منطق جديد

كتب احد الزملاء المدرسين في دوسيته الفقرة التالية

> أسئلة الوزارة
> وزارة (٢٠١٠) صيفية
> النص : إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة ن وكان متوسط التغير للأقتران ق(س) دائما ٣ فأوجد قيمة ن
> الحل :
> متوسط التغير دائما يساوي ٣ فان ق(س) اقتران خطي درجة اولى ن = ١

تعليق

هذا سؤال وزاري كما ذكر الزميل وكتب طبعا حل الوزارة

إن كان هذا حلا فهو منطق جديد اكتشفته الوزارة بالحل لأول مرة وبعد اليوم ما علينا لإثبات صحة قضية أو سؤال سوى أن نقول عليه الطلاق انه صحيح فنكون قد أثبتنا صحة السؤال هذا بالنسبة للمدرسين أما الطلاب فيقولون (وحياة أبوي انه صحيح ٠)

بالنسبة لي بحثت في الكتاب ٢٠٠٨ والكتاب اخر نسخة٢٠٢٠ لم اجد هذا السؤال ولم اجد مثل هذه العبارة التي اعتبرت حلا ولو كانت موجودة ستقبل كحل لكن يجب اثباتها

وهنالك طريقتين لإثبات ذلك

الطريقة الاولى

ق(س)كثير حدود متوسط التغير يساوي ٣ $\Leftarrow$ ق(س)من الدرجة الاولى

الحل بما انه كثير حدود فهو من الشكل $ق(س) = أ_ن س^ن + أ_{ن-١} س^{ن-١} + \cdots\cdots + أ_١ س + أ_٠$

الشرط $أ_ن ، أ_{ن-١} ، \cdots\cdots ، أ_١ ، أ_٠ \in ح$ أما ن فهو عدد طبيعي ويمكن أن يكون صفر

مجال هذا الاقتران هو ح مجموعة الأعداد الحقيقة

لنحسب معدل التغير في الفترة [٠،س]نجد

$$\frac{ق(س) - ق(٠)}{س - ٠} = ٣ = \frac{أ_ن س^ن + أ_{ن-١} س^{ن-١} + \cdots\cdots + أ_١ س + أ_٠ - (أ_٠)}{س}$$ لاحظ ان

$ق(٠) = أ_٠$

$ق(١) = أ_ن + أ_{ن-١} + \cdots\cdots + أ_١ + أ_٠$

لنحسب معدل التغير في الفترة [٠،١]نجد

$$\frac{ق(١) - ق(٠)}{١ - ٠} = ٣$$

لكن معدل التغير دوما يساوي ٣ اذا

$$\frac{ق(س) - ق(٠)}{س - ٠} = ٣ = \frac{ق(١) - ق(٠)}{١ - ٠}$$ ومن المساوتين الاولى والثالثة نجد

$$\frac{ق(س) - ق(٠)}{س} = \frac{ق(١) - ق(٠)}{١}$$

$$ق(س) - ق(٠) = س ق(١) - س ق(٠)$$

$$ق(س) = ق(٠) + س ق(١) - س ق(٠)$$

$$ق(س) = أ_٠ + س\left(أ_ن + أ_{ن-١} + \cdots\cdots + أ_١ + أ_٠\right) - س أ_٠$$

$ق(س) = أ_. + س(أ_ن + أ_{ن-1} + \cdots\cdots + أ_1)$

بفرض العدد الحقيقي $أ_ن + أ_{ن-1} + \cdots\cdots + أ_1 = م$

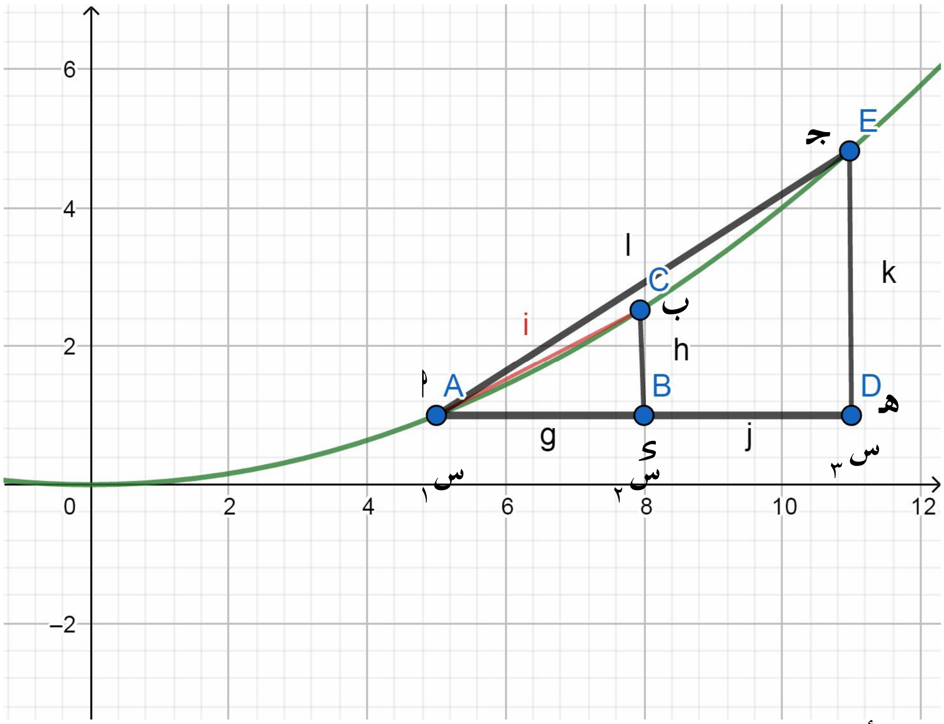
اذا $ق(س) = م س + أ_.$ وهو اقتران كثير حدود من الدرجة الأولى خطه البياني مستقيم لذلك البعض قال انه خطي (في حين انه لا يحقق وفق الجبر الخطي تعريف الاقتران الخطي وهو

$ق(ل س + م ع) = ل.ق(س) + م.ق(ع)$

اما الطريقة الهندسية

لنأخذ منحى كثير حدود ولنأخذ عليه ثلاثة نقط هي

$(س_1، ق(س_1))$ و $(س_2، ق(س_2))$ و $(س_3، ق(س_3))$ حيث $س_1، س_2، س_3$ قيم اختيارية من مجال الاقتران



وبما أن معدل التغير ثابت فان

$$\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(س_3) - ق(س_1)}{س_3 - س_1}$$

اذا زاوية المثلث القائم الصغير بأء تساوي زاوية المثلث القائم الكبير جأهـ وهذا يعني ان النقط الثلاثة أ،ب،ج على استقامة واحدة

وبالتالي منحى الاقتران هو مستقيم فالاقتران كثير حدود من الدرجة الاولى

اما العكس اذا كان $ق(س) = أس + ب$ اثبت ان معدل التغير للاقتران يساوي مقدار ثابت هو ميل المستقيم يساوي أ الشرط $أ \neq 0$

الحل : لناخذ التغير على الفترة الاخيارية $[س_1، س_2]$

$$\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{أس_2 + ب - أس_1 - ب}{س_2 - س_1} = \frac{أ(س_2 - س_1)}{س_2 - س_1} = أ$$ وهو المطلوب

عبدالرؤوف شطناوي ٧-٩ - ٢٠١٩