

مكتف

النجوم

في
الرياضيات

النهائيات والاتصال / الفرع العلمي

اعداد الاستاذ

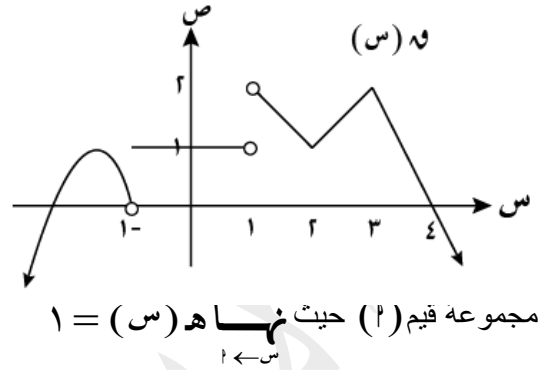
إياد عماد عباد

0799366611

الوحدة الأولى : النهايات والاتصال :

مثال (١) :

معتدما على الشكل ، اوجد ما يلي :



(أ) مجموعة قيم (٢) حيث نهاه (س) = ١

(ب) مجموعة قيم (ب) حيث نهاه (س) = ١

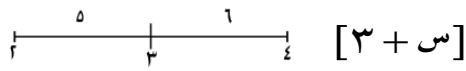
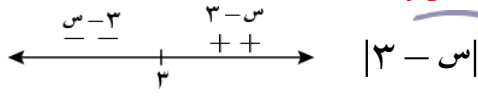
(ج) مجموعة قيم (ج) حيث نهاه (س) = غ.م

(د) مجموعة قيم (س) حيث نهاه (س) = ٠

مثال (٣) :

$$\text{جد نها } |س - ٣| \text{ حيث } ٣ \leftarrow س$$

الحل :



$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٢ \text{ ، } ٥ \times (س - ٣) \\ ٤ > س \geq ٣ \text{ ، } ٦ \times (٣ - س) \end{array} \right\} = (س) \text{ و}$$

$$\text{نها } ٠ = ٥ \times (س - ٣) \text{ ، } \text{نها } ٠ = (٦) (٣ - س)$$

$$\therefore \text{نها } ٠ = (س) \text{ و}$$

مثال (٤) :

$$\left. \begin{array}{l} ١ \geq |س| \text{ ، } ١ \\ ٢ < |س| \text{ ، } ٠ \end{array} \right\} = (س) \text{ ان و}$$

احسب نهاه (س)

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ١ > س > ١ - \text{ ، } ١ \\ ١ < س \text{ ، } ٠ \\ ١ - > س \text{ ، } ٠ \end{array} \right\} = (س) \text{ و}$$

$$\text{نها } ٠ = ٠ \text{ ، } \text{نها } ١ = ١$$

∴ نهاه (س) غير موجودة

مثال (٢) :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \text{ ، } ٢ + س \\ ٢ < س \text{ ، } ٢س \end{array} \right\} = (س) \text{ ان و}$$

احسب باستخدام الجدول

١,٥	١,٩	٢	٢,٠٠١	٢,٠١	٢,١	س
٣,٥	٦,٩	٤	٤,٠٠٢	٤,٠٢	٤,٢	نها (س)

الحل :

من خلال الجدول

$$\text{نها } ٤ = (س) \text{ ، } \text{نها } ٤ = (س)$$

$$\therefore \text{نها } ٤ = (س) \text{ و}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س \text{ ، } \frac{|س|}{س} \\ ٠ > س \text{ ، } \left[٢ + \frac{س}{٣} \right] \end{array} \right\} = (س) \text{ ان و}$$

احسب نهاه (س)

الحل :

$$\text{نها } ١ = ١ \text{ ، } \text{نها } ١ = \frac{س}{س} = ١$$

∴ نهايه (س) = 1 غير موجوده
س ← 0

مثال (5) :

اذا كان نهايه (س) = 5 ، احسب

$$\frac{\text{نهايه (س)}}{\text{س} - 3}$$

الحل :

$$\frac{\text{نهايه (س)}}{\text{س} - 3} = \frac{\text{نهايه (س)}}{\text{س} - 3} \times \frac{\text{س} + 3}{\text{س} + 3}$$

$$= \frac{\text{نهايه (س)}}{\text{س} - 3} \times \frac{\text{س} + 3}{\text{س} + 3} = 5 \times 6 = 30$$

مثال (6) :

جد قيمة النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 - 2s^2 - 2s}{s^4 - 16}$$

الحل :

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s(s^2 - 2s - 2)}{s^4 - 16}$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s(s-2)(s+1)}{(s^2-4)(s^2+4)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s(s-2)(s+1)}{(s-2)(s+2)(s^2+4)}$$

$$= \frac{6}{32} = \frac{(1+2)2}{(4+4) \times 4}$$

$$(2) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 - 3s^2 - 10s}{s^2 - 4}$$

الحل :

نستخدم القسمة التركيبية :

2س³ - 3س² - 10س - 10 بالقسمة على س - 2

س³ س² س ثابت

10- 3- 0 2

10 8 4 2

0 5 4 2

2

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{(s-2)(s^2+2s+5)}{(s-2)(s+2)} = \frac{21}{4}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^2 - [s]}{|s| - 2}$$

الحل :

$$[s] = 1 \iff s = 1$$

$$[s] = 1 \iff s \geq 1$$

$$|s| = 0 \iff s = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^2 - 1}{s - 2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{(s-1)(s+1)}{(s-2)}$$

مثال (7) :

$$(16) \text{ اذا كانت نهايه } \frac{s + |s - 2|}{s - 1} = 1 \text{ ، فما قيمة } (s)$$

الحل :

بما ان التعويض بالمقام يساوي صفر فإن البسط يساوي صفر

$$s + |s - 2| = 0$$

$$\text{اما : } s + 1 = 2 \iff s = 1$$

$$\text{او : } s + 1 = 2 - s \iff s = 0.5$$

حالة (1) : s = 1

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s + |s - 2|}{s - 1}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s + |s - 2|}{s - 1} = \frac{2 - 1 + 1}{1 - 1} = 1 \text{ مرفوضة}$$

حالة (2) : s = 0.5

$$\lim_{s \rightarrow 0.5} \frac{s + |s - 2|}{s - 1}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{2}{16-2} \times \frac{-4 - 2s + 3s}{(2 + \sqrt{2s-2} - 3s)}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{5-}{64} = \frac{(1+s)(4-s)}{(4+s)(4-s)}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2s}}\right) \left(\frac{1}{1-s}\right)$$

الحل :

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2s}}\right) \left(\frac{1}{1-s}\right)$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{1 - \sqrt{2s}}{1-s} \times \frac{1}{1-s} = \frac{1 - \sqrt{2s}}{(1-s)^2}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{1-s}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{s} \times \frac{1-s}{s}$$

$$\text{نهاية (٥)} \leftarrow \frac{1 - \sqrt{2s} + 1 - \sqrt{2s}}{1 - \sqrt{2s}}$$

الحل :

$$\text{نهاية (٥)} \leftarrow \frac{1 + \sqrt{2s}}{1 + \sqrt{2s}} \times \frac{1 - \sqrt{2s}}{1 - \sqrt{2s}} + \frac{1 - \sqrt{2s}}{1 - \sqrt{2s}}$$

$$\text{نهاية (٥)} \leftarrow \frac{1 - \sqrt{2s}}{1 - \sqrt{2s}} \times \frac{1-s}{(1+s)(1-\sqrt{2s})} + \frac{(1+s)(1-\sqrt{2s})}{1 - \sqrt{2s}}$$

$$\text{نهاية (٥)} \leftarrow \frac{(1-\sqrt{2s})(1-s)}{(1+\sqrt{2s})(1-\sqrt{2s})} + \frac{1+\sqrt{2s}}{1-\sqrt{2s}}$$

$$2\sqrt{2s} = 0 + 2\sqrt{2s} =$$

$$\text{نهاية (٦)} \leftarrow \frac{72 - \sqrt{2s}^2(2+s)}{4-s}$$

الحل :

نضيف ونطرح : $(2+s)\sqrt{2s} = 36\sqrt{2s}$

$$\text{نهاية (٦)} \leftarrow \frac{72 - \sqrt{2s}^2(2+s)}{4-s} + \frac{36\sqrt{2s} - \sqrt{2s}^2(2+s)}{4-s}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{2-s-3}{1-s} = \frac{-1-s}{1-s} = 1 \leftarrow 1 \leftarrow 3$$

مثال (٨) :

جد قيمة النهايات الآتية :

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{27 + 3 \times 4 - 9}{3 - 3}$$

الحل :

فرض : $v = 3 - 3$ ، $s \leftarrow 1$ ، $v \leftarrow 3$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{27 + 3v - 9}{3 - v}$$

$$\text{نهاية (٤)} \leftarrow \frac{(3-v)(9-v)}{3-v}$$

$$\text{نهاية (٢)} \leftarrow \frac{2+s}{2-s} - \frac{12+s^2}{4-2s}$$

الحل :

$$\text{نهاية (٢)} \leftarrow \frac{2+s}{2+s} \times \frac{2+s}{2-s} - \frac{12+s^2}{4-2s}$$

$$\text{نهاية (٢)} \leftarrow \frac{2(2+s) - 12 + s^2}{4-2s}$$

$$\text{نهاية (٢)} \leftarrow \frac{4 + 2s - 12 + s^2}{4-2s}$$

$$\text{نهاية (٢)} \leftarrow \frac{4(2-s)}{(2+s)(2-s)} = \frac{4(2-s)}{(2+s)(2-s)}$$

$$\text{نهاية (٣)} \leftarrow \left(\frac{2}{16-2}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2s-2} - 3s}\right)$$

الحل :

$$\text{نهاية (٣)} \leftarrow \left(\frac{2}{16-2}\right) \times \frac{2 - \sqrt{2s-2} - 3s}{2 - \sqrt{2s-2} - 3s}$$

$$\text{نهاية (٣)} \leftarrow \left(\frac{2}{16-2}\right) \times \frac{2 + \sqrt{2s-2} - 3s}{2 + \sqrt{2s-2} - 3s} \times \frac{2 - \sqrt{2s-2} - 3s}{2 - \sqrt{2s-2} - 3s}$$

$$\boxed{2- = 1} \leftarrow 8 = 1 + 10 \leftarrow$$

$$20 - 2 - \times 0 = 20 - 10 = ب$$

$$\boxed{10 = ب} \leftarrow$$

(2) اذا كانت نها $\frac{3-س}{س^3 + 2س^2 + س + ب}$ غير موجودة ،

فما قيم ب ،

الحل :

$$0 = \frac{3-س}{س^3 + 2س^2 + س + ب}$$

بما ان البسط يساوي صفر

$$0 = 3-س$$

$$9 - 23 = ب \leftarrow 0 = ب + 23 + 2$$

$$0 = \frac{9-23-س}{3-س}$$

$$0 = \frac{3-س}{3-س} + \frac{9-23-س}{3-س}$$

$$\boxed{6 = 1} \leftarrow 0 = 1 + 3 + 2$$

$$\boxed{9 = ب} \leftarrow 9 - 23 = ب$$

(3) اذا كانت نها $\frac{3-س}{س^3 + 2س^2 + س + ب}$ وكان

$$\left. \begin{array}{l} 1 < س \\ 1 > س \end{array} \right\} = (س) \text{ و } \frac{3-س}{س^3 + 2س^2 + س + ب}$$

فما قيم ب التي تجعل نها (س) موجودة

الحل :

$$\text{نها (س) موجودة}$$

وبما ان المقام يساوي صفر فإن البسط يساوي صفر

$$0 = 3-س$$

$$\boxed{4 = 1} \leftarrow 0 = 3 + 1 - 1$$

$$\text{نها} \frac{(3-س) \times \frac{2-س}{4-س}}{\frac{36-2(2+س)\sqrt{س}}{4-س}} + \frac{36-2(2+س)\sqrt{س}}{4-س}$$

$$\text{نها} \frac{36(س)}{(س) \times (4-س)} + \frac{((6-2+س)(6-2+س)\sqrt{س})}{س}$$

$$\frac{36}{4} + (8+س)\sqrt{س}$$

$$33 = 9 + 24 = 9 + (12)2 =$$

$$\text{نها} \frac{3-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{8-س}$$

الحل :

$$\text{نها} \frac{3+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{3+\sqrt{3}+\sqrt{7}} \times \frac{3-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{8-س}$$

$$\text{نها} \frac{9-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{(3+\sqrt{3}+\sqrt{7})(8-س)}$$

$$\text{نها} \frac{4+\sqrt{3}+2(\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}+2(\sqrt{3})} \times \frac{2-\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3}+\sqrt{7})(8-س)}$$

$$\frac{1}{72} = \frac{8-س}{(4+4+4)(3+3)(8-س)}$$

مثال (9) :

$$(1) \text{ اذا كانت نها } \frac{3-س}{س^3 + 2س^2 + س + ب} = 8$$

فما قيم ب ،

الحل :

بما أن المقام يساوي صفر فإن البسط يساوي صفر

$$20 - 10 = ب \leftarrow 8 = ب + 10 + 20$$

$$8 = \frac{20-10-س}{س}$$

$$8 = \frac{(5-س)}{س} + \frac{20-2}{س}$$

$$8 = 1 + 5 + 2$$

مثال (١٢) :

جد قيمة النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1} = \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1} = \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} =$$

$$(2) \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 - 4}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 - 4} \times \frac{s+2}{s+2} = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 - 4} \times \frac{s+2}{s+2}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 - 4} \times \frac{s+2}{s+2} = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 - 4} \times \frac{s+2}{s+2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{1} \times \frac{1-1}{1} = \frac{2}{2} + \frac{2-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(3) \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 1}{s - 1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 1}{s - 1} \times \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + 1} = \frac{s^3 - 1}{s - 1} \times \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + 1}$$

$$= \frac{1}{3} = \frac{1}{1} \times \frac{1-1}{1} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$(4) \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 1}{s^2 - 1}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 1}{s^2 - 1} = \frac{1 - 1}{1^2 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 1}{s^2 - 1} = \frac{1 - 1}{1^2 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1} = \frac{s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1} = \frac{s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} = \frac{1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 1}{1^2 - 1} = \frac{1 - 2 + 3 - 1}{1 - 1} = \frac{1}{0}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1} = \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} \times \frac{s+1}{s+1}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 2s^2 + 3s - 1}{s^2 - 1} = \frac{1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 1}{1^2 - 1} = \frac{1 - 2 + 3 - 1}{1 - 1} = \frac{1}{0}$$

مثال (١٠) :

$$(24) \text{ إذا كانت } \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9}{s - 3} = 4 \text{ ، احسب } \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9}{s - 3}$$

$$\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9}{s - 3} = \lim_{s \rightarrow 3} \frac{(s-3)(s+3)}{s-3} = \lim_{s \rightarrow 3} (s+3) = 3+3 = 6$$

الحل :

نضيف ونطرح (٩) :

$$\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9}{s - 3} = \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3} = \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3} = \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3} = \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 - 9 + 9 - 9}{s - 3}$$

مثال (١١) :

$$(29) \text{ اثبت ان : } \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s} = 1$$

الحل :

$$\text{نفرض : } v = s^2 + s + 1$$

$$s \rightarrow \infty \text{ ، } v \rightarrow \infty$$

$$v = s^2 + s + 1 \Rightarrow v - 1 = s^2 + s \Rightarrow \frac{v - 1}{v} = \frac{s^2 + s}{s^2 + s + 1}$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s} = \lim_{v \rightarrow \infty} \frac{v}{v - 1} = \lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{v}} = \frac{1}{1 - 0} = 1$$

$$(8) \text{ نهيا } \frac{\text{جتا } \frac{3}{4} \text{ س}}{\pi - \text{س}^3} \leftarrow \frac{\pi}{3} \text{ س}$$

$$= \frac{\text{جا} \left(\frac{3}{4} \text{ س} - \frac{\pi}{4} \right)}{\pi - \text{س}^3} \leftarrow \frac{\pi}{3} \text{ س}$$

$$= \frac{\text{جا} \frac{1}{4} (\text{س}^3 - \pi)}{\pi - \text{س}^3} \leftarrow \frac{\pi}{3} \text{ س} = \frac{1-}{2}$$

$$(9) \text{ نهيا } \frac{\text{جا} \frac{\pi}{4} + \text{س}}{\frac{\pi}{4} - \text{س}} \leftarrow \frac{\pi}{4} \text{ س}$$

$$= \frac{\text{جا} \left(\frac{\pi}{4} - (\text{س} + \frac{\pi}{4}) \right)}{\frac{\pi}{4} - \text{س}} \leftarrow \frac{\pi}{4} \text{ س}$$

$$= \frac{\text{جا} \frac{\pi}{4} - \text{س}}{\frac{\pi}{4} - \text{س}} \leftarrow \frac{\pi}{4} \text{ س} = 1-$$

$$(10) \text{ نهيا } \frac{\text{جا} \frac{\pi}{3}}{2 - \text{س}} \leftarrow \frac{\pi}{2} \text{ س}$$

$$= \frac{\text{جا} \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}}{2 - \text{س}} \leftarrow \frac{\pi}{2} \text{ س}$$

$$= \frac{\frac{1}{2 - \text{س}}}{\frac{\pi^2 - \text{س}^2}{\pi^2 - \text{س}^2}} \leftarrow \frac{\pi}{2} \text{ س} = \frac{\frac{\pi^2 - \frac{\pi}{2}}{2 - \text{س}}}{\frac{\pi^2 - \frac{\pi}{2}}{2 - \text{س}}}$$

$$= \frac{\pi^2 - \text{س}^2}{2 - \text{س}} \times 1 \leftarrow \frac{\pi}{2} \text{ س}$$

$$= \frac{(\cancel{2} - \text{س}) \pi}{\cancel{2} - \text{س}} \times 1 \leftarrow \frac{\pi}{2} \text{ س} = \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \text{ نهيا } \frac{\text{س جتاس} - \text{س جتاس}^3}{\text{س}^2 \text{ جا}^2 \text{ س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{س} (\text{جتاس} - \text{جتاس}^3)}{\text{س}^2 \text{ جا}^2 \text{ س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{س}^2 \text{ جا}^2 \text{ س} - \text{س}^4 \text{ جا}^2 \text{ س}}{\text{س}^2 \text{ جا}^2 \text{ س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1-}{2} \times 2 - \times 1- = 2$$

$$(6) \text{ نهيا } \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}^3}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}^3}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}^3}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{جتاس} (1 - \text{جتاس}^2)}{\text{س}^3} \times \frac{1 + \text{جتاس}}{1 + \text{جتاس}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1}{2} = \frac{\text{جتاس} \times \text{جا}^2 \text{ س}}{(\text{جتاس} + 1) \times \text{س}^3} \leftarrow \text{س}$$

$$(7) \text{ نهيا } \frac{1\sqrt{\text{جتاس}} - 1\sqrt{\text{جتاس}}}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1\sqrt{\text{جتاس}} - 1\sqrt{\text{جتاس}}}{\text{س}} \times \frac{1\sqrt{\text{جتاس}} + 1\sqrt{\text{جتاس}}}{1\sqrt{\text{جتاس}} + 1\sqrt{\text{جتاس}}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1\sqrt{\text{جتاس}}^2 - 1\sqrt{\text{جتاس}}^2}{(\text{س} + 1\sqrt{\text{جتاس}})(\text{س} + 1\sqrt{\text{جتاس}})} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{|\text{جتاس}|}{(\sqrt{2}) (\text{س})} \leftarrow \text{س}$$

$$\frac{1-}{\sqrt{2}} = \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}}{(\sqrt{2}) (\text{س})} \leftarrow \text{س}, \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\text{جتاس}}{(\sqrt{2}) (\text{س})} \leftarrow \text{س}$$

$$\therefore \text{نهيا } \frac{1\sqrt{\text{جتاس}} - 1\sqrt{\text{جتاس}}}{\text{س}} \text{ غير موجودة}$$

مثال (١٣) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{جا}^2 \text{س} \\ \text{س}^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > \text{س} \\ \text{س} = \text{س} \\ \text{س} < \text{س} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} [1 + \text{س}] \\ |\text{س}| \\ \text{س} \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ وه (س)}$$

ابحث في اتصال وه (س) عند س = ٠

الحل :

$$\text{وه (٠)} = [1 + 0] = 1$$

$$\text{نهيا} \frac{|\text{س}|}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{س}} = 1, \text{ نهيا} \frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} = 1$$

$$\text{نهيا وه (س)} = 1$$

$$\text{وه (٠)} = \text{نهيا وه (س)}$$

∴ وه (س) متصل عندما س = 1

مثال (١٤) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{جا}^2 \text{س} \\ \text{س}^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} \neq \text{س} \\ \text{س} = \text{س} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 2\text{س} + 1 \\ \text{س}^2 + 2\text{س} + 1 \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ وه (س)}$$

وكان وه (س) متصل عندما س = ٠ ، فما قيمة (٢)

الحل :

$$\text{وه (٠)} = \text{نهيا وه (س)}$$

$$\frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} = \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} + 1}{\text{س}^2}$$

$$0 = \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} + 1}{\text{س}^2} \Leftrightarrow \text{س}^2 + 2\text{س} + 1 = 0$$

$$\frac{1}{\text{س}} = 0 \Leftrightarrow 0 = \text{س}^2 + 2\text{س} + 1$$

$$(1) \text{ نهيا} \frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} = \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} + 1}{\text{س}^2}$$

$$\text{نفرض : ص} = \frac{\text{س}}{\text{س}^2} = \frac{1}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{س} = \text{س}^3 + \text{ص}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{س}^2} \Leftrightarrow$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س}^3, \text{ ص} \leftarrow \text{ص}$$

$$\text{نهيا} \frac{\text{جا}(\text{س}^3 + \text{ص})}{\text{ص}} = \frac{\text{س}^3 + \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\text{نهيا} \frac{(\text{جا}^3 \text{س} + \text{جا}^2 \text{ص} + \text{جا} \text{ص}^2 + \text{ص}^3)}{\text{ص}} = \frac{\text{س}^3 + \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\text{نهيا} \frac{\text{جا}^3 \text{س}}{\text{ص}} = 3$$

$$(12) \text{ نهيا} \frac{\text{س}^2 \text{جتاس}^2 \pi + \pi^2}{\text{س} - \pi}$$

نضيف ونطرح : $\pi^2 \text{جتاس}^2$

$$\text{نهيا} \frac{\text{س}^2 \text{جتاس}^2 \pi + \pi^2}{\text{س} - \pi} + \text{نهيا} \frac{\pi^2 \text{جتاس}^2 \pi - \pi^2 \text{جتاس}^2 \pi}{\text{س} - \pi} =$$

$$\text{نهيا} \frac{\text{جتاس}^2 (\text{س}^2 \pi + \pi^2)}{\text{س} - \pi} + \text{نهيا} \frac{\pi^2 \text{جتاس}^2 (\text{س} - \text{س})}{\text{س} - \pi} =$$

$$\text{نهيا} \frac{\text{جتاس}^2 (\text{س} + \pi) (\text{س} - \pi)}{\text{س} - \pi} + \text{نهيا} \frac{\pi^2 \text{جتاس}^2 (1 - \text{جتاس})}{\text{س} - \pi} =$$

$$\text{نهيا} \frac{\pi^2 \text{جتاس}^2 (1 + \text{س})}{(\text{س} - \pi) (\text{جتاس} - 1)} + \text{جتاس}^2 \pi^2 =$$

$$= \text{نهيا} \frac{\pi^2 (\text{جتاس}^2 - 1)}{(\text{س} - \pi) (\text{جتاس} - 1)} + \pi^2 =$$

$$= \text{نهيا} \frac{\pi^2 (\text{جتاس} - \pi) (\text{جتاس} + \pi)}{(\text{س} - \pi) (\text{جتاس} - 1)} + \pi^2 =$$

$$= \pi^2 = 0 \times \pi^2 + \pi^2 =$$

$$2 + 2 = 8 \dots\dots (1)$$

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} + 2$$

$$2 + 2 = 8 \dots\dots (2)$$

بحل المعادلتين (1) و (2) :

$$\boxed{8 = 2} \text{ ، } \boxed{8 = 2}$$

مثال (16) :

$$\left. \begin{matrix} 2 < س \\ 2 \geq س \end{matrix} \right\} = \text{اذا كان (س) } \left\{ \begin{matrix} |س - 2| \\ [س + 5] \end{matrix} \right.$$

وكان (س) عندما $س = 2$ ، فما قيمة (س) بحيث $س \geq 2$

الحل :

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} + 5$$

$$5 + 1 - 2 = |2 - 2|$$

$$4 + 2 = |2 - 2|$$

$$\text{اما : } 1 - 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2$$

$$\text{او : } 2 - 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2 \leftarrow 2 = 2 - 2$$

$$\left. \begin{matrix} 2 > س \\ 2 \leq س \end{matrix} \right\} = \text{اذا كان (س) } \left\{ \begin{matrix} س + 3 \\ س \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} 2 > س \\ 2 \leq س \end{matrix} \right\} = \text{وكان (س) } \left\{ \begin{matrix} س \\ س + 2 \end{matrix} \right.$$

وكان ل (س) = (س) + (س) ، ابحث في الاتصال عندما $س = 2$

الحل :

نلاحظ ان (س) غير متصل عندما $س = 2$ لأن

$$\text{وه (2) } \neq \text{نهاه (س)}$$

$$(2) \text{ اذا كان (س) } = \frac{س^2 + 8}{س^2 + س + 1} \text{ ، فما قيم (ب)}$$

بحيث يكون متصل على (ع)

الحل :

يجب ان يكون المقام \neq صفر ، يعني المميز $>$ صفر

$$ب^2 - 4 > 0$$

$$ب^2 - 4 > 0 \leftarrow 0 > 1 \times 1 \times 4 - 2 > 0$$

$$\text{قيم ب } \in (-2, 2)$$

مثال (10) :

$$\left. \begin{matrix} 2 > س \\ 2 \geq س \\ 4 > س \end{matrix} \right\} = \text{اذا كان (س) } \left\{ \begin{matrix} \frac{س^2 - ب}{س - 2} \\ س + 2 \\ س^2 \end{matrix} \right.$$

وكان (س) متصل على (ع) ، فما قيم ب ، ب ، ج

الحل :

بما ان الاقتران متصل فاذن نهاه (س) موجودة

$$\text{نهاه (س) } = \frac{س^2 - ب}{س - 2} \text{ موجودة}$$

المقام يساوي صفر فإن البسط يساوي صفر

$$\boxed{8 = ب} \leftarrow 0 = ب - 2$$

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} + 2$$

$$2 + 2 = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} + 2$$

$$2 + 2 = \begin{matrix} \text{نهاه (س)} \\ \text{نهاه (س)} \end{matrix} + 2$$

