منهاج
جديد

٢٠١٩

المراجعة المكثفة

الرياضيات

المستوى الثالث

الادبي

الوحدة الثانية
والثالثة

التفاضل

تطبيقات التفاضل

أ/محمود المحارمة

أولاً : قواعد الإشتقاق

* صيغ السؤال عن الاشتقاق *

١ جد المشتقه الأولى
٢ جد ق (س)
٣ جد ص
٤ جد $\frac{ص}{س}$
٥ جد نهـ $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ ← هـ→٠

← كلها معناها إشتق

جد ق (٢)
جد $\frac{ص}{س}$ عند س = ٢
جد نهـ $\frac{ق(٢+هـ)-ق(٢)}{هـ}$ ← هـ→٠ * ميل المماس عند هذا = ٢

← كلها معناها
← أولاً : اشتق
ثانياً : عوض محل س بـ ٢

قواعد الاشتقاق

١ مشتقة العدد الثابت ← صفر
٢ مشتقة $س^{ن}$ ← ن $س^{ن-١}$ حالي شان ن-١
٣ مشتقة $ق س^{ن}$ ← ق × ن $س^{ن-١}$
٤ مشتقة ق س ← ق معامل س
٥ مشتقة $\sqrt{\text{الجذر التربيعي}}$ ← $\frac{\text{نشتق ما داخل الجذر}}{٢\sqrt{\text{نفسه}}}$
٦ مشتقة القوس (عيد الميلاد)
* (معادلة)^{ن} ← ن (معادله كما هي) × مشتقة ما داخل $^{ن-١}$

خدعة القوس
خدعة ① : جا^{٣}(مقدار) / جتا^{٥}( ) / ظا^{ن}( ) ← نجهز (جا (مقدار))^{٣} ← ثم نشتقه على قاعدة القوس
خدعة ② : معادله تحت جذر مش تربيعي ← $\sqrt[ن]{\text{(معادلة)}^{م}}$ هنا نجهز $\frac{م}{ن}$ (معادلة) ← ثم نشتقه على قاعدة القوس

٧ قاعدة الضرب (سيات ①) × (سيات ②)
(الأول) (مشتقة الثاني) + (الثاني) (مشتقه الاول)
نسخ ← نسخ

٨ قواعد القسمة
أ معادله / رقم ← مشتقه المعادله / الرقم زي ماهو
ب $\frac{\text{رقم}}{\text{معادله}}$ ← غير محترم ← $\frac{-\text{الرقم} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^{٢}}$ ← سالب
جـ معادله $\frac{(\text{المقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{البسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$ ← معادله ضاعا وبابا

٩ مشتقة الاقترانات المثلثية
أ جا(معادلة) ← جتا(المعادلة) × مشتقة المعادله
ب جتا(معادلة) ← -جا(المعادلة) × مشتقة المعادله
جـ ظا(معادلة) ← قا^{٢}(المعادلة) × مشتقة

---

* في الاشتقاق لا يوجد تجهيزات كثيره ولكن أهمها عند وجود جذر مش تربيعي

* $\sqrt[٣]{س^{٥}}$ ← نجهز $س^{\frac{٥}{٣}}$ ← وبعدين نشتقه حالي شان

* $\sqrt[٥]{٢س^{٣}+٨}$ ← نجهز $(٢س^{٣}+٨)^{\frac{١}{٥}}$ ← وبعدين نشتقه على قاعدة القوس

* جتا^{٥}س ← نجهز (جتا س)^{٥}
وبعدين نشتقها على قاعدة القوس

↑ هاي أهم التجهيزات ↑

* كذلك $\frac{ق}{س}$ ← نجهز ق $س^{-١}$ ← ثم نشتقه

دائماً عند البدء في اجابة سؤال جد $\frac{ص}{س}$ (الاشتقاق)

نسأل (نشوبينهم) المقادير

- جمع وطرح ← نشتق كل مقدار لحاله على قاعدته
- ضرب ← نستخدم قاعدة الضرب (٤) أقواس
- قسمة ← معادله / معادله ← رقم / رقم ← معادله / معادله

السؤال الأول ← (الاجابات صفحة ١٥)

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي

١) $ص = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤س - ٣$

٢) $ص = س^{٥} + س^{-٥} + س^{\frac{١}{٥}} + \frac{س}{٥}$

٣) $ص = \sqrt{س} + ٣\sqrt{٥س} - س$

٤) $ص = (٣س - ٧)^{٥} + ٨(٤س + ٦)^{٣}$

٥) $ص = \sqrt[٣]{٢س - ٨} + \sqrt[٦]{س}$

٦) $ص = ٢جتاس + ٣ظا٥س - ٧جاس$

٧) $ص = جا(س^{٣} - ١) + \frac{ظاس}{٥} - جتاس^{٣}$

٨) $ص = (جتا٣س)^{٦} + (١ - ظاس)^{٣}$

٩) $ص = ظا^{٢}٣س - جا^{٥}٤س$

١٠) $ص = ٣س^{٢}(٤س + ٨)^{٣}$

١١) $ص = ٥س جاس - ٦جتاس$

١٢) $ص = جا^{٢}س(١ - جتاس)$

١٣) $ص = \frac{س^{٣}}{٥} + \frac{٥}{س^{٣}}$

١٤) $ص = \frac{س^{٢} + ٦}{٥ - ٢س}$

١٥) $ص = ٥س^{٣} - ٣س^{٢} + ١$ عندما $س = ١$

١٦) $ص = \frac{-٣}{٢ - س}$ عندما $س = -٢$

١٧) $ص = (٢س + ١)^{٣}$ عندما $س = ٢$

١٨) $ص = \frac{٨}{٣ - ٢س^{٣}} - جا^{٥}٢س$

١٩) $ص = \frac{جاس}{١ + جتاس} + ٣$

٢٠) تدريب $ص = \sqrt[٥]{س^{٤}} + ٢س^{٥٠} + \frac{٣}{قاس}$

٢١) $ص = \frac{ظاس}{س} + س^{\frac{٣}{٤}} - \frac{جاس}{٩}$

٢٢) $ص = س^{٣} + \sqrt[٣]{س}$ عندما $س = ١$

٢٣) $ص = ٣س(٣ - س^{٢}) + \frac{٢}{س}$ عندما $س = ١$

٢٤) $ص = (٩ - س)^{-٣} + ١٠\sqrt[٥]{س^{٣}}$

ثانياً: قاعدة السلسلة

تُستخدم هذه القاعدة عند وجود معادلتين

ص = ( ) ، ع = ( ) وطلب $\frac{د ص}{د س}$

الخطوات

١ قانون $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

٢ أحلى قوس $\frac{د ص}{د س}$ = (اشتق المعادله الأولى (ص)) × (اشتق المعادله الثانيه)

٣ لو تبقى ع نضع محل كل ع ← قيمتها

٤ لو طلب عند س = رقم نعوض محل كل س بالرقم

السؤال الثاني ← الاجابه صفحة (١٦)

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي

١ ص = ع + ع^{٢} ، ع = س^{٢} − ٤

٢ ص = ٦ − ع^{٢} ، ع = جتا٣س

٣ ص = $\frac{٢}{ع}$ ، ع = ٣س^{٢} − ٣ عند س = ٢

٤ ص = م^{٣} + ٣م^{٢} ، م = ٣س + ٧

٥ ص = ل^{٣} ، ل = ٥س عند س = −٢

٦ ص = $\sqrt{ع + ١}$ ، ع = ٤س^{٣} − ٩

٧ ص = م^{٢} + ١ ، م = $\frac{١}{س}$ س ≠ ٠

ثالثاً: ايجاد المجاهيل

هُنا سيكون لدينا حرف مجهول في السؤال ويكون لدينا معلومه ← نترجمها لخطوات

* مثلاً ق`(٢) = ١٢
  - ق` ← نشتقه
  - (٢) ← نعوض بـ ٢
  - = ١٢ ← نساوي الناتج بـ ١٢

* مثلاً ق`(م) = صفر
  - ق` ← نشتقه
  - (م) ← نعوض بـ م
  - = صفر ← نساوي الناتج بـ صفر

ويصبح الموضوع بعدها حل معادله

السؤال الثالث ← الاجابه صفحة (١٦)

١ اذا كان ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} − ٦ وكان ق`(٢) = ٣٠ فجد قيمة الثابت م

٢ اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٢٧س + ٥ وكان ق`(م) = صفر فجد قيم الثابت م

٣ قوي اذا كان ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٤} − ٩س + ٥ وكان ق`(م) = صفر فجد قيم م

٤ super اذا كان ق(س) = (٣ − س)^{٤} وكان ق`(س) = ٣٢ فجد قيم س

٥ اذا كان ق(س) = ٣م(س) + ٤س^{٥} − ٥ وكان م`(٢) = ٤ فجد ق`(٢)

رابعاً التعريف العام للمشتقة

نستخدمه اذا طلب صراحة في الامتحان

ق(س) = نجد قَ(س) مستخدماً تعريف المشتقة

١ قانون نهـا $\frac{\text{قـ}(ع) - \text{قـ}(س)}{ع - س}$ ، ع ← س

٢ اجلي قوسين نهـا $\frac{(ع \text{ نسخ محل } س) - (\text{نسخ المعادلة كما هي})}{ع - س}$ ، ع ← س

٣ ادخال السالب ووفاة الارقام نهـا $\frac{1}{ع - س}$ ، ع ← س

٤ هام ادخال ولخص
- ١ مرتبيه: $ع^2 - س^2 \Leftarrow (ع - س)(ع + س)$
- ٢ مشترك: $ع^3 - 3س \Leftarrow 3(ع - س)$
- ٣ مكعبيه: $ع^3 - س^3 \Leftarrow (ع - س)(ع^2 + ع س + س^2)$
- ٤ تربيعيه: $ع^2 + 5ع - 6 \Leftarrow (ع - 6)(ع + 1)$

٥ توحيد مقامات $\frac{\frac{2}{ع} - \frac{2}{س}}{ع - س} \Leftarrow \frac{2س - 2ع}{(ع)(س)(ع - س)}$

٦ مرافقه المرافقه $\frac{\sqrt{ع + 3} - \sqrt{س + 3}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع + 3} + \sqrt{س + 3}}{\sqrt{ع + 3} + \sqrt{س + 3}}$

مجرّ $(ع + 3) - (س + 3)$

لزقه $(ع - س) \times (2 \times \sqrt{س + 3})$

٥ قَ(س) = الاجابه ← بنعوضها في الأول (اشتقه عادي)

ملاحظه ← يوجد عدة قوانين للتعريف لعام

* قَ(س) = نهـا $\frac{\text{قـ}(س + هـ) - \text{قـ}(س)}{هـ}$ ، هـ ← 0

* قَ(س) = نهـا $\frac{\text{قـ}(س + 5س) - \text{قـ}(س)}{5س}$ ، 5س ← 0

* قَ(س) = نهـا $\frac{\text{قـ}(ع) - \text{قـ}(س)}{ع - س}$ ، ع ← س — حيثما الزم

اذا طلب قَ(P) ← بنعوض في نهاية الحل

السؤال الرابع ← اجابة ص١٧

١ اذا كانت قـ(س) = $6 + 2س^3$ فجد قَ(س) مستخدماً تعريف المشتقه

٢ جد المشتقه الاولى للاقتران ق(س) = $3 + س^3$ مستخدماً تعريف المشتقه

٣ اذا كانت ق(س) = $س^3 + 1$ جد قَ(س) باستخدام التعريف العام للمشتقه

٤ باستخدام التعريف العام للمشتقه جد المشتقه الاولى للاقتران ق(س) = $\frac{2}{3 - س}$ ، $س \neq 3$

٥ مستخدماً تعريف المشتقة جد قَ(س) للاقتران ق(س) = $\sqrt{7 - س}$ ، $س \leq 0$

٦ جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = -6 مستخدماً تعريف المشتقه

٧ ق(س) = $4س^3 - 3$ فجد قَ(س) باستخدام التعريف

٨ (super) قـ(س) = $س^3 - 2س$ جد قَ(3) مستخدماً تعريف المشتقه

خامساً: صيغ أسئله غير مباشرة واختبارات قوانين (تفوق)

أ صيغة سؤال في ضع دائرة ومعناها

* جـ نهـا (ق(س+هـ) − ق(س)) / هـ ← هـ ← ٠ ⟵ معناها اشتقه ق(س) بدون تعويض

* جـ نهـا (ق(س+٥س) − ق(س)) / ٥س ← ٥س ← ٠ ⟵ معناها قَ(س)

* جـ نهـا (ق(٣+هـ) − ق(٣)) / هـ ← هـ ← ٠ ⟵ معناها قَ(٣) اشتقه وعوض بـ ٣

للتفوق ← ضع دائرة

ب إختبارات قوانين

* جـ (ق × هـ)َ (٢) ← قاعدة الضرب ⟵ هنا مطلوب نشتقه ثم نعوض بـ ٢ ⟵ شوبينهم (ضرب)

(ق(٢)) × (هـَ(٢)) + (هـ(٢)) × (قَ(٢))

---

* ص = ب / م(س) حيث ب عدد ⟵ عدد معادله

ص/س = − ب × مَ(س) / (م(س))²

---

* ق(س) = س^٣ هـ(س) وطلب قَ(س) ⟵ اشتقه قاعدة (ضرب)

قَ(س) = (س^٣)(هـَ(س)) + (هـ(س))(٣س^٢)

---

* الفكرة هنا نسأل دائماً شوبينهم ضرب / قسمة / جمع وطرح وستخدم القاعدة المناسبة حتى لو بالرموز وتذكر أن مشتقة
س^ن ← ن س^(ن−١)
ق(س) ← قَ(س)

السؤال الخامس (الاجابة صفحة ١٨)

١ ق(س) = ٣ جتاس فإنه نهـا (ق(س+هـ) − ق(س)) / هـ ← هـ ← ٠

أ) ٣ جاس ب) صفر جـ) −٣ جاس د) ٣ جتاس

٢ ق(س) = (٣س + ١)^٢ فجد نهـا (ق(٢+هـ) − ق(٢)) / هـ ← هـ ← ٠

أ) ٢٥ ب) ٣٠ جـ) ١٠ د) صفر

٣ ق(س) = ١/جـ ، جـ عدد ثابت فجد نهـا (ق(س+هـ) − ق(س)) / هـ ← هـ ← ٠

أ) −١/جـ^٢ ب) ١ جـ) صفر د) جـ^١

٤ ق(س) = ٨/س فجد نهـا (ق(-٢+هـ) − ق(-٢)) / هـ ← هـ ← ٠

أ) −٤ ب) −٢ جـ) ٢ د) −٨

٥ اذا كان هـ(س) = س^٣ × ق(س)
ق(٣) = ٦ ، قَ(٣) = ٥ فجد هـَ(٣)

أ) ٨١ ب) ١١ جـ) ٤٥ د) ٣٦

---

٦ إذا علمت أن ق(٢) = −١ ، قَ(٢) = ٣

هـ(٢) = ٣ هـَ(٢) = ١

فجد ← أ (ق × هـ)َ (٢)

ب (٨ / ق)َ (٢)

جـ (٣ ق − ٢ هـ)َ (٢)

د ((ق × هـ)(٢))َ

---

٧ اذا كان هـ اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ (super)

هـ(-٢) = ١ ، هـَ(-٢) = ٢ وكان

ق(س) = √(س + ٦) × هـ(س)

فجد قَ(-٢)

سادساً التفسير الهندسي للمشتقة

هنا بيعطينا

اقتران ق (س) = ... ويطلب

← جد ميل المماس ← فوراً ميله نخليك

اشتق وعوض بـ س

م = ق´(س) = نشتق

م = ق´( ) = نعوض

أو جد معادلة المماس عند س = أ

فوراً

ص − ص١ = م (س − س١)

ص − □ = □ (س − □)

نوجد قيمة

س١ ← دائماً معطاه ← قيمة س في السؤال

ص١ ← ممكن معطاة

← او نعوض مباشرة بقيمة س ← ق(أ)

الميل م = ق´(س) = اشتق

م = ق´(أ) ← ثم عوض

* (ملاحظة) النقطة (أ ، ب)

س١ ، ص١

ممكن استخدام ميل المماس في إيجاد مجهول (س)

اذا كتب ميل المماس = رقم مجد س١

معناها ① اشتق

② المشتقة = الرقم

ثم نوجد س

السؤال السادس

صفحة 19 أجابي

١ اذا كان ق(س) = ٣ + √(٣س + ١)

مجد ميل المماس عند س = ١ ؟

٢ اذا كان ق(س) = س³ − ٣س² + ٥

مجد معادلة المماس عند س = ٢ ؟

٣ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = (٣س − ٢) / (س − ١) عند النقطة (٢ ، ٤)

٤ اذا كان ق(س) = س (٣س − ١)² مجد

معادلة المماس لمنحنى الاقتران عندما س = ١

٥ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = (٣س − ٤)(س − ٣) عند س = ٢

٦ اذا كان ص = ق(س) = (٣س − ٢)³

مجد ميل المماس عند س = −١

** ٧ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = ٤س^½ + ٧س عند النقطة

(٢ ، ١٦)

مجاهيل

٨ اذا كان ق(س) = س³ − ٨س + ٤

وكان ميل المماس يساوي (٤) مجد

قيمة س١ .

حلو ٩ اذا كان ق اقتراناً متصلاً حيث ق(٠) = ١ ، ق(١) = ٠

فإن معادلة المماس عند س = ٠ هي

أ) ص = −١ ب) ص = ١ ج) س = ١ د) س = ٢

سابعاً: التفسير الفيزيائي للمشتقة

فعت

المسافة ← السرعة ← التسارع

ف(ن) ← ع(ن) ← ت(ن)

صيغة السؤال

ن الزمن معطى	ن الزمن غير معطى
بعد مرور ... عدد الثواني	عندما ← سرعته / تسارعه
هنا فعت	نكتب فعت عامودي
١) نشتق ← مرة أو مرتين	ف(ن) = المعادله كما هي
٢) نعوض بالزمن	ع(ن) = ف' = اشتق مرة 5 أسطر
	ت(ن) = ف'' = اشتق مرتين
بعد مرور ... نعوض	ثم نستخدم المعلومه لايجاد قيمة ن
ثانيه واحده ← ن = ١	سرعته ١٠ ← ع = ١٠
ثانيتين ← ن = ٢	تسارعه ٢٠ ← ت(ن) = ٢٠
دقيقه ← ن = ٦٠	
ن ثانيه ← حافي التعويض	ثم نعوض بقيمة ن في المعادلة الأخرى

السؤال السابع

اجابه صفحة ١٥

١) اذا تحرك جسيم وفق العلاقه ف(ن) = ٣ن^٢ + ١ حيث (ف) المسافه (ن) الزمن بالثواني احسب سرعة الجسيم بعد مرور (٣) ثواني منذ بدء الحركه.

٢) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^٣ - ٦ن^٢ + ١ احسب تسارع الجسيم بعد مرور دقيقه من الحركه حيث (ن) الزمن بالثواني.

٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للاقتران ف(ن) = ٢ن^٣ - ٥ن - ١٣ جد سرعة الجسيم عندما يكون تسارعه ٢٤ م/ث^٢

٤) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقه ف(ن) = ن^٣ - ٣ن + ١٥ جد تسارع الجسيم عندما تصبح سرعته ٩ م/ث

٥) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقه ف(ن) = ٢ن^٣ - ٦ن^٢ + ٤ن - ٢ جد سرعه هذا الجسيم عندما ينعدم تسارعه

** ٦) يتحرك جسيم وفقاً للاقتران ف(ن) = ن^٣ + ٣ن^٢ - ٤ن احسب تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ٥ م/ث

** ٧) يتحرك جسيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل بعد (ن) ثانيه يعطى وفقاً للاقتران ف(ن) = ٢(ن+١)^٣ + ٥ احسب سرعة الجسيم عندما يكون تسارعه ٣٦ م/ث^٢

قوي

٨) اذا كان ف(ن) = ن^٣ - ٩ن^٢ + ٢٤ن في المسافة احسب تسارع الجسيم في اللحظه التي تنعدم فيها سرعته

ملاحظه ← فقط الزمن لا يجوز أن يكون سالب أو صفر فاذا وجد لدينا قيمتين لـ ن ← نأخذ الموجبة فقط

معدل التغير

فرّق بين

مقدار التغير ← دلتا يه واحده ← Δ

متوسط التغير ← دلتا يتين ← $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

القوانين

① مقدار التغير في س

$\Delta س = س_2 - س_1$

② مقدار التغير في ص أو ق

$\Delta ص = ص_2 - ص_1$

ق(س٢) − ق(س١)

(عوّض بقيمة س٢) − (عوض بقيمة س١)

③ معدل التغير

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

* وتذكر أن *

معدل التغير = ميل القاطع = السرعة المتوسطة

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ نفسه ← $\Delta ص$ ، $\Delta س$ نفسه ← $\frac{\Delta ف(ن)}{\Delta ن}$

هل تعلم ← مشتق عنك لازم تعلم

① الفترة $[أ ، ب]$ ، التقطة $(أ ، ب)$

$س_1$ $س_2$ ← كدة سينات

$س$ ← $ص$

② تغيرت س من ٣ الى ٧ ← $س_2$

السؤال الثامن

الاجابة صفحة ٢١

اجابات صفحة ٢١

① اذا كان ق(س) = ٤س + ٢ وتغيرت س من (١) الى (٣) فجد

② مقدار التغير في س

③ مقدار التغير في قيمة الاقتران ق

④ معدل التغير للاقتران ق(س)

---

② اذا كان ق(س) = { س² − ٣ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ؛ ٣س + ١ ، ٣ ≤ س ≤ ٥ }

فجد معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [٣ ، ٥]

---

③ اذا كان ص = ق(س) = س² − ٢

$س_1 = ٢$ ، $\Delta س = ٣$

فجد معدل التغير للاقتران ق

---

④ اذا كان ق(س) = ٤ − ٣س فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (١ ، ق(١)) ، (٣ ، ق(٣))

---

⑤ اذا كانت المسافه التي يقطعها جسيم في أثناء سقوطه لأسفل تعطى بالعلاقه ف(ن) = ٣ن² − ٥

احسب السرعة المتوسطه للجسيم في الفترة [١ ، ٣] الزمنيه

صعب (أو جار) ***

---

⑥ اذا كان معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [−٣ ، ١] يساوي ٣ وكان هـ(س) = ق(س) − س² فجد متوسط التغير للاقتران هـ في الفترة [−٣ ، ١]

هام هام

٧ اذا كان ص = ق(س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من (س١) الى (س١ + هـ) هو Δص = ٥ س١ هـ + ٢هـ^٢ فجد ق(س)

---

٨ غريب في عام ٢٠٠٥ بلغت ارباح شركة أجهزه كهربائيه (٢٠,٠٠٠) دينار وفي عام (٢٠١٢) حققت الشركه أرباح قدرها (٣٤,٠٠٠) جد متوسط التغير السنوي في ارباح الشركه ؟

---

٩ اذا كان ق(س) = { ٢س^٢ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; ٣س ، ٣ < س ≤ ٥ }

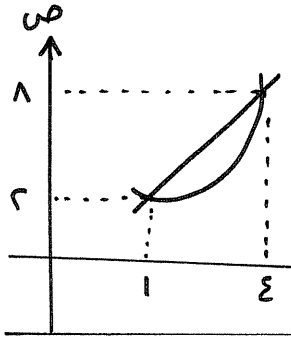
وكان معدل تغير الاقتران ق عندما تتغير س من (٢) الى (٥) يساوي (٤) فجد قيمة أ

---

١٠ اذا كان ق(س) = أ / (س + ٢) وكان معدل تغير الاقتران ق يساوي (-١) عندما تتغير (س) من (صفر) الى (٣) فجد قيمة أ

---

١١ إعتماداً الشكل التالي الذي يمثل منحنى ق(س) جد معدل التغير للفتره [١، ٤]



---

١٢ إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطتين أ (٣، ٧) ، ب (-١، ل) وكان ميل القاطع أ ب ↔ يساوي (-٣) فجد قيمة ل

اختبار ضع دائرة الاستحقاق

١ اذا علمت أن ق(س) = ٤ - ٣س وتغيرت قيمة س من (٢) الى (٥) فما Δص هي :

أ) -٣ ب) ٣ ج) ٧ د) -٩

---

٢ اذا كان ق(س) = ٢ جا٣س فما نهاية [ق(س+هـ) - ق(س)] / هـ عندما هـ → ٠

أ) ٢ جتا٣س ب) -٦ جتا٣س ج) -٦ جاس د) ٦ جتا٣س

---

٣ اذا كان ق(س) = ٣ س^٢ فما ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ٣) ، (٢، ١٢) يساوي

أ) ١/٣ ب) ٣ ج) -٣ د) ١/٣

---

٤ اذا كان ق(س) = جـ^٣ س وكان جـ عدد ثابت فما ق(س)

أ) ٣ جـ^٢ س ب) ٣ جـ^٢ ج) ٣س د) جـ^٣

---

٥ اذا كان ق(١) = ٢ ، هـ(١) = ٥ فما ك(١) = -٢

، هـ(١) = ١ فإن (ق × هـ)'(١) =

أ) -٢ ب) -٨ ج) ٨ د) ١

---

٦ اذا كان ق(س) = ٢س^٣ + ٣س + ٥ وكان ميل المماس عند س = ٢ يساوي (١٨) فما قيمة الثابت أ =

أ) ١١ ب) -٤ ج) ٤ د) ٢

---

٧ اذا كان ص = جا هـ(س) فما ص' / س' =

أ) جتا هـ(س) ب) ك(س) جتا هـ(س)

ج) جتا ك(س) د) جا هـ(س)

---

٨ يتحرك جسيم وفق العلاقه ف(ن) = م(ن - ١)^٢ فاذا كانت سرعه الجسيم بعد (٤) ثواني تساوي (١٢) فما قيمة م

أ) ١ ب) ١٢ ج) ٦ د) ٢

أولاً : إيجاد قيم س الحرجة

قيم س التي تجعل المشتقة = صفر

هنا الاجراء

١ نشتق المعادلة ق(س) = ...

٢ نساوي المشتقة بالصفر ق(س) = ٠

٣ ثم نوجد قيم س الحرجة (حل معادلة)

ثانياً : إيجاد

أ) فترات التزايد والتناقص للاقتران

ب) القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية

هنا الخطوات التي نقوم بها 5 اصابع

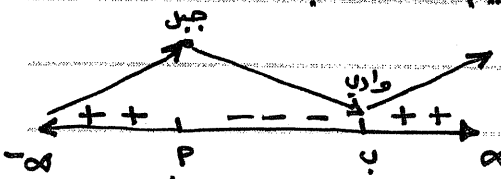
وهي

١ نشتق ق(س)

٢ ق(س) = ٠

٣ نوجد قيم س الحرجة مثلاً س = أ / س = ب

٤ خط اعداد



٥ نعنع

نفس اشارة معامل أكبر درجة لـ س في المشتقة مثلاً ك س^ن +

عكس الاشارة — نفس — عكس

أ) الاجابة ٢ فترات تزايد (-∞ ، أ] ، [ب ، ∞)

للفترات + ٢ فترات تناقص [أ ، ب]

ب) قيمة عظمى عند س = أ جبل وقيمتها ق(أ)

قيمة صغرى عند س = ب وادي وقيمتها ق(ب)

السؤال التاسع

جد قيم س الحرجة لكل مما يلي

الاجابة صفحة ← ٢٣

١ ق(س) = س^٣ + ٦س^٢ - ٤ وجد نقط الحرجة

٢ ق(س) = ٨ - س^٣

٣ ق(س) = س^٣ - ١٢س + ٥

٤ ق(س) = ٦س^٢ - س^٣ + ١

٥ ق(س) = س^٣ + ٣س - ٢

٦ ق(س) = س^٣ + ٦س^٢ - ١٥س + ٤

٧ اذا كان للاقتران ق(س) = ٣س^٢ - ٢س + ٤ نقطة حرجة عند س = ٣ فجد قيمة الثابت ٢ ؟

السؤال العاشر

جد كلاً من

أ فترات التزايد والتناقص

ب القيم القصوى (العظمى والصغرى للاقترانات) المحلية

١ ق(س) = س^٣ - ٢٧س + ١٠

٢ ق(س) = ٣س^٢ - س^٣ + ١

٣ ق(س) = س^٢ (٦ - س)

٤ ق(س) = س^٣ - ٦س^٢ + ٩س

٥ ق(س) = س^٢ + ٢س - ٥

٦ مهم اذا كان ق(س) = س^٣ + ٣س - ٤ فبين انه الاقتران متزايداً على مجموعة الاعداد الحقيقية

٧ قوي جداً ق(س) = س^٣ + ٨

رابعاً: ايجاد [١] قيم س الحرجه ← [٢] فترات التزايد والتناقص [٣] القيم القصوى من الرسمه

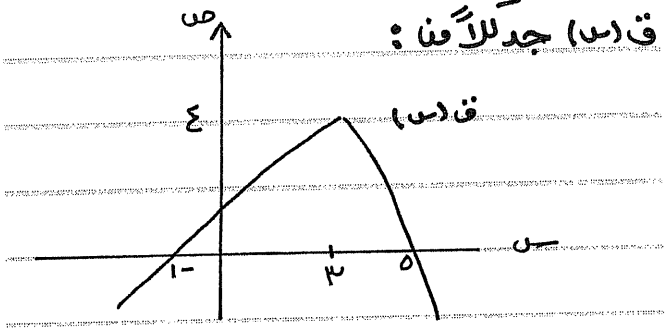
رسمة ق(س) أو رسمة ق(س)

ق ← تُهمل بالنسخ للشكل على خط الاعداد

ق(س) ← س تكعيب ← نقط قطع محور س ← تقطع ← قيم حرجه على خط الاعداد

مثال (١)

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) جد لأقصى :



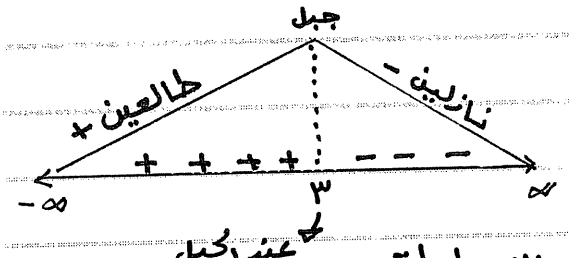
[١] جد قيم س الحرجه وحدد نوعها

[٢] جد فترات التزايد والتناقص

[٣] * جد القيم القصوى للاقتران (المطلق) وحدد نوعها

ق ← تهمل بالنسخ

هنا ← نقوم بعمل خط اعداد ننسخ الشكل الموجود في الرسمه عليه



الاجابات

[١] س = ٣ ← نوعها عظمى

[٢] فترات التزايد $(-\infty, 3]$ +

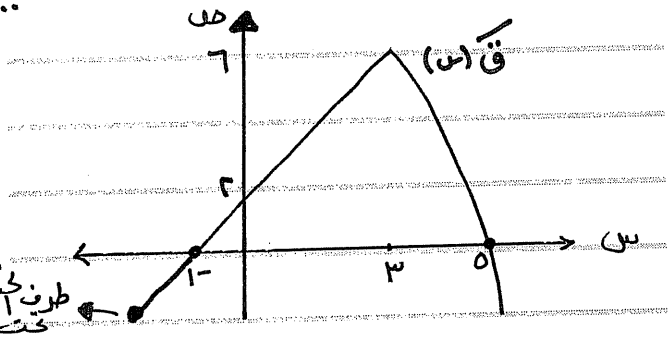
فترات التناقص $[3, \infty)$ ---

[٣] * قيمة عظمى عند س = ٣ وقيمتها ق(٣) = ٤ ← ص

هنا يكون المطلوب ص من الرسمه

مثال (٢)

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقه الاولى للاقتران ق(س) اجب عما يلي

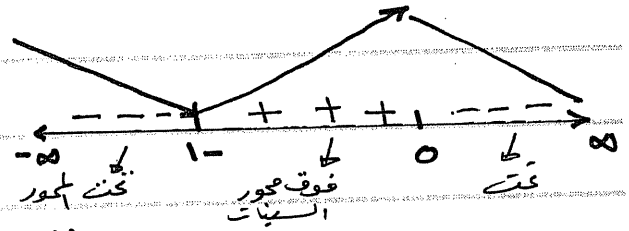


[١] جد قيم (س) التي يكون للاقتران ق عندها قيم قصوى وبيّن نوعها

[٢] جد فترات التزايد والتناقص

[٣] * جد نهـ $\frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$ ، هـ

هنا ← ق ← س تكعيب نعمل خط اعداد نقوم بوضع عليه نقط قطع محور س ← قيم حرجه



[١] س = -١ صغرى / س = ٥ عظمى

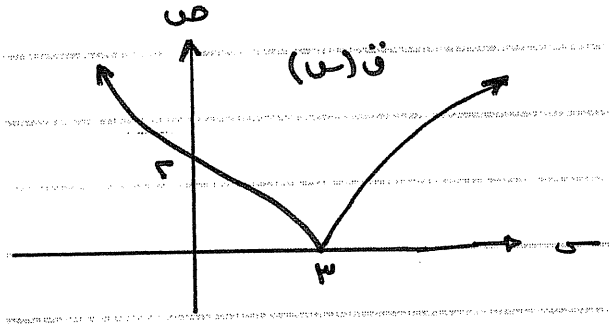
[٢] فترات تزايد $[-1, 5]$ / تناقص $(-\infty, -1]$ $[5, \infty)$

[٣] هنا ق(٣) = ٦

السؤال الحادي عشر

الاجابات صفحة ٢٥

[١] معتمداً على الشكل التالي الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على ح



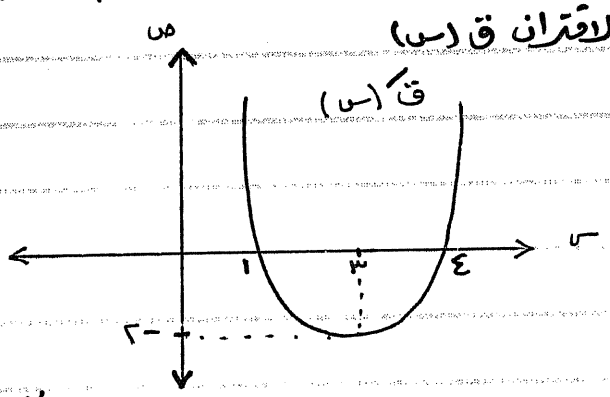
م [٢] جد قيم (س) الحرجه وبين نوعها ؟

ب [٣] جد فترات التزايد ؟

جـ [٤] جد القيم العظمى أو الصغرى إن وجدت ؟

---

[٣] معتمداً الشكل التالي الذي يمثل منحنى المشتقه الاولى للاقتران ق(س)



أ [٤] جد قيم س الحرجه التي يكون عندها قيم عظمى او صغرى

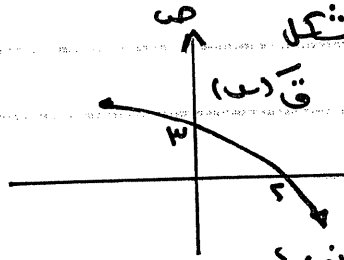
ب [٥] جد عدد قيم س الحرجه

جـ [٦] جد فترات التناقص

د [٧] جد ميل المماس عند س = ٣

---

[٣] بالاعتماد على الشكل

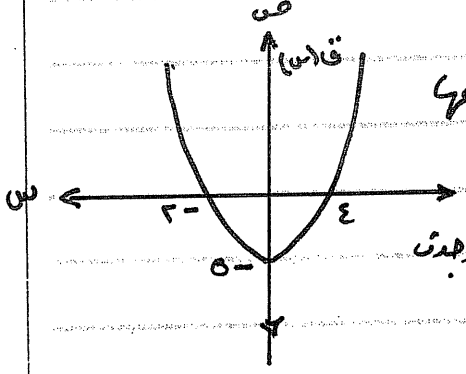


م) جد قيم س الحرجه ونوعها

ب) فترات التناقص

---

[٤] بالاعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)



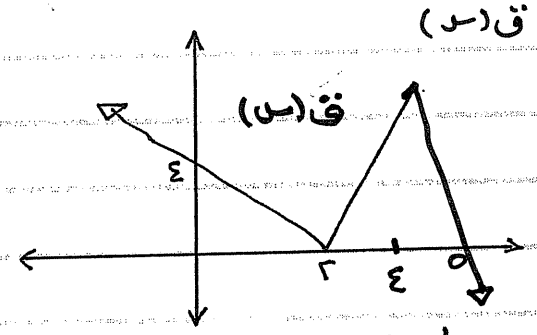
أ [٤] جد قيم س الحرجه ونوعها

ب [٥] فترات التناقص

جـ [٦] القيم العظمى او الصغرى إن وجدت وبين نوعها

صعبه

[٥] بالاعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى ق(س)

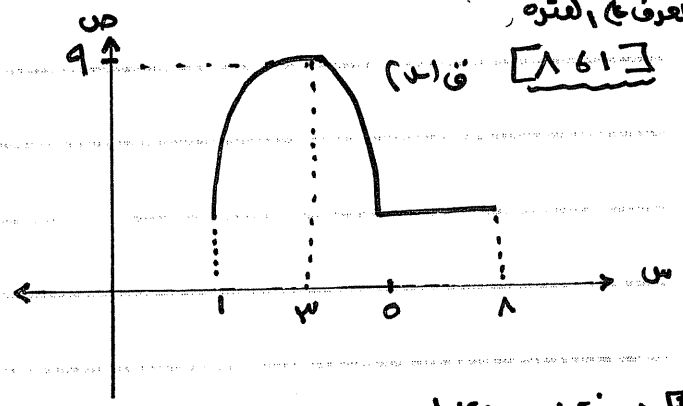


أ [٤] جد قيم س الحرجه

ب [٥] جد فترات التزايد والتناقص

صعبه

[٦] معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على الفترة [-٨، ٦]



أ [٤] جد فترات التزايد

ب [٥] جد القيم القصوى إن وجدت ونوعها ؟

* جـ [٦] جد الفترة التي يكون فيها ميل المماس = صفر أو ق'(س) دائماً = صفر ؟

* د [٧] الفترة التي يكون فيها ق'(س) < صفر ؟

[١٢] انظر صفحة ٢٥ ← اختبار ضع دائره

خامساً: تطبيقات اقتصادية على التفاضل

بداية لازم نحفظ قانون ونص

١) الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفه الكليه

ر(س) = ل(س) - ك(س)

٢) الايراد الكلي = عدد الوحدات × سعر البيع

دائماً س × رقم أو معادله

طواريء

* ومكن من خلال القانون الأول نعمل قانون للايراد

الايراد = الربح + التكلفه

الطواريء

* ما معنى كلمة (حدي) ؟ ← معناها إشتق

صيغة السؤال

حدي

م) جد (شيء) حدي

هنا مطلوب نشتق فقط

خاذا كانت المعادلة المطلوب اشتقاقه

موجوده جاهزه ← فقط نشتقه وانتهت الاجابه

غير موجوده ← ١) نكتب قانون ٢) ثم نشتقها

أفعل

ب) جد قيمة (س) التي تجعل مثلاً الربح أكبر ما يمكن

١) نكتب قانون الربح

٢) نشتقه ر(س)

٣) نساوي بالصفر

٤) نوجد قيمة (س)

٥) ثم نجعل أكبر ما يمكن عظمى

إما أن

المشتقه الثانيه ر"(س) أو خاوة خط بمداد

حل السؤال الثاني عشر

الاجابه صفحة ٨٨

١) اذا كان اقتران التكلفه الكليه هو ك(س) ك(س) = ٣س٢ - ٥٠ س + ٧٠ فجد التكلفه الحديه عند انتاج (٥٠) وحدة ؟

٢) اذا كان اقتران الايراد الكلي للمبيعات هو ل(س) = ٨٠ س - ٣س٢ + ١٠ وكانت التكلفه الكليه ك(س) = س٢ + ٣٠ س - ٢٠٠ فجد الربح الحدي ؟

٣) اذا كان مصنع يبيع الجرار بسعر (٤٠ - س) فجد الايراد الحدي ؟

٤) اذا كانت التكلفه الكليه لانتاج (س) وحدة هي ك(س) = ٢٤٠ + س٢ + ٦٠س والايراد الكلي ل(س) = ٢٦٠ س + ٣٠٠ فجد قيمة (س) التي تجعل الربح أكبر ما يمكن

هام

٥) ينتج مصنع للثلاجات (س) ثلاجه شهرياً فاذا كانت تكلفة انتاجها ك(س) = ٣٠٠٠ + ٨٠س + س٢ وكان المصنع يبيع الثلاجه بسعر (٤٨٠) دينار فجد

م) اقتران الايراد الكلي

ب) عدد الثلاجات التي يجب أن يبيعها المصنع لتحقيق أكبر ربح ممكن

تابع السؤال الثاني عشر ← الاجابه ص٤٦

مهم
٦) وجدت شركه لانتاج العاب الأطفال أن التكلفه الكليه لانتاج العاب الأطفال هي
ك(س) = ٣٠٫٠٤ س − ٨٠ س + ١٠٠ وأن الربح الناتج هو ر(س) = ٩٠ س + ٣٠٫٠٤ س

أ) جد عدد اللعب اللازم انتاجها حتى تكون التكلفه أقل مايمكن

---

٧) سؤال خارجي (صعب) ← لو ضربونا
ينتج مصنع (س) من الوحدات في الاسبوع من بضاعه معينه ويبيع الوحده بمقدار (ك) دينار فاذا كانت التكلفه
ك(س) = ٣س٣ − ٨س + ١٥ وكانت العلاقة بين س ، ص هي
٣س = ١٠٤ − ٣ص
فبرهن أن اكبر ربح يحصل عليه المصنع عندما ينتج (١٠) وحدات اسبوعياً

---

* ملاحظات حاب إنك تعرفها *

١) الربح الحدي بالرموز
ر'(س) = ك'(س) − ك'(س)

٢) الربح يكون اكبر مايمكن عندما يكون
الايراد الحدي = التكلفه الحديه
ك'(س) = ك'(س)

خليها معك هالمعلومتين بتنفعك في (ضع دائرة)

السؤال الثالث عشر ← اجابه صفحة ٤٦

اختار ضع دائرة (شامل) لكل دروس

١) اذا كان للاقتران ق(س) = ٣س٣ − ١٢س + ١
قيمة حرجه عند س = ٣ فإن قيمة (ق) =
أ) ٢ ب) ٦ ج) ١٢ د) −٢

---

٢) اذا كان ق(س) = س٣ − ٤س فإن للاقتران قيمة صغرى عند س =
أ) صفر ب) ٢ ج) −٤ د) ٤

---

٣) فترة التزايد للاقتران ق(س) = س٣ − ٣س٢ − ٢
أ) [٢ ، ٣] ب) [١ ، ٠] ج) [٠ ، ١] د) (−∞ ، ١]

---

٤) اذا كان للاقتران ق(س) = ٣س٣ − ٣ س٢
قيمة صغرى محليه عند س = ١ فإن قيمة الثابت ؟
أ) ٢ ب) −٢ ج) −٣ د) ٣

---

٥) اذا كان ك'(س) = ٣س٢ + ٤٠ اقتران التكلفه الكليه فإن التكلفه الحدية لانتاج (٢٠) قطعه =
أ) ٥٢ ب) ١٢٠ ج) ٢٠ د) ٤٠

---

٦) اذا كان قد اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان قد'(س) = ٣س٢ (س + ٦) فجد مجموعة قيم س الحرجه ؟
أ) {−٦ ، ٢} ب) {−٦ ، ٠} ج) {٠ ، ٤} د) {−٤ ، ٠}

---

٧) معتمداً جدول الاشارات جد قيمة س التي يكون عندها قيمة صغرى ؟

قد'(س)				
اشارة قد'(س)	+ + + +	صفر − − − −	صفر + + + +	
قيم س	−∞	−١	٢	∞

أ) −١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

اجابة السؤال الأول ← المطلوب صـ

[١] $\frac{دص}{دس} = ٣س^{٢} - ٤س + ٤$

[٢] $\frac{دص}{دس} = ٥س^{٤} - ٥ - ٦س^{-٢} + \frac{١}{٥}س^{-\frac{٤}{٥}} + \frac{١}{٥}$

[٣] $\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٢\sqrt{س}} + ٣ \times ٥س^{٤} - ١$

[٤] $\frac{دص}{دس} = ٥(٣س - ٧)^{٤} \times ٣ + ١٨ (س^{٣} + ٦)^{٢} \times ٣س^{٢}$

[٥] نجعل ص = $(٢س - ٨)^{\frac{١}{٣}} + \frac{١}{٦}س^{٥}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٣}(٢س - ٨)^{-\frac{٢}{٣}} \times ٢ + \frac{١}{٦} \times ٥س^{٤}$

[٦] $\frac{دص}{دس} = -٢جاس + ٣ظا^{٢}س \times ٥ - ٧جتاس \times ١$

[٧] $\frac{دص}{دس} = جتا(س^{٣} - ١) \times ٣س^{٢} + \frac{١}{٥}ق^{٢}س - ٣جاس^{٢} \times ٣س^{٢}$

[٨] $\frac{دص}{دس} = ٦(جتا٣س)^{٥} \times -جا٣س \times ٣ + ٣(١ - ظاس)^{٢} \times -ق^{٢}س$

[٩] نجعل ص = $(ظا٣س)^{٢} - (جا٦س)^{٥}$

$\frac{دص}{دس} = ٢(ظا٣س)^{١} \times ق^{٢}٣س \times ٣ - ٥(جا٦س)^{٤} \times جتا٦س \times ١٢س$

[١٠] $\frac{دص}{دس} = (٢س)(٣(٣س^{٣} + ٨)^{٢} \times ٣س^{٢}) + (س^{٣} + ٨)^{٣} \times (٢)$ ضرب

[١١] $\frac{دص}{دس} = (٥س)(جتاس) + (جاس)(٥) + ٦جاس$

[١٢] نجعل ص = $(جاس)^{٢}(١ - جتاس)$

$(جاس)^{٢} \times (جاس) + (١ - جتاس) \times (٢(جاس)^{١} \times جتاس)$

[١٣] $\frac{دص}{دس} = \frac{-٣س^{٢}}{٥} + \frac{-٥ \times ٣س^{٢}}{(س^{٣})^{٢}}$ المطلوب صـ

[١٤] $\frac{دص}{دس} = \frac{(٥ - ٣س)(٢س) - (س^{٢} + ٦)(-٣)}{(٥ - ٣س)^{٢}}$ ماماوبابا

[١٥] $\frac{دص}{دس} = ١٥س^{٢} - ٤س$ ثم نعوض بـ (١)

$\frac{دص}{دس}|_{س=١} = ١٥(١)^{٢} - ٤(١) =$ [١١]

[١٦] $\frac{دص}{دس} = \frac{٣ \times -١}{(٢ - س)^{٢}}$ ثم نعوض بـ -٢

$\frac{دص}{دس}|_{س=-٢} = \frac{-٣}{(٢ - -٢)^{٢}} = \boxed{\frac{-٣}{١٦}}$

[١٧] $\frac{دص}{دس} = ٣(٢س + ١)^{٢} \times ٢$ نعوض بـ [٢]

$\frac{دص}{دس} = ٣(٢ \times ٢ + ١)^{٢} \times ٢$

$= ٢ \times ٢٥ \times ٣ =$ [١٥٠]

[١٨] $\frac{دص}{دس} = \frac{-٨ \times ٢}{(٣س - ٣)^{٢}} - ٥(جا٢س)^{٤} \times جتا٢س \times ٢$

[١٩] $\frac{دص}{دس} = \frac{(جتاس + ١)(جتاس) - (جاس)(-جاس)}{(جتاس + ١)^{٢}}$

[٢٠] $\frac{دص}{دس}$ ← نجعل $\frac{١}{٥}س^{\frac{٥}{٣}} + ٢س^{\frac{١}{٢}} + ٣جتاس$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢}{٥}س^{-\frac{٣}{٥}} + ٢ \times \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}} - ٣جاس$

[٢١] $\frac{دص}{دس} = \frac{(س)(ق^{٢}س) - (ظاس)(١)}{س^{٢}} + \frac{٣}{٢}س^{\frac{١}{٢}} - \frac{جتا٣س \times ٣}{٩}$

[٢٢] $\frac{دص}{دس} = ٣س^{٢} + \frac{١}{٣}س^{-\frac{٢}{٣}}$ نعوض بـ (١)

$٣(١)^{٢} + \frac{١}{٣} \times (١)^{-\frac{٢}{٣}} = ٣ \times ٣ + \frac{١}{٣} = \boxed{\frac{٣٠}{٣}}$

[٢٣] $\frac{دص}{دس} = (س)(-٢س) + (٣ - س^{٢})(٢) - \frac{٤}{س^{٣}}$

$\frac{دص}{دس} = (٢)(-٢) + (٢)(٢) - \frac{٤}{٢^{٣}} = \boxed{\frac{-١}{٢}}$

[٢٤] $\frac{دص}{دس} = -٣(٩ - س)^{-٤} \times -١ + ١٠ \times \frac{٣}{٥}س^{-\frac{٢}{٥}}$

إجابة السؤال الثاني

١ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر ع} \times \frac{ر ع}{ر س}$

$= (١ + ٢ ع) \times (٣ س^{٢})$

$= (١ + ٢ (س^{٣} - ٤)) \times (٣ س^{٢})$

---

٢ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر ع} \times \frac{ر ع}{ر س}$

$\frac{ر ص}{ر س} = (-٢ ع) \times (-جا ٣س \times ٣)$

$\frac{ر ص}{ر س} = (-٢ (جتا ٣س)) \times (-جا ٣س \times ٣)$

---

٣ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر ع} \times \frac{ر ع}{ر س}$

$\frac{ر ص}{ر س} = \left(\frac{-٢ \times ١}{ع^{٢}}\right) \times (٢)$

$\frac{ر ص}{ر س} = \frac{-٢}{(٢ س - ٣)^{٢}} \times (٢)$ عند س = ٢ نعوض

$\frac{ر ص}{ر س} = \frac{-٢}{(٢ \times ٢ - ٣)^{٢}} \times ٢ = \boxed{-٤}$

---

٤ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر م} \times \frac{ر م}{ر س}$

$\frac{ر ص}{ر س} = (٣ م^{٢} + ٦ م) \times (٣)$

$\frac{ر ص}{ر س} = (٣ (٣ س + ١)^{٢} + ٦ (٣ س + ١)) \times (٣)$

---

٥ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر ل} \times \frac{ر ل}{ر س}$

$(٣ ل^{٢}) \times (٥)$ نعوض ب (-٢)

$٣ ((٥ - س)^{٢}) \times (٥)$

$٣ (٥ \times ٥ - ٢)^{٢} \times ٥$

$= ٣٠٠ \times ٥ = \boxed{١٥٠٠}$

---

٦ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر ع} \times \frac{ر ع}{ر س}$

$\frac{ر ص}{ر س} = \frac{١}{٢ \sqrt{ع + ١}} \times (١٢ س^{٢})$

$\frac{ر ص}{ر س} = \frac{١}{٢ \sqrt{٤ س^{٣} - ٩ + ١}} \times (١٢ س^{٣})$

---

٧ $\frac{ر ص}{ر س} = \frac{ر ص}{ر م} \times \frac{ر م}{ر س}$

$\frac{ر ص}{ر س} = (٢ م) \times \left(\frac{-١}{س^{٢}}\right)$

$\frac{ر ص}{ر س} = ٢ \left(\frac{١}{س}\right) \times \left(\frac{-١}{س^{٢}}\right)$

إجابة السؤال الثالث

١ $ق(س) = ٣ ع^{٣} + ٢ م^{٢} س$ نشتقه

$ق(٢) = ٣ \times (٢)^{٢} + ٢ م^{٢} (٢)$ نعوض بـ ٢

$١٢ + ٤ م = ٢٠$ نساوي بـ ٢٠

$٤ م = ٨ \Leftarrow \boxed{م = ٢}$

---

٢ $ق(س) = ٣ س^{٣} - ٧ س$ نشتقه

$ق(م) = ٣ م^{٢} - ٧ = صفر$ نعوض بـ م

$\frac{٣ م^{٢}}{٣} = \frac{٧}{٣} \Leftarrow م^{٢} = ٩$

$\boxed{م = \pm ٣}$

---

٣ $ق(س) = ٣ س^{٣} + ٦ س - ٩$ نشتقه

$ق(م) = \frac{٣}{٣} م^{٢} + \frac{٦}{٢} م - \frac{٩}{٢} = صفر$ نقسم ÷ ٣

$م^{٢} + ٢ م - ٣ = ٠$

$(م + ٣) (م - ١) = ٠ \Leftarrow$ ① ، ③

---

٤ $ق(س) = ٤ (٣ - س)^{٣} - ١$

$-٤ (٣ - س)^{٣} = ٣٢$ نقسم ÷ -٤

$(٣ - س)^{٣} = -٨$

$٣ - س = -٢ \Leftarrow \boxed{س = ٥}$

---

٥ $ق(٢) = ٣ م^{٣} (س) + ٨ س$

$= ٣ \times ٤ \times ٨ + ٢ = \boxed{٢٨}$

إجابة السؤال الرابع

١ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(٦ + ٢ع) - (٦ + ٢س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٦ + ٢ع - ٦ - ٢س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{ع - س}$

$= ٢$

٢ $ق'(س) = ٢$

---

٢ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(٣ + ع^٢) - (٣ + س^٢)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} (ع + س)$

$= ٢س$

---

٣ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^٣ + ١) - (س^٣ + ١)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٣ - س^٣}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^٢ + ع س + س^٢)}{ع - س}$

$= ٣س^٢$

---

٤ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢}{ع - ٣} - \frac{٢}{س - ٣}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢س - ٦ - ٢ع + ٦}{(ع - ٣)(س - ٣)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٢(س - ع)}{(ع - ٣)(س - ٣)(ع - س)}$

$ق'(س) = \frac{-٢}{(س - ٣)^٢}$

---

٥ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{ع} + \sqrt{س})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$

$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

---

٦ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(-٦) - (-٦)}{ع - س} = \frac{صفر}{ع - س}$

$ق'(س) = صفر$

---

٧ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(٤ع^٢ - ٣) - (٤س^٢ - ٣)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع^٢ - ٤س^٢}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع^٢ - س^٢)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ٤(ع + س)$

$ق'(س) = ٨س$

---

٨ $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^٢ - ٢ع) - (س^٢ - ٢س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - ٢ع - س^٢ + ٢س}{ع - س}$

نفصل التربيع مع السيه مع التربيع مع العيه

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س} + \lim_{ع \to س} \frac{٢س - ٢ع}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س} + \lim_{ع \to س} \frac{٢(س - ع)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} (ع + س) + \lim_{ع \to س} (-٢)$

$ق'(س) = ٢س - ٢$

$ق'(٣) = ٦ - ٢ = ٤$

اجابة السؤال الخامس

١ المطلوب $ق'(س) = -٣جاس$ ← ج

---

٢ المطلوب $ق'(٢) \Leftarrow ق'(س) = ٢(٢س+١)^{١}\times ٢$

$ق'(٢) = ٢(٢\times٢+١)\times ٢$

$= ٢\times٥\times٢ = ٢٠$ ← ب

---

٣ $ق'(س) = \frac{-١\times١}{جـ^{٢}} \Leftarrow \frac{-١}{جـ^{٢}}$ ← د

---

٤ المطلوب $ق'(-٢) \Leftarrow$ نشتقه ونعوض بـ $=٢$

$ق'(س) = \frac{-٨\times١}{س^{٣}}$

$ق'(-٢) = \frac{-٨}{(-٢)^{٣}} = \frac{-٨}{-٨} = -١$ ← ب

---

٥ $هـ'(س) = (ع'س)(ق'ا س) + (ق'ا س)\times(٣س)$

$هـ'(٣) = (٣)^{٢}(ق'(٣) + ق''(٣)\times(٣\times٣)$

$٩\times٥ + ٦\times٦$

$٤٥ + ٣٦ = ٨١ \leftarrow$ د

---

٦ د $(ق\times هـ)'(٢)$ ← نشتقه ثم نعوض بـ ① ← ضرب

$(ق''(٢)\times هـ'(٢)) + (هـ(١٢)\times ق'(١٢))$

$-١\times١ + ٣\times٢^{٢}$

$= -١ + ٦ =$ ٥

---

٧ ب $\left(\frac{٨}{ف}\right)'(٢)$

$\frac{-٨\times ق'(٢)}{(ف(١٢))^{٢}}$

ج $٣ق'(٢) - ٢هـ'(٢)$

$٣\times٢ - ٢\times١$

$= ٦ - ٢ =$ ٤ ← ٤

د $(ق\times هـ)'(١)$ ← نشتقه ثم نعوض

$(ق''(١)\times هـ(١)) + (هـ'(١)\times ق(١))$

$-١\times٣ + ١\times(-٣)^{٢}$

$= -٣ + ٩ =$ صفر ← صفر

وذلك لان الرجابه صفر

---

٧ $ق'(س) = (\sqrt{٣س+٦})(هـ'(س)) + (هـ(س))\times\frac{١}{٢\sqrt{٣س+٦}}$

$ق'(-٢) = (\sqrt{-٢+٦})(هـ'(-٢)) + (هـ(-٢))\times\frac{١}{٢\sqrt{-٢+٦}}$

$= (\sqrt{٤})(٢) + (١)\times\frac{١}{٢\sqrt{٤}}$

$٢\times٢ + ١\times\frac{١}{٤}$

$\frac{٤\times٤}{١\times٤} + \frac{١}{٤}$ ← توحيد مقامات

$= \frac{١٧}{٤}$

إجابة السؤال السادس

١) $م = ق'(س) = \frac{٣}{٢ \times ٢ \sqrt{٣س + ١}}$

$م = ق'(١) = \frac{٣}{٢ \times ٢ \sqrt{٣ + ١}} = \frac{٣}{٤}$

٢)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٥ = ٤(س - ٢)$

تكمله بدون عدوضه ← $ص = ٤س - ٣$

$س_١ = ٢$

عوض $ص_١ = ق(٢) = (٢)^٣ - ٢ \times ٢^٢ + ٥$

$= ٨ - ٨ + ٥ = ٥$

$م = ق'(س) = ٣س^٢ - ٤س$

$م = ق'(٢) = ٣ \times (٢)^٢ - ٤ \times ٢ = ٤$

٣)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٤ = -١(س - ٢)$

$(٢ ، ٤)$ ← $س_١ = ٢$، $ص_١ = ٤$

$م = ق'(س) = \frac{(س-١) \times (٣) - (٣س - ٢) \times (١)}{(س - ١)^٢}$

$م = ق'(٢) = \frac{(٢-١) \times (٣) - (٣ \times ٢ - ٢) \times (١)}{(٢-١)^٢}$

$م = \frac{٣ - ٤}{١} = -١$ نضعه في المعادله فوق

٤)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٤ = ١٦(س - ١)$

$س_١ = ١$

$ص_١ = ق(١) = ١ (٣ \times ١ - ١)^٢ \Leftarrow ٤ \times ١ = ٤$

$م = ق'(س) = (س)(٢)(٣س - ١)(٣) + (٣س - ١)^٢ (١)$ قاعدة ضرب

$م = ق'(١) = (١)(٢)(٢)(٣) + (٢)^٢ (١)$

$م = ١٢ + ٤ = ١٦$

٥)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = -١(س - ٣)$

$س_١ = ٢$

$ص_١ = ق(٢) = (٣ \times ٢ - ٤)(٢ - ٣)$

$= ٢ \times -١ = -٢$

$م = ق'(س) = (٣س - ٤)(١) + (س - ٣)(٣)$

$م = ق'(٢) = (٣ \times ٢ - ٤) + (٢ - ٣)(٣)$

$م = ٢ + -٣ = -١$

٦) $م = ق'(س) = ٣(٣س - ٢)^٢ \times ٦س$

$م = ق'(-١) = ٣(٣ \times -١ - ٢)^٢ \times ٦ \times -١$

$= ٣ \times ١ \times -٦ = -١٨$

٧)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ١٦ = ٦(س - ٢)$

$(٢ ، ١٦)$ ← $س_١ = ٢$، $ص_١ = ١٦$

$م = ق'(س) = -٤س^{-٢} + ٧$

$م = ق'(٢) = -٤ \times (٢)^{-٢} + ٧$

$-٤ \times \frac{١}{(٢)^٢} + ٧$

$-٤ \times \frac{١}{٤} + ٧$

$-١ + ٧ = ٦$

٨) ميل المماس يساوي (٤)

١) نشتق ← ② مساواة المشتقة بـ ٤

$م = ق'(س) = ٢س - ٨$

$٢س = ٨ + ٤$

$٢س = ١٢$

$س = ٦$

٩) $ص = ١$

إجابة السؤال السابع

١ ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن

ع(٣) = ٦ × ٣ = ١٨ م/ث

٢ ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن² + ١٢ن

ت(ن) = ع'(ن) = ٦ن + ١٢

ت(٣) = ٦ × ٣ + ١٢ = ١٩٢ م/ث²

فقط نشتقه مرتين ونعوض بـ ن = ٣

٣ ف(ن) = ٢ن³ − ٥ن − ١٣

ع(ن) = ف' = ٦ن² − ٥

ع(٢) = ٦ × (٢)² − ٥ = ٢٤ − ٥ = ١٩ م/ث

ت(ن) = ع' = ١٢ن = ٢٤ عندما تسارعه ٢٤

ن = ٢

٤ ف(ن) = ن³ − ٣ن + ١٥

ع(ن) = ف' = ٣ن² − ٣

عندما سرعته ٩

٣ن² − ٣ = ٩

٣ن² = ١٢ ⇐ ن = ٢ / −٢ تهمل

ت(ن) = ع' = ٦ن

ت(٢) = ٦ × ٢ = ١٢ م/ث²

٥ ف(ن) = ٢ن³ − ٦ن² + ١٤ن − ٢

ع(ن) = ف' = ٦ن² − ١٢ن + ١٤

ع(١) = ٦ − ١٢ + ١٤ = ٨ م/ث

ت(ن) = ع' = ١٢ن − ١٢

١٢ن − ١٢ = ٠

١٢ن = ١٢

ن = ١

يتعدم تسارعه ت(ن) = صفر

٦ ف(ن) = ن³ + ٣ن² − ٤ن

ع(ن) = ف' = ٣ن² + ٦ن − ٤ سرعته ٥

٣ن² + ٦ن − ٤ = ٥

٣ن² + ٦ن − ٩ = ٠ نقسم ÷ ٣

ن² + ٢ن − ٣ = ٠

(ن + ٣)(ن − ١) = ٠

ن = −٣ تهمل / ن = ١

ت(ن) = ع' = ٦ن + ٦

ت(١) = ٦ × ١ + ٦ = ١٢ م/ث²

٧ ف(ن) = ٢(ن + ١)³ + ٥

ع(ن) = ف' = ٦(ن + ١)² × ١

ع(٢) = ٦(٢ + ١)² × ١ ⇐

= ٦ × ٩ = ٥٤ م/ث

ت(ن) = ع' = ١٢(ن + ١) × ١ شارعه ٣٦

١٢(ن + ١) = ٣٦

ن + ١ = ٣ ⇐ ن = ٢

٨ ف(ن) = ن³ − ٩ن² + ١٥ن

ع(ن) = ف' = ٣ن² − ١٨ن + ١٥ تنعدم سرعته

٣ن² − ١٨ن + ١٥ = ٠ ÷ ٣

ن² − ٦ن + ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن − ١) = ٠

ن = ٥ / ن = ١

لدينا زمنين نعوض مرتين

ت(ن) = ع' = ٦ن − ١٨

ن = ٥: ت(٥) = ٦ × ٥ − ١٨ = ١٢ م/ث²

ن = ١: ت(١) = ٦ × ١ − ١٨ = −١٢ م/ث²

إجابة السؤال الثامن

إجابة صفحة (١٦)

١ مقدار التغير في س ← $\Delta س$

$\Delta س = س_٢ - س_١ = ٣ - ١ = ٢$

٢ مقدار التغير في ق ← $\Delta ص$

$\Delta ص = ص_٢ - ص_١$

$= ق(٣) - ق(١)$

$= (٤ \times ٣ + ٢) - (٤ \times ١ + ٣)$ ← عوضنا

$= ١٤ - ٦ = ٨$

٣ التغير $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{١٤ - ٦}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

٤

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{(٢ \times ٥ + ١) - (٢^٢ - ٢)}{٣}$ ← عوضنا في المعادلة الثانية

$= \frac{١١ - ٢}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$

٥

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$\Delta س = س_٢ - س_١ = ٣ + ٢ = ٥$

$= \frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{(٥^٢ - ٢) - (٢^٢ - ٢)}{٣}$

$= \frac{٢٣ - ٢}{٣} = \frac{٢١}{٣} = ٧$

٦ ميل القاطع $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = \frac{(-٥) - (-١)}{٢}$

ميل القاطع $= -٢$

٧ السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف(ن)}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$= \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١} = \frac{(٣ \times ٣^٢ - ٥) - (١ \times ٣ - ٥)}{٢}$

$= \frac{(٢٢) - (-٢)}{٢} = \frac{٢٤}{٢} = ١٢$ م/ث

٨ نوعي — وائل حباد

$ق(س) = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ، $هـ(س) = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، $= \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$\frac{ق(١) - ق(-٣)}{١ - (-٣)}$ ، $= \frac{هـ(١) - هـ(-٣)}{١ - (-٣)}$

$٣ = \frac{ق(١) - ق(-٣)}{٤}$ ، $= \frac{(ق(١) - ١) - (ق(-٣) - ٩)}{٤}$ ← السالب

$ق(١) - ق(-٣) = ١٢$ ، $= \frac{ق(١) - ١ - ق(-٣) + ٩}{٤}$ ← تجميع الأرقام

$= \frac{ق(١) - ق(-٣) + ٨}{٤}$ ← قلب طرفين

$= \frac{ق(١) - ق(-٣)}{٤} + \frac{٨}{٤}$

$= ٣ + ٢ = ٥$

٩ التعريف العام

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$ ← $\Delta ص$

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\Delta ص}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥ س هـ + ٢ هـ^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٥ س + ٢ هـ)}{هـ}$ ← عامل مشترك

$= ٥ س + ٢ \times ٠$

$ق'(س) = ٥ س$

تابع إجابة السؤال الثامن

٨ متوسط التغير في الأرباح = مقدار التغير في الربح / مقدار التغير في السنوات

متوسط التغير = Δ الربح / Δ السنوات = (٣٤٠٠٠ − ٢٠٠٠٠) / (٢٠١٢ − ٢٠٠٥)

= ١٤٠٠٠ / ٧ = ٢٠٠٠

---

٩ Δص/Δس = (ص٢ − ص١)/(س٢ − س١)

= (ق(٥) − ق(٢))/(٥ − ٢)

٤ = (٥ب − (٣)٢)/٣

٤ + ٤ = ٥ب − ٩

١٢ = ٥ب

١٢/٥ = ٥ب/٥ ⇐ ب = ١٦/٥

---

١٠ Δص/Δس = (ص٢ − ص١)/(س٢ − س١)

⇓

−١ = (ق(٣) − ق(٠))/(٣ − ٠)

−٣ = ب/٢٠ − ب/٢٣

−٣ = ٥ب/٥×٢ب − ٢ب/٢×٥ب (توحيد المقامات)

−٣ = −٣ب/١٠

−٣٠ = −٣ب ⇐ ب = ١٠

---

١١ معدل التغير = (ص٢ − ص١)/(س٢ − س١)

ميل المستقيم المرسوم = (٨ − ٢)/(٤ − ١) = ٦/٣ = (٢)

إجابة اختبار ضع دائرة

١ Δس = س٢ − س١ = ٥ − ٢ = ٣ ← (ب)

٢ ق(س) = ٢ جتا ٣س × ٣

٦ جتا ٣س ← (ل)

٣ ميل القاطع = Δص/Δس = (ص٢ − ص١)/(س٢ − س١)

= (٣ − ١٢)/(−١ − ٢) = ٩/٣ = ٣ ← (ب)

٤ ق(س) = ٣/جـ ⇐ (ل)

٥ ق(١) × هـ(١) + هـ(١) × ق(١)

٢ × ١ + ٥ × −٢

٢ − ١٠ = −٨ ← (ب)

٦ ميل المماس ق(س) = ٢س٢ + ٢

ق(٢) = ٢ب(٢) + ٢ = ١٨

٨ب + ٢ = ١٨ ⇐ ب = ٤ (جـ)

٧ ص/س = جتا هـ(س) × هـ(س) ← (ب)

٨ ع = ف = ٢ب (٨ − ١)

هـ(٤) = ٢ب(٤ − ١)

١٢ = ٦ب

٦ب = ١٢ ⇐ ب = ٢ ⇐ (ل)

إجابة السؤال التاسع

١) $ق(س) = ٢س^٣ + ٦$ نشتق

$٢س^٣ + ٦ = ٠$ المساواه = صفر

$٢س^٣ = -٦$

$س^٣ = \frac{-٦}{٢}$

$س = -٣$

النقطه الحرجة $(-٣ ، ق(-٣)) \leftarrow (-٣ ، -١٣)$

٢) $ق(س) = -٢س$

$-٢س = ٠$

$س = ٠$

٣) $ق(س) = س^٣ - ١٢$

$س^٣ - ١٢ = ٠$

$س^٣ = ١٢$ ← $س = \pm ٢$

٤) $ق(س) = ١٢س - س^٣$

$١٢س - س^٣ = ٠$

$س(٤ - س) = ٠$ عامل مشترك دائماً

$س = ٠$ ، $س = ٤$ عكس اشارة القوس

٥) $ق(س) = س^٣ + ٣$

$س^٣ + ٣ = ٠$

$س^٣ = -٣$

$س^٢ = -١$ لايجوز سالب تحت الجذر

لاتوجد قيم حرجه $\leftarrow$ $س$

٦) $ق(س) = س^٣ + ١٢س - ١٥$

$س^٣ + ١٢س - ١٥ = ٠$

$(س + ٥)(س - ١) = ٠$ عامل مشترك رتبتهم ٣

$س = -٥$ ، $س = ١$

٧) $ق(س) = ٦س - ٩$

$٦ \times ٢ - ٩ = ٠$

$١٢ - ٩ = ٠$

$٩ = ١٢$

إجابة السؤال العاشر

١) $ق(س) = س^٣ - ٧$

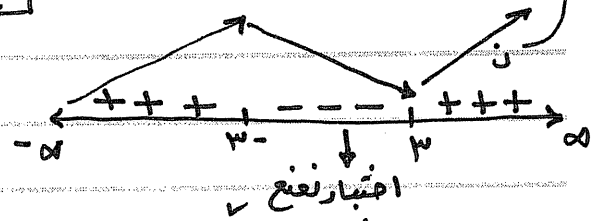
$٣س^٢ - ٧ = ٠$

$٣س^٢ = ٧$

$س^٢ = \frac{٧}{٣}$

$س = \pm \sqrt{\frac{٧}{٣}}$

$+ \sqrt{\frac{٧}{٣}}$ ، $- \sqrt{\frac{٧}{٣}}$



اختبار نقطة عوض(٠) $= \ominus ٧$

أ) فترات التزايد $(-\infty ، -\sqrt{\frac{٧}{٣}}] ، [\sqrt{\frac{٧}{٣}} ، \infty)$

فترات التناقص $[-\sqrt{\frac{٧}{٣}} ، \sqrt{\frac{٧}{٣}}]$

ب) قيمة عظمى عند $س = -\sqrt{\frac{٧}{٣}}$ جبل وقيمتها ق$(-\sqrt{\frac{٧}{٣}}) = -\frac{٧}{٣}\sqrt{\frac{٧}{٣}}$

قيمة صغرى عند $س = \sqrt{\frac{٧}{٣}}$ وادي وقيمتها ق$(\sqrt{\frac{٧}{٣}}) = -\frac{٧}{٣}\sqrt{\frac{٧}{٣}}$

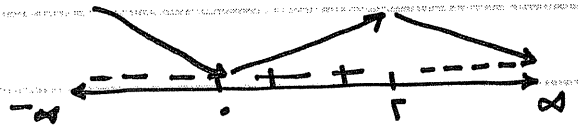
٢) $ق(س) = ٣س^٢ - س^٣ + ١$

$ق(س) = ٦س - ٣س^٢$

$٦س - ٣س^٢ = ٠$

$٣س(٢ - س) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = ٢$



أ) فترات التزايد $[٠ ، ٢]$

فترات التناقص $(-\infty ، ٠] ، [٢ ، \infty)$

ب) قيمة عظمى محليه عند $س = ٢$ وقيمتها ق$(٢) = ٥$

← نعوض في الاقتران الأصلي (بدون علامات)

قيمة صغرى محليه عند $س = ٠$ وقيمتها ق$(٠) = ١$

تابع إجابة السؤال العاش

٣) نجهز (نوع) (صوب) $ق(س) = \sqrt{٦ - س}$

$ق(س) = ٦ - س^{\frac{١}{٢}}$

$ق'(س) = -\frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} = \frac{-١}{٢\sqrt{س}}$

$\frac{-١}{٢\sqrt{س}} = ٠$ ← لا يوجد حل

المقام $\neq ٠$ ، $س \neq ٠$

$س = ٠$ ← $ق(٠) = \sqrt{٦} = ٢٫٤٥$

$ق(٦) = ٠$

س	٠	٦
ق	٢٫٤٥	٠

أ) فترات التزايد $[٠ ، ٦]$

فترات التناقص $[٦ ، \infty -]$

ب) قيمة عظمى محليه عند $س = ٠$ ← $ق(٠) = ٢٫٤٥$

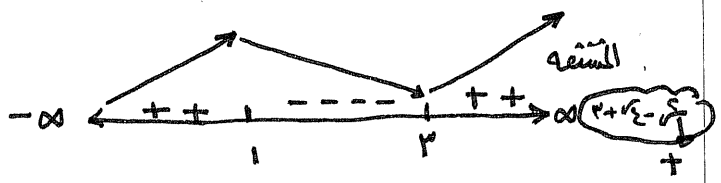
قيمة صغرى محليه عند $س = ٦$ ← $ق(٦) = ٠$

٤) $ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩ = ٠$ ← نقسم على ٣

$س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

نحلل $(س - ٣)(س - ١) = ٠$

$س = ٣$ / $س = ١$



أ) فترات تزايد $(-\infty ، ١] \cup [٣ ، \infty)$

تناقص $[١ ، ٣]$

ب) قيمة عظمى محليه عند $س = ١$ وقيمتها $ق(١)$

قيمة صغرى محليه عند $س = ٣$ وقيمتها $ق(٣)$

٥) $ق(س) = ٣س + ٢$

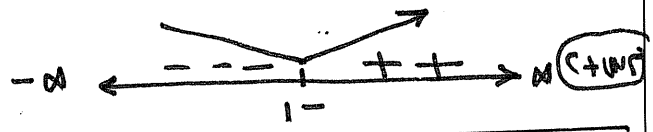
$٣س + ٢ = ٠$

$٣س = -٢$ ← $س = -١$

أ) فترات تزايد $[-١ ، \infty)$

" تناقص $(-\infty ، -١]$

ب) قيمة صغرى محليه عند $س = -١$ وقيمتها $ق(-١)$



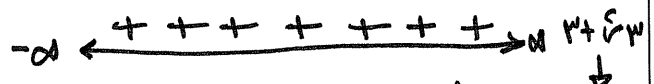
---

٦) $ق'(س) = ٣س^{٢} + ٣$

$٣س^{٢} + ٣ = ٠$ ÷ ٣

$س^{٢} = -١$ ← لاحظ هنا لا يوجد أخذ جذر لأنه العدد سالب

لا توجد قيم حرجه لـ س



لا يحلل كله نفس الاشاره

متزايد $(-\infty ، \infty)$

إذاً متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقيه

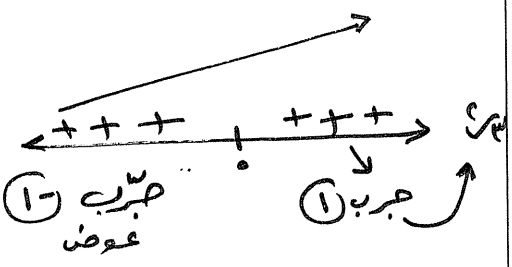
---

٧) $ق'(س) = ٣س^{٣}$

$٣س^{٣} = ٠$

$س = ٠$ ← لاحظ هنا قيمة واحدة فقط لـ س

س المقدار التربيعي



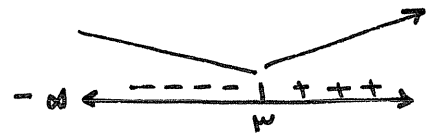
متزايد $(-\infty ، \infty)$

لا توجد قيم عظمى أو صغرى محليه

إذا كانت القيم الناتجه عن ملاحظه (ق) قيمة واحدة كله نفس

إجابة السؤال الحادي عشر

١

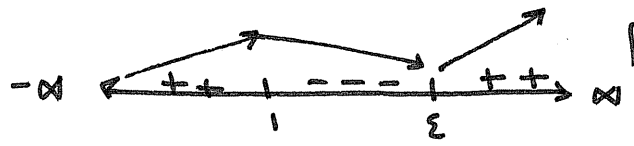


أ) س = ٣ ← نوعها صغرى

ب) تزايد [٣ ، ∞)

جـ) قيمة صغرى عند س = ٣ وقيمتها ق(٣) = ٠

٢



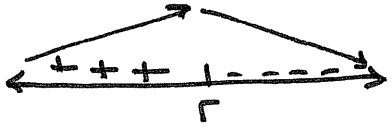
أ) س = ١ ← عظمى / س = ٤ ← صغرى

ب) عدد القيم الحرجه ← ٢

جـ) التناقص [١ ، ٤]

د) ميل المماس = ق(٣) = -٢

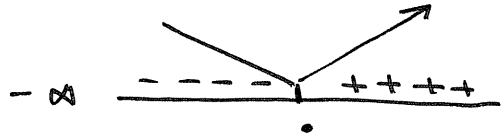
٣



أ) قيم س = ٢ ← نوعها عظمى

ب) التناقص [٢ ، ∞)

٤

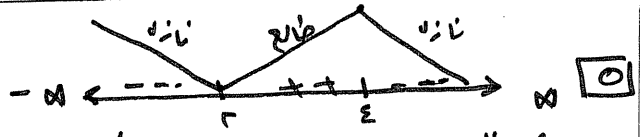


أ) قيمة س الحرجة = صفر ← صغرى

ب) التناقص (-∞ ، ٥]

جـ) قيمة صغرى عند ص = -٥

٥

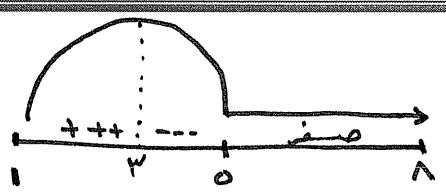


أ) قيم س الحرجة { ٢ ، ٤ }

ب) تزايد ← [٢ ، ٤]

تناقص ← (-∞ ، ٢] ∪ [٤ ، ∞)

٦



أ ← تزايد [١ ، ٣]

ب ← قيمة عظمى عليه = ٩

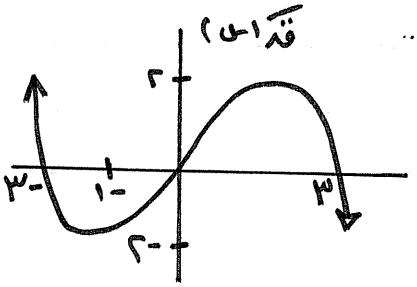
جـ الفتره ← [٥ ، ٨]

د قصده تناقص ← ☺ [٣ ، ٥]

---

* اختبار ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة

١ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى لقيم س التي يكون عندها قيمة صغرى محلية =



أ) -٣

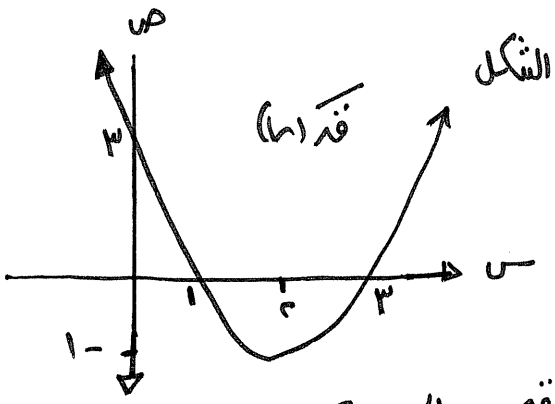
ب) ٣

جـ) صفر

د) -٢

---

٢ معتمداً الشكل



أ) مجموعة قيم س الحرجه

أ) {١ ، ٣} ب) {١ ، ٢} جـ) {-١ ، ٢} د) {٠ ، ٢}

ب) قيمة س التي يكون للاقتران قيمة عظمى

أ) ٢ ب) صفر جـ) ١ د) ٣

إجابة السؤال الثاني عشر

[١] ك'(س) = ٤س - ٥٠

ك'(٥٠) = ٤×٥٠ - ٥٠ = ١٥٠

---

[٢] الربح = الإيراد - التكلفه

ر(س) = ٨٠س - ٢س² + ١٠ - س³ - ٢٠س + ٢٠٠ (نعكس الاشارات)

ر'(س) = ٨٠ - ٤س - ٢س - ٢٠

ر'(س) = ٦٠ - ٦س (فقط نشتق حدي)

---

[٣] الايراد الكلي = عدد الوحدات × سعر

د(س) = س × (٤٠٠ - س)

د(س) = ٤٠٠س - س²

د'(س) = ٤٠٠ - ٢س ← حدي إشتق

---

[٤] الربح = الايراد الكلي - التكلفه الكليه

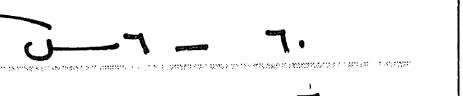
ر(س) = ٢٦٠س + ٣٠٠ - ٢٤٠ - س³ - ٦٠س

ر'(س) = ٢٦٠ - ٢س - ٦٠

٢٠٠ - ٢س = ٠

٢٠٠ = ٢س

س = ١٠٠



اكبر ما يمكن عند س = ١٠٠

---

[٥] أ) الايراد الكلي = عدد الوحدات × السعر

د(س) = س × ٤٨٠

د(س) = ٤٨٠س

ب) الربح = الايراد - التكلفه

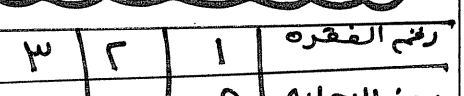
ر(س) = ٤٨٠س - ٣٠٠ - ٨٠س - س²

ر'(س) = ٤٨٠ - ٨٠ - ٢س

٤٠٠ - ٢س = ٠

٤٠٠ = ٢س

س = ٢٠٠



اكبر ما يمكن عند س = ٢٠٠

---

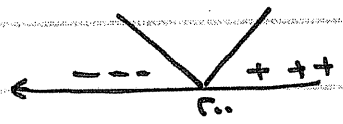
[٦] التكلفه أقل ما يمكن

ك'(س) = ٤٠س - ٨٠

٤٠س - ٨٠ = ٠

٤٠س = ٨٠

س = ٨٠ × ١/٤٠ = ٢٠٠



اقل ما يمكن عندس = ٢٠٠

ب) الايراد = الربح + التكلفه

د(س) = ٩٠س + ٥٠س² + ٣٠س³ - ٨٠س + ١٠٠

د'(س) = ٩٠ + ٥س + ٩٠س² - ٨٠

د'(س) = ١٠ + ٦٠س

---

[٧] الربح = الايراد - التكلفه

عدد × سعر

س × ص

ر(س) = س(٥٢ - س) - ٣س² + ٨س - ١٥

ر(س) = ٥٢س - س² - ٣س² + ٨س - ١٥

ر'(س) = ٥٢ - ٢س - ٦س + ٨

٦٠ - ٦س = ٠

٦٠ = ٦س

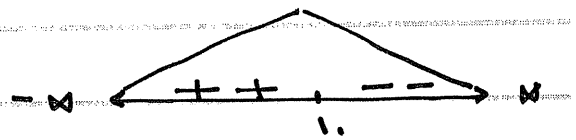
س = ١٠

السعر ص

٣س = ١٠٤ - ٢ص

٢ص = ١٠٤ - ٣س

ص = ٥٢ - ١.٥س



اكبر ربح ممكن عند س = ١٠

إجابة السؤال الثالث عشر ضع دائرة

رقم الفقره	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الاجابه	أ	ب	جـ	أ	ب	ب	جـ