منهاج جديد

الرياضيات

المستوى الرابع

الأدبي

الجزء الأول

الاحصاء

المضروب ومبدأ العد

التباديل

التوافيق

المتغير العشوائي

محمود المحارمة

ن! مضروب العدد الصحيح الموجب

القانون

ن! = ن × (ن-١) × (ن-٢) × (ن-٣) ..... × ١

ن! = ن × (ن-١)! Hand breaK

المضروب ! ← هو حاصل ضرب تنازلي بدءاً من العدد ن وحتى نصل الى الـ ١

المطلوب في هذا الدرس

أولاً : ايجاد ناتج المضروب

ثانياً : ايجاد المجاهيل ن ← مجهول

ثالثاً : معرفة متى نستخدم المضروب في الأسئلة الكلامية

أولاً : إيجاد ناتج المضروب

صفر ! = ١ ← ليش ؟ حيك

١ ! = ١

٢ ! = ١ × ٢ = ٢

٣ ! = ١ × ٢ × ٣ = ٦

٤ ! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤

٥ ! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠ } هام عائلة شين

٦ ! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٧٢٠

٧ ! = ٥٠٤٠

يُفضل حفظ نواتج الأعداد المبينة أعلاه أسرعلك في الحل

لإيجاد الناتج في أي سؤال لازم معرفة مايلي

أولويات تنفيذ العمليات الحسابية

١ الأقواس
↓
٢ الأسس
↓
٣ المضروب !
↓
٤ الضرب والقسمة
↓
٥ الجمع والطرح

خاصية الـ Hand breaK

نستخدمها عند وجود قسمة للاختصار

ن! = ن × (ن-١) !

٧ ! = ٧ × ٦ !

٧ ! = ٧ × ٦ × ٥ !

يمكنك الوقوف وقت مابدك بشرط تسحب Hand !

* أمثلة للتوضيح *

جد ناتج كلاً مما يلي :

١ (٣ ! + ٢ !) ← هنا الأولوية لايجاد ناتج المضروب أولاً ثم الجمع

٦ + ٢ = ٨

٢ (٣ + ٢) ! ← الأولوية للأقواس ثم المضروب

٥ ! = ١٢٠

٣ $\frac{٩!}{٧!}$ ← نلاحظ وجود قسمة نستخدم خاصية Hand break للاختصار

$= \frac{٩ \times ٨ \times \cancel{٧!}}{\cancel{٧!}}$ ← Stop

= ٩ × ٨ = ٧٢

٤ $\frac{١٠! \times (٧-٧)!}{١٢! \times ٩!}$ أولويات + Hand

$\frac{١٠ \times ٩ \times \cancel{٨!} \times (صفر)!}{٣ \times \cancel{٤} \times \cancel{٨!}}$

٥ $= \frac{١٠ \times ١}{٢}$

تدريب [١] جد ناتج كلاً مما يأتي :

[١] ٤! + ٣!

[٢] ٢ + ٣!

[٣] ٣ × ٢!

[٤] $\frac{٦!}{٤!}$

[٥] (٧-٤)! × ٢!

[٦] $\frac{٨!}{٧!}$

[٧] ٣! + ٥! + ٢!

[٨] $\frac{١٠!}{(٦+٢)!}$

[٩] ٣ (٣!)

[١٠] $\frac{٢٠! \times (٥-٥)!}{١٢! \times ١٩!}$

[١١] $\frac{٧!}{٥!}$

* الإجابات النهائية ← تدريب [١]

[١] ← ٣٠
[٢] ← ٨
[٣] ← ٦
[٤] ← ٣٠
[٥] ← ٦ × ٢ = ١٢
[٦] ← ٨
[٧] ← ١٢٨
[٨] ← ٩٠
[٩] ← ١٨
[١٠] ← ١٠
[١١] ← ٤٢

ثانياً : إيجاد المجاهيل ن! معلوم

ن! = عدد جـ ن

الخطوات

أولاً: إذا وجد مقدار بتعرف تحسب قيمته موجود داخل السؤال احسبه أولاً مثلاً
وجدت ٣! ← ضع مكانها ٦

ثانياً: ← نجعل المضروب ! في جهة ويتم نقل باقي الارقام للجهة الثانية

ن! = رقم

ثالثاً: ← نحوّل الرقم الموجود في الجهة الثانية الى صيغة المضروب

مثلاً ن! = ٢٤ نحوله
ن! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ نلغي مضروب مع مضروب
ن = ٤

جد قيمة ن لكل مما يلي :

[١] ٢ن! + ٣! = ١٨

٢ن! + ٦ = ١٨ ⊖٦

$\frac{٢ن!}{٢} = \frac{١٢}{٢}$

ن! = ٦ ← ماهو الرقم اللي مضروبه = ٦

ن! = ٣ × ٢ × ١

ن = ٣

[٢] (ن+٢)! = ٤٨ نقسم ÷ ٢

ن! = ٢٤

ن! = ٤ × ٣ × ٢ × ١

ن = ٤

٣) $(ن-٢)! = ١٢٠$

لاحظ لايمكن نقل الـ ! لانها داخل قوس

$(ن-٢)! = ٥!$

$ن-٢ = ٥$

$\boxed{ن = ٧}$

٤) $\boxed{١٣ن! = ٧٢}$ حيث ن

$\frac{١٣ن!}{١٣} = \frac{٧٢}{١٣}$

$ن! = ٢٤$

$ن! = ٤!$ ⇐ $\boxed{ن = ٤}$

٥) $\boxed{-٦ + (ن+١)! = ١٠! + ١٧}$

$-٦ + (ن+١)! = ١ + ١٧$

$-٦ + (ن+١)! = ١٨$

$(ن+١)! = ٢٤$

$(ن+١)! = ٤!$

$\boxed{ن = ٣}$

٦) $\boxed{٣٠ - (ن!) = ٣!}$

$٣٠ - (ن!) = ٦$

$٣٠ - ٦ = (ن!)$

$٢٤ = (ن!)$

$٤! = ن!$ ⇐ $\boxed{ن = ٤}$

٧) $\boxed{\frac{ن!}{(ن-١)!} = ٦}$

لاحظ عند وجود قسمة استخدم خاصية Hand break

$\frac{ن \times (ن-١)!}{(ن-١)!} = ٦$

$\boxed{ن = ٦}$

٨) ملو $\boxed{ن! = ١}$ حيث قيم ن

هنا ن = ١ أو ٠

٩) قوي $\boxed{\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٦}$

نستخدم Hand break

$\frac{ن \times (ن-١) \times (ن-٢)!}{(ن-٢)!} = ٦$

$(ن) \times (ن-١) = ٦$

$ن^٢ - ن = ٦$

$ن^٢ - ن - ٦ = صفر$

$(ن-٣)(ن+٢) = ٠$

$\boxed{ن = ٣}$ أو $ن = -٢$ تهمل X

لأن $\boxed{ن}$ ← يجب أن يكون موجب

الحل يمكن بطريقتين

يمكن نشوء عددين متتاليين ضربهم = ٦

$٣ \times ٢ = ٦$

$\boxed{ن = ٣}$

١٠) أقوى $\boxed{\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!} = ٣٠}$

Hand

$\frac{(ن+١) \times (ن) \times (ن-١)!}{(ن-١)!} = ٣٠$

الحل

إما طريقة ① ← $(ن+١) \times ن = ٣٠$

$ن^٢ + ن = ٣٠$

$ن^٢ + ن - ٣٠ = ٠$

$(ن+٦)(ن-٥) = ٠$

$ن = -٦$ تهمل X

$\boxed{ن = ٥}$

أو طريقة ② ← $(ن+١) \times (ن) = ٣٠$

عددين متتاليين ضربهم = ٣٠

$٦ \times ٥ = ٣٠$

∴ $\boxed{ن = ٥}$

١١) $\boxed{(٣ن+١)! = (٦-٤)!}$

$(٣ن+١)! = ٢!$

$(٣ن+١)! = ٢!$

$٣ن = ١$

$ن = \frac{١}{٣}$

تدريب ② جد قيمة ن لكل مما يلي:

١) ٢ن! = ٢٤٠

٢) ٣(ن!) + ٣! = ٣٦٦

٣) ٥(ن!) = ٣٠

٤) (ن+٣)! = ٧٢٠

٥) ن! − (٤!) = ٩٦

٦) ٤ + ٢(ن!) = ٥٢

٧) (٢ن+١)! = ١٢٠

٨) $\frac{ن!}{(ن-٣)!}$ = ١٢ *

٩) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$ = ٤٢ *قوي

١٠) ١٠٠ − (ن!) = −٢٠

١١) $\frac{(ن-١)!}{٣!}$ = ٢٠

١٢) ٣(ن!) − ٣! = ١٨ + ٢ن!

١٣) (ن+٣)! − ٦ = ٥! + ١٧

١٤) ٣(ن!) = ٣

الإجابات تدريب ② النهائية فقط

١) ن = ٥

٢) ن = ٥

٣) ن = ٣

٤) ن = ٣

٥) ن = ٥

٦) ن = ٤

٧) ن = ٢

٨) ن = ٤

٩) ن = ٦

١٠) ن = ٥

١١) ن = ٦

١٢) ن = ٤

١٣) ن = ٤

١٤) ن = ٥ ، ١

ثالثاً: إستخدام المضروب في الأسئلة الكلامية

المضروب ! يستخدم لايجاد عدد طرق ترتيب [ن] من الأشياء في [ن] من الأماكن

الكلمات الدالة لاستخدام المضروب في الاجابة Key words

بكم طريقة يمكن
- ① ترتيب
- ② تراتيب
- ③ توزيع
- ④ تجلس

هذه الكلمات حصرياً معناها نستخدم المضروب في الاجابة .

[١] بكم طريقة يمكن [ترتيب] (٤) كتب على رف مكتبة ؟

الإجابة ٤ ! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = [٢٤] طريقة

[٢] بكم طريقة يمكن [توزيع] لاعبي كرة الطائرة على مراكزهم الستة في الملعب ؟

توزيع ← مضروب ٦ ! = ٧٢٠ طريقة

[٣] اذا اشترك سبعة رياضيين في المباراة النهائية للسباحة فما عدد [التراتيب] المختلفة لنتائج السباق ؟

٧ ! = ٥٠٤٠ طريقة

[٤] بكم طريقة يمكن أن [تجلس] ستة طالبات على ستة مقاعد موضوعة في صف واحد ؟

تجلس ← معناها مضروب

٦ ! = ٧٢٠ طريقة

[٥] بكم طريقة يمكن توزيع (٤) أقلام ملونة على (٤) طالبات ؟

[٦] بكم طريقة يمكن لمعلمة الرياضة توزيع لاعبات كرة السلة على مراكزهن الخمسة في الملعب ؟

[٧] بكم طريقة يمكن أن يجلس (٥) طلاب على خمسة مقاعد موضوعة بطريقة مستقيمة ؟

[٨] ماعدد طرق ترتيب (٦) أقلام ملونة في مقلمة ؟

مبدأ العد

يقوم على أنه اذا انتهت عليه ما على عدة مراحل متتالية فإنه

عدد الطرق = عدد طرق المرحله الاولى X عدد طرق المرحله الثانية ..... وهكذا

---

[1] أراد أحد الطلبه شراء قلم ومسطرة ودفتر من احدى المكتبات ، حيث وجد فيها ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام ونوعين من المساطر و أربعة أنواع من الدفاتر فبكم طريقة يمكن للطالب شراء قلم ومسطرة ودفتر

الطلبه ستتم على ٣ مراحل شراء

قلم	و	مسطرة	و	دفتر
٣	X	٢	X	٤

= ٢٤ طريقه

---

[2] في مكتبة فاطمة ٤ دواوين شعرية للشعراء (المتنبي ، وأحمد شوقي ، وعرار ، والفرزدق) و(٣) روايات أدبية للروائيين (فدوى طوقان ، وتوفيق الحكيم ، وليرسيف) أرادت فاطمة قراءة كتابين أحدهما يمثل ديواناً شعرياً و الآخر يمثل روايه أدبية فبكم طريقة يمكنها ذلك ؟

مرحلتين

قراءة ديوان شعري	و	قراءة رواية أدبيه
عدد الطرق		عدد الطرق
٤	X	٣

١٢ طريقه

---

[3] من مجموعة الارقام التالية {٢، ٤، ٦، ٧، ٦، ٣، ٩} كم عدد يكون من منزلتين يمكن تكوينه

[4] اذا سمح بتكرار الأرقام

[5] اذا لم يسمح بتكرار الارقام

---

[4] اذا سمح بتكرار الارقام

٢٥ = ٥ X ٥

[5] اذا لم يسمح بتكرار الرقم

٢٠ = ٤ X ٥

لاحظ أن

- سمح بالتكرار ← يبقى العدد ثابتاً في كل مرحله
- لم يسمح بالتكرار ← كل مرحله ننقص من العدد واحد عن المرحله السابقه

ملاحظة ↓ هذا السؤال خذ موجود في طبعة 2018 قوي

[4] بكم طريقة يمكن تكوين عدد من (٣) منازل من مجموعة الأعداد الفردية التي هي أكبر من (٤) وأقل من أو تساوي (١٥) في حال

[4] سمح بتكرار الارقام

[5] لم يسمح بتكرار الارقام

أولاً نكون مجموعة الأعداد وهي

{٥، ٧، ٩، ٦، ١١، ١٣، ١٥}

[4] سمح بتكرار الارقام

* من اعداد الخانة الواحدة {٥، ٧، ٩} ⇐ ٣X٣X٣ = ٢٧
* اعداد منزله واحده {٥، ٧، ٩} ⇐ مع عدد من منزلتين

٩ = ٣ X ٣

* منزلتين مع عدد منزله ٣X٣ = ٩

العدد ٢٧ + ٩ + ٩ = ٤٥

[5] لم يسمح بالتكرار

عدد الاعداد المنزله	منزله مع منزلته	نفسه منزلتين مع منزله
٣X٢X١	{٥، ٧، ٩} مع {١١، ١٣، ١٥}	
٦	{١٣٥، ١٣٧، ١٣٩، ١٥٩، ١٥٧}	
٥	٥	٥

+ + =

١٦

غريب
٥ لدى محمد أربعة أنواع من القمصان وثلاثة أنواع من البناطيل ونوعان من الأحذيه ، فهل يكفيه ذلك اذا أراد كل يوم ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل ؟

عدد الطرق لدى محمد لارتداء لباس مكون من
قميص ← ٤ × ٣ ← بنطال × ٢ ← حذاء = ٢٤
وهذه لاتكفي لشهر كامل لأن الشهر ٣٠ يوم
ملاحظه مش سؤال

٦ تقل ٥ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مأدبا وعمان وتقل ٣٠ حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء ، فاذا أراد راكب أن يسافر من مأدبا الى الزرقاء مروراً بعمان ثم يعود سالكاً الطريق نفسه ، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة ألا يركب الحافله نفسها في أثناء رحلته ؟

الذهاب ← مادبا ← عمان ← الزرقاء
٥ × ٢٠ = ١٠٠
الاياب ← الزرقاء ← عمان ← مادبا
١٩ × ٤ = ٧٦
الذهاب و الإياب
١٠٠ × ٧٦ = ٧٦٠٠ طريقه

طيب يخلصوا الباص السريع أولاً ... وبعدين نجاوب هيك سؤال

٧ اذا كان لديك ارقام زوجيه تزيد عن (٥) وتقل عن (١٠) كم عدد مكون من ثلاث منازل يمكن تكوينه اذا سمح بتكرار الرقم ؟

٦٤

تدريب شامل مبدأ العد

١ أراد (أوس) شراء ثلاجه وغساله وجهاز تكييف من أحد معارض الأجهزة الكهربائية ، بكم طريقه يمكنه شراء ذلك ، علماً بأن المعرض يحتوي على (٤) أنواع مختلفه من الثلاجات و(٥) أنواع من الغسالات و(٣) أنواع من أجهزة التكييف ؟

٢ من مجموعة الأرقام الآتية { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ }
كم عدداً يمكن تكوينه من منزلتين
أ) اذا سمح بتكرار الأرقام ؟
ب) إذا لم يسمح بتكرار الأرقام ؟

٣ اتبعت دائرة السير في احدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مستخدمه الأرقام من ١ ← ٩ ، بحيث تحتوي السيارة على (٣) أرقام وحرفين من أحرف الهجاء الـ (٢٨) ، كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقه علماً بأن تكرار الارقام مسموح به وغير مسموح بتكرار الأحرف ؟ ضع دائرة

٤ ٢٨ × ٢٨ × ٧ × ٨ × ٩
ب ٢٨ × ٢٨ × ٩ × ٩ × ٩
ج ٢٧ × ٢٨ × ٩ × ٩ × ٩
د ٢٧ × ٢٨ × ٨ × ٨ × ٩

٤ محل لبيع الخضراوات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة (موز - برتقال - تفاح - دراق) وصنفين من الخضراوات (كوسا ، بطاطا) ، دخلت (أم شحادة) لشراء صنف واحدة من الفاكهة وصنف من الخضار ما الخيارات المتوفرة لها

إجابات التدريب

١ ← ٦٠ ← ٣ × ٥ × ٤
٢ ← أ ← ٤ × ٤ = ١٦
ب ← ٤ × ٣ = ١٢
٣ ← ج
٤ ← ٨

التباديل ل(ن ، ر) ← تُقرأ لا نون ر

المقصود بها عدد طرق اختيار مجموعة صغيرة (ر) من مجموعة كبيرة (ن)

أولاً: ايجاد ناتج التباديل

لدينا قانونين

١) $ل(ن ، ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$ ← قد نحتاجه فقط لسؤال ضع دائرة

٢) $ل(ن ، ر) = (ن)(ن-١)(ن-٢)\times\dots$ وهكذا حسب ر

راح نعتمد عليه دائماً سواء للحل أو ايجاد المجاهيل

من الآخر وببساطه ... يتم ايجاد الناتج للتباديل كما يلي

* $ل(٦ ، ٢)$

٦ ← قيمة أول اصبع ، ٢ ← عدد الاصابع

٦ × ٥ ← ٣٠

نبدأ أول عدد ٦ ثم ٥ تنازلي وبنفس ضرب

* $ل(٥ ، ٣)$

٥ ← قيمة أول اصبع ، ٣ ← ثلاثة اصابع

٥ × ٤ × ٣ ← ٦٠

اكمل عالقانون الأول

$ل(٥ ، ٣) = \frac{٥!}{(٥-٣)!} = \frac{٥!}{٢!} = \frac{٥\times٤\times٣\times٢\times١}{٢\times١} = ٥\times٤\times٣ = ٦٠$

جد قيمة كلاً مما يلي

١) $ل(٥ ، ٢) = ٥\times٤ = ٢٠$

٢) $ل(٦ ، ٣) = ٦\times٥\times٤ = ١٢٠$

٣) $ل(٧ ، ٢) + ل(٤ ، ٣)$

$٧\times٦ + ٤\times٣$

$٤٢ + ١٢ = ٥٤$

٤) $\frac{ل(٨ ، ٣)}{١٣!} = \frac{٨\times٧\times٦\times\cancel{٥\times٤\times٣}}{١٣\times١٢\times\cancel{١١\times١٠\times٩\times٨\times٧\times٦\times٥\times٤\times٣}} = ٥٦$

٥) $\frac{ل(٧ ، ٥)}{١٥!}$ هنا الأفضل أفرط البسط و المقام لتسهيل الناتج بالاختصار

$\frac{٧\times٦\times\cancel{٥\times٤\times٣\times٢\times١}}{\cancel{١٥\times١٤\times١٣\times١٢\times١١\times١٠\times٩\times٨\times٧\times٦\times٥\times٤\times٣\times٢\times١}} = \frac{٧\times٦}{٢} = ٢١$

هناك حالات يتم الحل عالسريع بدون قوانين في الحالات التاليه

١) $ل(ن ، ١) = ١$ ← اتفقنا أي شيء مع الصفر = ١

٢) $ل(ن ، ن) = ن!$ ← أي عدد مع الـ ① يبقى العدد نفسه

٣) $ل(ن ، ن) = ن!$ ← تباديل أي رقم مع نفسه ليصبح مضروب العدد

٤) $ل(ن ، ن-١) = ن!$ ← تباديل عددين متتاليين يصبح مضروب العدد الأول

٦) $ل(٥ ، ٦) + ل(١ ، ٩) + ل(٤ ، ٤) + ل(٣ ، ٣)$

$١ + ٩ + ٤! + ٣!$

$١ + ٩ + ٢٤ + ٦ = ٤٠$

٧) $\frac{ل(٩ ، ٩)}{ل(٨ ، ٧)} \leftarrow \frac{٩!}{٨!} = \frac{٩\times\cancel{٨!}}{\cancel{٨!}} = ٩$

تدريب ① ايجاد ناتج

حل بإيدك في الصفحة المقابلة ←

١) ل(٣٦٥)

٢) ل(٢٦٦) + ل(١٦١٠)

٣) ل(٦٦٤) / ٤!

٤) ل(٩٦٥) × ل(٤٦٤)

٥) ل(٦٦٦) / ٤!

٦) ل(٦٦٣) + ل(١٦٢٠)

٧) ل(٦٦٥) / ل(٥٦٤)

٨) ل(٣٦٣) × ل(١٠٦٥)

٩) عبّر عما يأتي باستخدام التباديل

أ) ١٠ × ٩ × ٨

ب) ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤

ج) ن × (ن − ١) ، ن ≥ ٢

د) ك × (ك − ١) × (ك − ٢) ، ك ≥ ٣

« الاجابات النهائية » ← تدريب ①

١) ← ٦٠
٢) ← ٤٠
٣) ← ١٥
٤) ← ٢٤
٥) ← ٣٠
٦) ← ٣٢٠
٧) ← ٦
٨) ← ٦
٩) ← ⓐ ل(١٠، ٣)
ب) ل(١٧، ٤)
ج) ل(ن، ٢)
د) ل(ك، ٣)

ثانياً .... ايجاد المجاهيل في التباديل

ن ← مجهول — لدينا حالتين لسؤال المجاهيل

أ	أو	ب
تباديل = تباديل ل(ن، ر) = ٢ ل(ن، ر)		تباديل = عدد ل(ن، ر) = عدد
هنا يتم الحل باستخدام القانون		وهنا يكون المجهول ن أو ر وسيتم حل وايجاد المجهول بعد استخدام القانون بالنظر (طريقة المربعات)

ل(ن، ٢) ⇐ ن × (ن − ١)

ل(ن، ٣) = ن × (ن − ١) × (ن − ٢)

حالة أ

أ) ل(ن، ر) = ل(ن، ر) حيث ن

هنا نستخدم القانون للطرفين

١) ل(ن، ٣) = ٧ ل(ن، ٢) حيث ن

ن × (ن − ١) × (ن − ٢) = ٧ × ن × (ن − ١)

ن − ٢ = ٧ ⇐ ن ≠ ٠ ، ن ≠ ١

ن = ٩

٢) ل(ن، ٤) = ل(ن، ٣) فجد قيمة ن

ن × (ن − ١) × (ن − ٢) × (ن − ٣) = ن × (ن − ١) × (ن − ٢)

ن − ٣ = ١ ⇐ ن = ٤

قوي

٣) ل(ن، ٤) = ٢٠ ل(ن، ٢) حيث ن

ن × (ن − ١) × (ن − ٢) × (ن − ٣) = ٢٠ × ن × (ن − ١)

(ن − ٢) × (ن − ٣) = ٢٠

ن² − ٣ن − ٢ن + ٦ = ٢٠

نصفر علشان نحلل

ن² − ٥ن + ٦ = ٢٠

ن² − ٥ن − ١٤ = ٠

(ن − ٧) (ن + ٢) = ٠

ن = ٧ ، ن = −٢ ✗ تهمل

∴ ن = ٧

حالة [ب] تباديل = عدد

ل(ن ، ر) = عدد

سيتم إيجاد المجهول بالنظر

باستخدام طريقة المربعات □ □

إذا المجهول [ر]

وهو عدد المربعات التي يتم استخدامها للوصول للناتج بعد أن نبدأ بقيمة [ن] المعلوم ونضعها في أول مربع

مثلاً

ل(٥ ، ر) = ٦٠

[٥] × [٤] × [٣] = ٦٠

ر = ٣ عدد المربعات

هنا وضعنا قيمة ن وهي [٥] في أول مربع ثم نزلنا ضرب إلى أن أصبح الناتج (٦٠)

وعددنا المربعات = ٣

إذا المجهول هو [ن]

وهو يمثل قيمة أول مربع العدد الذي نبدأ به

هنا يكون معلوم قيمة ر = عدد المربعات نرسم المربعات و نفكر ما العدد الذي نبدأ به ليكون الناتج العدد الموجود الجهة الأخرى

مثلاً

ل(ن ، ٣) = ٣٠

مربعين

[٦] × [٥] = ٣٠

عددين متتاليين حاصل ضربهم = ٣٠

∴ [ن = ٦]

وهي قيمة أول عدد

دائماً ← تخلص من الارقام الموجودة جهة المجهول قبل البدء في الحل واستخدام طريقة المربعات

واكتب أمام عينك اذا المجهول [ن]

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠ × ١١ × ١٢

---

[١] ل(٦ ، ر) = ٣٠ فجد قيمة ر

[٦] × [٥] = ٣٠

ر = ٢ ← ر = عدد المربعات

[٢] ٣ل(٦ ، ر) = ٣٦٠ نقسم أولاً على [٣]

ل(٦ ، ر) = ١٢٠

[٦] × [٥] × [٤] = ١٢٠ نضع قيمة أول مربع ونمشي ضرب

∴ ر = ٣

[٣] ل(١١ ، ر) = ١١٠ ارسم مربع ضع فيه [١١] × [١٠] = ١١٠ Stop

∴ ر = ٢

[٤] ل(ن ، ٢) = ٢٠ المجهول ← [ن] قيمة أول مربع

المعلوم ← [ر] عدد المربعات ٢

[٥] × [٤] = ٢٠ عددين متتاليين حاصل ضربهم = ٢٠

∴ [ن = ٥] العدد الأول (الأكبر)

[٥] ل(ن ، ٣) = ١٢٠ ثلاثة اعداد متتالية = ١٢٠

[٦] × [٥] × [٤] = ١٢٠

[ن = ٦] الكبير هو [ن]

واذا نسيت ١ × ٢ × ٣ × [٤ × ٥ × ٦] × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠

[٦] ل(ن ، ٢) + ل(٢ ، ٤) = ٤٢ جد ن

ل(ن ، ٢) + ١٢ = ٤٢

−١٢ −١٢

ل(ن ، ٢) = ٣٠

[٦] × [٥] = ٣٠

[ن = ٦]

[٧] ل(ن ، ن) = ١٢٠

ن ! = ١٢٠

ن ! = ٥ !

[ن = ٥]

٨ جد قيمة ر التي تحقق المعادلة التالية

٨٠ - ٣ل(٤،ر) = ٥ ! + ٧

٨٠ - ٣ل(٤،ر) = ١٢٠ + ٧

٨٠ - ٣ل(٤،ر) = ٨

٨٠ - ٨ = ٣ل(٤،ر)

$\frac{٧٢}{٣}$ = $\frac{٣ل(٤،ر)}{٣}$

٢٤ = ل(٤،ر)

٢٤ = ٢ × ٣ × ٤ ! ر

ر = ٣

٩ ل(ن،٣٦) = ١٣ ل(ن،٥٠)

ل(ن،٣٦) = ١٣ × ١

ل(ن،٣٦) = ١٣

٣ × ٤ ! = ١٣

ن = ٤

١٠ ل(ن،١٦) = ٩ جد ن

هنا مباشرة ن = ٩

تدريب شامل مجاهيل واجب

جد قيمة كل من (ن) و (ر) لكل مما يلي

١ ل(ن،٣٦) = ١٠ ل(ن،٢٦)

٢ $\frac{١}{٣}$ ل(ن،٣٦) = ٢ ل(ن،٢٦)

٣ $\frac{ل(ن،٤٦)}{٣!}$ = ل(ن،٣٦)

قوي

٤ ل(ن،٤٦) = ١٣ ل(ن،٢٦)

٥ ٣ل(٦،ر) = ٩٠

٦ ل(ن،٢٦) = ١٢

٧ ل(٦،ر) + ٣! = ٣٦

٨ ٣ + ٢ل(٦،ر) = ٤! + ٣٩

٩ ل(ن،٣٦) = ٦٠

١٠ ٥ ل(ن،٢٦) = ٣٠

١١ ل(٦،ر) = ٣٦٠

١٢ ل(ن،٢٦) = ٩ ل(ن،١٦)

الاجابات

١ ← ن = ١٢

٢ ← ن = ٨

٣ ← ن = ٩

٤ ← ن = ٦

٥ ← ر = ٣

٦ ← ن = ٤

٧ ← ر = ٣

٨ ← ر = ٣

٩ ← ن = ٥

١٠ ← ن = ٣

١١ ← ر = ٤

١٢ ← ن = ١٠

$\binom{ن}{ر}$ ← وتُقرأ نون فوق ر أو كبير ن صغير ر

توافيق ن ، ر

ومعناها عدد طرق اختيار مجموعة صغيرة [ر] من مجموعة كبيرة [ن]

أولاً: ايجاد ناتج التوافيق

لدينا قانونين

[١] $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن\ ناقص\ ر)}{ر!}$ ← تباديل مضروب — نستخدمه دائماً

أو

[٢] $\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)!\times ر!}$ ← فقط ممكن نختاجه للاجابة سؤال في ضح دائرة

ويتم ايجاد الناتج دائماً (طريقتي) باستخدام القانون الأول .

حالات ثوابت حل عالسريع (بالنظر)

[١] $\binom{ن}{٠} = ١$ ← أي شيء مع الصفر = ١

[٢] $\binom{ن}{١} = ن$ ← أي عدد مع ① ← يبقى العدد نفسه

[٣] $\binom{ن}{ن} = ١$ ← كأنها نفسها = ١

[٤] $\binom{ن}{ن-١} = ن$ ← عددان متتاليان فوق بعض الاجابة اللي فوق الأكبر

---

* الشعر الحلمنتيشي *

مضروب ... تباديل ... توافيق
فيهن ثوابت حاصحوا واستفيقوا
فأي منهم مع الـ(صفر) ناتجه [١] دقيق
وأي منهم مع الـ(١) ناتجه نفسه وحقيقة
وتكرار العدد في التباديل مضروب ل(ن!)
وتكراره في التوافيق يساوي واحد $\binom{ن}{ن}$
فاحفظ البيتين ومنشنهم لكل رفيقة
فقد لا تجد في الامتحان لغش الدائر أي طريق

محمود المحارمة

← قيمة كل حالة أي

[١١] $\binom{٦}{٢} \leftarrow \frac{ل(٢\ ناقص\ ٦)}{١٢!} = \frac{٥\times٦}{٢} =$ [١٥]

[١٢] $\binom{٥}{٣} \leftarrow \frac{ل(٣\ ناقص\ ٥)}{١٣!} = \frac{٣\times٤\times٥}{١\times٢\times٣} =$ [١٠]

[١٣] $\binom{٦}{٥} + \binom{٨}{١} + \binom{٩}{٩} + \binom{٧}{٦}$ ← متتاليان

$١ + ٨ + ١ + ٧ =$ [١٧]

[١٤] $\binom{٧}{٥} = \frac{ل(٥\ ناقص\ ٧)}{٥!} = \frac{٣\times٤\times٥\times٦\times٧}{١\times٢\times٣\times٤\times٥}$

$= \frac{٤٢}{٢} =$ [٢١]

[١٥] $\binom{٥}{٢} \times \binom{٥}{٠}$ ← $\frac{ل(٢\ ناقص\ ٥)}{١٣!} \times ١$

$\frac{٤\times٥}{٢} \times ١ \Leftarrow ١٠ \times ١ =$ [١٠]

[١٦] $\binom{١٠}{٨}$ تساوي في ضح دائرة

[ا] $\frac{١٠!}{٨!}$ [ب] $\frac{١٠!}{٢!\times٨!}$ [ج] $١٠! \times ٨!$ [د] $\frac{١٠!}{٢!}$

الاجابة [ب] ← ليش !!!

[١٧] $\binom{٩}{٧} \times \binom{٤}{٤}$

$\frac{ل(٧\ ناقص\ ٩)}{٧!} \times ١$

$\frac{٧\times٨\times٩}{١\times٢\times٣\times٤\times٥\times٦\times٧} \times ١ = \frac{٧٢}{٢} \times ١ =$ [٣٦]

[١٨] $\binom{٩}{٨}$ ← مباشرة عددان متتاليان الاجابة اللي فوق ← [١٩]

[١٩] $\binom{١٥}{١٥} + \binom{٦}{٠} \times \binom{٤}{٣}$

$١ + ١ \times ٤ \Leftarrow ١ + ٤ = ٥$

إيجاد المجاهيل

لدينا حالتين عند وجود التوافيقه في سؤال مجاهيل

١ توافيقه = توافيقه
$\binom{ن}{ر_1} = \binom{ن}{ر_2}$
إيجاد المجهول بالنظر

٢ توافيقه = تباديل
$\binom{ن}{ر} = ل(ن،ر)$
إيجاد المجهول باستخدام القانون

حاله ١ $\binom{ن}{ر_1} = \binom{ن}{ر_2}$

هنا اذا المجهول

فوق (ن)
لدينا اجابه واحدة فقط وهي
فوق = فوق
ن = ن
ولوكلاهما مجهول
مجموع اللي تحت = فوق
ر١ + ر٢ = ن

تحت (ر)
هنا فوراً واجباري
لدينا اجابتين
إما: تحت = تحت ، ر١ = ر٢
أو: مجموع تحت = فوق ، ر١ + ر٢ = ن

---

١ $\binom{ن}{٣} = \binom{٩}{٦}$ جد قيمة ن
مباشرة فوق = فوق
ن = ٩ آه بس هيك

٢ $\binom{٣ن}{٧} = \binom{١٢}{٥}$ جد قيمة ن
٣ن = ١٢ ⇐ ن = ٤

٣ $\binom{ن}{٥} = \binom{ن}{٢}$ المجهول فوق وكلاهما مجهول
مجموع تحت = فوق
٥ + ٢ = ن
ن = ٧

٤ $\binom{س+٥}{١٣} = \binom{١٥}{٣}$ جد قيمة س
س + ٥ = ١٥
س = ١٠

٥ $\binom{٧}{س} = \binom{٧}{٢}$ جد قيم س
هنا المجهول تحت (قيمتين)
إما تحت = تحت ، س = ٢
أو مجموع تحت = فوق ، س + ٢ = ٧ ، س = ٥

هام ٦ $\binom{٨}{٣س} = \binom{٨}{٢}$
إما ٣س = ٢ ، س = $\frac{٢}{٣}$ ✗
أو ٣س + ٢ = ٨ ، ٣س = ٦ ، س = ٢ ✓

تدريب سريع واجب

جد قيم (س) لكل مما يلي:

١ $\binom{س}{٤} = \binom{س}{١}$

٢ $\binom{س+١}{٧} = \binom{١٠}{٣}$

٣ $\binom{٥}{س} = \binom{٥}{١}$

٤ $\binom{٨}{٦} = \binom{٨}{٣س}$

٥ $\binom{٣}{١} = \binom{٣}{٣س}$

٦ $\binom{٦}{٤} = \binom{٦}{س+١}$

الاجابات النهائيه

١ س = ٥
٢ س = ٩
٣ س = ١ ، س = ٤
٤ س = ٣ ، س = ١
٥ س = $\frac{١}{٢}$ ، س = ١
٦ س = ٣ ، س = ١

حالة ب تباديل = توافيق

$ل(ن،ر) = \binom{ن}{ر}$

هنا في هذه الحالة نستخدم القوانين سواء

قانون التباديل $ل(ن،ر) = ن \times (ن-١) \times ن-٢ \ldots$

أو قانون التوافيق $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!}$

جد قيمة ن

١ $\binom{ن}{٣} = ل(ن،٣)$

$\frac{ل(ن،٣)}{٣!} = ن \times (ن-١)$

$\frac{\cancel{٦} \times (ن-١) \times (ن-٢)}{\cancel{٦}} = \cancel{ن} \times (ن-١)$

$\frac{ن-٢}{٦} = ١$

$ن-٢ = ٦ \Leftarrow$ **ن = ٨**

٢ $\binom{ن}{٤} = ل(ن،٣)$

$\frac{ل(ن،٤)}{٤!} = (ن) \times (ن-١) \times (ن-٢)$

$\frac{\cancel{ن} \times (ن-١) \times (ن-٢) \times (ن-٣)}{٢٤} = \cancel{ن} \times (ن-١) \times (ن-٢)$

$ن-٣ = ٢٤ \Leftarrow$ **ن = ٢٧**

٣ $\binom{ن}{٣} = ل(ن،٢)$ (٥ قوي)

$\frac{ل(ن،٣)}{٣!} = (٥ \times ٤)$

$\frac{ل(ن،٣)}{٦} = ٢٠$

$ل(ن،٣) = ١٢٠$ رجعنا لطريقة المربعات

$\boxed{٦} \times \boxed{٥} \times \boxed{٤} = ١٢٠$

ن = ٦

---

٤ اذا كان $ل(ن،٢) = ٣٠$ جد $\binom{ن}{٣}$

انتبه لهذه الصيغة نوجد ن أولاً ثم نعوض

$ل(ن،٢) = ٣٠$

$٦ \times ٥ = ٣٠ \Leftarrow$ **ن = ٦** ثم نعوض في التوافيق

$\binom{٦}{٣} = \frac{ل(٦،٣)}{٣!} = \frac{٦ \times ٥ \times ٤}{٦} =$ **٢٠**

مهم

٥ $ن! = ٣ \times \binom{١٠}{٢} + ل(٦،٢)$

نوجد النواتج أولاً

$ن! = ٣ \times \frac{ل(١٠،٢)}{٢!} + ٦ \times ٥$

$ن! = \cancel{٣} \times \frac{٩ \times ١٠}{\cancel{٢}} + ٣٠$

$ن! = ٩٠ + ٣٠$

$ن! = ١٢٠$

ن = ٥

---

٦ $ن! = ل(٥،٣) + \frac{٤}{٣} \times \binom{١٠}{٢}$ ٢٠١٤

$ن! = ٥ \times ٤ \times ٣ + \frac{٤}{٣} \times \frac{٩ \times ١٠}{٢}$

$ن! = ٦٠ + \frac{\cancel{٤}^{٢}}{\cancel{٣}} \times \frac{\cancel{٣٠}^{١٥}}{\cancel{٢}}$

$ن! = ٦٠ + ٦٠$

$ن! = ١٢٠$

$ن! = ٥! \Leftarrow$ **ن = ٥**

أسطوري

٧ اذا كان $ل(ن،ر) = ٢٠$ ، $\binom{ن}{ر} = ١٠$

جد قيمة ن ، ر

نبدأ $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!}$ ← موجود لدينا = ٢٠

$١٠ = \frac{٢٠}{ر!}$

$\cancel{١٠}\ ر! = \frac{٢٠}{\cancel{١٠}}$

$ر! = ٢ \Leftarrow$ **ر = ٢**

* $ل(ن،ر) = ٢٠$

$ل(ن،٢) = ٢٠$

$\boxed{٥} \times \boxed{٤} = ٢٠ \Leftarrow$ **ن = ٥**

السؤال الاول جد قيمة كل مما يأتي .

١ $\binom{٥}{٣} + \binom{٦}{٦}$

٢ $\binom{٨}{٣} + \binom{٤}{١}$

٣ $!٣ \times \binom{٥}{٤}$

٤ $!٥ + ل(٢٥٥) + \binom{٥}{٢}$

السؤال الثاني جد قيمة ن التي تحقق المعادلات التاليه ✓

١ $\binom{ن}{٢} = \binom{ن}{٥}$

٢ $ل(ن٦٣) = ٨ \times \binom{ن}{٢}$

٣ $(ن-١)! = ل(٣٦٦) \times \binom{٤}{٢}$

٤ $ل(ن٦٣) = \binom{ن}{٤} \times ٤!$

٥ $\binom{٩}{٣ر} = \binom{٩}{٣}$

٦ $\frac{ل(ن٤٦)}{٤!} = ٣ \times ل(ن٦٣)$

٧ $(ن+١)! = \binom{!٦}{٣} \times ل(١٦٦)$ فجد ن

٨ اذا كان $ل(ان٦٣) = ٦٠$ فجد $\binom{ن}{٣}$

٩ $\binom{ن}{٣} = ٢٠$

السؤال الثالث ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة

١ ل (٦ ، ٢) تساوي

أ $\frac{!٦}{!٤}$ ب $\frac{!٦}{!٤}$ ج $!٦ \times !٢$ د $\frac{!٦}{!٤ \times !٢}$

٢ $\binom{٧}{٣}$ تساوي

أ $\frac{!٧}{!٤ \times !٣}$ ب $\frac{!٧}{!٤}$ ج $\frac{!٧}{!٣}$ د $!٧$

٣ اذا كان ل (ن ، ١) = ٣ فان ن تساوي

أ ١ ب ٣ ج صفر د ٢

الإجابات النهائية

السؤال الأول

١ ← ١١ ٢ ← ٦٠

٣ ← ٣٠ ٤ ← ١٥٠

السؤال الثاني :

١ ن = ٧

٢ ن = ٦

٣ ن = ٧

٤ ن = ٤

٥ ر = ١ ، ر = ٢

٦ ن = ٥٧

٧ ن = ٥

٨ ١٠

٩ ن = ٦

السؤال الثالث :

١ ب ← ليش لانه القانون الثاني $ل(ن،ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$

٢ ج ليش القانون الثاني $\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{ر!(ن-ر)!}$

٣ ب

يجب التفرقة متى نستخدم

التباديل $ل(ن، ر)$ ← الاستثناء حالات محددة

التوافيق $\binom{ن}{ر}$ ← القاعدة داغاً نستخدمه

يُستخدم لايجاد عدد طرق اختيار مجموعة جزئية صغيره (ر) من مجموعة كبيرة إسمها ن

أيضاً يُستخدم لايجاد عدد طرق اختيار مجموعة صغيره ر من مجموعة كبيره ن

في باقي الحالات نستخدم (التوافيق)

* حالات استخدام التباديل (الإستثناءات)

١ اختيار مناصب (رئيس - نائب رئيس - أمين سر ...

٢ اختيار والتكرار غير مسموح

٣ طلبها جهراً ماعدد تباديل

٤ خاصة تكوين كلمة من حروف

١ اختيار مجموعة من مجموعة بدون تحديد مناصب أو شروط ← أي ← كتابين، معلمين، أقلام ..

٢ طلبها جهراً ماعدد توافيقه

٣ اجراء مباريات التصفية النهائية بين
- فرق ← عددها ر داغاً
- أو
- لاعبين ← عددهم ٢
- Final

* تذكر أيضاً متى نستخدم

المضروب $ن!$

عدد طرق ← ترتيب، تراتيب، توزيع، تجلس

* تذكر أيضاً متى نستخدم

مبدأ العد حرف و ← ×

١ شراء ← قلم ودفتر، تلفاز وغساله وثلاجه

هام ٢ التكرار مسموح به

٣ في حال وجود محل به مراحل
- تباديل و توافيقه ← $ل(ن، ر) \times \binom{ن}{ر}$
- توافيقه وتوافيقه ← $\binom{ن}{ر} \times \binom{ن}{ر}$

* تذكر أنه في الاحصاء

حرف و ← أو ← معناه +

معناه × ←

* داغاً اسئله (التكرار)

غير مسموح ← تباديل $ل(ن، ر)$

مسموح به ← مبدأ العد

٥ × ٥

٦ × ٦

١ بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة طلاب من بين (٧) طلاب لتشكيل لجنة في أحد المؤتمرات ؟

لاحظ هنا لم يحدد مناصب للطلاب لذا

أي ٣ طلاب إذاً ← توافيقه

$\binom{٧}{٣} = \frac{ل(٣،٧)}{!٣} = \frac{٥ \times ٦ \times ٧}{٦} = ٣٥$ طريقه

٢ بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب رئيس من بين (٦) أعضاء مجلس ادارة ؟

لاحظ هنا حدد مناصب رئيس/نائب ∴ تباديل

$ل(٦،٢) = ٥ \times ٦ = ٣٠$ طريقه

٣ ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٧) عناصر مأخوذ (٣) في كل مرة ؟

حكى صراحةً تباديل

$ل(٧،٣) = ٥ \times ٦ \times ٧ = ٢١٠$ طريقه

٤ جد عدد توافيقه (٦) عناصر مأخوذه (٣) عناصر في كل مرة ؟

حكى توافيقه صراحةً

$\binom{٦}{٣} = \frac{ل(٦،٣)}{!٣} = \frac{٤ \times ٥ \times ٦}{٦} = ٢٠$ طريقه

٥ بكم طريقة يمكن اجراء مباريات النهائيه بين (٤) فرق رياضية ؟

المباراة النهائيه بين فرق ← فوراً توافيقه

$\binom{٤}{٢}$ دائماً $= \frac{ل(٤،٢)}{!٢} = \frac{٣ \times ٤}{٢} = ٦$ طرق

٦ بكم طريقة يمكن توزيع (٥) أقلام على (٥) طلاب ؟

توزيع ← مضروب $= !٥ = ١٢٠$ طريقه

٧ كم كلمة مكونة من ثلاثة حروف يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف { ا، ب، ج، م، ل، ن } ؟

تكوين كلمه من ٣ حروف ← فوراً تباديل

$ل(٦،٣) = ٤ \times ٥ \times ٦ = ١٢٠$ طريقه

٨ من مجموعة الاعداد { ١، ٢، ٦، ٧، ٩، ٨، ٦، ٣ } كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه

إذا سمح بتكرار الارقام	لم يسمح بالتكرار
مبدأ العد (ضرب)	تباديل
$٥ \times ٥ = ٢٥$	$ل(٥،٢) = ٤ \times ٥ = ٢٠$

٩ سؤال شامل لتوضيح الحالات الأربعه

أ بكم طريقة يمكن اختيار قلمين من خمسة أقلام ؟

ب بكم طريقة يمكن اختيار قلمين من خمسة أقلام والتكرار مسموح به ؟

ج بكم طريقة يمكن اختيار قلمين من خمسة أقلام والتكرار غير مسموح ؟

د بكم طريقة يمكن ترتيب (٥) أقلام في مظلمه ؟

إجابات سؤال ٩ جاوب بنفسك

أ

ب

ج

د

تعلم أن اذا انتمت عليه على عدة مراحل فإن عدد الطرق = عدد طرق المرحله الاولى × عدد طرق المرحله الثانيه × الثالثه ... وهكذا

يعني ← و تصبح ضرب (مبدأ عد)
← أو تصبح زائد (مبدأ عد)

[١] بكم طريقة يمكن اختيار طالبين و(٣) معلمين من بين (٥) طلاب و (٦) معلمين لتشكيل لجنه في احدى المدارس ؟

عدد الطلاب ن = ٥	عدد المعلمين ن = ٦	عدد اللجنه ١٥
٢	٣	= ٥

طالبين من خمسه: $\binom{٥}{٢}$ × و (٣) معلمين من سته: $\binom{٦}{٣}$

$\frac{ل(٢٤٥)}{ل٢} \times \frac{ل(٣٤٦)}{ل٣}$

$\frac{٤ \times ٥}{٢} \times \frac{٤ \times ٥ \times ٦}{٦}$

١٠ × ٢٠ = ٢٠٠ طريقه

حلو [٢] اذا كان عدد أعضاء مجلس ادارة احدى الشركات (١٠) أعضاء وكان من ضمنهم (٤) سيدات ماعدد طرق اختيار رجلين وسيدة لتمثيل الشركه في احدى المؤتمرات ؟

عدد السيدات ن = ٤	عدد الرجال ن = ٦	الاعضاء ١٠	عدد اللجنه
①	②		٣

رجلين من(٦) و سيده من (٤)

$\binom{٦}{٢} \times \binom{٤}{١}$

$\frac{ل(٥٤٦)}{ل٢} \times ٤$

$\frac{٥ \times ٦}{٢} \times ٤$

١٥ × ٤ = ٦٠ طريقه

لاحظ هنا نستخدم التوافيقه $(ن\ ر)$ في الاختيار لانه لم يذكر رئيس او نائب واذا ذكرهم نستخدم ← التباديل $ل(ن\ ر)$

[٣] مجموعة مكونه من (٤) معلمين و (٦) طلاب جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنه رباعية مكونه من رئيس ونائب للرئيس من المعلمين وعضوين من الطلاب ؟

عدد معلمين ن = ٤	عدد طلاب ن = ٦	عدد اللجنه
٢ تباديل	٢	٤

ل(٢٤) × $\binom{٦}{٢}$

٣ × ٤ × $\frac{ل(٢٤٦)}{ل٢}$

١٢ × $\frac{٥ \times ٦}{٢}$

١٢ × ١٥ = ١٨٠ طريقه

شامل وهام جداً

[٤] مجموعة مكونه من (٨) معلمين و (٣) اداريين جد عدد طرق تكوين لجنه ثلاثيه منهم في الحالات الآتيه

[أ] تتكون اللجنه من معلمين اثنين على الأقل

[ب] تتكون اللجنه من مُعلم واحد على الأكثر

الاجابه:

[أ] معلمين اثنين على الأقل

معلمين و اطلع

عدد المعلمين ن = ٨	عدد الاداريين ن = ٣	عدد اللجنه
٢	①	= ③
٣	٥	= ③

لجنه ① + لجنه ② أو لجنه ① + لجنه ④

$\binom{٨}{٢} \times \binom{٣}{١} + \binom{٨}{٣} \times \binom{٣}{٠}$

٣ × $\frac{٧ \times ٨}{٢}$ + ١ × $\frac{٦ \times ٧ \times ٨}{٦}$

٣ × ٢٨ + ٥٦

٨٤ + ٥٦ = ١٤٠ طريقه

[ب] مُعلم واحد على الذكر

معلم وانزل

عدد المعلمين ن = ٨	عدد الاداريين ن = ٣	عدد اللجنه
١ لجنه ①	٢	= ③
٥ لجنه ⑤	٣	= ③

لجنه ① + لجنه ⑤

$\binom{٨}{١} \times \binom{٣}{٢} + \binom{٥}{٠} \times \binom{٣}{٣}$

٨ × ٣ + ١ × ١

٢٤ + ١ = ٢٥

هام ٥ في احدى المستشفيات يراد اختيار فريق طبي خماسي لتمثيل المستشفى في مؤتمر صحي من بين (٥) أطباء و (٦) ممرضين بكم طريقه يمكن تكوين الفريق في الحالات الآتيه :

٤ الفريقه يتألف من طبيبين اثنين على الأكثر

٧ رئيس الفريق ونائبه من الأطباء والبقيه ممرضون

٤ على الأكثر طبيبين تعني طبيبين او أقل

	عدد الأطباء ن = ٥	عدد الممرضين ن = ٦	عدد اللجنه
لجنه ①	٢	٣	= ٥
لجنه ②	١	٤	= ٥
لجنه ③	٠	٥	= ٥

لجنه ① + لجنه ② + لجنه ③

$\binom{5}{2}\times\binom{6}{3} + \binom{5}{1}\times\binom{6}{4} + \binom{5}{0}\times\binom{6}{5}$

$\frac{5\times4}{2}\times\frac{6\times5\times4}{6} + 5\times\frac{6\times5\times4\times3}{1\times2\times3\times4} + 1\times6$

$10\times20 + 5\times15 + 6$

$200 + 75 + 6 = \boxed{281}$

٧ رئيس ونائبه من (٥) أطباء و الباقي ③ ممرضون من (٦)

$\binom{5}{2}\times\binom{6}{3}$

$10\times\frac{6\times5\times4}{1\times2\times3}$

$10\times20 = \boxed{200}$

٦ مجموعة مكونه من (٨) معلمين و (٤) اداريين جد عدد طرق تكوين لجنه ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل ؟

لجنه ① + لجنه ② + لجنه ③

$\binom{8}{1}\times\binom{4}{2} + \binom{8}{2}\times\binom{4}{1} + \binom{8}{3}\times\binom{4}{0}$

عدد المعلمين ن = ٨	عدد الاداريين ن = ٤	عدد اللجنه
١	②	= ٣
٢	①	= ٣
٣	٠	= ٣

$8\times\frac{4\times3}{2} + \frac{8\times7}{2}\times4 + 1\times\frac{8\times7\times6}{6}$

$8\times6 + 28\times4 + 56$

$48 + 112 + 56 = \boxed{216}$ طريقه

قوس جدا جدا

٧ مجموعه مكونه من (٤) معلمين ، (٦) طلاب جد عدد الطرق لتكوين لجنه مكونه من رئيس ونائب للرئيس وثلاثة أعضاء بحيث يكون الرئيس معلماً ونائبه طالباً

رئيس ، نائب ، الباقي ③
معلم ، طالب ، من ٨

اللجنه	طلاب	معلمين
٥	⑥	③ ④
	① نائب	① رئيس

$\binom{1}{1}\times\binom{6}{1}\times\binom{8}{3}$

$4\times6\times\frac{8\times7\times6}{6}$

$4\times6\times56 = \boxed{1344}$

تدريب شامل ← واجب

١ مجموعة مكونه من (٤) معلمين و(٧) طلاب جد عدد طرق التي يمكن بها تكوين لجنه ثلاثيه في الحالات

٤ تتكون اللجنه من معلمين اثنين على الأقل

٧ تتكون اللجنه من معلم واحد على الأقل

---

١٢ مجموعة مكونه من خمسة رجال وأربع نساء بكم طريقة يمكن تكوين لجنه رباعيه منهم بحيث يكون فيها رجلان على الأقل ؟

---

٣ عائلة تتألف من (٥) أولاد و (٣) بنات يُراد تكليف (٣) منهم بتنظيف الحديقه فبكم طريقه يمكن اختيارهم بحيث

٤ يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريقه

٧ لا يوجد أي بنت في الفريق

٥ يكون رئيس الفريق من البنات

---

٤ بكم طريقه يمكن اختيار (٤) مهندسين و(٣) فنيين لتكوين لجنه من بين (٥) مهندسين و (٨) فنيين ؟

٥ مجموعة مكونه من (٧) رؤساء أقسام و (٨) أعضاء أقسام بكم طريقة يمكن تكوين لجنه رباعية بحيث يكون رئيس اللجنه رئيس قسم والباقي من أعضاء الأقسام ؟

اجابة التدريب الشامل

١ [أ] $\binom{٤}{٢}\times\binom{٧}{١}+\binom{٤}{٣}\times\binom{٧}{٠}$

$\frac{٤\times٣}{٢}\times٧+٤\times١$

$٤٢+٤=$ [٤٦] طريقه

[ب] $\binom{٤}{١}\times\binom{٧}{٢}+\binom{٤}{٢}\times\binom{٧}{١}+\binom{٤}{٣}\times\binom{٧}{٠}$

$٤\times\frac{٧\times٦}{٢}+٧\times\frac{٤\times٣}{٢}+٤\times١$

$٨٤+٤٢+٤=$ [١٣٠] طريقه

٣ [أ] $\binom{٥}{٢}\times\binom{٤}{٢}+\binom{٥}{٣}\times\binom{٤}{١}+\binom{٥}{٤}\times\binom{٤}{٠}$

$\frac{٥\times٤}{٢}\times\frac{٤\times٣}{٢}+\frac{٥\times٤\times٣}{٦}\times٤+٥\times١$

$١٠\times٦+١٠\times٤+٥$

$٦٠+٤٠+٥=$ [١٠٥]

٣ [أ] $\binom{٣}{٢}\times\binom{٥}{١}+\binom{٣}{٣}\times\binom{٥}{٠}$

$٣\times٥+١\times١=$ [١٦]

[ب] $\binom{٥}{٣}\times\binom{٣}{٣}$

$\frac{٥\times٤\times٣}{١\times٢\times٣}\times١=$ [١٠]

[جـ] رئيس عدد البنات و الباقي ③ من ٧ ٣ بنات ٥ أولاد ٢ + ٥ = ٧

$\binom{٧}{٣}\times\binom{٦}{٢}\times\text{ل}(١٦٣)$

$٣\times\frac{٧\times٦}{٢}\times٢١\times٣=$ [٦٣]

٤ $\binom{٥}{٤}\times\binom{٨}{٣}$

$٥\times\frac{٨\times٧\times٦}{٦}$

$٥\times٥٦=$ [٢٨٠]

٥ رئيس اللجنه (رئيس قسم) و الباقي من (أعضاء الأقسام)

$\binom{٨}{٣}\times\text{ل}(١٦٧)$

$٧\times\frac{٨\times٧\times٦}{٦}$

٧×٥٦

$=$ [٣٩٢]

* اختبار ضع دائرة * واجب

١ بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة طلاب من بين (١٠) طلاب لتشكيل لجنه في احدى المؤتمرات ؟

[أ] $\text{ل}(٣\text{،}١٠)$ [ب] ١٣! [جـ] $\binom{١٠}{٣}$ [د] ١٠!

٢ بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب من بين (٨) موظفين في احدى الشركات ؟

[أ] $\binom{٨}{٢}$ [ب] ١٢! [جـ] ٨×٧! [د] $\text{ل}(٢\text{،}٨)$

٣ كم عدد تباديل مجموعة من سبعة عناصر مأخوذه ثلاثة عناصر في كل مرة ؟

[أ] $\frac{\text{ل}(٢\text{،}٦)}{٢!}$ [ب] ٧! [جـ] $\text{ل}(٣\text{،}٧)$ [د] $\binom{٧}{٣}$

٤ امتحان للغة العربية يتكون من ٧ أسئلة جد عدد طرائقه اختيار (٥) أسئلة للإجابة عنها ؟

[أ] ٥!×٧! [ب] $\binom{٧}{٥}$ [جـ] $\text{ل}(٥\text{،}٧)$ [د] ٥×٧

٥ بكم طريقه يمكن اختيار رئيس قسم ومساعد له وأمين عهده من بين (٩) أعضاء شريطة أن لا يشغل أحدهم وظيفتين معاً ؟

[أ] $\binom{٩}{٣}$ [ب] ٩!×٣! [جـ] $\text{ل}(٣\text{،}٩)$ [د] ٣×٩

٦ كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الارقام $\{٥\text{،}٦\text{،}٧\text{،}٦\text{،}٩\}$ اذا لم يسمح بتكرار الارقام

[أ] ٣×٤ [ب] $\binom{٤}{٣}$ [جـ] ٤×٤ [د] ٥×٧×٩

٧ كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من الارقام $\{٥\text{،}٧\text{،}٦\text{،}٦\text{،}٩\}$ اذا لم يسمح بتكرار الارقام

[أ] ٤×٤ [ب] $\text{ل}(٣\text{،}٤)$ [جـ] $\binom{٤}{٣}$ [د] $\text{ل}(٢\text{،}٤)$

توضيح لبعض الرموز و المفاهيم في هذا الدرس

١ الفضاء العيني (أو مجا) ← Ω

وهو كل النتائج الممكن حدوثها والناتجه عن اجراء تجربه أو عليه ما سواء مرة أو أكثر

٢ المتغير العشوائي المنفصل س ← قيم س الممكنه

هو عدد المرات الممكنه لتحقق الحدث المطلوب وقيمته دائماً معدوده تبدأ من صفر ..... (حسب عدد مرات تكرار العمل)

$س = \{ ٠ ، ١ ، ٢ ، .... \}$

حسب عدد مرات اجراء التجربه

٣ الاحتمال $ل(س) = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

(Ω الفضاء العيني)

٤ جدول التوزيع الاحتمالي

* جدول مكون من طابقين *

* الطابق الأول ← يحتوي قيم س

* الطابق الثاني ← احتمال كل قيمة من قيم س

قيم س	٠	١	٢	.....
احتمال $ل(س)$				

= ١ مجموع الاحتمالات لازم = ١

احتمال تحقق الحدث صفر مره — احتمال تحقق الحدث مرة واحده — احتمال تحقق الحدث مرتين

٥ التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

نفس مبدأ الجدول حيث يحتوي قيم (س) و $ل(س)$

ويكون على شكل أزواج مرتبه

$\{ (س_1 ، ل(س_1)) ، (س_2 ، ل(س_2)) ... \}$

٦ اقتران احتمال $ل(س)$

يوجد شرطين حتى يسمى الاقتران ل اقتران احتمال وهما :

١ $ل(س) \geq ٠$ ← ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ...

أي أن الاحتمالان الناتجه موجبه

٢ $\sum ل(س) = ١$

مجموع الاحتمالات = ١

معلومات بتهمك

* درس المتغير العشوائي (الاحتمالات) تم تقسيمه الى جزئين

حالات	باقي الحالات
أطفال (ولد/بنت)	يتم فيه ايجاد الاحتمالات باستخدام قانون ذا الحدين (برنولي)
نقود (صوره/كتابة)	
مباريات (فوز/خساره)	
يتم فيه الحل باستخدام الفضاء العيني	قانون نستخدمه لايجاد الاحتمالات

* في حالة ما الآخر دائماً

ولد/بنت / صوره/كتابه / فوز/خساره

التجربه مرتين

١ الفضاء العيني (٤) نتائج $\{ (\ ,\ ) (\ ,\ ) (\ ,\ ) (\ ,\ ) \}$

٢ قيم س

$س = ٠ ، ١ ، ٢$

٣ جدول التوزيع

س	٠	١	٢
$ل(س)$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

التجربه (٣) مرات

١ الفضاء العيني (٨) نتائج

$\{ (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) (\ ,\ ,\ ) \}$

٢ قيم س

$س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣$

٣ جدول التوزيع

س	٠	١	٢	٣
$ل(س)$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

١ إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصوره عند رمي قطعة نقود مرتان متتاليتان

أ اكتب الفضاء العيني لهذه التجربه

ب جد القيم الممكنه للمتغير العشوائي (س)

ج جد احتمال ظهور الصورة مرة واحده فقط

د جد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

هـ بيّن أنّ ل هو اقتران إحتمال للمتغير العشوائي س

أ الفضاء العيني ← (٤) نتائج

ن = { (ص، ص) (ص، ك) (ك، ص) (ك، ك) }

ب قيم س = { ٠ ، ١ ، ٢ }

ج احتمال ظهور الصوره مرة واحده فقط ل(س = ١)

(ص، ك) + (ك، ص) = $\frac{٢}{٤}$

د جدول التوزيع الاحتمالي

	صورة	صورة	صورة
س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

حسبنا الاحتمالات كالتالي

ل(س = ٠ صوره) = (ك، ك) ⇐ $\frac{١}{٤}$ ← مرة ← عدد عناصر ن

ل(س = ١ صوره) = (ص، ك) + (ك، ص) = $\frac{٢}{٤}$ مرتين

ل(س = ٢ صوره) = (ص، ص) = $\frac{١}{٤}$

هـ لإثبات أن ل اقتران احتمال نطبق الشرطين

١ ل(س) ≥ ٠ الاحتمالات موجبه

٢ ∑ ل(س) = $\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٤} + \frac{١}{٤}$ = ١

∴ ل هو اقتران احتمال

٢ اذا دلّ المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائله لديها (٣) أطفال ويتم تسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة فأجب عما يأتي :

أ اكتب الفضاء العيني للتجربه

ب جد القيم الممكنه للمتغير العشوائي س

ج جد احتمال أن يكون جميع المواليد إناث

د جد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

و جد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

أ

ن = { (و، و، و) (ب، و، و) (و، ب، و) (و، و، ب) (ب، ب، و) (ب، و، ب) (و، ب، ب) (ب، ب، ب) }

ب س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ج جميع المواليد اناث (ب، ب، ب) = $\frac{١}{٨}$

د الجدول

	ولد ٠	ولد ١	ولد ٢	ولد ٣
س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

والتأكد اجمع الاحتمالات $\frac{٨}{٨}$ = ١ ✓

و طلب التوزيع الاحتمالي بدون كلمة جدول

{ (٠، $\frac{١}{٨}$) (١، $\frac{٣}{٨}$) (٢، $\frac{٣}{٨}$) (٣، $\frac{١}{٨}$) }

* صيغ أسئلة لضع دائرة *

تذكر دائماً أن

مجموع الاحتمالات = ١ $\quad \sum$ ل(س) = ١

[١] اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى كما في الجدول الآتي فما قيمة الثابت (ب)

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٢	ب	٠٫١	٠٫٣

$\sum$ ل(س) = ٠٫٢ + ب + ٠٫١ + ٠٫٣ = ١

٠٫٦ + ب = ١

ب = ٠٫٤

[٢] اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى في المجموعة فما قيمة الثابت جـ

{(٠ ، ٠٫٢) (١ ، ٠٫١) (٢ ، ٠٫٤) (٣ ، جـ)}

$\sum$ ل(س) = ٠٫٢ + ٠٫١ + ٠٫٤ + جـ = ١

٠٫٧ + جـ = ١

جـ = ٠٫٣

[٣] اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي هو {(٠ ، ٠٫٣) (١ ، ٠٫٢) (٢ ، ٠٫٥) (٣ ، جـ)} فما قيمة جـ

٠٫٣٥

[٤] اذا كان التوزيع الاحتمالي معطى بالجدول التالي فجد قيمة الثابت جـ

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫١	جـ	٠٫٥	٢جـ

تدريب واجب

[١] في تجربة رمي قطعة نقد (٣) مرات متتالية اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور الكتابة فأجب عما يأتي

أ) اكتب الفضاء العيني

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

جـ) بيّن أن ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي (س)

[٢] في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة ، دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور الصورة على الوجه الظاهر

أ) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي س

ب) اكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

[٣] أسرة لديها طفلان ويتم تسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الاناث

أ) اكتب الفضاء العيني

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

[٤] اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي هو جد قيمة الثابت ب

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٢	٠٫٣	٠٫١	ب

توزيع ذا الحدين (قانون برنولي)

قانون نستخدمه لايجاد الاحتمالات في أي تجربه لها نتيجتان منفصلتان وهما (نجاح أو فشل)

توانيقه ← القانون

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} \times (ح)^{ر} \times (1-ح)^{ن-ر}$$

لاتخاف من القانون المهم تعرف المعطيات

ن ← وهي عدد مرات تكرار التجربه وتكون

إما معطاة صراحةً أو نستخرجها من السؤال

في السؤال ن = ٣

السؤال: زرع شخص (٣) شجرات ن = ٣

ح ← احتمال النجاح للتجربة ويكون

معطى صراحةً أو من السؤال

ح = ٨٠٪

اذا كان احتمال نجاح زراعة الشجرة ٨٠٪ ح = ٨٠٪

١-ح ← احتمال الفشل ← وهو المتمم لـ ١

مثلاً اذا كان ح = ٨٠٪ ← (١-ح) = ٢٠٪

ح = ٦٠٪ ← (١-ح) = ٤٠٪

ل ← نفسها قيمة ٣ = ٠، ١١٠، ٢، ٣ ...

وتكون

صراحةً: جد ل (س = ٢)، ر = ٢؛ جد ل (س < ١)، ر = ٠

من خلال السؤال: تكون بعد كلمة ما احتمال. جد احتمال نجاح زراعة شجرتين ل(س = ٢) ← ر = ٢. جد احتمال عدم نجاح زراعة أي شجرة ل(س = ٠) ← ر = ٠

« خطوات الحل دائماً »

١ نكتب القانون

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} \times (ح)^{ر} \times (1-ح)^{ن-ر}$$

٢ نستخرج المعطيات: ن = ، ح = ، ١-ح = ، ر =

٣ نعوض في القانون والناتج النهائي غير مهم

ملاحظات هامه

١ ن ← عدد مرات تكرار التجربة وعند معرفة قيمة ن ← نعرف قيم س

مثلاً ن = ٤ ← تكون قيم س = ٠، ١، ٢، ٣، ٤

٢ اذا طلب جدول التوزيع الاحتمالي فوراً اكتب الجدول بعد معرفة ن = ٣ مثلاً

س	٠	١	٢	٣
ل(س)				

ن = ٣، ح = ، ١-ح = ، ر = ٠، ١، ٢، ٣

هنا يكون مطلوب تعويض لكل قيم س

ل(س = ٠)

ل(س = ١)

ل(س = ٢)

ل(س = ٣)

٣ مجموع الاحتمالات دائماً = ١

ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) = ١

اذا كان المطلوب الجدول للتأكد

٤ تذكر التوافيق القانون $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن)}{ر!}$

وعالسريع

$\binom{ن}{٠} = ١$ ، $\binom{ن}{١} = ن$ ، $\binom{ن}{ن} = ١$ ، $\binom{ن}{ن-١} = ن$

[١] اذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا الحدين معالماه ن = ٣ ، م = ٤٠ فجد كلاً مما يلي

[أ] ل(س = ٠) [ب] ل(س > ٢)

[جـ] ل(س ≤ ١) [د] ل(س < ٣) هام

أولاً نضع القانون

ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(م)^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

المعطيات: ن = ٣ ، م = ٤/١٠ ، ١-م = ٦/١٠ ، ر = ٠

[أ] ل(س=٠) = $\binom{٣}{٠}$ × $(\frac{٤}{١٠})^{٠}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣-٠}$

١ × ١ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣}$

انتهت الاجابة الى هنا علامة كاملة

[ب] ل(س>٢) ← طا يتفلسف عليك ضع قيم س

س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ لأن ن = ٣

المطلوب ل(س=٣) = $\binom{٣}{٣}$ × $(\frac{٤}{١٠})^{٣}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣-٣}$

= ١ × $(\frac{٤}{١٠})^{٣}$ × ١ = $\frac{٦٤}{١٠٠٠}$

[جـ] ل(س ≤ ١) س = (٠ ، ١) ، ٢ ، ٣

المطلوب ل(س=٠) + ل(س=١)

$\binom{٣}{٠}$ × $(\frac{٤}{١٠})^{٠}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣-٠}$ + $\binom{٣}{١}$ × $(\frac{٤}{١٠})^{١}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣-١}$

١ × ١ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣}$ + ٣ × $\frac{٤}{١٠}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٢}$

[د] هام ل(س > ٣) ← س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

السؤال ممكن حله بطريقتين

طريقة ① ل(س=٠) + ل(س=١) + ل(س=٢)

أو طريقة ② ← ١ - الي ظل

مجموع الاحتمالات = ١

ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) = ١

المطلوب ١ - ل(س = ٣)

١ - $\binom{٣}{٣}$ × $(\frac{٤}{١٠})^{٣}$ × $(\frac{٦}{١٠})^{٣-٣}$

١ - $(\frac{٤}{١٠})^{٣}$

[٢] مهم اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معالماه [ن = ٣] ، [م = ١٠/٩]

م) جد قيم س الممكنه

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(م)^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

ن = ٣ ، م = ١/١٠ ، (١-م) = ٩/١٠ ، ر = ؟

[م] قيم س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

[ب] جدول التوزيع

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٨١/١٠٠	١٨/١٠٠	١/١٠٠	

ل(س=٠) = $\binom{٣}{٠}$ × $(\frac{١}{١٠})^{٠}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{٣-٠}$ ← مربع السطط والمقام

١ × ١ × $\frac{٨١}{١٠٠}$ = $\frac{٨١}{١٠٠}$

ل(س=١) = $\binom{٣}{١}$ × $(\frac{١}{١٠})^{١}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{٣-١}$

٣ × $\frac{١}{١٠}$ × $\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{١٨}{١٠٠}$

ل(س=٢) = $\binom{٣}{٢}$ × $(\frac{١}{١٠})^{٢}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{٣-٢}$

١ × $\frac{١}{١٠٠}$ × ٩/١٠ = $\frac{١}{١٠٠}$

وعلشان نتأكد اجمع الاحتمالات

$\frac{٨١}{١٠٠}$ + $\frac{١٨}{١٠٠}$ + $\frac{١}{١٠٠}$ = $\frac{١٠٠}{١٠٠}$ = ① انت صح

أستاذ ؟ ← نعم ← انت كيف بتحسب ؟

(٤٠)٢ ← $(\frac{٤}{١٠})^{٢}$ ← $\frac{٤}{١٠}$ × $\frac{٤}{١٠}$ = $\frac{١٦}{١٠٠}$

(٣٠)٣ ← $(\frac{٣}{١٠})^{٣}$ ← $\frac{٣}{١٠}$ × $\frac{٣}{١٠}$ × $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{٨}{١٠٠٠}$

(٩٠)٢ ← $(\frac{٩}{١٠})^{٢}$ ← $\frac{٩}{١٠}$ × $\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{٨١}{١٠٠}$

وهكذا ....

٣ اذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا الحدين
معاملاه ن = ٣ ، م = ٨و٠
كوّن جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

ل(س=ر) = $(^{ن}_{ر}) \times (م)^{ر} \times (١-م)^{ن-ر}$

ن = ٣
م = $\frac{٨}{١٠}$
١-م = $\frac{٢}{١٠}$
ر = ٠، ١، ٢، ٣

ل(س=٠) = $(^{٣}_{٠}) \times (\frac{٨}{١٠})^{٠} \times (\frac{٢}{١٠})^{٣-٠}$
= ١ × ١ × $(\frac{٢}{١٠})^{٣}$ = $\frac{٨}{١٠٠٠}$

ل(س=١) = $(^{٣}_{١}) \times (\frac{٨}{١٠})^{١} \times (\frac{٢}{١٠})^{٣-١}$
= ٣ × $\frac{٨}{١٠}$ × $\frac{٤}{١٠٠}$ = $\frac{٩٦}{١٠٠٠}$

ل(س=٢) = $(^{٣}_{٢}) \times (\frac{٨}{١٠})^{٢} \times (\frac{٢}{١٠})^{٣-٢}$
= ٣ × $\frac{٦٤}{١٠٠٠}$ × $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{٣٨٤}{١٠٠٠}$

ل(س=٣) = $(^{٣}_{٣}) \times (\frac{٨}{١٠})^{٣} \times (\frac{٢}{١٠})^{٣-٣}$
= ١ × $\frac{٥١٢}{١٠٠٠}$ × ١ = $\frac{٥١٢}{١٠٠٠}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{٨}{١٠٠٠}$	$\frac{٩٦}{١٠٠٠}$	$\frac{٣٨٤}{١٠٠٠}$	$\frac{٥١٢}{١٠٠٠}$

٤ اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين
ومعاملاه ن = ٦ ، م = ٧و٠ جد
أ ل(س > ٤) ب ل(س ≤ ١)

أ ل(س > ٤) = ل(س = ٥) + ل(س = ٦)
= $(^{٦}_{٥}) (\frac{٧}{١٠})^{٥} (\frac{٣}{١٠})^{٦-٥} + (^{٦}_{٦}) (\frac{٧}{١٠})^{٦} (\frac{٣}{١٠})^{٦-٦}$

ب ل(س ≤ ١)
= ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) + ل(٥) + ل(٦) = ١
١ − ل(س = ٠)
١ − $(^{٦}_{٠}) \times (\frac{٧}{١٠})^{٠} \times (\frac{٣}{١٠})^{٦}$ ≈ ١ − $(\frac{٣}{١٠})^{٦}$

٥ اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين
معاملاه ن = ٢ ، م = ٣و٠ جد
٤ قيم س
٥ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

س = ٠، ١، ٢

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٤٩}{١٠٠}$	$\frac{٤٢}{١٠٠}$	$\frac{٩}{١٠٠}$

٦ اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه
ن = ٤ ، م = ٢و٠ جد
أ ل(س ≤ ١) ب ل(س ≥ ٣)

أ ل(٠) + ل(١)
ب ١ − ل(س = ٤)

١ اجريت ثلاث عمليات جراحية في احدى المستشفيات الاردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحده يساوي ٨٠٪

أ) دل المتغير العشوائي (س) على عدد العمليات الناجحه فاكتب قيم س الممكنه

ب) ما احتمال نجاح عمليه جراحيه واحدة فقط

ج) ما احتمال نجاح عمليه واحدة على الأقل

٢ س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

ب) ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(م)^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

ن = ٣ ، م = ٨/١٠ ، ١-م = ٢/١٠ ، ر = ١

ل(س=١) = $\binom{٣}{١}$ $(\frac{٨}{١٠})^{١}$ $(\frac{٢}{١٠})^{٢}$

= ٣ × ٨/١٠ × $(\frac{٢}{١٠})^{٢}$

ج) عليه واحدة على الأقل ⇐ ل(س ≥ ١)

س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) = ١

١ − ل(س = ٠)

١ − $(\frac{٢}{١٠})^{٣-٠}$ × $(\frac{٨}{١٠})^{٠}$ × (١)

١ − $(\frac{٢}{١٠})^{٣}$

= $\boxed{١ - (\frac{٢}{١٠})^{٣}}$

٣ اذا كان احتمال أن يصيب صياد هدفاً ما في كل طلقه يطلقها على الهدف (٠,٧) فاذا أطلق (٤) رصاصات باتجاه الهدف فجد

أ احتمال اصابه الهدف (٣) مرات

ب احتمال اصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر

ج احتمال اصابة الهدف مرة واحدة على الأقل

أ ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(م)^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

ن = ٤ ، م = ٧/١٠ ، ١-م = ٣/١٠

ل(س=٣) = $\binom{٤}{٣}$ $(\frac{٧}{١٠})^{٣}$ $(\frac{٣}{١٠})^{٤-٣}$

= ٤ × $(\frac{٧}{١٠})^{٣}$ × $(\frac{٣}{١٠})^{١}$

ب مرة واحدة على الأكثر ل(س ≤ ١)

س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

ل(س=٠) + ل(س=١)

$(\frac{٤}{٠})$ × $(\frac{٧}{١٠})^{٠}$ × $(\frac{٣}{١٠})^{٤-٠}$ + $(\frac{٤}{١})$ × $(\frac{٧}{١٠})^{١}$ × $(\frac{٣}{١٠})^{٤-١}$

١ × ١ × $(\frac{٣}{١٠})^{٤}$ + ٤ × $(\frac{٧}{١٠})$ × $(\frac{٣}{١٠})^{٣}$

ج مرة واحدة على الأقل ل(س ≥ ١)

س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) = ١

١ − ل(س = ٠)

١ − $(\frac{٤}{٠})$ $(\frac{٧}{١٠})^{٠}$ $(\frac{٣}{١٠})^{٤-٠}$

١ − $(\frac{٣}{١٠})^{٤}$

٤ زرع شخص شجرتين في حديقة منزله اذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأشجار الناجحه وكان احتمال نجاح زراعة الشجرة (٠,٩) كون جدول التوزيع

ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(م)^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

ن = ٢ ، م = ٩/١٠ ، ١-م = ١/١٠ ، ر = ٠ ، ١ ، ٢

س	٠	١	٢
ل(س)	١/١٠٠	١٨/١٠٠	٨١/١٠٠

ل(س=٠) = $\binom{٢}{٠}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{٠}$ × $(\frac{١}{١٠})^{٢}$ = $\boxed{١/١٠٠}$

ل(س=١) = $\binom{٢}{١}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{١}$ × $(\frac{١}{١٠})^{٢-١}$ = $\boxed{١٨/١٠٠}$

ل(س=٢) = $\binom{٢}{٢}$ × $(\frac{٩}{١٠})^{٢}$ × $(\frac{١}{١٠})^{٢-٢}$ = $\boxed{٨١/١٠٠}$

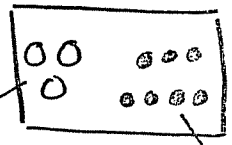
اشبه للترجمه

على الأقل ← ل(س ≥ □) ← آلرصه

على الأكثر ← ل(س ≤ □) ← أقل من

٤ صندوق يحتوي على (٣) كرات بيضاء و (٧) كرات حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الحمراء المسحوبة كوّن جدول التوزيع الاحتمالي .

ن = ٢
ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر} \times (P)^{ر} \times (1-P)^{ن-ر}$



لعرفة P

$P = \frac{٧}{١٠}$ (١-P) $\frac{٣}{١٠}$

ل(س=٠) = $\binom{٢}{٠} \times (\frac{٧}{١٠})^{٠} \times (\frac{٣}{١٠})^{٢-٠}$
$= ١ \times ١ \times \frac{٩}{١٠٠} = \boxed{\frac{٩}{١٠٠}}$

ل(س=١) = $\binom{٢}{١} \times (\frac{٧}{١٠})^{١} \times (\frac{٣}{١٠})^{٢-١}$
$= ٢ \times \frac{٧}{١٠} \times \frac{٣}{١٠} = \boxed{\frac{٤٢}{١٠٠}}$

ل(س=٢) = $\binom{٢}{٢} \times (\frac{٧}{١٠})^{٢} \times (\frac{٣}{١٠})^{٢-٢}$
$= ١ \times \frac{٤٩}{١٠٠} \times ١ = \boxed{\frac{٤٩}{١٠٠}}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٩}{١٠٠}$	$\frac{٤٢}{١٠٠}$	$\frac{٤٩}{١٠٠}$

ص١٨

٥ يحتوي صندوق على (٥) كرات حمراء و (٣) كرات بيضاء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الحمراء المسحوبة فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي

واجب

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٩}{٦٤}$	$\frac{٣}{٣٤}$	$\frac{٢٥}{٦٤}$

٦ عند القاء حجر نرد مرتان متتاليتان فاذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور العدد (٣) كوّن جدول التوزيع الاحتمالي

ن = ٢
P = $\frac{١}{٦}$
١-P = $\frac{٥}{٦}$
ر = ٠ ، ١ ، ٢

ل(س=ر) = $\binom{ن}{ر} \times (P)^{ر} \times (1-P)^{ن-ر}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٢٥}{٣٦}$	$\frac{١٠}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

ل(س=٠) = $\binom{٢}{٠} \times (\frac{١}{٦})^{٠} \times (\frac{٥}{٦})^{٢} = \boxed{\frac{٢٥}{٣٦}}$

ل(س=١) = $\binom{٢}{١} \times (\frac{١}{٦})^{١} \times (\frac{٥}{٦})^{٢-١} = \boxed{\frac{١٠}{٣٦}}$

ل(س=٢) = $\binom{٢}{٢} \times (\frac{١}{٦})^{٢} \times (\frac{٥}{٦})^{٠} = \boxed{\frac{١}{٣٦}}$

أسئلة تميز

٧ صندوق يحتوي (٥) بطاقات مرقمة من (١) الى (٥) سحبت من الصندوق بطاقتان على التوالي مع الارجاع بطريقة عشوائية دل المتغير العشوائي (س) على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل رقماً زوجياً فكون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

ن = ٢
P = $\frac{٢}{٥}$
١-P = $\frac{٣}{٥}$
ر = ٠ ، ١ ، ٢

سؤال طويل

٨ اذا دل المتغير العشوائي (س) على مجموع العددين الظاهرين في تجربة القاء حجري نرد وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهرين فأجب عما يأتي

أ حدد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي س

ب اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

أ مجموع العددين

س = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ }

ن = ٦ × ٦ = ٣٦

الجدول في الحصة بوضحلك التفاصيل

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
ل(س)	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٦}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

س = ٢ ← (١ ، ١) = $\frac{١}{٣٦}$

س = ٣ ← (١ ، ٢) (٢ ، ١) = $\frac{٢}{٣٦}$

س = ٤

س = ٥

س = ٦

س = ٧

س = ٨

س = ٩

س = ١٠

س = ١١

س = ١٢

٩ اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معالمه ن = ٣ ، ل(س ≥ ١) = $\frac{٧}{٨}$ فجد قيمة م

١٠ قررت احدى الشركات الصناعية رفض أي شحنه من المواد التي تشتريها من مورد ما اذا وجدت وحدتان معيبتان أو اكثر في عينه عشوائية مكونه من (٨) وحدات فاذا كانت نسبة المعيب في انتاج الشركة الموردة ١٠٪ فما احتمال قبول الشحنه

ل(س = ٠) + ل(س = ١) | اقل من (٢)

احتمال القبول ← ل(س < ٢)

ل(س < ٢) = ل(س = ٠) + ل(س = ١)

$(\frac{٩}{١٠})^{٨} + {}^{٨}(\frac{١}{١٠})(\frac{٩}{١٠})^{١} \times (٠.٨)(٠.٢)$

$(\frac{٩}{١٠})^{٧} \times \frac{٨}{١٠} + (\frac{٩}{١٠})^{٨}$

برأيك من علامته أفضل ؟

طالب علمي حصل على معدل ٨٥ | أم | طالب أدبي حصل على معدل ٨٠

لاجاوب على كيفك ...

لا نستطيع المقارنه بين العلامات الفعليه فقط لاختلاف الوسط الحسابي والانحراف المعياري

هنا أولا يجب تحويل العلامات الفعليه الى معياريه وبعدها يتم المقارنه

وممكن تكون علامته المعيارية الي يكون هو الأفضل .

طيب أستاذ كيف بنحول العلامه الفعليه (س) الى علامة معيارية ز ؟

من خلال القانون التالي

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$ حيث

س ← العلامه الفعليه أو الحقيقيه (الخام) (المشاهده)

$\bar{س}$ ← المتوسط الحسابي

ع ← الانحراف المعياري

ز ← العلامه أو (القيمة) المعياريه

تعريف العلامة المعيارية ز

← هي نسبة انحراف المشاهدة س عن المتوسط الحسابي $\bar{س}$ الى الانحراف المعياري (ع)

* خطوات حل سؤال العلامة المعياريه *

① نخرج القانون ← $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

② برداي لاستخراج المعطيات
- س =
- $\bar{س}$ =
- ع =
- ز =

③ نعوض في القانون

---

* ملاحظات هامة *

① للتفرقة بين المعطى والمطلوب بين ز س

* جد القيمة المعياريه للعلامة ٦٠
- المطلوب ز = ؟
- س = ٦٠

* جد العلامة التي تقابل القيمة المعيارية ٢
- المطلوب س
- المعطى ز = ٢

هام

* جد العلامة التي تنحرف
- فوق الوسط الحسابي انحرافين معياريين ← معناها ز = +٢
- تحت الوسط الحسابي انحرافين معياريين ← معناها ز = -٢

منهاج جديد

الرياضيات

المستوى الرابع

الأدبي

الجزء الثاني

الاحصاء

العلامة المعيارية

التوزيع الطبيعي

معامل الارتباط

معادلة الانحدار

محمود المحارمة

١ اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما هو (٦٠) والانحراف المعياري (٣) وكانت علامة أحد الطلبه (٦٦) فجد العلامة المعيارية لهذا الطالب؟

$س = ٦٠$
$ع = ٣$
$س = ٦٦$
$ز = ؟$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$
$$ز = \frac{٦٦ - ٦٠}{٣}$$
$$ز = \frac{٦}{٣} = ٢$$

٢ اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما في اللغه الانجليزيه (٦٠) والانحراف المعياري لها (٣)

أ جد العلامه التي تنحرف ثلاثة انحرافات معيارية فوق الوسط الحسابي .

ب جد العلامه التي تنحرف انحراف معياري واحد تحت المتوسط الحسابي

$س = ؟$
$\bar{س} = ٦٠$
$ع = ٣$
$ز = +٣$ فوق

أ
$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$
$$٣ = \frac{س - ٦٠}{٣}$$
$$٦ = س - ٦٠$$
$$+٦٠ \quad +٦٠$$
$$س = ٦٦$$

ب
$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$
$$-١ = \frac{س - ٦٠}{٣}$$
$$-٣ = س - ٦٠$$
$$+٦٠ \quad +٦٠$$
$$س = ٥٨$$

تحت الوسط انحراف معياري واحد
$ز = -١$

اذاً لاحظ أن جد العلامه التي تنحرف انحرافيه

فوق الوسط الحسابي ← $ز = +٣$

تحت الوسط الحسابي ← $ز = -٣$

٣ تضح كتل طلبة الصف الخامس الاساسي في احدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤٠ كغ وانحراف معياري مقداره (٤) ، فاذا كانت كتلة أحد طلبة الصف (٣٨) كغم فجد العلامة المعيارية لهذا الطالب

$س = ٣٨$
$\bar{س} = ٤٠$
$ع = ٤$
$ز = ؟$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$
$$ز = \frac{٣٨ - ٤٠}{٤}$$
$$ز = \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$$

المقارنة

٤ اذا كانت علامة طالب في الرياضيات (٨٠) والوسط الحسابي للرياضيات (٧٥) والانحراف المعياري هو (٥) ، وكان الوسط الحسابي للغه العربيه (٦٢) والانحراف المعياري (٤) وكانت علامته في اللغه العربية هي (٧٠)

ففي أي المحلين كان تحصيل الطالب أفضل

الرياضيات	اللغه العربيه
$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$	$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$
$ز = \frac{٨٠ - ٧٥}{٥}$	$ز = \frac{٧٠ - ٦٢}{٤}$
$ز = ١$	$ز = ٢$

∴ تحصيل الطالب في اللغه العربية أفضل لأن علامته المعياريه أعلى

٥ في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٧٠) تقابل العلامة المعياريه (٣) وكان المتوسط الحسابي (٥٨) فجد الانحراف المعياري للتوزيع ؟

$س = ٧٠$
$ز = ٣$
$\bar{س} = ٥٨$
$ع = ؟$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$
$$٣ = \frac{٧٠ - ٥٨}{ع}$$
$$٣ع = ١٢ \Leftarrow ع = ٤$$

٦ جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلبه في مادة اللغه الانجليزيه علماً بأن الانحراف المعياري للعلامات (٤) ، وعلامة هديل (٨٥) تنحرف بمقدار (٣) انحرافات معياريه موق المتوسط الحسابي .

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ | $ع = ٤$
$٣ = \frac{٨٥ - \bar{س}}{٤}$ | $س = ٨٥$
$١٢ = ٨٥ - \bar{س}$ | $ز = +٣$
$-٨٥ \quad -٨٥$ | $\bar{س} = ؟$
$-٧٣ = -\bar{س}$
$\bar{س} = ٧٣$

٧ اذا كانت العلامتان المعياريتان (٢) ، (-١) تقابلان العلامتين ٨٠ ، ٦٥ على الترتيب فجد
أ) المتوسط الحسابي ب) الانحراف المعياري

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$
$ز_{٨٠} = \frac{٨٠ - \bar{س}}{ع}$
$٢ = \frac{٨٠ - \bar{س}}{ع}$
$٢ع = ٨٠ - \bar{س}$ ①

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$
$ز_{٦٥} = \frac{٦٥ - \bar{س}}{ع}$
$-١ = \frac{٦٥ - \bar{س}}{ع}$
$-ع = ٦٥ - \bar{س}$ ②

هنا حذف وتعويض
نطرح المعادله ② من ①
$٢ع = ٨٠ - \bar{س}$
$-(-ع = ٦٥ - \bar{س})$
$٣ع = ١٥$
$ع = ٥$ الانحراف المعياري

نعوض قيمة ع في أي معادلة مثلاً ①
$٢ع = ٨٠ - \bar{س}$
$٢ \times ٥ = ٨٠ - \bar{س}$
$١٠ = ٨٠ - \bar{س}$
$\bar{س} = ٧٠$ المتوسط الحسابي

٨ اذا كانت المشاهدتان ٨٤ ، ٧٢ أقوى نوعاً تقابلان العلامتين المعياريتين ١ ، -٣ على الترتيب فجد العلامة المعياريه للمشاهده (٩٠)

س = ٨٤ ، ز = ١ | س = ٧٢ ، ز = -٣

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ | $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$
$١ = \frac{٨٤ - \bar{س}}{ع}$ | $-٣ = \frac{٧٢ - \bar{س}}{ع}$
$ع = ٨٤ - \bar{س}$ ① | $-٣ع = ٧٢ - \bar{س}$ ②

بطرح المعادلتين ① - ②
$ع = ٨٤ - \bar{س}$
$-(-٣ع = ٧٢ - \bar{س})$
$٤ع = ١٢ \Leftarrow ع = ٤$ نعوض لايجاد $\bar{س}$
$ع = ٨٤ - \bar{س}$
$٤ = ٨٤ - \bar{س} \Leftarrow \bar{س} = ٨٠$

أصبح لدينا الآن $ع = ٤$ ، $\bar{س} = ٨٠$
المطلوب ايجاد العلامه المعياريه عند س = ٩٠
$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$
$ز = \frac{٩٠ - ٨٠}{٤} \Leftarrow ز = \frac{١٠}{٤}$

* ملاحظه يمكنك استخدام القانون التالي لايجاد قيمة ع في سؤال ضخم وانت

$ع = \frac{\text{الفرق بين علامتين فعليتين}}{\text{الفرق بين علامتين معياريتين}}$

$ع = \frac{س_١ - س_٢}{ز_١ - ز_٢}$

وبالتالي
الفرق بين علامتين معياريتين = $\frac{ع}{\text{الفرق بين علامتين فعليتين}}$

٩ اذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه في أحد الاختبارات هو (١٨) والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما هو (٣) فجد الانحراف المعياري لعلامات الطلاب ؟

ع = الفرق بين العلامتين / الفرق بين العلامتين المعياريتين = س١ − س٢ / ز١ − ز٢

ع = ١٨ / ٣ = ٦

١٠ اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص (٤٥) عاماً والانحراف المعياري لهم (٤) أعوام

أ جد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي

ب اذا كان الفرق بين عمري شخصين من المجموعة نفسها (١٠) سنوات فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهذين العمرين

أ ز = (س − س̄) / ع

٢ = (س − ٤٥) / ٤

٨ = س − ٤٥

س = ٥٣

س̄ = ٤٥
ع = ٤
ز = + ٢
س = ؟

ب ع = الفرق بين العلامتين / الفرق بين العلامتين المعياريتين

الفرق بين العلامتين المعياريتين = ١٠ / ٤ = ٢٫٥

تدريب واجب

١١ اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء (٦٠) والانحراف المعياري للعلامات (٣) فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب سامر الذي نال علامة (٦٢) والعلامة المعيارية للطالب مهند الذي نال علامة (٥٤)

١٢ اذا علمت أن المتوسط الحسابي لأطوال طالبات احدى المدارس ١٦٠ سم والانحراف المعياري (٤)

أ جد الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية

ب جد الطول الذي ينحرف تحت المتوسط الحسابي انحرافين معياريين

١٣ اذا كانت الوسط الحسابي لعلامات طلبة احدى الصفوف في الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري (٥) وكانت علامة أحد الطلاب (٦٠) فجد علامته المعيارية

١٤ اذا كانت المشاهدة (٨) تقابل العلامة المعيارية (٢) وكان الانحراف المعياري (٤) فجد المتوسط الحسابي

١٥ اذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في اللغة العربية (٩٠) (٧٥) والعلامتان المعياريتان على الترتيب هما (٢) (−١) فجد أ الانحراف المعياري ب المتوسط الحسابي

١٦ معتمداً على الجدول التالي حدد في أي طبيعيات كان تحصيل صفاء أفضل

	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	علامة صفاء	علامة مريم
التاريخ	٦٠	٤	٦٨	٧٢
الجغرافيا	٧٨	٥	٧٣	٨٣

اجابات العلامة المعيارية

اجابة تدريب واجب

١ ساهر

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$ز = \frac{٧٢ - ٦٠}{٣}$

$ز = \frac{١٢}{٣}$

$ز = ٤$

مهند

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$ز = \frac{٥٤ - ٦٠}{٣}$

$ز = \frac{-٦}{٣}$

$ز = -٢$

٢ $ز = \frac{س - س}{ع}$

٤ $٣ = \frac{س - ١٦٠}{٤}$

$١٢ = س - ١٦٠$

$س = ١٧٢$

$س = ١٦٠$
$ع = ٤$
$ز = +٣$

٣ $ز = \frac{س - س}{ع}$

$ز = \frac{٦٠ - ٧٠}{٥}$

$ز = \frac{-١٠}{٥}$

$ز = -٢$

$س = ٧٠$
$ع = ٥$
$س = ٦٠$

٥

س	٩٠	٧٥
ز	٢	-١

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$٢ = \frac{٩٠ - س}{ع}$

$٢ع = ٩٠ - س$ ①

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$-١ = \frac{٧٥ - س}{ع}$

$-ع = ٧٥ - س$ ②

② − ①

$-ع - ٢ع = ٧٥ - ٩٠ - س + س$

$-٣ع = -١٥$

$ع = ٥$

$٢ع = ٩٠ - س$

$١٠ = ٩٠ - س$

$س = ٨٠$

٦

التاريخ

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$ز = \frac{٦٨ - ٦٠}{٤}$

$ز = \frac{٨}{٤}$

$ز = ٢$

الجغرافيا

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$ز = \frac{٧٣ - ٧٨}{٥}$

$ز = \frac{-٥}{٥}$

$ز = -١$

تحصيل صفاء أفضل في مبحث التاريخ

٤ $ز = \frac{س - س}{ع}$

$-١ = \frac{٨ - س}{٢}$

$-٢ = ٨ - س$

$س = ١٠$

في هذا الدرس نقوم بإيجاد احتمال [ز]
ل(ز) ← من خلال جدول التوزيع الطبيعي
جدول معطى لنا جاهز في الامتحان

قيم (ز)	٠	٠و٥	١	١,٥	٢
احتمال (ح)	٠و٥٠٠٠	٠و٦٩١٥	٠و٨٤١٣	٠و٩٣٣٢	٠و٩٧٧٢

* أولاً: كيفية إيجاد الاحتمال من الجدول

أ الصورة القياسية لايجاد احتمال العروس (ز) من الجدول مباشرة
ل(ز ≤ ح) لدينا شرطين
١ أصغر ٢ العدد موجب +

* هنا يتم إيجاد الاحتمال من الجدول مباشرة

مثال ← ل(ز ≤ ١,٥) = مباشرة ٠و٩٣٣٢
أصغر، موجب

ب ل(ز ≤ -ح) هنا أولاً نحولها لأصغر ونعكس اشارة العدد
ل(ز ≤ ح) ← مباشرة من الجدول

مثال
جد ل(ز ≤ -٢) أولاً نحولها لاصغر
= ل(ز ≥ ٢) نعكس
٠و٩٧٧٢

ج ل(ز ≥ -ح) هنا لانستطيع ايجاد الاحتمال مباشرة لأن العدد سالب
١ − احتمال العدد
١ − ل(ز ≤ ح)

مثال ← ل(ز ≥ -١,٥)
١ − ل(ز ≤ ١,٥)
١ − ٠و٩٣٣٢ (من ١٠ ٩٩٩٩)
٠و٠٦٦٨

تتصل على الطوارئ ٩٩٩١٠
لطرح اي احتمال من ١

د ل(ز ≥ ح)
أولاً: نحولها لأصغر ونعكس اشارة العدد
ل(ز ≤ -ح) وتتصل على الطوارئ ٩٩٩١٠
تصبح (١ − ل(ز ≤ ح))

مثال ← ل(ز ≥ ٠و٥)
نحولها ل(ز ≤ -٠و٥)
(١ − ل(ز ≤ ٠و٥)) ← الطوارئ
١٠ ٩٩٩١
١ − ٠و٦٩١٥
٠و٣٠٨٥

هـ ايجاد الاحتمال اذا كانت [ز] محصورة بين
ح ≤ ل(ز) ≤ ب (ح صغير، ب كبير، مرفقين)
احتمال الكبير ⊖ احتمال الصغير
ل(ز ≤ ب) ⊖ ل(ز ≤ ح)
الاصغر ← من الجدول، أصغر ← من الجدول
الاحتمال = ⊖ نطرح

مثال
جد ٠و٥ ≤ ل(ز) ≤ ٢
ل(ز ≤ ٢) − ل(ز ≤ ٠و٥)
٠و٩٧٧٢ − ٠و٦٩١٥
٠و٢٨٥٧
من فاتته ٩٧٧٢ − ٦٩١٥ = ٢٨٥٧

* ولاتنسى دائماً انه ل(ز ≥ -ح) هو الـ ١ ⊖ الاحتمال يصرف عليك
من الآخر: ل(ز ≥ +ح موجب) ← أقل وموجب ← مباشرة
ل(ز ≥ -ح) ← أقل وسالب ← ١ − الاحتمال

* تدريب شامل على إيجاد الاحتمالات من الجدول

معقد أعلى الجدول التالي أجب عما يليه :

ز	٠	٠٫٥	٠٫٨	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٧٨٨١	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

١ جد ل(ز ≤ ٠٫٨)

٢ جد ل(ز ≤ -٢)

٣ جد ل(ز ≤ -٢)

٤ جد ل(ز ≤ ٠٫٥)

٥ جد ١ ≤ ل(ز) ≤ ٢

٦ جد -٠٫٥ ≤ ل(ز) ≤ ١٫٥

الإجابات ..

١	٢	٣	٤	٥	٦
٠٫٧٨٨١	٠٫٩٧٧٢	٠٫٩٣٣٢	٠٫٧٨٨٥	٠٫٦٩١٥	٠٫٦٢٤٧

الآن ماشاء الله عليك أصبحت تعرف كيفية إيجاد احتمال (ز) من الجدول

بس إلك عندي خبر مش حلو !!!

مش هيك بيبجي السؤال

↓

لاتزعل ← الفكرة في الدرس أننا نقوم بإيجاد احتمال (ز) ← العلامة المعيارية من الجدول .... طيب

اذا كان المعطى في السؤال ل(س)

← العلامة الفعلية

هنا :

أولاً : يتم تحويلها لعلامة معيارية عن طريق القانون

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

ثانياً : تصبح ل(ز) ← نقوم بإيجادها من الجدول

ملاحظة القانون السابق (العلامة المعيارية) نفسه ← $ث = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← الوسط الحسابي ← الانحراف المعياري

بس بالفرنسي

خطط الحل

جد ل(س ≤ عدد)

↓

برداي

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = م$

ل(ز ≤ م)

ثم نوجد الاحتمال سواء صباشوة أو ١ - الاحتمال

زي ما اتعلمنا

التوزيع الطبيعي

١ اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (٧٠) والانحراف المعياري يساوي (٥) أجب عما يأتي معتمداً على الجدول التالي:

ز	٠	٠٫٥	٠٫٨	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٧٨٨١	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

أ جد ل(س ≤ ٧٥)

أولاً بردايي لتحويل س ← ز

ز = (س − س̄) / ع

ز = (٧٥ − ٧٠) / ٥

ز = ١

س = ٧٥، س̄ = ٧٠، ع = ٥، ز = ؟

ل(ز ≤ ١) مباشرة

٠٫٨٤١٣

ب جد ل(س ≤ ٦٠)

ز = (س − س̄) / ع

ز = (٦٠ − ٧٠) / ٥

ز = −٢

ل(ز ≤ +٢) حولنا الاشارة

مباشرة

٠٫٩٧٧٢

ج جد ل(س ≤ ٦٦)

بردايي

ز = (س − س̄) / ع

ز = (٦٦ − ٧٠) / ٥

ز = −٤/٥ × ٢/٢ صنا نوع

−٨/١٠ ⇐ ز = −٠٫٨

ل(ز ≤ −٠٫٨)

١ − ل(ز ≤ ٠٫٨)

١ − ٠٫٧٨٨١

٠٫٢١١٩

د جد ٦٥ ≤ ل(س) ≤ ٨٠

ل(س ≤ ٨٠) − ل(س ≤ ٦٥)

ز = (س − س̄) / ع

ز = (٨٠ − ٧٠) / ٥

ز = ٢

ل(ز ≤ ٢)

صح الجدول

٠٫٩٧٧٢

ز = (س − س̄) / ع

ز = (٦٥ − ٧٠) / ٥

ز = −١

ل(ز ≤ −١)

٩٩٩٠

١ − ٠٫٨٤١٣

٠٫١٥٨٧

٠٫٨١٨٥

٢ إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي (٤٠) والانحراف المعياري (٣) بالاعتماد على الجدول التالي أجب عما يأتي .

ز	٠	٠٫٥	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

أ ل(س ≤ ٤٤)

ب ل(س ≥ ٤١)

ج ل(س ≥ ٣٧)

د ٤٢ ≤ ل(س) ≤ ٤٤

الاجابات

أ ٠٫٩٧٧٢ ب ٠٫٣٠٨٥ ج ٠٫٩٣٣٢ د ٠٫١٣٥٩

* الأسئلة الكلاميه *

هنا يكون معطى في السؤال
الوسط الحسابي (س) ← μ
و الانحراف المعياري (ع) ← σ
و القيمة الفعليه (س)
ويطلب جد احتمال يعني ل(س)

هنا ← أولاً : نحول (س) ← الى (ز) عالقانون
ثانياً : نوجد الاحتمال من الجدول

واسئلة لصيغة المطلوب ← كيف تقوم بترجمته

* جد احتمال أن

يقل عن ٥٠	يزيد عن ٥٠	أن لا يزيد عن ٥٠	يتراوح بين ٣٠ و ٥٠
ل(س ≤ ٥٠)	ل(س ≥ ٥٠)	ل(س ≤ ٥٠)	٣٠ ≤ ل(س) ≤ ٥٠

احتمال ان تكون ٥٠

على الأقل	على الأكثر
ل(س ≥ ٥٠)	ل(س ≤ ٥٠)

واسئلة المطلوب هل هو

جد احتمال ← فقط نوجد الاحتمال من الجدول ونروح

جد عدد ← هنا
أولاً : نوجد الاحتمال من الجدول
ثانياً : العدد = العدد الكلي X الاحتمال

جد نسبة ← نفسها جد احتمال

* تذكر اذا كانت علامة الخاص (٥٠) فجد عدد الناجحين (أكبر من الخاص)
ل(س ≥ ٥٠)

---

١ اذا كانت أوزان طلبة احدى المدارس وعددهم (١٠٠٠) طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٥) كغم وانحراف معياري (٦) كغم فاوجد :

أ احتمال أن يقل وزن الطالب عن (٦١) كغم

ب عدد الطلبه الذين تنحصر أوزانهم بين (٥٢) كغم و (٦٧) كغم

يمكنك الاعتماد على الجدول التالي

ز	٠	٠٫٥	١	١٫٥	٢	٢٫٩
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢	٠٫٩٨١٥

أ ل(س ≤ ٦١)

ل(ز ≤ ١)

ز = (س − س̄) / ع	س̄ = ٥٥
ز = (٦١ − ٥٥) / ٦	ع = ٦
ز = ١	س = ٦١

الاحتمال ٠٫٨٤١٣

ب ٥٢ ≤ ل(س) ≤ ٦٧

ل(س ≤ ٦٧) − ل(س ≤ ٥٢)

ز = (س − س̄) / ع	ز = (س − س̄) / ع
ز = (٦٧ − ٥٥) / ٦	ز = (٥٢ − ٥٥) / ٦
ز = ٢	ز = −٣/٦ = −٠٫٥
ل(ز ≤ ٢)	ل(ز ≤ −٠٫٥)
٠٫٩٧٧٢	١ − ٠٫٦٩١٥ (٠٫٩٩٩١)

٠٫٩٧٧٢ ⊖ ٠٫٣٠٨٥

الاحتمال ٠٫٦٦٨٧

العدد = العدد الكلي X الاحتمال

العدد = ١٠٠٠ X ٦٦٨٧/١٠٠٠

العدد = ٦٦٨٧ طالب

التوزيع الطبيعي

٢ تقدم (٢٠٠٠) طالب لامتحان ما وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٧٠) وانحراف معياري (٥) وكانت علامة النجاح (٦٠) فجد عدد الطلبة الناجحين في ذلك الامتحان

ز	٠	٠٫٥	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

هنا نجاح يعني ≥

ل(س ≥ ٦٠)

ل(ز ≥ -٢)

ل(ز ≤ ٢)

مباشرة ٠٫٩٧٧٢ ← الاحتمال

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٠ - ٧٠}{٥}$

$ز = -٢$

تحولنا أصغر

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$٢٠٠٠ \times \frac{٩٧٧٢}{١٠٠٠٠}$

$= ٩٧٧٢ \times ٢$

١٩٥٤٤ طالب

٣ تقدم لامتحان الثانوية العامة في احدى السنوات (١٠٠٠٠) طالب وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٧) وانحراف معياري (١٦) اذا علمت أنه لا يسمح للطالب الذي معدله أقل من (٦٥) بتقديم طلبات الجامعات الحكومية، فجد عدد الطلبة الذين يحق لهم تقديم تلك الطلبات.

ز	٠٫٥	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٦٩١٥	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

اللذين يحق لهم تقديم الطلبات ≥ ٦٥

ل(س ≥ ٦٥)

ل(ز ≥ ٠٫٥)

ل(ز ≤ -٠٫٥) ← تحولها

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٥ - ٥٧}{١٦}$

$ز = \frac{٨}{١٦} = \frac{١}{٢}$

الاحتمال $= ١ - ٠٫٦٩١٥ = ٠٫٣٠٨٥$

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

العدد $= ١٠٠٠٠٠ \times ٠٫٣٠٨٥ = ٣٠٨٥٠$ طالب

٤ إذا كان متوسط أطوال (٥٠٠) شجرة حرجية في احدى غابات محلون هو (٨) أمتار والانحراف المعياري (١٫٥) اختيرت احدى الاشجار عشوائياً وتتبع التوزيع الطبيعي

أ) جد احتمال أن لا يزيد طول الشجرة على (١١) متر

ب) عدد الأشجار التي طولها (٦٫٥) متر على الأقل

ز	٠٫٥	١	١٫٥	٢	٣
ل(ز)	٠٫٦٩١٥	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢	٠٫٩٧٧٢

أ) لا يزيد عن (١١) متر يعني أقل من ١١

ل(س ≤ ١١)

ل(ز ≤ ٢)

مباشرة ٠٫٩٧٧٢

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{١١ - ٨}{١٫٥}$

$ز = \frac{٣}{١٫٥} = ٢$

$\bar{س} = ٨$

$ع = ١٫٥$

$س = ١١$

ب) طولها (٦٫٥) متر على الأقل ← معناها ≥ ٦٫٥

ل(س ≥ ٦٫٥)

ل(ز ≥ -١)

تحولها

ل(ز ≤ ١)

الاحتمال ٠٫٨٤١٣

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٫٥ - ٨}{١٫٥}$

$ز = \frac{-١٫٥}{١٫٥}$

$ز = -١$

$س = ٦٫٥$

$\bar{س} = ٨$

$ز = ١٫٥$

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$= ٥٠٠ \times \frac{٨٤١٣}{١٠٠٠٠}$

$= ٤٨٨٫٦$ شجرة تقريباً

٥ اذا كانت أعمار (١٠٠٠) شخص تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٢) سنه وانحراف معياري (٨) سنوات ، جد عدد الاشخاص الذين تزيد أعمارهم عن (٦٠) سنه

ز	صفر	١	١,٥	١,١	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٨٦٤٢	٠,٩٧٧٢

٦ اذا كانت رواتب (١٠٠٠) موظف في احدى الوزارات تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٣٠٠) دينار وانحراف معياري (١٠) دنانير فجد عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين (٢٨٠) دينار و(٣٢٠) دينار ؟

ز	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

٧ تقدم (١٠٠٠) طالب لامتحان في جامعة وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي مقداره (٦٥) وانحراف معياري مقداره (٥) فكم يبلغ عدد الطلبة الناجحين علماً بأن علامة النجاح (٦٠) ؟

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

٨ اذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي (٧٠) وانحرافه المعياري (١٠) فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥ ؟

ز	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

٩ معتمداً على الجدول التالي أجب عن الأسئلة

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

٩ اذا كان متوسط كتل (١٠٠٠) طالب في احدى مدارس عمان هو (٥٥) كيلوغراماً والانحراف المعياري (٣) وكانت الكتل تتوزع توزيعاً طبيعياً واختيرت احدى الطالبات عشوائياً

أ جد احتمال أن لا تزيد كتلة الطالبة عن ٥٢ كيلوغرام

ب احتمال أن تكون كتلة الطالبة محصورة بين (٥٠) كيلوغرام و (٦٠) كيلوغرام

ج عدد الطالبات اللواتي تزيد أوزانهم على ٥٦ كيلوغرام

١٠ اذا كانت أطوال طلبة في احدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي (١٥٥) سم وانحرافه المعياري (١٠) ، اختير طالب عشوائياً ما احتمال أن يكون طوله (١٥٠) سم على الأقل ؟

ز	٠,١	٠,٣	٠,٥	٢	٥,٠
ل(ز)	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٧٩٣	٠,٦٩١٥

اجابة التدريبات

٥ $ل(س \geq ٦٠)$

$ل(ز \geq ١)$

$ل(ز \leq ١)$

$٩٩٩١٠ - ٠٫٨٤١٣$

$٠٫١٥٨٧$ ← الاحتمال

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$١٠٠٠ \times \frac{١٥٨٧}{١٠٠٠} = ١٥٨٧$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٠ - ٥٢}{٨}$

$ز = ١$

---

٦ $٢٨٠ \leq ل(س) \leq ٣٣٠$

$ل(س \leq ٣٣٠) - ل(س \leq ٢٨٠)$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٣٣٠ - ٣٠٠}{١٠}$

$ل(ز \leq ٣)$ مباشرة $٠٫٩٩٨٧$

$ز = \frac{٢٨٠ - ٣٠٠}{٢٠}$

$ز = -٢$

$ل(ز \leq -٢)$

$٩٩٩١٠ - ٠٫٩٧٧٢$

$٠٫٩٧٧٢ - ٠٫٠٢٢٨ = ٠٫٩٥٤٤$

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$١٠٠٠٠ \times \frac{٩٥٤٤}{١٠٠٠٠} = ٩٥٤٤$ موظف

---

٧ $ل(س \leq ٦٠)$

$ل(ز \leq -١)$

$ل(ز \geq ١)$

$٠٫٨٤١٣$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٠ - ٦٥}{٥}$

$ز = -١$

عدد الناجحين $= ١٠٠٠ \times \frac{٨٤١٣}{١٠٠٠٠} = ٨٤١٣$ طالب

---

٨ $ل(س \geq ٦٥)$

$ل(ز \geq -٠٫٥٠)$

$١ - ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

$١ - ٠٫٦٩١٥$

$٠٫٣٠٨٥$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٦٥ - ٧٠}{١٠}$

$ز = \frac{-٥}{١٠}$

$-٠٫٥٠$

---

٩ $ل(س \geq ٥٢)$

$ل(ز \geq -١٫٥٠)$

$٩٩٩١٠ - ٠٫٩٣٣٢$

$٠٫٠٦٦٨$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٥٢ - ٥٥}{٢}$

$ز = \frac{-٣}{٢} = -١٫٥٠$

ب $٥٠ \leq ل(س) \leq ٦٠$

$ل(س \geq ٦٠) - ل(س \geq ٥٠)$

$ز = \frac{٦٠ - ٥٥}{٢}$

$ز = \frac{٢}{٢}$

$ل(ز \geq ٢٫٠)$

$٠٫٩٩٣٨$ ⊖ $٠٫٥٠٦٢$

$ز = \frac{٥٠ - ٥٥}{٢}$

$ل(ز \geq -٢٫٥٠)$

$٩٩٩١٠ - ٠٫٩٩٣٨$

$٠٫٩٨٧٦$

ج $ل(س \leq ٥٦)$

$ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

$ل(ز \geq -٠٫٥٠)$

$١ - ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

$١ - ٠٫٦٩١٥$

$٠٫٣٠٨٥$

$ز = \frac{٥٦ - ٥٥}{٢}$

$ز = \frac{١}{٢}$

$ز = ٠٫٥٠$

---

١٠ $ل(س \geq ١٥٠)$

$ل(ز \geq -٠٫٥٠)$

$ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

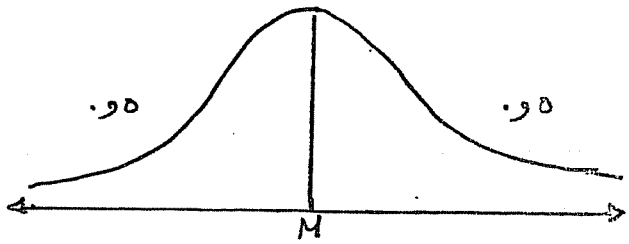
$٠٫٦٩١٥$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{١٥٠ - ١٥٥}{١٠}$

$ز = -٠٫٥٠$

التوزيع الطبيعي



خصائص التوزيع الطبيعي

١ متماثل حول الوسط M
٢ التوزيع الطبيعي فئة واحدة يعني منوالاً واحداً
٣ يقترب طرفي المنحنى من الصفر
٤ المساحه تحت التوزيع الطبيعي = وحده واحدة
٥ المتوسط الحسابي = المنوال = الوسيط
٦ المساحة على يمين المتوسط تساوي المساحة على يسار المتوسط ومقدارها (٥٠ و)

هام جداً: خصائص التوزيع الطبيعي المعياري

* المتوسط الحسابي = صفر
* الانحراف المعياري = ①

↓

كيف ممكن يبيجي السؤال ؟

صنع دائرة

١ من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن وسطه الحسابي يساوي :

أ ١ ب ١- ج صفر د ½

٢ الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي المعياري يساوي

أ ١- ب صفر ج ½ د ١

سؤال خاص غير موجود في الكتاب الجديد فقط موجود في المنهاج القديم

* اذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي ، وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٥) والانحراف المعياري (١٠) وكان عدد الناجحين ٥٣٩٨ طالباً فما علامة النجاح

ز	٠ و٥	٠ و١	٠ و٢	٠ و٣
ل (ز)	٠ و٦٩١٥	٠ و٥٣٩٨	٠ و٥٧٩٣	٠ و٦١٧٩

هنا نوجد أولاً احتمال (نسبة) النجاح

الاحتمال = عدد الناجحين / العدد الكلي

الاحتمال = ٥٣٩٨ / ١٠٠٠ = ٠ و٥٣٩٨

ل (ز ≤ م) = ٠ و٥٣٩٨ من الجدول

ز = ٠ و١ (داخلاً)

المطلوب س ← علامة النجاح

ز = (س - س̄) / ع

٠ و١ = (س - ٥٥) / ١٠

١٠ × ٠ و١ = س - ٥٥

١ = س - ٥٥

س = ٥٤

« الارتباط ومعامل الارتباط » (بيرسون) ١٤

ماهو الارتباط ؟

هو دراسة (علاقة) بين متغيرين

مثل: س و ص

* وأنواع الارتباط أو العلاقات *

إما أن تكون

أ) طردية (ايجابية)

ب) عكسية (سلبية)

ج) لاتوجد علاقة أو لايوجد ارتباط

أ) الارتباط الطردي (الايجابي)

س ← ص

كلما زادت (+) ← تزداد (ص) (+)

كلما قلت (-) ← تقل (ص) (-)

أي ماشيين ع نفس الاتجاه

مثال ← الارتباط بين عدد ساعات الدراسة (س)

والمعدل (ص) ← ارتباط طردي

ب) الارتباط العكسي (السلبي)

س ← ص

تزداد ← تقل

تقل ← تزداد

(أي عكس الاتجاه)

مثال ← الارتباط بين التدخين (س)

وصحة الانسان (ص) ← ارتباط عكسي

ج) لاتوجد علاقة أو لايوجد ارتباط

اذا كانت (س) تزداد وتقل و (ص) تزداد وتقل بشكل عشوائي غير منتظم ← هنا لاتوجد علاقة

مثال ← العلاقة بين دهان الحائط (س)

والمعدل في التوجيهي (ص) . . ← لاتوجد علاقة !!!

طيب ... كم تكون قيمة معامل الارتباط ؟

(م) قيمة معامل الارتباط الطردي ←

قيمة محصورة بين الصفر ← وال ١

$0 \leq r \leq 1$

٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١

يزداد قوة ← طردي قوي ← طردي تام

ب) قيمة معامل الارتباط العكسي (السلبي)

$-1 \leq r \leq 0$

-١ و -٩ و -٨ و -٧ و -٦ و -٥ و -٤ و -٣ و -٢ و -١ و ٠

يزداد قوة ← عكسي ← عكسي تام

ج) عندما لايوجد ارتباط ← القيمة صفر

ماهي طرق ايجاد معامل الارتباط (قيمة)

١) ايجاد قيمة معامل الارتباط من (الرسم) شكل الانتشار

٢) ايجاد قيمة معامل الارتباط من (الكلام) الحكي

٣) ايجاد قيمة من خلال دراسة أثر التعديلات الخطية في اشارة س ، ص

٤) ايجاد معامل ارتباط (بيرسون) من خلال القانون والجدول (الحل)

١٥

الارتباط

١ إيجاد الارتباط من خلال الرسم (شكل الانتشار)

هنا إما ← يعطينا رسمه جاهزه ويطلب تحديد نوع أو قيمة الارتباط

← يطلب منا رسم شكل الانتشار بين س ، ص وبعدها نحدد نوع الارتباط

ملاحظات على الرسم

١) عندما تتجمع النقاط حول خط مستقيم أو تقع كلها على نفس الخط يسمى ← ارتباط خطي

٢) لمعرفة نوع الارتباط

ننظر للخط المرسوم من الشمال لليمين

ماذا كان

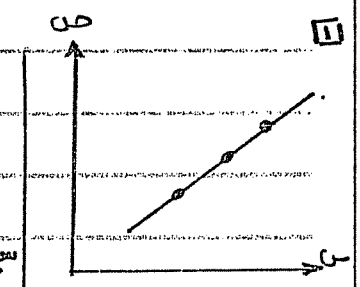
- صاعد ← يكون ارتباط طردي
- غير محدد ← لا توجد علاقة
- هابط (نازل) ← يكون ارتباط عكسي

٣) لمعرفة (قيمة) معامل الارتباط

- أ) طردي تام ← ١ النقاط كلها على خط واحد
- ب) عكسي تام ← -١ النقاط كلها على خط واحد
- ج) طردي قوي ← أي رقم قريب لـ ١ مثلاً ٠٫٨ ، ٠٫٩ النقاط حول الخط
- د) عكسي ← أي رقم قريب لـ -١ مثلاً -٠٫٨ ، -٠٫٩ النقاط حول الخط
- هـ) لا توجد علاقة ← صفر

مثال ١ من خلال الأشكال التالية التي تمثل العلاقة بين المتغيرين س ، ص في أشكال الانتشار التالية حدد نوع الارتباط وقيمته؟

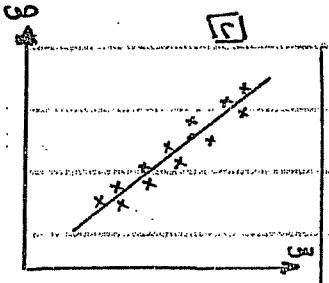
١)



أ) النوع ← طردي

ب) القيمة ← أ ١ ب ٠٫٨ ج -١ د ٠٫٢

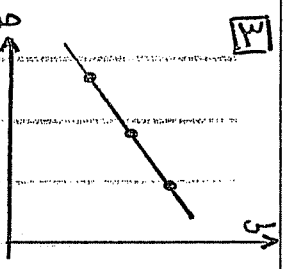
٢)



أ) النوع ← طردي

ب) القيمة التقديرية ← أ ١ ب ٠٫٨ ج -٠٫٧ د ٠٫٢

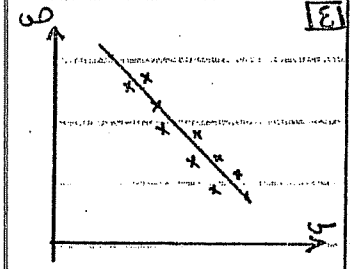
٣)



أ) النوع ← عكسي

ب) القيمة ← أ ١ ب -٠٫٩ ج -١ د ٠٫٢

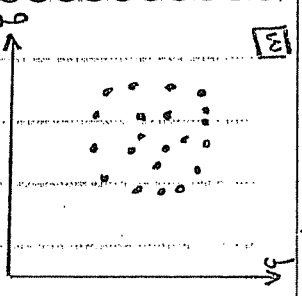
٤)



أ) النوع ← عكسي

ب) القيمة التقديرية ← أ ١ ب -٠٫٩ ج -١ د ٠٫٢

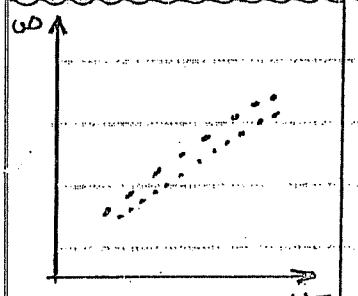
٥)



أ) النوع ← لا توجد علاقة

ب) القيمة ← أ ١ ب -١ ج صفر د -٠٫٧

٦)



أ) نوع العلاقة ← لا توجد علاقة

ب) القيمة التقديرية ← أ ٠٫٧ ب -٠٫٧ ج ١ د -١

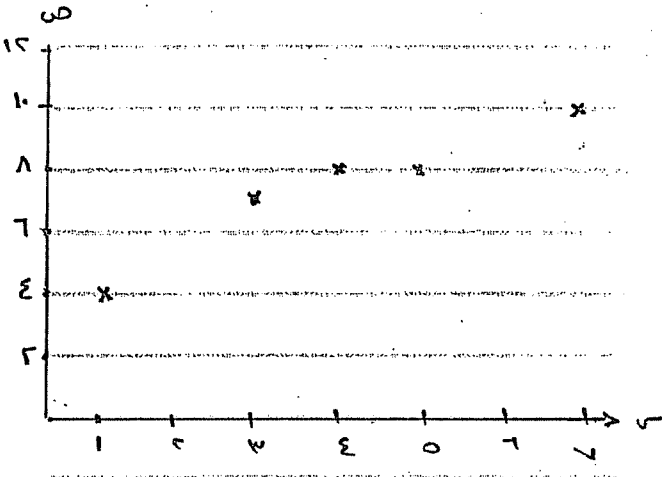
١٦

((الارتباط))

١٢ يبين الجدول التالي علامات (٥) طلاب في امتحان الشهر الأول لمادة الرياضيات (ص) وعدد ساعات الدراسة لكل منهم (س)

المطلوب: ارسم شكل الانتشار للمتغيرين س ، ص وبين نوع الارتباط بين ساعات الدراسة والعلامة في الرياضيات

ساعات الدراسة (س)	١	٣	٤	٥	٧
العلامة (ص)	٤	٧	٨	٨	١٠



نلاحظ من خلال شكل الانتشار أن الارتباط نوعه طردي (ايجابي)

كيف نرسم ؟

نذهب أولاً الى محور السينات عند قيمة (س) ثم نحدد (ص) المقابلة لها ونرسم نقطة × وهكذا

والارتباط طردي لانه صاعد ↗

١٣ يمثل الجدول التالي قيم س ، ص

س	٧	٥	٤	٣	١
ص	١	٣	٤	٦	٧

ارسم شكل الانتشار للمتغيرين س ، ص وحدد نوع الارتباط بين س ، ص

١٤ ارسم شكل الانتشار العكسي التام بين المتغيرين س ، ص وحدد قيمته

ب) ايجاد وتقدير نوع وقيمة معامل الارتباط من الحكي (الكلام)

← هنا يجب التركيز على (س) و (ص)

نوع بيصير بينهم + ← + طردي

و لا - ← + عكسي

١) في محاضرة ألقاها خبير زراعي أوضح أنه في معظم الأحيان كلما ترتفع أجور عمال الزراعة (س) فإن ذلك يؤدي الى ارتفاع أسعار البندورة (ص) فإن العلاقة بين (س ، ص) يمكن الحكم عليك بأنك ؟ والقيمة ( )

أ) -٠,٩٨ ب) ١,٢ ج) ٠,١٣ د) ٠,٧٢

٢) في دراسة لوزارة الصناعة وجدت أنه كلما تزداد أسعار السلع (س) يؤدي ذلك لانخفاض الطلب عليك (ص) المطلوب حدد نوع العلاقة بين س ، ص ؟

( )

٣) اذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠,٩٥ فحدد نوع الارتباط بين س ، ص ؟

( )

٤) اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو (-١) فإن نوع الارتباط بين س ، ص هو ؟

( )

٥) في ظاهرة لاحظها الاستاذ محمود في الحصة وجد أنه كلما زاد وقت التمرين (س) في الحصة فإن ذلك يؤدي الى زيادة حب الرياضيات (ص) فإن نوع العلاقة بين (س) ، (ص) هي ( )

٦) مندوب مبيعات وجد أنه في معظم الأحيان كلما تزداد الكمية المعروضة من السكويت (س) ، فإن ذلك يؤدي الى انخفاض السعر لذلك النوع (ص)

المطلوب

أ) حدد نوع الارتباط بين س ، ص ؟

ب) حدد أقرب قيمة تقديرية لمعامل الارتباط ؟

أ) -٠,٨٠ ب) -١,١٧ ج) ٠,٨٠ د) ١,١٧

٧) أي من القيم التالية يمثل معامل الارتباط الطردي (الأقوى)

أ) ٠,٢ ب) ٠,٨ ج) ٠,٧٣ د) -٠,٩

٨) اذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠,٩ فإن الارتباط بين س ، ص

أ) طردي قوي ب) عكسي قوي ج) طردي تام د) عكسي تام

ايجاد قيمة معامل الارتباط من خلال

دراسة أثر التحويلات الخطية في قيمة معامل الارتباط

هنا في السؤال راح يعطينا قيمة معامل ارتباط بيرسون جاهزة مثلاً (٠٫٨)

ويعطينا علاقتين عُدلت فيهما قيمة كل المتغيرين س ، ص .

مثلاً $\hat{س} = ٢س + ب$ ، $\hat{ص} = جـ ص + د$

هنا ننظر فقط الى اشارة

معامل

س (٢) ص (جـ)

+ + يهما نفس الاشارة

− −

يبقى معامل الارتباط كما هو على نفس اشارته ← (٠٫٨)

+ ← −

− ← +

عكس بعض

نعكس اشارة معامل الارتباط ← (−٠٫٨)

مثال ① اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي (٠٫٩) وعُدلت قيم كل المتغيرين حسب العلاقات

$\hat{س} = ٣س + ٥$ ، $\hat{ص} = ٦ - ٢ص$

جد قيمة معامل الارتباط بين $\hat{س}$ و $\hat{ص}$

هنا الاجابة ← (−٠٫٩) لأن معاملي س ، ص مختلفان في الاشارة عكس بعض

② اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو (٠٫٧) فجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين $\hat{س}$ ، $\hat{ص}$ لكل مما يلي

أ) $\hat{س} = ٣ + س$ ، $\hat{ص} = ٦ - ٢ص$

الاجابة ←

ب) $\hat{س} = ١٢ - ٣س$ ، $\hat{ص} = -٤ص$

الاجابة ←

جـ) $\hat{س} = -٥ + س$ ، $\hat{ص} = ص - ١٢$

الاجابة ←

③ اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو (−٠٫٨٥) فجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين $\hat{س}$ ، $\hat{ص}$ لكل من الحالات التالية :

أ) $\hat{س} = ٢س - ١$ ، $\hat{ص} = ٥ + ص$

ب) $\hat{س} = ٦ - س$ ، $\hat{ص} = ١ + ٢ص$

جـ) $\hat{س} = ١ - ٥س$ ، $\hat{ص} = -٣ص + ٩$

19

معامل ارتباط بيرسون (ر)

١ إيجاد قيمة معامل ارتباط بيرسون من خلال القانون والجدول

هنا سيتم حساب قيمة معامل ارتباط بيرسون (ر) من خلال قانون معامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - س̄)(ص_ي - ص̄)}{\sqrt{\sum_{ي=1}^{ن} (س - س̄)^2 \times \sum_{ي=1}^{ن} (ص - ص̄)^2}}$$

مجموع

ليش خفتوا ؟ ← لا تخافو سهل جداً

$س_ي$ ← قيم المتغير (س) ← المعطاه في السؤال

$ص_ي$ ← قيم المتغير (ص) ← المعطاه في السؤال

$س̄$ ← الوسط الحسابي ← $\frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}}$ ل س

$ص̄$ ← الوسط الحسابي ← $\frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عددها}}$ ل ص

صيغ السؤال ← بيطلب إيجاد معامل ارتباط بيرسون

وهنا
- إما القيم معطاه جاهزة ← ١) نضع القانون ٢) نعوض فيركب
- (غير معطاه جاهزه) ← بدنا نعمل جدول كبير

* خطوات حل سؤال معامل ارتباط بيرسون من خلال الجدول

١ نكتب القانون

$$ر = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sqrt{\sum (س - س̄)^2 \times \sum (ص - ص̄)^2}}$$

٢ نعمل جدول كبيييييير من خلال القانون

س	ص	$(س - س̄)$	$(ص - ص̄)$	$(س - س̄)(ص - ص̄)$	$(س - س̄)^2$	$(ص - ص̄)^2$
				م	ب	ح

هام هام

٣ نحسب $س̄ = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}}$

نحسب $ص̄ = \frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عددها}}$

٤ نشتغل في الجدول لتعبئة الخانات (سهلة)

٥ نقوم بالتعويض بمجموع آخر (٣) أعمدة في القانون

$ر = \frac{م}{\sqrt{ب \times ح}}$ ← منستخرج لنا قيمة معامل الارتباط

* ملاحظة هامة جداً

للتأكد من أننا نسير في الطريق الصحيح لازم مجموع أول عمودين $(س - س̄)$ يساوي مجموع $(ص - ص̄)$

٢٠ معامل ارتباط بيرسون من الجدول

[١] يبين الجدول الآتي علامات (٥) طلاب في مبحثي الرياضيات والعلوم حيث الدرجة العظمى للعلامة (٢٠) احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين علامات الطلبة في المبحثين .

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
علامة الرياضيات (س)	١٠	١٦	١٢	١٤	٨
علامة العلوم (ص)	١٢	١٤	١٦	١٨	١٠

الحل

١) قانون $r = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$

٢) نعمل الجدول الكبير

س	ص	$(س - \bar{س})$	$(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
١٠	١٢	-٢	-٢	٤	٤	٤
١٦	١٤	٤	٠	٠	١٦	٠
١٢	١٦	٠	٢	٠	٠	٤
١٤	١٨	٢	٤	٨	٤	١٦
٨	١٠	-٤	-٤	١٦	١٦	١٦
مجموع		٠	٠	٤٨	٤٠	٤٠

(١٢) (١٤) + + - -

لازم صفر لازم

٣) نحسب $\bar{س} = \frac{\text{مجموع س}}{\text{عددها}} = \frac{٦٠}{٥} = ١٢$

نحسب $\bar{ص} = \frac{\text{مجموع ص}}{\text{عددها}} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

٤) نستخدم في الجدول (المساحة) نطرح (س من $\bar{س}$) (١٠ - ١٢) = -٢

٥) نعوض في القانون بمجموع آخر (٣) أعمدة

$$r = \frac{٤٨}{\sqrt{٤٠ \times ٤٠}} = \frac{٤٨}{٤٠} = \frac{٦}{٥}$$

[٢] يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) واللغة الإنجليزية (ص) في امتحان قصير نهايته العظمى (١٠)

المطلوب: أكمل الجدول وجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س و ص

س	ص	$(س - \bar{س})$	$(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
٦	٥					
٧	٦					
٥	٤					
٣	١					
٤	٤					

الاجابة

$\frac{١١}{١٤٠٧}$

معامل ارتباط بيرسون ٢١

٣ يبين الجدول الآتي عدد سنوات الخبرة (س) والأجر اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في احدى الشركات في مدينة سحاب الصناعية

الخبرة (س)	٥	٦	٧	٨	١٤
الأجر (ص)	٦	٧	٨	٩	١٠

المطلوب: جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص علماً بأن

$$ر = \frac{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - س)(ص_ي - ص)}{\sqrt{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - س)^2 \times \sum_{ي=1}^{ن} (ص_ي - ص)^2}}$$

حل في الصفحة المقابلة ←

والاجابه $\frac{٧}{١٠}$

٤ يبين الجدول الآتي علامات (٥) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص)

احسب معامل ارتباط بيرسون بين (س ، ص) ؟

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
العلوم (س)	٣	٤	٥	٦	٧
الرياضيات (ص)	١٠	٩	٧	٨	٦

حل في الصفحة المقابلة ←

والاجابه $\frac{-٩}{١٠}$

٥ اكمل الجدول التالي لحساب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعه ؟

س	ص	س - س̄	ص - ص̄			
٨	٦	١	٥			
٧	٥	٠	-١			
٦	٧	-١	١			
٩	٨	٢	٣			
٥	٤	-٢	-٣			

الاجابه $\frac{٧}{١٠}$

٦ بناء على الجدول التالي جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²	(س - س̄)(ص - ص̄)
٣	٦	-٢	-١	٤	١	٢
٥	٥	٠	-٢	٠	٤	٠
٦	٩	١	٢	١	٤	٢
٧	٨	٢	١	٤	١	٢
٤	٧	-١	٠	١	٠	٠

الاجابه $\frac{٦}{١٠}$

معامل ارتباط بيرسون قوي

صيغة أخرى للسؤال

٧ إذا كان س ، ص متغيرين عددقيم كل منهما (١٠)
وكان $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س̄)^2 = ٣٦$ ، $\sum_{ر=١}^{١٠} (ص_ر - ص̄)^2 = ١٦٠٠$

$\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س̄)(ص_ر - ص̄) = ١٨٠$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص

هنا أولاً نكتب القانون

$$ر = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sqrt{\sum (س - س̄)^2 \times \sum (ص - ص̄)^2}}$$

ونلاحظ الجاميع معطاه جاهزة

$$= \frac{١٨٠}{\sqrt{٣٦ \times ١٦٠٠}}$$ ← نأخذ جذر كل رقم على حده

$$= \frac{١٨٠}{٦ \times ٤٠} = \frac{١٨}{٢٤} = \frac{٣}{٤}$$

٨ إذا كان س ، ص متغيرين عددقيم كل منهما (١٠)
وكان $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س̄)^2 = ٦٤$ ، $\sum_{ر=١}^{١٠} (ص_ر - ص̄)^2 = ١٠٠$

$\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س̄)(ص_ر - ص̄) = -٤٨$ فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص

$\frac{-٤٨}{٨٠}$ أو $\frac{-٦}{١٠}$

٩ إذا كان س ، ص متغيرين عددقيم كل منهما (٧)
وكان $\sum_{ر=١}^{٧} (س_ر - س̄)^2 = ١٠٠$ ، $\sum_{ر=١}^{٧} (ص_ر - ص̄)^2 = ٩٠٠$
وكان معامل ارتباط بيرسون = -٠.٢ فجد $\sum_{ر=١}^{٧} (س_ر - س̄)(ص_ر - ص̄)$ ؟

-٦٠

$$ر = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sqrt{\sum (س - س̄)^2 \times \sum (ص - ص̄)^2}}$$

$$-٠.٢ = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sqrt{١٠٠ \times ٩٠٠}}$$

$$\frac{-٢}{١٠} = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{٣٠٠}$$

$$\frac{-٢}{١٠} \times ٣٠٠ = \sum (س - س̄)(ص - ص̄)$$

$$-٦٠ = \sum (س - س̄)(ص - ص̄)$$

١٠ إذا كان س ، ص متغيرين عددقيم كل منهما (٩)
وكان $\sum_{ك=١}^{٩} (س_ك - س̄)^2 = ٨١$ ، $\sum_{ك=١}^{٩} (ص_ك - ص̄)^2 = ٤٠٠$

$\sum_{ك=١}^{٩} (س_ك - س̄)(ص_ك - ص̄) = ١٦٠$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص

$\frac{١٦٠}{٨٠٠}$ أو $\frac{٨}{٩}$

معادلة خط الانحدار

٢ توصل باحث تربوي الى معادلة "خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة" (س) و المعدل في التوجيهي (ص) فكانت $\hat{ص} = ٣س + ٦٥$ معتمداً على المعادلة جد:

أ ما قيمة $أ$ ، $ب$

ب قدر معدل طالب درس (٩) ساعات يومياً

ج درست طالبه (٨) ساعات يومياً وحصلت على معدل (٩٠) احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبه

$أ = ٣$ ، $ب = ٦٥$

ب) ٩٢

ج) ١

٣ جد قيمة كلاً من $أ$ ، $ب$ للمعادلات الآتيه

١) $\hat{ص} = ٤ + ١س$

هنا $أ =$ ، $ب =$

٢) $\hat{ص} = ٣٢ - س$

$أ =$ ، $ب =$

٣) $\hat{ص} = ٦س$

$أ =$ ، $ب =$

٤ اذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقه بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الأخطاء (ص) التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد هي $\hat{ص} = ٦٫٥س + ١$ معتمداً على المعادلة:

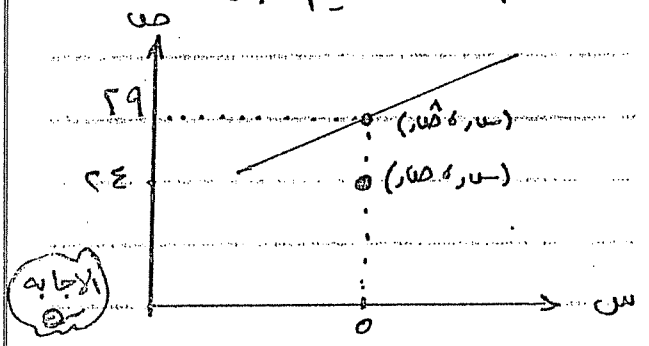
١ تنبأ بعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات

٢ اذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل (١٥) ساعه في اليوم هو (٦) أخطاء فجد الخطأ في التنبؤ

١) $٧ = \hat{ص}$

٢) $ص - \hat{ص} = -٤$

٥ من خلال الشكل التالي اذا رمزت للقيمه الحقيقيه بالرمز $ص$ والقيمه المتنبأ بها بالرمز $\hat{ص}$ جد الخطأ في التنبؤ وحدد نوعه



« معادلة خط الانحدار »

ما معنى الخطأ في التنبؤ ؟

هو الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة المتنبأ بها

الخطأ = القيمة الحقيقية − القيمة المتنبأ بها

$$\text{الخطأ} = ص - \hat{ص}$$

دائماً معطاه في السؤال

اذا بدنا نحسب ع من خلال التعويض بقيمة (س) في معادلة خط الانحدار

$$\hat{ص} = ب + ب س$$

هذه المعادلة تستخدم للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيمة (س)

كيف السؤال في الامتحان

(أ) (ب)

إما المعادلة معطاه جاهزة في السؤال

أو يطلب منا ايجاد معادلة خط الانحدار

هنا إحنا

١) نكتب المعادلة

$$\hat{ص} = ب + ب س$$

$$ب = \frac{ك(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{ك(س - \bar{س})^2}$$

$$ب = \bar{ص} - (ب \times \bar{س})$$

ونوجد قيمة (ب) / (ب)

هنا المطلوب

١) جد قيمة (ب) و (ب)

٢) تنبأ / قدّر / توقع

٣) جد الخطأ في التنبؤ

(ب) المعادلة معطاه جاهزة

١) اذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة اليومية (س) والمعدل التحصيلي ($\hat{ص}$) لطلبة احدى الجامعات هي $\hat{ص} = ٤س + ٥٢$ معتمداً على هذه المعادلة

٢) ما قيمة كل من ب ، ب ؟

ج) قدّر معدل طالب اذا كانت ساعات الدراسة اليومية له (٦) ساعات ؟

د) جد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه طالب درس لمدة (٥) ساعات يومياً وحصل على معدل (٧٠)

الاجابة

(ب) قيمة (ب) ← معامل س = ٤

قيمة (ب) ← الرقم الثابت = ٥٢

ب) قدّر / أو تنبأ / أو توقع معناها عوّض مباشرة في المعادلة بقيمة (س) المعطاه

$$\hat{ص} = ٤س + ٥٢$$

$$= ٥٢ + ٤ \times ٦ = (٧٦)$$

ج) الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية − القيمة المتنبأ بها

$$\text{الخطأ} = ص - \hat{ص}$$

$$= ٧٠ - (٤س + ٥٢)$$

$$= ٧٠ - (٤ \times ٦ + ٥٢)$$

$$= ٧٠ - (٧٦) = -٦$$

خطأ سالب في التنبؤ

ص معطاه في السؤال

س معطاه في السؤال

معادلة خط الانحدار

(ب) احيانا يدنا نوجد معادلة خط الانحدار

هنا عندما يطلب ايجاد معادلة خط الانحدار

فوراً نكتب (٣) قوانين

١) $\hat{ص} = ب + أ س$

٢) $أ = \frac{ن \sum س ص - \sum س \sum ص}{ن \sum س^2 - (\sum س)^2}$ ... ٣) $ب = \bar{ص} - أ \bar{س}$

وهذه القيم

معطاه جاهزه (أو) بدنا نحل جدول لبيسين

زي بيرسون

[١] اذا كان س، ص يمثلان علامات ستة طلاب في مبحثي العلوم والرياضيات وكان $\bar{س} = ٧$

$\bar{ص} = ٩$ ، $\sum_{و=١}^{٦} (س_و - \bar{س})(ص_و - \bar{ص}) = ١٦$

$\sum_{و=١}^{٦} (س_و - \bar{س})^2 = ٢٨$ ، أوجد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س.

١) $\hat{ص} = ب + أ س$

٢) $أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$

$أ = \frac{١٦}{٢٨} = \frac{٤}{٧}$

٣) $ب = \bar{ص} - (أ \bar{س})$

$ب = ٩ - (\frac{٤}{٧} \times ٧)$

$ب = ٩ - ٤ \Leftarrow ب = ٥$

$\hat{ص} = \frac{٤}{٧} س + ٥$

[٢] وفقاً على الجدول التالي حيث (س) عدد ساعات الدراسه اليوميه لخمسة طلاب و (ص) علامة كل منهم في امتحان ما.

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
عدد الساعات (س)	٣	٤	٧	٥	١
العلامه (ص)	١٤	١٦	٢٠	١١	٩

[٣] اكتب معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيم س

[ب] جد الخطأ في التنبؤ لعلامة طالب درس (٤) ساعات.

هنا فوراً (٣) قوانين

$\hat{ص} = ب + أ س$

$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$ ... $ب = \bar{ص} - (أ \bar{س})$

س	ص	$(س - \bar{س})$	$(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$
٣	١٤	-١	٠	٠	١
٤	١٦	٠	٢	٠	٠
٧	٢٠	٣	٦	١٨	٩
٥	١١	١	-٣	-٣	١
١	٩	-٣	-٥	١٥	٩
٢٠	٧٠	صفر	صفر	٣٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

$\bar{ص} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$أ = \frac{٣٠}{٢٠} = \frac{٣}{٢}$

$ب = ١٤ - (\frac{٣}{٢} \times ٤) \Leftarrow ب = ٨$

$\hat{ص} = \frac{٣}{٢} س + ٨$

ب) الخطأ = ص - $\hat{ص}$

مسجبل لا ← $= ١٦ - (\frac{٣}{٢} \times ٤ + ٨)$

[٣] $= ١٦ - ١٤ =$

٢٦

معادلة خط الانحدار

٣ يبين الجدول التالي علامات (٦) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص) فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم س .

العلوم (س)	٦	٤	٨	٧	٣	٣
رياضيات (ص)	٩	٨	١٠	٨	٥	٣

الاجابه ص̂ = ١س + ٣

تتم باقي الحل في إصفحة المقابله ←

٤ استخدم المعلومات في الجدول الآتي لايجاد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط بين المتغيرين س ، ص .

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٥	٦	−٣	−٢	٦	٩
٦	٧	−٢	−١	٢	٤
٧	٨	−١	٠	٠	١
٨	٩	٠	١	٠	٠
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦
مجموع ٤٠	٤٠	٠	٠	٢٠	٥٠

الاجابه ← أ = ص̄ − ب س̄
ب = مجـ(س − س̄)(ص − ص̄) / مجـ(س − س̄)²

٥ يبين الجدول التالي عدد المركبات المشتركه في حوادث السير في (عمان) للفترة ٢٠٠٨ ـ ٢٠١٢ لأقرب الف .

السنه	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢
رقم السنه (س)	١	٢	٣	٤	٥
عدد المركبات (ص)	٨	١٠	١٢	١٤	١٦

أ) اكتب معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت س

ب) تنبأ بعدد المركبات المشتركه في الحوادث عام ٢٠١٤ مستخدماً معادلة خط الانحدار

أ) ص̂ = ٢س + ٦
ب) ٣٠

معادلة خط الانحدار

٦) اذا كان س ، ص يمثلان متغيرين عدديتين كل منهما (٥) وكان $\bar{س} = ٥$ ، $\bar{ص} = ٧٥$

$م = ٣$.

أ) جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت (س)

ب) جد الخطأ في التنبؤ اذا كانت س = ٨ وقيمة ص الحقيقية الملاحظة ٨٢

أ) $\hat{ص} = ٣س + ٦٠$

ب) -٢

٧) اذا كان (س) يمثل رأس مال الشركة و (ص) أرباحها مقدرة بالاف الدنانير وجمعت البيانات التالية لـ (٦) شركات $\bar{س} = ١٠$ ، $\bar{ص} = ١٢$

$\sum_{ر=١}^{٦} (س_ر - \bar{س})^٢ = ٤٠$ ، $\sum_{ر=١}^{٦} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ٨٠$

أ) جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيم (س)

ب) قدر ربح شركة رأسمالها (٣٠) الف دينار

ج) اذا كان رأس مال أحد الشركات هو (٤٠) الف و ربحت الشركة (٨٥) الف جد الخطأ في التنبؤ

حل السؤال السابق رقم ⑦ في الصفحة المقابلة

والاجابات هي :

أ) $\hat{ص} = ٢س - ٨$

ب) ٥٢

ج) ١٣

٨) توصل قسم الانتاج في مصنع ما الى معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) ، وكمية الاستهلاك من الكهرباء بالكيلو واط/ساعة فكانت

$\hat{ص} = ٢٥٠ + ٣٠س$ معتمداً على المعادلة جد

أ) استخرج من المعادلة قيمة أ ، ب

ب) اذا كانت كمية الاستهلاك من الكهرباء في يوم به (٥) ساعات عمل هي (٣٩٠) كيلو واط/ساعة فجد الخطأ في التنبؤ

أ) أ = ٣٠ ، ب = ٢٥٠

ب) -١٠