

الوحدة الخامسة : القطوع المخروطية :

مثال (١) :

(١) اكتب معادلة الدائرة التي طرفي قطرها هما
(٣،٤) ، (٧،٤)

الحل :

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = r$$

$$\sqrt{(3-2)^2 + (4-4)^2} = r \Rightarrow \sqrt{1} = r \Rightarrow r = 1$$

منتصف المسافة = المركز

$$(5,4) = \left(\frac{1+7}{2}, \frac{4+4}{2} \right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{8}{2} \right) = (4,4)$$

معادلة الدائرة :

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y-4)^2} = 1$$

$$\frac{1}{5} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-4)^2}$$

(٢) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (٤،٤) وتمس

المستقيم $3 - 2y = x$

الحل :

$$3 - 2y = x$$

$$0 = 3 + 2y - x$$

$$\frac{1}{5\sqrt{5}} = \frac{|3 + 4 - 4 \times 2|}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2}} = r$$

$$\frac{1}{5} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-4)^2}$$

(٣) اوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين
(٣،١) ، (٥،١) ويقع مركزها على محور

السينات

الحل :

$$0 = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 3$$

المركز : (-١، -١)

يقع على محور السينات $\leftarrow b = 0$

$$0 = 3 + 1 + 1 + 9 \leftarrow (1, 3)$$

$$\leftarrow 3 + 1 = 0 \dots \dots (1)$$

$$0 = 1 + 2 + 25 + 1 \leftarrow (5, 1)$$

$$\leftarrow 2 + 1 = 0 \dots \dots (2)$$

$$(1) - (2) \leftarrow 16 = 24 \leftarrow 16 = 4$$

عوض في (١) : $0 = 3 + 24 + 1 \leftarrow 34 = 0$

$$\text{المعادلة : } 0 = 34 - 8x + 2y + 2$$

(٤) اوجد معادلة الدائرة التي تقع بالربع الثاني وتمس المحاور

ويقع مركزها على $x = 2 + y$

الحل :

المركز : $(-r, -r)$ ويحقق المعادلة $x = 2 + y$

$$r = -r - 2 \Rightarrow r = -2$$

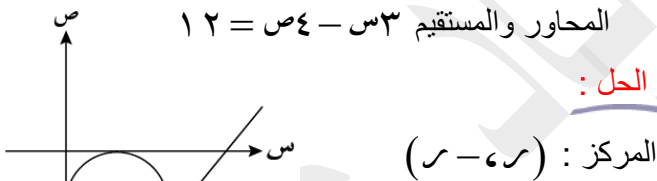
$$\text{المركز : } (-2, -2)$$

$$\text{معادلة الدائرة : } (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$$

(٥) اوجد معادلة الدائرة التي تقع بالربع الرابع وتمس

المحاور والمستقيم $3 - 2y = x$

الحل :



$$r = \frac{|12 - r4 + r3|}{\sqrt{16 + 9}} = r$$

$$r5 = |12 - r7| =$$

$$r5 - = 12 - r7 \quad r5 = 12 - r7$$

$$1 = r \quad 6 = r$$

$$\text{المركز : } (1, -1) \quad \text{المركز : } (6, -6)$$

$$1 = \sqrt{(1+v)^2 + (1-v)^2} \quad 36 = \sqrt{(6+v)^2 + (6-v)^2}$$

اما $3-s = 3-s7$

$0 = s \leftarrow 0 = s8 \leftarrow 3 + 3 - = s + s7$

المركز: (٢,٠)

$\frac{3}{5} = \frac{|3-0|}{5} = r$

المعادلة: $s^2 = 2(2-s) + 2$ $\frac{9}{25}$

او $3+s = 3-s7$

$1 = s \leftarrow 6 = s6$

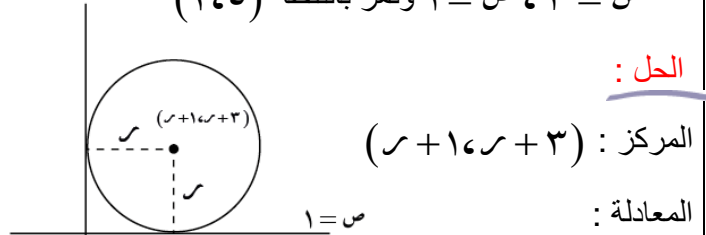
$\frac{4}{5} = \frac{|3-7|}{5} = r$

المعادلة: $s^2 = 2(3-s) + 2(1-s)$ $\frac{16}{25}$

٦) اوجد معادلة الدائرة التي تماس المستقيمين

$s = 3, v = 1$ وتمر بالنقطة (٢,٥)

الحل:



المركز: $(3, 1+r)$

المعادلة:

$r^2 = (s-3)^2 + (1-s)^2$

$r^2 = (s-3)^2 + (s-1)^2$

(٢,٥) تحقق المعادلة

$r^2 = (r-1)^2 + (r-2)^2$

$r^2 = r^2 + r^2 - 1 + r^2 + r^2 - 4$

$0 = 5 + r^2 - 2r$

$0 = (1-r)(5-r)$

$1 = r, 5 = r$

$5 = r \leftarrow$ المركز (٦,٨)

$25 = (6-s)^2 + (8-s)^2$

$1 = r \leftarrow$ المركز (٢,٤)

$1 = (2-s)^2 + (4-s)^2$

اوجد الرأس واحداثيات البؤرة ومعادلتى المحور والدليل للقطع التالي ثم ارسم منحناه

مثال (٢):

$(1-s)^2 = 8$

الحل:

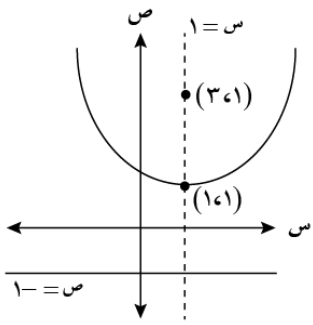
الرأس: (١,٤)

$2 = j \leftarrow 8 = j^2$

المحور: $s = 1$

الدليل: $v = 2 - 1 = 1$

البؤرة: $(3, 1) = (2 + 1, 1)$



٧) اكتب معادلة الدائرة التي يقع مركزها على

$v = s + 2$ وتماس المستقيمين

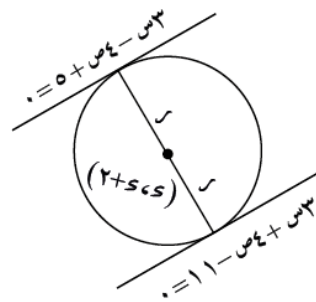
$0 = 11 - v + s^3, 5 + s^3 = v$

الحل:

المركز: (٥, ٥)

يقع على $v = s + 2$

\leftarrow المركز: $(2+s, s)$



$\frac{|5 + (2+s) - s^3|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|11 - (2+s) - s^3|}{\sqrt{16+9}}$

$|3-s| = |3-s7|$

اوجد معادلة القطع المكافئ ثم ارسم منحناه للقطع الذي رأسه

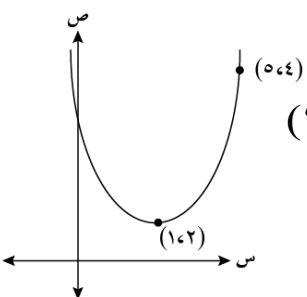
(١,٢) ويمر بالنقطة (٥,٤) ومحوره يوازي محور

الصادات

الحل:

$(2-s)^2 = 4(1-s)$

يمر بالنقطة (٥,٤)



اكمال المربع $(\frac{1}{4} \times 2) = 2$ (معامل س)

$$ص + 2س + 1 = 1 + 2 + ص$$

$$ص + (1 + 2) = 3 + ص$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow 1 = 2$$

معادلة الدليل :

$$ص - 3 = \frac{1}{4} \leftarrow ص = \frac{1}{4} - 3$$

$$(2 - 4) = 2(1 - 5)$$

$$4 \times 4 = 4$$

$$1 = 4 \leftarrow$$

$$(2 - 5) = 2(1 - 5)$$

مثال (٤) :

اكتب الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقاط

$$(3, 0), (4, 1), (6, 1)$$

الحل :

محوره يوازي محور السينات

$$ص = 2س + ب + ج$$

$$3 = 2(0) + 0 + ج \leftarrow ج = 3$$

$$4 = 2(1) + ب + 3 \leftarrow ب = 4 - 2 - 3 = -1$$

$$1 = 2(1) + ب + 3 \leftarrow ب = 1 - 2 - 3 = -4$$

$$1 = 2(6) + ب + 3 \leftarrow ب = 1 - 12 - 3 = -14$$

$$3 = 2(6) + ب - 14 \leftarrow ب = 3 - 12 + 14 = 5$$

بجمع المعادلتين (١) و (٢)

$$ب + 1 = 1$$

$$ب - 1 = 3$$

$$2 = 2 \leftarrow 2 = 4$$

$$عوض قيمة (ب) في (١) : 1 = 2س - 4$$

$$المعادلة هي : 2ص - 2س + 3 = 1$$

مثال (٥) :

ما معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته

$$ص = 2س + 2 - 2$$

الحل :

$$ص = 2س + 2 - 2$$

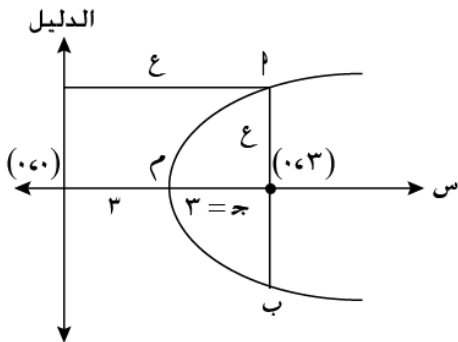
مثال (٦) :

من الشكل الذي يمثل قطع مكافئ بؤرته $(3, 0)$ ورأسه

نقطة الاصل ، اوجد :

(ب) طول $\overline{مب}$

(أ) طول $\overline{اب}$



الحل :

(أ) من تعريف القطع المكافئ :

بعد النقطة (ب) عن البؤرة = بعد (ب) النقطة عن الدليل

$$6 = 3 + 3$$

$$6 = ع$$

$\overline{اب} \leftarrow$ عمودية وتصل بين نقطتين

$$12 = 6 \times 2 = ع \times 2 = 2ب$$

(ب) حسب نظرية فيثاغورس :

$$2ب = 2ع + 2$$

$$2ب = 2(6) + 2 = 14$$

$$2ب = 14$$

مثال (٧) :

١) قذف جسيم رأسياً الى الأعلى حسب العلاقة :
 ف (٧) $٧٢٠ = ٧٥٠ - ٧٥٠$ حيث (٧) الزمن
 بالثواني ، (ف) المسافة بالامتار ، احسب اقصى
 ارتفاع يصل اليه الجسيم مستخدماً تعريف القطع المكافئ

الحل :

المطلوب احداثيات الرأس

$$٧٢٠ = ٧٥٠ - ٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

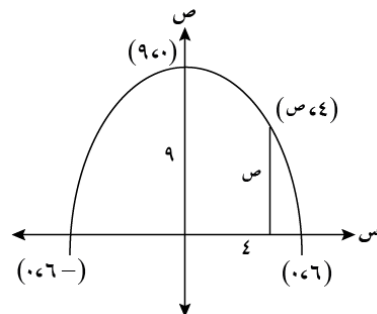
$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

يصل الى اقصى ارتفاع عندما $٧ = ٢$ ويكون اقصى

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

٢) يبنى جسر على شكل قطع مكافئ طول قاعدته الأفقية
 (١٢) وأعلى ارتفاع للجسر (٩) ، اكتب معادلة
 الجسر على اعتبار أنه متمائل حول محور الصادات ، ثم
 اوجد ارتفاع الجسر على بعد (٤) من مركز القاعدة

الحل :



$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

المعادلة :

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

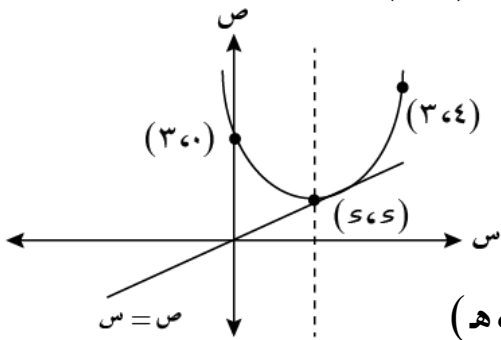
$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

٣) اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي الصادات
 ورأسه على المستقيم $ص = ٥$ ويمر بالنقطتين

$$(٣, ٤) ، (٣, ٠)$$

الحل :



$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

المعادلة :

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠ \Rightarrow ٧٢٠ - ٧٥٠ = -٧٥٠$$

$$24 - = 6 - 18 - = 9 + 5 -$$

$$3 - = 5 \leftarrow 24 - = 8 5$$

$$4 = 4 \leftarrow 4 = 4 \leftarrow (3 + 2 -) \leftarrow 4 = 4$$

$$\text{المعادلة : } (2 - 5) 4 = (3 + 5)$$

بالتعويض :

$$5 = 2 (3 - 5)$$

$$1 = 2 (2 - 3) \leftarrow 4 = 4 \leftarrow 4 = 4$$

$$\text{المعادلة : } (2 - 5) 4 = (2 - 5)$$

٤) عين نوع القطع ومعادلته في الحالات الآتية :

$$5 = 2 \text{ جانه} + \text{جناه} \text{ ، } 5 = 2 \text{ جانه}$$

الحل :

$$5 = 2 \text{ جانه} + \text{جناه} \dots\dots (1)$$

$$5 = 2 \text{ جانه} \dots\dots (2)$$

بتربيع المعادلة رقم (1) :

$$5 = 2 (\text{جانه} + \text{جناه})$$

$$5 = 2 \text{ جانه} + 2 \text{ جانه} + \text{جناه}^2$$

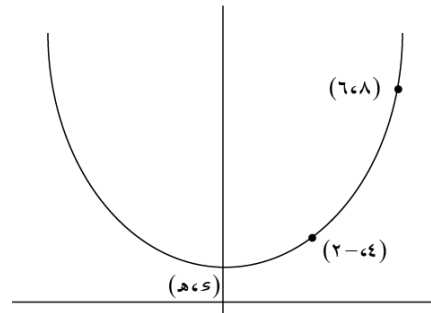
$$5 = 2 \text{ جانه} + 1 \leftarrow 5 = 2 \text{ جانه} + 1 + 1 - 1$$

قطع مكافئ صادي للأعلى

٥) احسب معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين

$$(6, 8) \text{ ، } (2, -4) \text{ ومحور التماثل } 5 = 2$$

الحل :



الرأس : (5, 2)

المحور 5 = 2

$$2 = 5 \leftarrow$$

المعادلة :

$$(2 - 5) 4 = 2 (5 - 2)$$

$$(5 - 2 -) 4 = 2 (2 - 4) \leftarrow (2 - 4)$$

$$4 = 4 \leftarrow (5 - 2 -) \dots\dots (1)$$

$$(6, 8) \leftarrow 36 = 4 (5 - 6) \dots\dots (2)$$

$$\frac{5 - 2 -}{5 - 6} = \frac{1}{9} \text{ بالقسمة}$$

$$6 - 18 - = 5 - 6$$

مثال (٨) :

اكتب عناصر القطع الناقص الآتي :

$$7 - 5 = 6 + 2 + 2 + 2$$

الحل :

$$7 - 5 = 6 + 2 + 2 + 2$$

$$2 + 9 + 7 - = (1 + 2 + 2 + 2) + (9 + 6 - 2)$$

$$4 = 2 (1 + 2) + 2 (3 - 5)$$

$$1 = \frac{2 (1 + 2)}{2} + \frac{2 (3 - 5)}{4}$$

المركز : (3, -1) نوعه : سيني

$$2 = 2 \quad | \quad 5 = 5 \quad | \quad 7 = 7$$

طول المحور الاكبر = 4

طول المحور الاصغر = $2\sqrt{2}$

البعد البؤري = $2\sqrt{2}$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2} = 5$$

الرأسان : (1, 1) ، (1, 5)

البؤرتان : $(1 - \sqrt{2}, 3)$ ، $(1 + \sqrt{2}, 3)$

مثال (٩) :

١) احسب معادلة القطع الناقص الذي مركزه (1, 1)

واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ

(5 - 1) = 2 = 1 وطول المحور الاصغر

يساوي (1, 0) وحدات

الحل :

$$(5 - 1) = 2 = 1$$

$$٢٢ = \sqrt{١٦ + ٦٤} \sqrt{١٦ + ٤} \sqrt{}$$

$$٢٢ = ٨ \cdot \sqrt{١٦} + ٢ \cdot \sqrt{٤}$$

$$٢ \cdot \sqrt{١٦} \cdot \frac{٢}{٢} = ١ \Leftrightarrow ٢٢ = ٢ \cdot \sqrt{١٦} \cdot ٣ \Leftrightarrow ٢٢ = ٢ \cdot \sqrt{١٦} \cdot ٢ + ٢ \cdot \sqrt{٤}$$

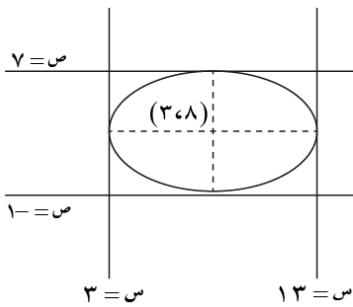
$$٢٢ = ٢٠ + ٤ = ٢٤$$

$$٢٠ = ٢٠ \Leftrightarrow ٢٠ - ٤٥ = ٢٥ \Leftrightarrow ٢٠ - (٢٠ \times \frac{١}{٢}) = ٢٥$$

$$١ = \frac{٢(٢-ص)}{٢٠} + \frac{٢(١-س)}{٤٥} : \text{المعادلة}$$

(٤) احسب معادلة القطع الناقص الذي يمر بالمستقيمات

$$٧ = ص ، ١ = ص ، ٣ = س ، ١٣ = س$$



الحل :

$$٥ = ١ \Leftrightarrow ١٠ = ٣ - ١٣ = ٢٢$$

$$٤ = ب \Leftrightarrow ٨ = (١-) - ٧ = ٢٢$$

المركز : (٣ ، ٨)

$$١ = \frac{٢(٣-ص)}{١٦} + \frac{٢(٨-س)}{٢٥} : \text{المعادلة}$$

(٥) اذا كان طول المحور الاكبر لقطع ناقص يساوي ضعف

طول محوره الاصغر ، فما قيمة الاختلاف المركزي

لهذا القطع الناقص

الحل :

$$٢٢ = ٢ \times ٢ = ٤$$

$$٢٢ = ٢٠ + ٢ = ٢٢$$

$$٢ \left(\frac{١}{٢} \right) - ٢٠ = ٢٢$$

$$\frac{٢٢٣}{٤} = ٢٢ \Leftrightarrow \frac{٢٢}{٤} - ٢٠ = ٢٢$$

رأس المكافئ : (١٠٠)

$$٣ = ج \Leftrightarrow ١٢ = ج٤$$

بؤرة المكافئ : (١٠٣) = احدى بؤرتي الناقص

مركز الناقص : (١٠١)

$$٢ = ١ - ٣ = ج$$

$$٥ = ب \Leftrightarrow ١٠ = ب٢$$

$$٢٢ = ٢٠ + ٢ = ج٢$$

$$٢٩ = ٢٢ \Leftrightarrow ٢٥ - ٢٢ = ٤$$

$$١ = \frac{٢(١-ص)}{٢٥} + \frac{٢(١-س)}{٢٩} : \text{المعادلة}$$

(٢) احسب طول نصف قطر الدائرة التي مساحتها تساوي

مساحة القطع الناقص الذي معادلته

$$١ = \frac{٢ص}{١٦} + \frac{٢س}{٨١}$$

الحل :

$$١ = \frac{٢ص}{١٦} + \frac{٢س}{٨١}$$

$$٤ = ب ، ٩ = ١$$

$$٢ = ب \times ١ \times \pi$$

$$\pi ٣٦ = ٢ \Leftrightarrow ٤ \times ٩ \times \pi =$$

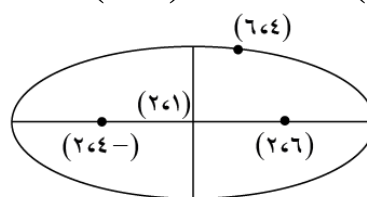
مساحة الدائرة = π نوه

$$٦ = نوه \Leftrightarrow ٣٦ = ٢ نوه = \pi ٣٦ =$$

(٣) احسب معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٢٠١)

واحدى بؤرتيه (٢٠٦) ويمر بالنقطة (٦٠٤)

الحل :



$$٥ = ج$$

البؤرة الثانية : (٢٠٤ -)

$$٢٢ = ٢ + ٢٠$$

$$٢٢ = \sqrt{٢(٢-٦)} + \sqrt{٢(٢-٦)} + \sqrt{٢(٢-٦)} + \sqrt{٢(٢-٦)}$$

$$\frac{2}{17} = \frac{2}{2p} \quad \text{بأخذ الجذر للطرفين}$$

$$\sqrt{\frac{2}{17}} = \frac{2}{p} = h$$

مثال (١٠) :

اكتب عناصر القطع الزائد الآتي : $4s^2 - 3v^2 = \frac{4}{3}$

الحل :

$$1 = \frac{3}{4} \times 2s^2 - \frac{3}{4} \times 2v^2$$

$$1 = \frac{2s^2}{\frac{4}{3}} - \frac{2v^2}{\frac{1}{3}}$$

المركز : (٠,٠) نوعه : صادي

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = a \quad \left| \quad \frac{2}{3} = b \quad \left| \quad \frac{1}{3\sqrt{2}} = p$$

طول المحور الاكبر = $\frac{2}{\sqrt{3}}$

طول المحور الاصغر = $\frac{2}{3}$

البعد البؤري = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{3}} = h$$

الرأسان : $(0, \pm \frac{1}{\sqrt{3}})$

البؤرتان : $(0, \pm \frac{\sqrt{2}}{3})$

مثال (١١) :

ما معادلة المحل الهندسي حيث $s = 5$ قاس - 4

$v = 2 - 3$ ظاهر

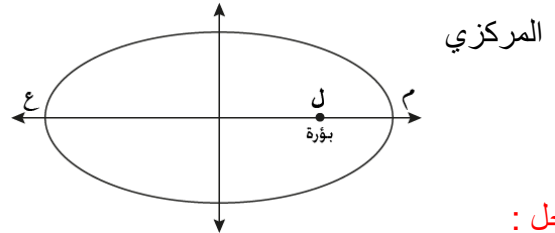
الحل :

$$\begin{array}{l} s = 5 \text{ قاس} - 4 \\ s = 4 + 5 \text{ قاه} \\ s = \frac{4+5}{0} \text{ قاه} \\ s = \frac{2(4+5)}{20} \text{ قاه} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} v = 2 - 3 \text{ ظاهر} \\ v = 2 - 3 \text{ ظاهر} \\ v = \frac{2-3}{3-} \text{ ظاهر} \\ v = \frac{2(2-3)}{9} \text{ ظاهر} \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{2}h \Leftrightarrow \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{2}{2p} \sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = h$$

(٦) في القطع الناقص في الشكل اذا كانت النسبة بين $3:1$ ، فما قيمة الاختلاف $2c$ المركزي



الحل :

$$\frac{1}{3} = \frac{a-b}{a+b} = \frac{2c}{2a}$$

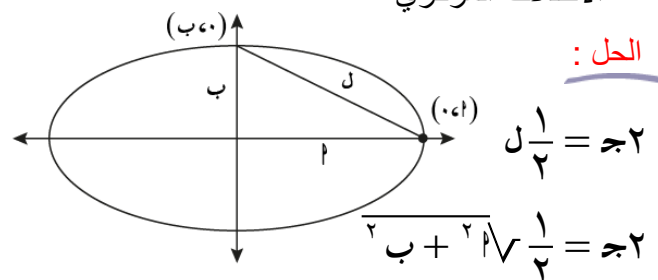
$$(a+b) \times 1 = (a-b) \times 3 \Leftrightarrow$$

$$a+b = 3a-3b \Leftrightarrow$$

$$a+a3 = 1-3b \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} = h \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{a}{p} \Leftrightarrow a2 = p \Leftrightarrow a4 = 12 \Leftrightarrow$$

(٧) اذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الاكبر والاصغر ، فما قيمة الاختلاف المركزي



الحل :

$$2 \frac{1}{2} = a2$$

$$\sqrt{2}b + \sqrt{2} \frac{1}{2} = a2$$

$$\sqrt{2}b + \sqrt{2} = a4$$

$$\sqrt{2}a - \sqrt{2} + \sqrt{2} = a4 \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$2a - 22 = 2a16$$

$$22 = 2a + 2a16$$

$$22 = 2a17$$

$$\begin{aligned} j^2 &= p^2 - b^2 \\ j^2 + 4 &= j^2 + p^2 - b^2 \\ \frac{5}{2} &= \frac{j}{p} \leftarrow j^2 + 4 = 2j^2 \\ h &= \sqrt{\frac{5}{2}} p = \frac{j}{p} \leftarrow \end{aligned}$$

مثال (١٣) :

$$(٢١) \text{ اذا كان الاختلاف المركزي للقطع } \frac{c}{a} = \frac{c}{b} + \frac{c}{p}$$

هو (١هـ) وكان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي

$$١ = \frac{c}{b} - \frac{c}{p} \text{ هو } (٢هـ) ، اثبت ان :$$

$$٢ = \frac{c}{a} + \frac{c}{p}$$

الحل :

$$h = \frac{c}{p} = \frac{\sqrt{b^2 - p^2}}{p} \text{ لأن القطع ناقص}$$

$$h = \frac{c}{p} = \frac{\sqrt{b^2 + p^2}}{p} \text{ لأن القطع زائد}$$

$$\frac{\sqrt{b^2 + p^2}}{p} + \frac{\sqrt{b^2 - p^2}}{p} = \frac{c}{a} + \frac{c}{p}$$

$$٢ = \frac{\sqrt{b^2 + p^2} + \sqrt{b^2 - p^2}}{p} = \frac{c}{a} + \frac{c}{p} \text{ وهو المطلوب}$$

مثال (١٤) :

$$(١) \text{ في المعادلة } \frac{c}{a} = \frac{c}{b} + \frac{c}{p} ، \text{ فما قيم } (١)$$

التي تجعل المعادلة قطع زائد

الحل :

$$٠ > (٥ - ١)(٢ - ١)$$

$$٠ = (٥ - ١)(٢ - ١)$$

$$++++ \quad \text{-----} \quad +++++ \quad ٥ = ١ ، \quad ٢ = ١$$

$$٢ > ١ > ٥ \text{ او } (٥، ٢)$$

$$١ = h^2 - \frac{c^2}{a^2}$$

$$١ = \frac{c^2(٢ - c)}{٩} - \frac{c^2(٤ + c)}{٢٥}$$

وهذه تمثل معادلة قطع زائد

مثال (١٢) :

(١) قطع زائد احدي بؤرتيه مركز الدائرة

$$٣٦ = (٢ - c)^2 + (٨ - c)^2$$

المحور المرافق يساوي قطر الدائرة ومعادلة المحور

$$٢ - c = s$$

الحل :

$$٣٦ = ٤(٢ - c)^2 + ٤(٣ - c)^2$$

$$٩ = (٢ - c)^2 + (٣ - c)^2$$

مركز الدائرة : (٣، ٢) = احدي البؤرتين

$$r = ٣ = \sqrt{٩} = ٣ = b$$

المركز : (٣، ٢)

$$c = (٢ -) - ٢ = -٢ = -٢$$

$$j^2 = b^2 - c^2 = ٩ - ٤ = ٥$$

$$١٦ = ٩ + c^2 = ٩ + ٧ = ١٦$$

$$١ = \frac{c^2(٣ - c)}{٩} - \frac{c^2(٢ + c)}{٧} \text{ : المعادلة}$$

(٢) قطع زائد البعد بين احدي البؤرتين واحد طرفي المحور

المحور المرافق يساوي طول محوره القاطع ، فما الاختلاف

المركزي

الحل :

$$\sqrt{b^2 + c^2} = \text{المحور المرافق} = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$١٢ = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$١٤ = b^2 + c^2$$

$$\text{لكن : } b^2 + c^2 = ١٤$$

$$٨س^٢ + ٩ص^٢ - ٣٦س + ١٨ص + ٤٥ = ٠$$

وهذا قطع ناقص

٥) اوجد معادلة النحل الهندسي للنقطة المتحركة

ن (س، ص) التي يكون بعدها عن النقطة ب (-١، ١)

مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم س = ٢

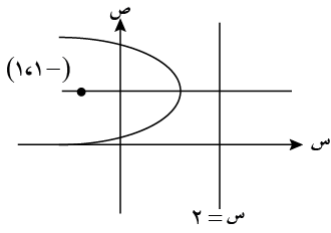
الحل :

البعد عن النقطة يساوي البعد عن المستقيم

هذا قطع مكافئ بؤرتة (-١، ١)

دليله س = ٢

الرأس :



$$\left(1, \frac{1}{2}\right) = \left(1, \frac{2+1}{2}\right)$$

$$ج = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - 2$$

المعادلة: (ص - ١) = ٢(س - ١)

٦) اوجد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي

تتحرك في المستوى بحيث يكون الفرق المطلق بين بعدي

النقطة ن (س، ص) عن النقطتين الثابتتين

ب_١ (٥، ٥) ، ب_٢ (٥، -٥) يساوي دائماً

(٨) وحدات

الحل :

الفرق المطلق يساوي مقدار ثابت

المحل الهندسي هو قطع زائد

بؤرتاه: (٥، ٥) ، (٥، -٥)

وطول المحور القاطع = ٨ = ٢٢ = ٨ = ٢

ج = ٥ ، المركز: (٥، ٥)

ج = ٢ = ٢ + ١ = ٢ + ١ = ٢ + ١ = ٢

المعادلة: $١ = \frac{٢س}{٩} - \frac{٢ص}{١٦}$

٢) قطع زائد معادلته $٢س^٢ - ٣ص^٢ + ١٨ص = ٠$ ،

فما قيم (ك) التي تجعل المحور القاطع موازي لمحور

الصادات

الحل :

القطع زائد صادي :

$$٢س^٢ - ٣ص^٢ + ١٨ص = ك$$

$$٢س^٢ - ٣(٩ + ٦ص - ٩) = ك - ٢٧$$

$$٢س^٢ - ٣(٣ - ص) = ك - ٢٧$$

$$١ = \frac{٢س(٣ - ص)}{٢٧ - ك} - \frac{٢س}{٢٧ - ك}$$

قطع زائد صادي $٠ < ك < ٢٧$

ملاحظة: (ك < ٢٧) يكون القطع سيني

٣) اوجد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة

ن (س، ص) التي تبعد بعداً ثابتاً قدره (٤) وحدات

عن النقطة م (٢، ٥)

الحل :

المحل الهندسي هو دائرة مركزها (٢، ٥) ونصف

قطرها (٤) فتكون المعادلة :

$$٢(٤) = ٢(٢ - ص) + ٢(٥ + س)$$

٤) احسب معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) التي

يكون بعدها عن محور الصادات يساوي ثلاث امثال

بعدها عن النقطة (٢، -١)

(س، ص)

(٥، ٠)

(٢، -١)

الحل :

$$٢ف٣ = ١ف٣$$

$$\sqrt{٢(١+ص) + ٢(٢-س)} \sqrt{٣} = \sqrt{٢(ص-٢) + ٢(٠-س)}$$

$$٩ = ٢(س - ٢) + ٤ + ٤س - ٢(٠ - س)$$

$$٩ + ١٨ + ٢ص + ٣٦ + ٣٦ - ٢س = ٩$$