقاطع مع محور السينات

$$0 = \frac{2}{3}س - 8 = \text{وه}$$

$$\frac{2}{3}س = 8$$

$$س = 12$$

المساحة المطلوبة = مساحة المستطيل - مساحة تحت المنحنى

$$28 \times 12 - \int_{-4}^{4} \left(\frac{2}{3}س - 8 \right) dx = 2$$

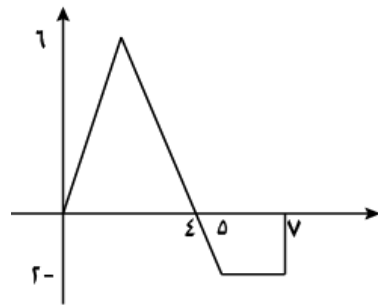
$$\left(\frac{2}{3}س - 8 \right) \Big|_{-4}^{4} - 336 =$$

$$\left(\left(\frac{2}{3} \times 4 + 32 \right) - \left(\frac{2}{3} \times (-4) - 32 \right) \right) - 336 =$$

$$\frac{880}{3} = \frac{128}{3} - 336 =$$

$$\frac{3020}{3} = 40 \times \frac{880}{3} = \text{التكاليف}$$

٧) معتمدا على الرسم احسب ما يلي :



أ) $\int_{-2}^7 f(x) dx$

ب) $\int_{-2}^7 |f(x)| dx$

ج) $\left| \int_{-2}^7 f(x) dx \right|$

د) المساحة بين f ومحور السينات على $[7, 0]$

الحل :

أ) $12 = \int_{-2}^7 f(x) dx \leftarrow 12 = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12$

ب) $1 = \int_{-2}^7 |f(x)| dx \leftarrow 1 = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$

ج) $4 = \int_{-2}^7 f(x) dx \leftarrow 4 = 2 \times 2 = 4$

أ) $7 = \int_{-2}^7 f(x) dx = (1 -) + (4 -) + 12 = 7$

ب) $17 = \int_{-2}^7 |f(x)| dx = 4 + 1 + 12 = 17$

ج) $7 = \left| \int_{-2}^7 f(x) dx \right| = |4 - 1 + 12| = 7$

د) $17 = 12 + 4 + 1 = 17$

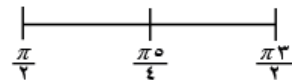
٨) احسب المساحة بين f و $g(x) = 1 + \cos x$ ،

هـ $g(x) = 1 + \sin x$ ، على $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$

الحل :

وه = هـ $\leftarrow g(x) = 1 + \cos x = 1 + \sin x = f(x)$

جاس = جتاس $\leftarrow س = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$



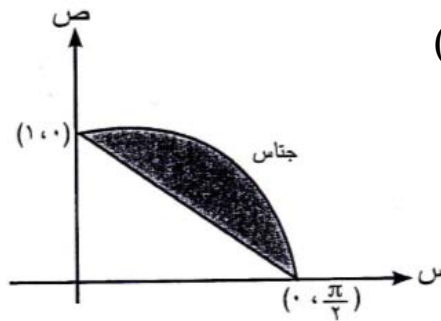
١٠ احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = جتاس والقطة المستقيمة الواصلة بين النقطتين

$$(0, \frac{\pi}{4}) \text{ و } (1, 0)$$

الحل :

نجد معادلة

القطة المستقيمة



$$\frac{2-1}{\pi} = \frac{0-1}{\frac{\pi}{4}-0} = \text{الميل}$$

$$\text{المعادلة : ص} - 1 = \frac{2-1}{\pi} (س - 0)$$

$$ص = 1 + س \frac{2-1}{\pi}$$

$$2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\text{جتاس} - \left(1 + س \frac{2-1}{\pi} \right) \right] دس$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\text{جتاس} + \frac{س}{\pi} \times \frac{1}{\pi} \right] دس$$

$$= \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 1 = 0 - \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{\pi} + \frac{\pi}{4} =$$

