

معدل التغير للاقتران

تعريف

معدل التغير في الاقتران هو ناتج قسمة التغير في ق (س) على التغير في س حيث :-

$$\text{معدل التغير في الاقتران} = \frac{\Delta C(s)}{\Delta s} = \frac{C(s_1) - C(s_2)}{s_1 - s_2} = \frac{\Delta C(s)}{\Delta s}$$

Δ = دلتا = التغير

Δs = التغير في س = $s_1 - s_2$

تغيرت س من s_1 الى s_2 أو تغيرت س في الفترة $[s_1, s_2]$

$\Delta C(s)$ = التغير في صورة الاقتران $\Delta C(s) = C(s_1) - C(s_2)$

ق(س) = ص

مثال

جد مقدار التغير في س عندما تتغير س في الفترة $[-5, -2]$

$$\Delta s = s_1 - s_2$$

$$= -2 - (-5)$$

$$= -2 + 5$$

$$= 3$$

الحل

مثال

إذا كان $C(s) = 2s + 5$ ، وتغيرت س من صفر الى 3، فما مقدار التغير في س

$$\Delta s = s_1 - s_2$$

$$= 3 - 0$$

$$= 3$$

الحل

تعريف

التغير في ص هو نفسه التغير في ق(س)

$$\Delta C(s) = \Delta s$$

$$\Delta C(s) = C(s_1) - C(s_2)$$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٤س + ١$ ، وتغيرت $س$ من ٢ الى ٦ ، جد

(١) مقدار التغير في $س$ (٢) مقدار التغير في الاقتران (التغير في $ق(س)$)

مقدار التغير في $س$

$$\Delta س = ٢س - ١س$$

$$٢ - ١ =$$

$$١ =$$

الحل

مقدار التغير في الاقتران

$$ق(٦) - ق(٢) =$$

$$(١ + ٦ \times ٤) - (١ + ٢ \times ٤) =$$

$$٩ - ٩ =$$

$$٠ =$$

الحل

مثال

إذا كانت $ق(س) = ٦س - ٢س + ٣$ وتغيرت في الفترة [٢ ، ٣] جد مقدار التغير في $ق(س)$

$$\Delta ق(س) = ق(٣) - ق(٢)$$

$$= (٣ - ٢) - (٢ - ٣)$$

$$= (٣ - ٢) - (٢ - ٣)$$

$$= (٣ - ٢) - (٢ - ٣)$$

$$١ - ٠ =$$

$$١ =$$

الحل

مثال

إذا كان $ق(س) = ٢س + ٢س$ وكان مقدار التغير في $ق(س)$ يساوي ٦ في الفترة [١، ٣] جد قيمة الثابت أ ؟

$$\Delta ق(س) = ٦$$

$$ق(٣) - ق(١) = ٦$$

$$٦ = (٣) - (١)$$

$$٦ = (١ \times ٢ + ٢ \times ١) - (٣ \times ٢ + ٢ \times ١)$$

$$٦ = (٢ + ٢) - (٦ + ٢)$$

$$٦ = ٢ - ٢ - ٦ + ٢$$

$$٦ = ٤ - ٤$$

$$٢ = ٤$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$$

الحل

إذا كان $ق(س) = ٣س^٢ + ١$ ، جد معدل التغير في $ق(س)$ في الفترة $[١، ٢]$ ؟

$$٩ = \frac{٤ - ١}{١} = \frac{(١ + ٢ \times ٣) - (١ + ١ \times ٣)}{١} = \frac{(١) - (٢)}{١ - ٢} = \frac{(س) \Delta}{س \Delta}$$

الحل

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢ - س^٢ ، & ٣ \geq س \geq ٠ \\ ١ + س^٢ ، & ٧ \geq س > ٣ \end{cases}$ فجد معدل تغير الاقتران $ق$ عندما تتغير $س$ من ٢ الى ٥

$$\frac{(٢) - (٥)}{٢ - ٥} = \frac{(١س) - (٢س)}{١س - ٢س} = \frac{(س) \Delta}{س \Delta}$$

$$٣ = \frac{٩}{٣} = \frac{٢ - ١}{٣} = \frac{(٢ - ٢) - (١ + ٥ \times ٢)}{٣} =$$

الحل

إذا كان $ق(س) = س^٢ + ٢س$ وكان مقدار التغير في الاقتران $ق(س)$ يساوي ٨ في الفترة $[٠، ١]$ جد قيمة الثابت $ب$ ؟

$$\begin{aligned} ٨ &= (س) \Delta \\ ٨ &= (ب) - (٠) \\ ٨ &= (٠ \times ٢ + ٢ \cdot ٠) - (ب \cdot ٢ + ٢ \cdot ٠) \\ ٨ &= ب \cdot ٢ + ٢ \cdot ٠ \\ ٠ &= ٨ - ب \cdot ٢ + ٢ \cdot ٠ \\ ٠ &= (٢ - ب)(٤ + ب) \\ ٢ &= ب \\ ٤ - &= ب \end{aligned}$$

الحل

إذا كان $ق(٤) = ١٥$ وتغيرت $س$ في الفترة $[١، ٤]$ وكان مقدار التغير في الاقتران $ق(س)$ يساوي ١٢، جد $ق(١)$ ؟

$$\begin{aligned} ١٢ &= (س) \Delta \\ ١٢ &= (١س) - (٢س) \\ ١٢ &= (١) - (٤) \\ ١٢ &= (١) - ١٥ \\ ٣ - &= (١) - \\ ٣ &= (١) \end{aligned}$$

الحل

إذا كان معدل تغير ق(س) في الفترة [٣،١] ، يساوي ٤ وكان ق(٣) = ٦ جد ق(١) ؟

الحل

$$\epsilon = \frac{\Delta C(s)}{\Delta s}$$

$$\epsilon = \frac{C(1) - C(3)}{1 - 3}$$

$$\epsilon = \frac{C(1) - 6}{-2}$$

$$8 = C(1) - 6$$

$$2 = C(1) -$$

$$2 = C(1)$$

إذا كان ق(س) = س^٢ + هـ(س) ، وتغيرت س في الفترة [-٢،١] وكان معدل تغير الاقتران هـ(س) يساوي ٦ جد معدل تغير الاقتران ق(س) في نفس الفترة ؟

الحل

$$C(s) = s^2 + h(s)$$

$$C(s) = s^2 + h(s)$$

$$\frac{\Delta C(s)}{\Delta s} = \frac{\Delta s^2}{\Delta s} + \frac{\Delta h(s)}{\Delta s}$$

$$3 = 6 + 3 - = 6 + \frac{4 - 1}{1} = 6 + \frac{2(2 -) - 2(1 -)}{2 + 1 -} = 6 + \frac{C(1) - C(2)}{2 - 1 -}$$

افرض ان ل(س) = س^٢

إذا كان ق(س) = ٢ هـ(س) - س^٢ + ١ وكان مقدار معدل التغير في الاقتران هـ(س) = ٥ في الفترة [-٣،١] جد معدل تغير ق(س) في نفس الفترة ؟

الحل

$$C(s) = 2h(s) - s^2 + 1$$

$$C(s) = 2h(s) - s^2 + 1$$

$$C(s) = 2h(s) - s^2 + 1$$

$$\frac{\Delta C(s)}{\Delta s} = \frac{\Delta 2h(s)}{\Delta s} - \frac{\Delta s^2}{\Delta s} + \frac{\Delta 1}{\Delta s}$$

$$C(s) = 2h(s) - s^2 + 1$$

$$8 = 2 - + 1 = \frac{4 - 1}{2} + 1 = \frac{7 - 3}{2} + 1 =$$

افرض ان ل(س) = س^٢ + ١

إذا كان $ق(س) = س^2 + ه(س)$ وكان مقدار التغير في الاقتران $ه(س)$ يساوي ٥ في الفترة [٣، ١] جد مقدار التغير في الاقتران $ق(س)$ ؟

الحل

$$\begin{aligned}\Delta ق(س) &= ق(س) - ق(س) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س)) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س)) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س)) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س)) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س)) \\ &= (س^2 + ه(س)) - (س^2 + ه(س))\end{aligned}$$

إذا كان $ق(س) = س^2 + ٤س$ وكان مقدار معدل التغير في الاقتران $ق(س)$ يساوي ٦ في الفترة [٢، ١] جد قيمة الثابت أ ؟

الحل

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

$$\Delta ق(س) = \frac{ق(س) - ق(س)}{س - س}$$

نوزع الإشارة على القوس ، نتخلص من ٤ +

التفسير الهندسي لمعدل التغير

إذا كانت $v = f(s)$ ، فإن ميل القاطع المار بالنقطتين (s_1, v_1) ، (s_2, v_2) يساوي :

$$\text{معدل التغير} = \frac{v(s_1) - v(s_2)}{s_1 - s_2} = \frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2} = m$$

مثال

جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(1, 3)$ ، $(7, 14)$ ؟

$$\frac{14 - 3}{7 - 1} = \frac{11}{6} = \frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2} = m$$

الحل

مثال

إذا كانت $v = f(s)$ ، $s_1 = 3$ ، $s_2 = 2$ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(3, f(3))$ ، $(2, f(2))$ ؟

$$\begin{aligned} \frac{v(s_1) - v(s_2)}{s_1 - s_2} &= m \\ \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} &= \\ \frac{(2 - 2 \times 3) - (2 - 2 \times 2)}{1} &= \\ 10 &= \frac{10 - 20}{1 - 1} \end{aligned}$$

الحل

مثال

إذا كان معدل التغير في الاقتران $v = f(s)$ في الفترة $[2, 5]$ هو ٨ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(2, f(2))$ ، $(5, f(5))$ ؟

الحل

بما ان معدل التغير في الفترة $[2, 5]$ هو ٨ اذن الميل للقاطع في الفترة هو ٨

تذكير

الميل للقاطع هو نفسه معدل التغير .

مثال

جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٧,٥)$ ، $(٣,٢)$ ؟

$$\frac{٤}{٣} = \frac{٣-٧}{٢-٥} = \frac{١ص-٢ص}{١س-٢س} = ٢$$

الحل

مثال

إذا كان معدل التغير ق(س) في الفترة $[٨,١]$ هو ٥ ، فما مقدار ميل القاطع المار بالنقطتين $(١,١)$ ق(١) ، $(٨,٨)$ ق(٨) ؟

بما ان معدل التغير في الفترة $[٨,١]$ هو ٥
 ∴ الميل للقاطع المار في نفس الفترة سيكون ٥

الحل

مثال

إذا كان $١-٢س = ق(س)$ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٢,٢)$ ق(٢) ، $(٤,٤)$ ق(٤) ؟

$$\begin{aligned} \frac{١ص-٢ص}{١س-٢س} &= ٢ \\ \frac{(٢)ق-(٤)ق}{٢-٤} &= \frac{(١س)ق-(٢س)ق}{١س-٢س} = \\ ٦ &= \frac{١٢}{٢} = \frac{٣-١٥}{٢} = \frac{(١-٢٢)-(١-٢٤)}{٢-٤} \end{aligned}$$

الحل

مثال

إذا كان $٥ + ٣س - ٢س = ق(س)$ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٢,٢)$ ق(٢) ، $(٣,٣)$ ق(٣) ؟

$$\begin{aligned} \frac{(١س)ق-(٢س)ق}{١س-٢س} &= ٢ \\ \frac{(٢)ق-(٣)ق}{(٢)-٣} &= \\ \frac{(٥+(٢)-٣(٢))-(٥+٣-٣٣)}{٢+٣} &= \\ \frac{(٥+٢+٨)-(٥+٣-٣٣)}{٥} &= \\ ٦ &= \frac{٣٠}{٥} = \frac{١+٢٩}{٥} = \frac{(١)-٢٩}{٥} = \end{aligned}$$

الحل

التفسير الفيزيائي لمعدل التغير

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث يكون موقعه في اللحظة (ن) حسب القاعدة ف(ن)

فان معدل التغير [٢٧٤، ١٧].

تذكير

السرعة المتوسطة هي نفسها معدل السرعة هي معدل التغير

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta f(s)}{\Delta t} = \frac{f(17) - f(27)}{17 - 27}$$

مثال

تحرك جسم على خط بياني حسب الاقتران ف(ن) = ٢٧ + ٣٧ - ٥ = ٥ جد السرعة المتوسطة في [٣٤، ٢] ؟

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta t} = \frac{f(17) - f(27)}{17 - 27} = \frac{f(3) - f(2)}{2 - 3}$$

الحل

$$13 = \frac{9 - 22}{1} = \frac{(5 - 2 \times 3 + 2 \times 2) - (5 - 3 \times 3 + 2 \times 2)}{2 - 3}$$

مثال

تحرك جسم في خط حسب العلاقة ف(ن) = ٤٧ - ٣٧ + ٥ = ٥ جد السرعة المتوسطة على الفترة [٢٤٠، ٢٠] ؟

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta t} = \frac{f(17) - f(27)}{17 - 27} = \frac{f(0) - f(2)}{0 - 2}$$

الحل

$$0 = \frac{10}{2} = \frac{5 - 10}{2} = \frac{(5 + 0 \times 3 - 2 \times 4) - (5 + 2 \times 3 - 2 \times 4)}{0 - 2}$$

مثال

إذا كان معدل التغير في حركة جسيم على الاقتران ف(ن) في الفترة [٣٤، ١] هو ٨ وكان

ه(ن) = ٢ف(ن) + ٤٧ فجد معدل التغير في ه(ن) على الفترة [٣٤، ١] ؟

$$ه(ن) = ٢ف(ن) + ٤٧$$

$$ه(ن) = ٢ف(ن) + ٤٧$$

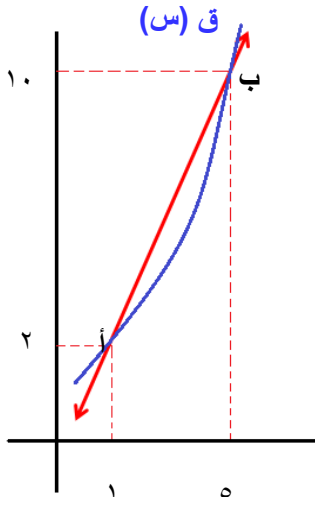
$$\frac{\Delta ه(ن)}{\Delta ن} = \frac{\Delta (٢ف(ن) + ٤٧)}{\Delta ن} = \frac{٢ \Delta ف(ن)}{\Delta ن}$$

الحل

$$20 = 4 + 16 = \frac{8}{2} + 16 = \frac{4 - 12}{2} + 16 = \frac{(1)ل - (3)ل}{1 - 3} + 8 \times 2 =$$

افرض ان ل(ن) = ٤٧

جد ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق في الفترة [١، ٥] حسب الشكل

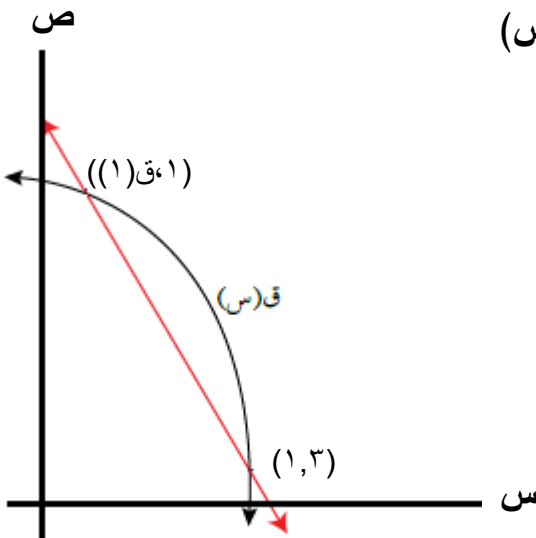


$$\frac{Q(5) - Q(1)}{5 - 1} = \frac{10 - 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

الحل

في الشكل المجاور اذا كان ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق(س)

في الفترة [١، ٣] هو (٣-) ، جد قيمة ق(١)



$$\frac{Q(3) - Q(1)}{3 - 1} = -3$$

الحل

$$\frac{Q(3) - Q(1)}{3 - 1} = -3$$

$$\frac{Q(3) - 1}{2} = -3$$

$$Q(3) - 1 = -6$$

$$Q(3) = -5$$

$$Q(1) = 3$$

$$3 = Q(1)$$

المشتقة الأولى

تعريف

المشتقة الأولى للاقتزان $ص = ق(س)$ المعروف على [٢، ب]

هي اقتران اخر نرمز له بالرمز $ق(س)$ ويقراً $ق$ فتحة ل $س$) حيث :

$$ق(س) = \frac{ق(س + \Delta) - ق(س)}{\Delta} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + \Delta) - ق(س)}{\Delta} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + \Delta) - ق(س)}{\Delta} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + \Delta) - ق(س)}{\Delta}$$

اما اذا رمزنا الى المقدار $\Delta س$ بالرمز $هـ$ فان تعريف المشتقة الاولى هو :

$$ق(س) = \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ} \quad \text{نها} = \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

بوضع $ع = س + هـ$ يمكن التعبير عن المشتقة الاولى باستخدام التعريف حسب العلاقة الاتيه :

$$ق(س) = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad \text{نها} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad \text{نها} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

مثال

اذا كان $ق(س) = ٥ + ٣س$ ، جد $ق(س)$ باستخدام التعريف :

$$ق(س) = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad \text{نها} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad \text{نها} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

الحل

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

الحل

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

$$ق(س) = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥} \quad \text{نها} = \frac{ق(٥ + ٣س) - ق(٥)}{٥ + ٣س - ٥}$$

إذا كان ق(س) = ٥ - ٢س جد $U(s)$ باستخدام التعريف العام ؟

$$\frac{(س) - (س + هـ)}{هـ} = (س) \leftarrow هـ$$

الحل

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \frac{ق}{ع - س}$$

الحل

$$\frac{(s^2 - 5) - (h + s)^2 - 5}{h} \Big|_{h=s} =$$

$$\frac{(س۲-۵)-(ع۲-۵)}{س-ع} = \frac{س-ع}{س-ع}$$

$$= \frac{5 - s^2 - 5 + s^2}{h} \leftarrow h$$

$$= \frac{-5 - 2 + 5 + 2}{-e - s}$$

$$= \frac{-e^2 + e^2}{e - e} \text{ نہا}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$$

$$= \frac{(-e + s)^2}{s - e}$$

$$2- = 2 - \underbrace{\quad}_{\leftarrow \text{م}} =$$

$$2- = 2- \text{ نھا } =$$



تدریب

إذا كان $q(s) = s^6 - 8s^5 + 25s^4 - 36s^3 + 25s^2 - 8s + 1$ جذو (س) باستخدام التعريف ؟

مثال

إذا كان $q(s) = \frac{5}{s}$ جد $u(s)$ باستخدام التعريف ثم جد $u(3)$

$$\frac{\overset{5}{3} - \overset{5}{3}}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

الحل

$$\frac{\frac{5}{s} - \frac{5}{s + \frac{5}{4}}}{\frac{5}{4}} = (s - \frac{5}{4})$$

الحل

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{0}{3} - \frac{0}{2+3} \right) \times 1$$

$$= \frac{1}{\text{م}} \times \left(\frac{5}{\text{س}} - \frac{5}{\text{س} + \text{م}} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{20-10-10}{23+9} \underline{\quad} r' =$$

$$= \frac{1}{h} \times \frac{((s+h)s) - s^2}{s(s+h)} \leftarrow \text{نہا}$$

$$\frac{1}{b} \times \frac{b-a}{b+a} \sqrt{a^2 + b^2} =$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{50 - 50 - 50}{5 + 2} \text{ ناپا} \leftarrow$$

$$\frac{0-}{9} = \frac{0-}{23+9} \text{ نر } =$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{50 - 2}{5 + 2} = \frac{1}{5} \times \frac{48}{7} = \frac{48}{35}$$

$$\frac{5-}{2\text{س}} = \frac{5-}{2\text{س} + 5\text{س}} \text{ نیا} =$$

$$\frac{0-}{9} = \frac{0-}{23} = (3)^{-2}$$

مثال

إذا كان $ق(س) = \frac{3-}{س}$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف . ثم جد $ق'(٥)$

$$ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{\frac{3-}{س} - \frac{3-}{ع}}{\frac{س}{ع} - ١}$$

الحل

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \left(\frac{3-}{س} + \frac{3-}{ع} \right)$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \frac{٤٥+١٥-}{ع٥}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \frac{٣(٤+٥-)}{٥س}$$

$$= \frac{٣}{٢٥} = \frac{٣}{٢٥} = \frac{٣}{٥س}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{\frac{3-}{س} - \frac{3-}{ع}}{\frac{س}{ع} - ١}$$

الحل

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \left(\frac{3-}{س} + \frac{3-}{ع} \right)$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \frac{٤٣+س٣-}{عس}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{١}{س-ع} \times \frac{٣(س-٤)}{عس}$$

$$= \frac{٣}{٢س} = \frac{٣}{٢س} = \frac{٣}{٢س}$$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٣س$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف العام

$$ق'(س) = \lim_{ه \rightarrow س} \frac{ق(س) - ق(ه)}{س - ه}$$

الحل

$$= \lim_{ه \rightarrow س} \frac{٣س - ٣ه}{س - ه}$$

$$= \lim_{ه \rightarrow س} \frac{٣س - ٣ه + ٢ه٣ + ٢ه٣ - ٢ه٣ - ٢ه٣}{س - ه}$$

$$= \lim_{ه \rightarrow س} \frac{٣(س٣ - ه٣) + ٢(ه٣ - ه٣)}{س - ه}$$

$$= \lim_{ه \rightarrow س} \frac{٣(س٣ - ه٣) + ٢(ه٣ - ه٣)}{س - ه}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ق(س) - ق(ع)}{س - ع}$$

الحل

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{٣س - ٣ع}{س - ع}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{٣(س - ع) + ٢(ع٣ - س٣) + ٢(س٣ - ع٣)}{س - ع}$$

$$= ٣س + ٢س + ٢س$$

$$= ٣س٣$$

إذا كان $ق(س) = س^2$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف العام ثم جد $ق'(4)$

الحل $ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ع^2 - س^2}{ع - س}$

الحل $ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ع^2 - س^2}{ع - س}$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{(ع^2 - س^2)}{ع - س} = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{(ع^2 - س^2)}{ع - س} = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} (ع + س) = 4 + 4 = 8$$

$$= \lim_{ع \rightarrow س} \frac{(ع^2 - س^2)}{ع - س} = \lim_{ع \rightarrow س} (ع + س) = 4 + 4 = 8$$

$$= (4 + 4) = 8$$

$$= (س + س) = 2س = 2 \times 4 = 8$$

$$ق'(4) = 4 + 4 = 8$$

$$ق'(س) = س + س = 2س = 2 \times 4 = 8$$

$$ق'(4) = 8$$

$$ق'(4) = 4 \times 2 = 8$$

تدريب



إذا كان $ق(س) = \frac{1}{س+1}$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف ؟

تدريب



إذا كان $ق(س) = س^2 - 2$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف ؟



اطلب ورق العمل من المعلم لهذا الدرس

قواعد الاشتقاق



قواعد الاشتقاق

الحل	مثال	و (س)	و (س)
$0 = (س)$	$8 = (س)$	صفر	ج عدد ثابت
$5 = (س)$	$5س = (س)$	5	س اقتران خطي
$3 \times 6س^{1-6} = (س)$ $8س^5 =$	$3س^6 = (س)$	$6س^{1-6} \times 3$	س قاعدة القوة
$\frac{7}{2} = (س)$	$\frac{7}{س} = (س)$	$\frac{7}{2س}$	$\frac{7}{س}$
$\frac{1}{2س} = (س)$	$\frac{1}{س} = (س)$	$\frac{1}{2س^2}$	$\frac{1}{س}$

مشتقة الاقترانات المثلثية

الحل	مثال	المشتقة	الاقتران
$ج = (س)$	$ج = (س)$	ج	ج
$ج = (س)$	$ج = (س)$	- ج	ج
$قا = (س)$	$ظا = (س)$	قا	ظا

مشتقة حاصل ضرب اقترانين

العمليات على الاقترانات	عملية ضرب اقترانين
$u(s) \times h(s)$	$u' \times h + u \times h'$ الاول $\times$ مشتقة الثاني + الثاني $\times$ مشتقة الاول
مثال	الحل
$(5s)(1+2s)$	$u' \times h + u \times h' = (s)' \times 5 + (1+2s) \times 5s'$ $= 5 + 10s + 10s = 5 + 20s$

مشتقة قسمة اقتران على اخر

العملية الحسابية	عملية قسمة اقتران على اخر
$\frac{u(s)}{h(s)}$	$\frac{u' \times h - u \times h'}{h^2}$ المقام $\times$ مشتقة البسط - البسط $\times$ مشتقة المقام المقام تربيع
مثال	الحل
$\frac{2s^2}{2+2s^3}$	$u' \times h - u \times h' = (2s^2)' \times (2+2s^3) - (2s^2) \times (2+2s^3)'$ $= 4s \times (2+2s^3) - 2s^2 \times (2+6s^2)$ $= 8s + 8s^4 - 4s^2 - 12s^4 = 8s - 4s^2 - 4s^4$ $\frac{8s - 4s^2 - 4s^4}{(2+2s^3)^2}$

مشتقة قسمة عدد ثابت على اقتران

العملية الحسابية	قسمة عدد ثابت على اقتران
$\frac{p}{u(s)}$	$-\frac{p \times u'(s)}{u^2(s)}$
مثال	الحل
$\frac{8}{2s^3+8s}$	$-\frac{p \times u'(s)}{u^2(s)} = -\frac{8 \times (2s^3+8s)'}{(2s^3+8s)^2}$ $= -\frac{8 \times (6s^2+8)}{(2s^3+8s)^2}$

مشتقة اقترانات - اقترانات لها تجهيزات خاصة

$ص = جان(س)$ $\frac{ص}{ص} = جان(س) \times (س)^{-1}$	$ص = ((س)^{-1})^{-1}$ $\frac{ص}{ص} = ((س)^{-1})^{-1} \times (س)^{-1}$
$ص = جان^{-1}(س)$ $\frac{ص}{ص} = جان^{-1}(س) \times (س)^{-1}$	$ص = \sqrt[2]{جان(س)}$ $\frac{ص}{ص} = \frac{جان(س)}{\sqrt[2]{جان(س)}}$

ملاحظات و تذكير

مثال

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

مثال

$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

مثال

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{9} = 1 - \frac{8}{9}$$

$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$

$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$

$\frac{جان}{جتا} = \frac{جان}{جتا}$

$\frac{1}{جتا} = \frac{1}{جتا}$

جد $\frac{1}{s}$ لكل مما يلي :

$\frac{1}{s}$		$\frac{1}{s}$	
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(١)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٢)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٣)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٤)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٥)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٦)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٧)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٨)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٩)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(١٠)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(١١)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(١٢)
$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	$\leftarrow$	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(١٣)

جد $\sqrt[n]{s}$ لكل مما يلي :

$\sqrt[n]{s}$		$\sqrt[n]{s}$	
$\sqrt[4]{s} = \sqrt[2]{s^2}$	←	$\sqrt[4]{s} = \sqrt[2]{s}$	(١)
$\sqrt[5]{s} = \sqrt[2]{s^2}$	←	$\sqrt[5]{s} = \sqrt[2]{s}$	(٢)
$\sqrt[1]{s} = \sqrt[2]{s}$	←	$\sqrt[1]{s} = \sqrt[2]{s}$	(٣)
$\sqrt[3]{s} = \sqrt[2]{s}$	←	$\sqrt[3]{s} = \sqrt[2]{s}$	(٤)
$\sqrt[3]{s} = \sqrt[2]{s} \times \sqrt[2]{s} = \sqrt[2]{s^2}$	←	$\sqrt[3]{s} = \sqrt[2]{s}$	(٥)

عند اجراء اشتقاق للجذور أو السينات التي في المقام
عليك تجهيز الصورة العامة لها ثم قم بعملية الاشتقاق

$$\sqrt[n]{s} = \sqrt[n]{s^{\frac{1}{n}}}$$

$$\sqrt[n]{s} = \sqrt[n]{s^{\frac{1}{n}}}$$

جد $\frac{1}{s}$ لكل مما يلي :

$\frac{1}{s}$		$\frac{1}{s}$	
$\frac{3}{2} = \frac{1}{s}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{s}$	←	$\frac{3}{s} = \frac{1}{s}$	(١)
$\frac{1}{2} = \frac{1}{s}$ $\frac{1}{2} = \frac{1}{s}$ $\frac{3}{2} = \frac{1}{s}$	←	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٢)
$\frac{1}{3} = \frac{1}{s}$ $\frac{4}{3} = \frac{1}{s}$ $\frac{7}{3} = \frac{1}{s}$ $\frac{7}{3} = \frac{1}{s}$	←	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٣)
$\frac{3}{4} = \frac{1}{s}$ $\frac{4}{3} = \frac{1}{s}$	←	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٤)
$\frac{2}{5} = \frac{1}{s}$ $\frac{3}{5} = \frac{1}{s}$	←	$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$	(٥)

إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق وكان هـ (س) اقتران قابل للاشتقاق وكان

$$ل(س) = ق(س) \pm هـ(س) \quad \text{فان} \quad ل'(س) = ق'(س) \pm هـ'(س)$$

مثال

جد $ق'(س)$ لكل مما يلي :

$ق'(س)$	$ق(س)$	
$ق'(س) = 2س + 1$	$ق(س) = س^2 - 6$	(١)
$ق'(س) = 9س^2 - 4س + 8$	$ق(س) = 3س^3 - 2س^4 + 8س$	(٢)
$ق'(س) = 2س + \frac{1}{\sqrt{2}س}$	$ق(س) = 2س + \frac{1}{\sqrt{2}س}$	(٣)
$ق'(س) = 5س - 2س + \frac{5}{2س}$	$ق(س) = 5س + 2س - \frac{5}{2س}$	(٤)
$ق'(س) = \frac{1}{\sqrt{2}س} + \frac{6-}{2س}$	$ق(س) = \frac{1}{\sqrt{2}س} + \frac{6-}{2س}$	(٥)
$ق'(س) = \frac{1}{4}س - \frac{3}{5}س^2 - \frac{7}{5}$	$ق(س) = \frac{1}{4}س + \frac{3}{5}س^2 - \frac{7}{5}$	(٦)
$ق'(س) = 5س - 2س + \frac{1}{4}س - \frac{3}{4}س^2 - \frac{1}{4}$	$ق(س) = 5س - 2س + \frac{1}{4}س - \frac{3}{4}س^2 - \frac{1}{4}$	(٧)
$ق'(س) = \frac{7}{4}س + \frac{3}{4}س^2 - \frac{1}{3}س + 1$	$ق(س) = \frac{7}{4}س + \frac{3}{4}س^2 - \frac{1}{3}س + 1$	(٨)
$ق'(س) = \frac{1}{\sqrt{2}س} - \frac{5}{2س}$	$ق(س) = \frac{1}{\sqrt{2}س} + \frac{5}{2س}$	(٩)

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي :

$\frac{ص}{س}$	ص	
$ص = س + \frac{2}{3} - 7$ $\frac{ص}{س} = \frac{س + \frac{2}{3} - 7}{س} = 1 - \frac{2}{3س} - \frac{7}{س}$	$ص = \sqrt[3]{س^2} + \frac{6}{7س}$	(١)
$ص = ظاس - ٩س - ٥$ $\frac{ص}{س} = \frac{ظاس - ٩س - ٥}{س} = \frac{ظاس}{س} - ٩ - \frac{٥}{س}$	$ص = ظاس - \frac{٩}{س}$	
$ص = س - \frac{٥}{٤} - جاس + ٣$ $\frac{ص}{س} = \frac{س - \frac{٥}{٤} - جاس + ٣}{س} = 1 - \frac{٥}{٤س} - \frac{جاس}{س} + \frac{٣}{س}$	$ص = \sqrt[٤]{س^٥} - جاس + ٣س$	(٢)
$ص = س + \frac{٨}{٣} + ٦س$ $ص = ٨س + \frac{٨}{٣} + ٦س$ $\frac{ص}{س} = \frac{٨س + \frac{٨}{٣} + ٦س}{س} = ١٤ + \frac{٨}{٣س}$	$ص = \sqrt[٣]{س^٨} + ٦س$	(٣)
$ص = س - ٣ + ٣س + \frac{1}{3}$ $\frac{ص}{س} = \frac{س - ٣ + ٣س + \frac{1}{3}}{س} = 1 - \frac{٣}{س} + ٣ + \frac{1}{٣س}$	$ص = س - ٣ + ٣س + \sqrt[٣]{س}$	(٤)
$ص = س + \frac{٢}{٣} + ٢ - \frac{جاس}{جاس} \times \frac{جاس}{جاس}$ $\frac{ص}{س} = \frac{س + \frac{٢}{٣} + ٢ - \frac{جاس}{جاس} \times \frac{جاس}{جاس}}{س} = 1 + \frac{٢}{٣س} + \frac{٢}{س} - \frac{جاس}{جاس}$	$ص = \sqrt[٣]{س} + \frac{1}{٢س} + ظاس جاس$	(٥)

جد $\frac{ص}{ص}$ لكل مما يلي :

$\frac{ص}{ص}$	ص	
$ص = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{2}ص} - \frac{1}{\frac{1}{2}ص}$ $ص = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) ص$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$	$ص = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{2}ص} - \frac{1}{\frac{1}{2}ص}$	(1)
$ص = \frac{3}{4}ص - \frac{1}{2}ص + \frac{1}{6}ص - 9$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - 9}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{4} + \frac{1}{6} - 9}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - 9}{\frac{1}{2}}$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - 9}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - 9}{\frac{1}{2}}$	$ص = 9 - \frac{3}{2} + \frac{1}{6} - 9$	(2)
$ص = \frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص$ $ص = \frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص}{\frac{1}{2}ص} = \frac{\frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص}{\frac{1}{2}ص}$ $\frac{ص}{ص} = \frac{\frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص}{\frac{1}{2}ص}$	$ص = \frac{5}{3} + \frac{6}{\frac{1}{2}ص} + \frac{8}{2}ص$	(3)

جد $\frac{ص}{ص}$ لكل مما يلي :

$\frac{ص}{ص}$	ص	
$ص = ٢س٢ + ٨س٣$ $\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$ $\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = ٢س٢ + ٨س٣$	(١)
$\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = (٢س٢ + ٨س٣)(٣ - ٢س)$	(٢)
$\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = (٢س٢ + ٨س٣)(٣ - ٢س)$	(٣)
$\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = (٢س٢ + ٨س٣)(٣ - ٢س)$	(٤)
$\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	(٥)
$\frac{ص}{ص} = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	$ص = \frac{٢س٢ + ٨س٣}{٢س٢ + ٨س٣}$	(٦)

جد $\frac{S}{S}$ لكل مما يلي :

	ص	$\frac{S}{S}$
(١)	ص = $\frac{6 \text{ جاس} + 2 \text{ س}}{\text{جاس}}$	ص = $6 \text{ ظاس} + 2 \text{ س}$ $\frac{S}{S} = 6 \text{ قاس} + 2 \text{ س}$
(٢)	ص = $\text{جاس} + 3 \text{ س} - \frac{1}{\text{راس}}$	$\frac{S}{S} = \text{جاس} + 3 \text{ س} - \frac{1}{2 \text{ راس}}$
(٣)	ص = $5 \text{ ظاس} - 5 \text{ جاس} + \frac{1}{2 \text{ س}}$	$\frac{S}{S} = 5 \text{ قاس} + 2 \text{ س} - 5 \text{ جاس} - 3$ $\frac{S}{S} = 5 \text{ قاس} + 2 \text{ س} - 5 \text{ جاس} - \frac{2}{3 \text{ س}}$

تدريب



$$\frac{1}{2 \text{ س}} + \frac{1}{\text{قاس}} = (\text{س})$$

جد المشتقة الاولى

تدريب



$$\frac{4}{2 \text{ راس}} + \frac{2 \text{ س} + 3 \text{ س}}{5 \text{ س}} = \text{ص}$$

جد المشتقة الاولى

تدريب



$$(\text{س}) = (2 \text{ س} - 3 \text{ س})(4 \text{ س} + 2 \text{ س})$$

جد المشتقة الاولى

إذا كان $ق(س) = (س^2 - 3س + 5)(س^2 - 9)$ جد $ق(س)$ ؟

الحل

$$ق(س) = (س^2 - 3س + 5)(س^2 - 9) + (س^2 - 9)(3 - س)$$

$$= س^4 - 3س^3 + 5س^2 - 9س + 45 + 3س^2 - 3س - 9س + 27$$

$$= س^4 - 3س^3 - 9س^2 + 27س + 72$$

إذا كان $ق(س) = (س^3 + 8)(س^2 + 2س)$ ، جد $ق(س)$ ؟

الحل

$$ق(س) = (س^3 + 8)(س^2 + 2س) + (س^2 + 2س)(2س^3 + 16س)$$

$$= (س^5 + 2س^4 + 8س^2 + 16س) + (2س^5 + 16س^4 + 4س^3 + 32س^2)$$

$$= 2س^5 + 18س^4 + 4س^3 + 40س^2 + 16س$$

إذا كان $ق(س) = \frac{س^2 + 8}{س^3 - 2س - 27}$ جد $ق(س)$ ؟

الحل

$$ق(س) = \frac{(س^2 + 8)(س^3 - 2س - 27) - (س^3 - 2س - 27)(2س^3 - 5س^2 - 54س + 162)}{(س^3 - 2س - 27)^2}$$

$$= \frac{س^5 + 8س^3 - 2س^4 - 16س^2 - 27س^2 - 216س - 54س^3 + 108س^2 + 1458س - 432}{(س^3 - 2س - 27)^2}$$

$$= \frac{س^5 - 2س^4 - 4س^3 + 92س^2 - 216س - 432}{(س^3 - 2س - 27)^2}$$

إذا كان $ق(س) = \frac{جاس}{س^2 + 1}$ جد $ق(س)$ ؟

الحل

$$ق(س) = \frac{(جاس)(س^2 + 1) - (س^2 + 1)(جاس - 4س^2 - 4س + 4)}{(س^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{(جاس + 4س^2 + 4س - 4) - (جاس - 4س^2 - 4س + 4)}{(س^2 + 1)^2}$$

مثال

إذا كان $\frac{5}{س+2} = (س)'$ جد $(س)'$ ؟

الحل

$$\frac{5 - (س)'}{س(س+2)} = (س)'$$

مثال

إذا كان $\frac{س+2}{جئاس} = (س)'$ جد $(س)'$ ؟

الحل

مثال

$$\frac{جئاس \times (س) - (س+2) \times جئاس}{جئاس^2} = (س)'$$

الحل

$$\frac{2سجئاس + (س+2)جئاس}{جئاس^2} =$$

إذا كان $(س) = جئاس$ طاس جد $(س)'$ ؟

$$(س)' = جئاس قاس + طاس \times جئاس$$

$$= جئاس قاس + طاس جئاس$$

مثال

إذا كان $\frac{1}{2}س + \frac{3}{س} + 5 = (س)'$ جد $(س)'$ ؟

الحل

$$(س)' = \frac{1}{2}س + \frac{3}{س} + 5$$

$$(س)' = \frac{1}{2}س \times \frac{1}{س} + \frac{3}{س} + 5 = 1 + \frac{3}{س} + 5$$

مثال

إذا كان $\frac{s}{(2s-4)} = (s)^\wedge$ جد $(s)^\wedge$ ؟

$$\frac{(s-1) \times (2s-4)}{(2s-4)} = (s)^\wedge$$

$$\frac{(2s-4) - (2s-4)}{(2s-4)} = (s)^\wedge$$

الحل

مثال

إذا كان $\frac{5}{\frac{1}{s}} + \frac{\frac{1}{s}}{3} = (s)^\wedge$ جد $(s)^\wedge$ ؟

$$\frac{5}{\frac{1}{s}} + \frac{\frac{1}{s}}{3} = (s)^\wedge$$

$$\frac{5}{\frac{1}{s}} + \frac{\frac{1}{s}}{3} = (s)^\wedge$$

$$\frac{5s}{1} + \frac{1}{3s} = (s)^\wedge$$

الحل

مثال

إذا كان $\frac{2 \text{ جاس}}{\text{جتا س}} + 5 = (s)^\wedge$ جد $(s)^\wedge$ ؟

$$(s)^\wedge = 2 \text{ ظاس} + 5$$

$$(s)^\wedge = 2 \text{ قاس} + 5$$

الحل

$$\frac{\text{جاس}}{\text{جتا س}} = \text{ظاس}$$

مثال

إذا كان $5s^2 + 6s + 8 = (s)^\wedge$ جد $(s)^\wedge$ ؟

$$(s)^\wedge = 10 + 6s + 6$$

$$(s)^\wedge = 10 + 6(2) = 26$$

الحل

إذا كان $ص(س) = ٣س - ٢س + ٥$ فجد نها $\frac{ص(٠) - (ص + ٠)}{٠}$

الحل

$$ص(س) = ٣س - ٢س + ٥$$

$$\begin{aligned} ص(٠) &= ٣(٠) - ٢(٠) + ٥ \\ &= ٠ + ٠ + ٥ \\ &= ٥ \end{aligned}$$

نها (٠) هي نفسها

$$\frac{ص(٠) - (ص + ٠)}{٠}$$

إذا علمت ان $ص = س - ٣$, جد $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ١$ ؟

الحل

$$\frac{ص}{س} = ٣س - ٢$$

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= ٣(١) - ٢ \\ &= ٣ - ٢ \\ &= ١ \end{aligned}$$

إذا علمت ان $\frac{ص(١) - (ص + ١)}{١}$ فجد نها $\frac{ص(١) - (ص + ١)}{١}$ ؟

الحل

$$ص(س) = \frac{١}{٦}س$$

$$ص(س) = \frac{١}{٦}س$$

$$\frac{١}{٦} = (١) \leftarrow \frac{١}{٥ \frac{١}{٦}} = \frac{١}{٥ \frac{١}{٦}} = \frac{١}{٥ \frac{١}{٦}}$$

إذا علمت ان $ص(س) = ٥س - ٣س - ١$ جد $ص(٢)$ ؟

الحل

$$ص(س) = ٥س - ٣س - ١$$

$$\begin{aligned} ص(٢) &= ٥(٢) - ٣(٢) - ١ \\ &= ١٠ - ٦ - ١ \\ &= ٣ \end{aligned}$$

إذا كان $u(s) = (s^2 - 3)(s^3 + 5)$ جد $u'(0)$ ؟

الحل

$$\begin{aligned} u(s) &= (s^2 - 3)(s^3 + 5) \\ u'(s) &= (2s)(s^3 + 5) + (s^2 - 3)(3s^2) \\ u'(0) &= (2 \cdot 0)(0^3 + 5) + (0^2 - 3)(3 \cdot 0^2) \\ &= 0 + (-3)(0) = 0 \end{aligned}$$

إذا كانت $v = s^3 - 2s^2 + 1$ جد $\frac{dv}{ds}$ عندما $s = 3$ ؟

الحل

$$\begin{aligned} \frac{dv}{ds} &= 3s^2 - 4s \\ \frac{dv}{ds} &= 3(3)^2 - 4(3) \\ &= 27 - 12 = 15 \end{aligned}$$

إذا كان $s^3 + 3s$ جد $\frac{ds}{dt}$ ، عندما $s = 1$ ؟

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= 3s^2 + 3 \\ \frac{ds}{dt} &= 3(1)^2 + 3 \\ &= 3 + 3 = 6 \end{aligned}$$

مثال

إذا كانت $\frac{3-s}{2-s} = (s)$ ، جد $\frac{3-s}{2-s}$ ؟

$$\frac{3-s}{2-s} = (s)$$

الحل

$$\frac{3-s}{16} = \frac{3-s}{24} = \frac{3-s}{2(2+2)} = \frac{3-s}{2((2-s)-2)} = \frac{1 \times 3}{2(s-2)} = (s)$$

مثال

إذا كان $\frac{s^2}{5-s} = (s)$ ، جد (1)

$$\frac{(4-s)(s^2) - 2 \times (5-s)}{2(5-s)} = (s)$$

$$\frac{(4-s) \times (1 \times 2) - 2 \times (1 \times 5 - 5)}{2(1 \times 5 - 5)} = (s)$$

$$\frac{4 - 2 - 2 \times 1}{2} =$$

$$10 = \frac{8+2}{1} =$$

الحل

مثال

إذا كانت $s = 2(3-s) + \frac{2}{s}$ ، جد $\frac{s}{s}$ عندما $s=1$ ؟

$$\frac{2-s}{2s} + 2 \times (2-s) + (s^2-s) = \frac{s}{s}$$

$$\frac{2-s}{2(1)} + 2 \times (2-3) + (1 \times 2 - (1 \times 2)) = \frac{s}{s}$$

$$2 - 4 + 4 - 2 =$$

الحل

مثال

إذا كان $\frac{s^2}{5-s} = (s)$ ، جد (s) ؟

$$\frac{s^2}{5-s} = (s) \Rightarrow (s^2 + 2s^3 + 3s^2) \times 5 = (s)$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = (s^2 + 1)^{-6}$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = -6(s^2 + 1)^{-7} \times 2s = -12s(s^2 + 1)^{-7}$$

$$= -12s(s^2 + 1)^{-7}$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = (s^3 - 8)^9$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = 9(s^3 - 8)^8 \times 3s^2 = 27s^2(s^3 - 8)^8$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = (s^3)^5$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = 5(s^3)^4 \times 3s^2 = 15s^2(s^3)^4$$

$$= 15s^2(s^{12}) = 15s^{14}$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = \frac{1}{3(s^2 + 3)}$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = \frac{1}{3} \times \frac{-1}{(s^2 + 3)^2} \times 2s = -\frac{2s}{3(s^2 + 3)^2}$$

$$= -\frac{2s}{3(s^2 + 3)^2}$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = \sqrt{s^2 + 3}$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = \frac{1}{2\sqrt{s^2 + 3}} \times 2s = \frac{s}{\sqrt{s^2 + 3}}$$

الحل

$$u(s) = \frac{1}{3(s^2 + 3)}$$

$$u'(s) = \frac{1}{3} \times \frac{-1}{(s^2 + 3)^2} \times 2s = -\frac{2s}{3(s^2 + 3)^2}$$

$$u'(s) = \frac{1}{3} \times \frac{-1}{(s^2 + 3)^2} \times 2s = -\frac{2s}{3(s^2 + 3)^2}$$

مثال

إذا كان $\sqrt{s^5 + 8s^6} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{-5s^5 + 6s^8}{s^5 + 8s^6} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا كان $\sqrt{s^2 - 3s + 3} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{2s^2 - 3s + 3}{s^2 - 3s + 3} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا كان $\sqrt{s} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{1}{2} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا علمت $\sqrt{s^2 - 2} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{2s^2 - 2}{s^2 - 2} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا كان $\sqrt{s^3 - 3s} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{3s^3 - 3s}{s^3 - 3s} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا كان $\sqrt[3]{s^5 - 5s} = (s)^\alpha$ جد α (س) ؟

$$\alpha = \frac{5s^5 - 5s}{s^5 - 5s} = (s)^\alpha$$

الحل

مثال

إذا كان $\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$ جد θ (س) ؟

الحل

$$\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$$

مثال

إذا كان $\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$ جد θ (س) ؟

الحل

$$\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$$

مثال

إذا كان $\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$ جد θ (س) ؟

الحل

$$\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$$

مثال

إذا كان $\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$ جد θ (س) ؟

الحل

$$\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$$

مثال

إذا كان $\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$ جد θ (س) ؟

الحل

$$\sin(5 + \arcsin \frac{1}{2}) = \sin \theta$$

- ١- اشتق الاس فقط
- ٢- اشتق الزاوية
- ٣- اشتق الاقتران المثلي وحده

مثال

إذا كان $u(s) = \sqrt[3]{s^3 + 5s^2 + 3s + 5}$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = \frac{3s^2 + 10s + 3}{3\sqrt[3]{s^3 + 5s^2 + 3s + 5}}$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = (s^2 + 5s)^2$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = 2(s^2 + 5s) \times 2s + 10(s^2 + 5s) = 4s^3 + 20s^2 + 50s$$

الحل

مثال

إذا كان $u(s) = (s^3 + 5s^2 + 3s + 5)^3$ جد $u'(s)$ ؟

$$u'(s) = 3(s^3 + 5s^2 + 3s + 5)^2 \times (3s^2 + 10s + 3) = 9(s^3 + 5s^2 + 3s + 5)^2 (s^2 + \frac{10}{3}s + 1)$$

الحل

مشتقه اقترانات - اقترانات لها تجهيزات خاصة

$v = u(s)$ $\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times u'(s)$	$v = u(u(s))$ $\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times u'(u(s)) \times u'(s)$
$v = u^u(s)$ $\frac{dv}{ds} = u^u(s) \times u'(s) \times \ln u(s) + u^u(s) \times \frac{1}{u(s)}$	$v = \sqrt[u]{u(s)}$ $\frac{dv}{ds} = \frac{1}{u} \times \frac{u'(s)}{\sqrt[u]{u(s)^{u-1}}}$

إذا علمت ان $u = (1)h$ ، $v = (1)s$ ، $w = (1)h$ ، $x = (1)s$ جد كل مما يلي :

مشتقة حاصل ضرب ائترانين	$\begin{aligned} (1)h \times (1)s + (1)h \times (1)s &= \\ 2- \times 2- + 1 \times 4 &= \\ 8 = 4 + 4 &= \end{aligned}$	$(1)h \times (1)s$	.A
مشتقة قسمة ائترانين	$\frac{(1)h \times (1)s - (1)h \times (1)s}{2((1)h)} =$ $0 = \frac{0}{4} = \frac{4-4}{2(2-)} = \frac{1 \times 4 - 2- \times 2-}{2(2-)} =$	$(1)h \left(\frac{1}{s} \right)$	.B
ضرب ائترانين ثم اشتق الناتج	$0 = (2- \times 4) = ((1)h \times (1)s) =$	$((1)h \times (1)s)$	.C
مشتقة ثابت على ائتران	$\frac{(1)h \times 3-}{2((1)h)} =$ $\frac{1 \times 3-}{2(2-)} =$ $\frac{3-}{4} =$	$(1)h \left(\frac{3}{s} \right)$	.D
جمع ائترانين ثم اشتق الناتج	$\begin{aligned} ((1)h + (1)s) &= \\ (2- + 4) &= \\ (2) &= \\ 0 &= \end{aligned}$	$h((1)h + (1)s)$	.E



اطلب ورق العمل من المعلم لهذا الدرس

قاعدة السلسلة

مثال

$$ص = ٤٧ - ٢٤٣ + ١ ، ع = س - ٢٥ ، جد \frac{ص}{س} ؟$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - س) \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - (٥ - ٢س)) \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - (٧ - ٢س)) \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - ٧ + ٢س) \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - ٥ + ٢س) \\ &= (٤١ - ٣)(٢ - ٥ + ٢س) \end{aligned}$$

مثال

$$ص = ٤ - ٣٤ + ٥ ، ع = ٨س - ٣٦ ، جد \frac{ص}{س} ؟$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} \\ &= (٤٣ - ٤٢) \times (٤س - ٢) \\ &= (٤٣ - ٤٢) \times (٤س - ٢) \end{aligned}$$

مثال

$$ص = \frac{٣}{٢ - م} ، م = ٣س + ١ + ٢ ، جد \frac{ص}{س} ؟$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{م} \times \frac{م}{س} \\ &= \frac{٣ - ٢}{٢(٢ - م)} \times ٦س \\ &= \frac{٣ - ٢}{٢(٢ - (٣س + ١ + ٢))} \times ٦س \\ &= \frac{٣ - ٢}{٢(٢ - (٣س + ٣))} \times ٦س \\ &= \frac{٣ - ٢}{٢(٢ - ٣س - ٣)} \times ٦س \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{E}_S}{\mathcal{S}_S} \times \frac{\mathcal{S}_S}{\mathcal{E}_S} &= \frac{\mathcal{S}_S}{\mathcal{S}_S} \\ 2 \times 1 &= 2 \\ 2 \times (1 + 1) &= 2 \\ (1 + 1)^2 &= \frac{\mathcal{S}_S}{\mathcal{S}_S} \\ (1 + 1)(1 \times 1) &= \frac{\mathcal{S}_S}{\mathcal{S}_S} \\ 1 \times 1 &= 1 \times 1 \end{aligned}$$

مثال

الحل

$${}^3_1(\text{ع}) = \text{ص} \quad , \quad ({}^2_3\text{س} - {}^3_1\text{ع}) = \text{ع}$$

$$\frac{عس}{صس} \times \frac{صس}{عس} = \frac{صس}{صس}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \times 2 - 2 \\ &= 3(2 - 2) \\ &= 3(0) \end{aligned}$$

$$24 - = 4 \times 6 - = 2 \times 6 - = 2 (21 - 3)((1)6 -) = \frac{S}{S}$$

وهذا يعني أن $v = (e)$ ^٣

مثال

الحل

ع = س ٣-٥ ، ص = ٧ع

$$\frac{\text{عس}}{\text{صس}} \times \frac{\text{صس}}{\text{عس}} = \frac{\text{صس}}{\text{صس}}$$

$${}^2\text{صس} \times \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{3s^2}{5s^3 - 2} =$$

مثال

ص = جا ٢ س جد ص باستخدام قاعدة السلسلة؟

$$ع = ٢س ، ص = جا ع$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} \\ &= ٢ \times جا ع \\ &= ٢ جا ع \\ &= ٢ جا ٢ س \end{aligned}$$

مثال

ص = (٣س - ٢س + ٧س + ٨)٩ ، جد $\frac{ص}{س}$ باستخدام قاعدة السلسلة عندما س = ٠؟

$$ع = ٣س - ٢س + ٧س + ٨ ، ص = ع٩$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} \\ &= (٩ع٨)(٧س - ٢س + ٧س - ٢س) \\ &= (٩(٣س - ٢س + ٧س + ٨)(٧س - ٢س + ٧س - ٢س)) \\ &= ٨(٣س - ٢س + ٧س + ٨)(٧س - ٢س + ٧س - ٢س) \\ &= ٨(٣(٠) - ٢(٠) + ٧(٠) + ٨)(٧(٠) - ٢(٠) + ٧(٠) - ٢(٠)) \\ &= ٨(٣ - ٢ + ٧ + ٨)(٧ - ٢ + ٧ - ٢) = ٨(١٦)(١٠) = ١٢٨٠ \end{aligned}$$

مثال

ص = (جا ٢ س)٥ ، جد $\frac{ص}{س}$ باستخدام قاعدة السلسلة؟

$$ع = جا ٢ س \leftarrow ع = ٢ جا ٢ س$$

$$ص = ع٥ \leftarrow ص = ٥ع$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} \\ &= ٥(جا ٢ س)٤ \\ &= ٤(جا ٢ س)٥ \end{aligned}$$

مثال

ص = جتا^٣س ، جد $\frac{ص}{حس}$ باستخدام قاعدة السلسلة؟

الحل

$$ع = جتا س \leftarrow ع = -جاس$$

$$ص = ع^٣ \leftarrow ص = ٣ع^٢$$

$$\frac{ص}{حس} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{حس}$$

$$= (٣ع^٢) \times (-جاس)$$

$$= -٣(جتا س)^٢ \times جاس$$

$$= -٣جتا ٢س جاس$$

مثال

إذا كانت ع = ٥س - ٢ ، ص = ع^٣ + ١ ، جد $\frac{ص}{حس}$ باستخدام قاعدة السلسلة عندما س = ١؟

الحل

$$\frac{ص}{حس} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{حس}$$

$$= ٣ع^٢ \times ٥$$

$$= ١٥ع^٢$$

$$\frac{ص}{حس} = ١٥(٥س - ٢)^٢$$

$$\frac{ص}{حس} = ١٥(٥ - ٢)^٢$$

$$= ١٥(٣)^٢$$

$$= ١٥ \times ٩ = ١٣٥$$



اطلب ورق العمل من المعلم لهذا الدرس
كن مستعد للاختبار بالوحدة كاملة