

السدين

الثقافي

الفرع الأول: الزرقاء - وسط البلد - شارع الملك عبدالله - هاتف: ٠٧٨٨٥٣٠٨٠٢ - ٠٧٨٨٢٥٠٥٥٥

MATHEMATICS
الرياضيات

توجيهي الفرع العلمي و الصناعي - الفصل الدراسي الثاني

القطوع المخروطية



إعداد المعلم:

ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



مكتبة الوسام

ALWESAM
tawjihi center & service store

الصف الثاني عشر

الفرع العلمي / الوحدة الخامسة

القطع المخروطية وتطبيقاتها

- ١- القطع المخروطي
- ٢- الدائرة
- ٣- القطع المكافئ
- ٤- القطع الناقص
- ٥- القطع الزائد
- ٦- المحل الهندسي
- ٧- ورقة عمل على كل درس مع الحلول
- ٨- ورقة عمل على الوحدة مع الحلول

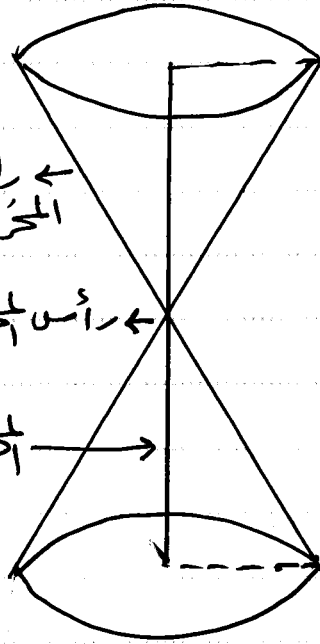
مكتبة الوسام
ALWESAM
ناجح الجمزاي

المعلم : ناجح الجمزاوي
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



المعلم : ناجح الجمزاوي

القطع المخروطي



٣) إذا ناد ميل المستوى لقاطع ليصبح موازياً لراسم المخروط ويقطع احد المخروطين دون الآخر فان الشكل الناتج قطعاً مكافئاً

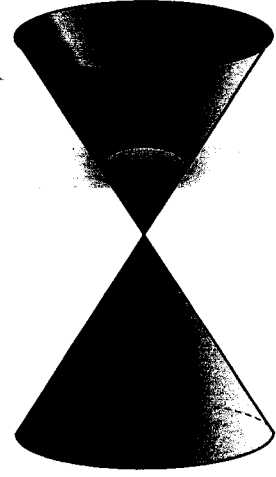
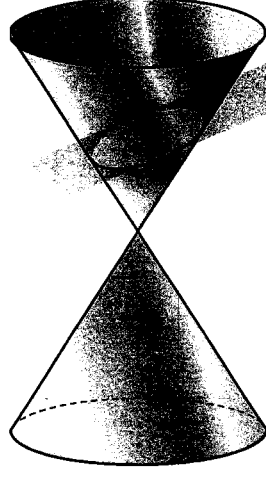
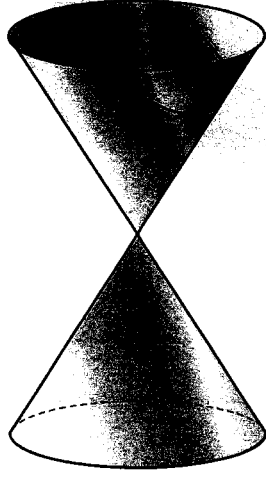
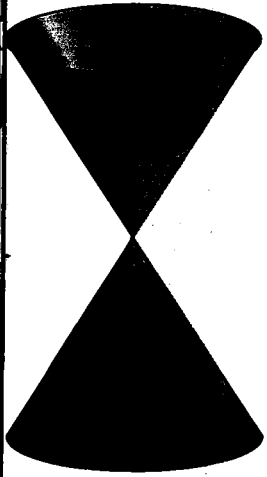
٤) اذا قطع المستوى فرعي المخروط ، وكان القاطع لا يكون على نقطة الرأس فان الشكل الناتج قطعاً زائداً

٥) الصورة اعلاه للقطع المخروطي

- ١) $b = 2$ \rightarrow دائرة
- ٢) $b = 0$ \rightarrow مكافئ
- ٣) $b < 2$ \rightarrow ناقص
- ٤) $b > 2$ \rightarrow زائد

١) اذا قطع المخروط مستوى عمودياً على المحور ولا يمر بالرأس فان الشكل الناتج دائرة

٥) اذا كان المستوى لقاطع مائلاً قليلاً على المحور ويقطع احد المخروطين دون الآخر فان الشكل الناتج قطع ناقص



قطع زائد

قطع مكافئ

قطع ناقص

دائرة

الشكل (٥-٦)

الشكل (٥-٥)

الشكل (٥-٤)

الشكل (٥-٣)

(١) إذا كان المستوى القاطع عمودياً على المحور ولا يحتوي على الرأس، فإن تقاطع المستوى مع سطح المخروط في هذه الحالة يسمى دائرة. لاحظ الشكل (٥-٣).

(٢) إذا كان المستوى القاطع مائلاً قليلاً على المحور ويقطع فرعاً واحداً، فإن تقاطع المستوى مع سطح المخروط في هذه الحالة يسمى قطعاً ناقصاً. لاحظ الشكل (٥-٤).

(٣) إذا زاد ميل المستوى القاطع ليصبح موازياً لمستقيم على سطح المخروط ويقطع فرعاً واحداً، فإن تقاطع المستوى مع سطح المخروط في هذه الحالة يسمى قطعاً مكافئاً. لاحظ الشكل (٥-٥).

(٤) إذا قطع المستوى القاطع فرعي المخروط ولا يحتوي على نقطة الرأس، فإن التقاطع في هذه الحالة يسمى قطعاً زائداً. لاحظ الشكل (٥-٦).

القطوع المخروطية

الدائرة

$$r = \sqrt{(s-s)^2 + (h-h)^2}$$

$$r^2 = (s-s)^2 + (h-h)^2$$

الصورة اعلاه معادلة لدايرة هي:

$$s^2 + h^2 + 2ps + 2hs + c = 0$$

حيث ان $c < 0$

$$\text{مركز الدائرة } \left(-\frac{p}{c}, -\frac{h}{c} \right)$$

$$= \left(-\frac{\text{معامل } s}{c}, -\frac{\text{معامل } h}{c} \right)$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{p}{c}\right)^2 + \left(\frac{h}{c}\right)^2 - \frac{c}{c}}$$

المركز (s, h)

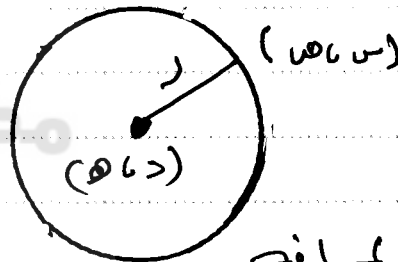
$$r = \sqrt{s^2 + h^2 - c}$$

هي المحل الهندسي للنقطة (s, h) التي تتحرك في مستوى البياني حيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة (المركز) يساوي مائه ثابتة (نصف القطر).

معادلة الدائرة التي مركزها (d, h) ونصف قطرها r هي

$$r^2 = (s-d)^2 + (h-h)^2$$

وتسمى معادلة السابقه بالصورة القياسية لمعادلة الدائرة ويمكن اشتقاق المعادله كما يلي



حسب قانون بافان بين نقطتين

$$r = \sqrt{(s-d)^2 + (h-h)^2}$$

مسألة ①

جد مركز ونصف قطر الدائرة التي صادلتها

$$① \quad 11 = (v+u)^2 + (o-s)^2$$

المركز (٧-٥٥) $v = r$
 $11 = r^2$
 $\sqrt{11} = r \leftarrow$

$$② \quad 17 = (9+u)^2 + s^2$$

المركز (٩-٥٠) $v = r$
 $17 = r^2$

$$③ \quad 37 = (7+u)^2 + (e-s)^2$$

الحل

$$37 = ((7+u)^2 + (e-s)^2)$$

$$37 = \frac{e^2}{4} + \frac{e^2}{4} + 7e + u^2 + s^2 - 2es$$

$$9 = (7+u)^2 + (e-s)^2$$

المركز (٣-٥٢)

$$3 = \sqrt{9} = r$$

$$④ \quad 12 = 7^2 + 5^2 + u^2 + s^2 - 14u - 10s$$

المركز $(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$

$$(3-1)^2 = (\frac{7}{2}-1)^2 + (\frac{5}{2}-1)^2$$

$$12 = 12 + 4 + 4 - 14 + 10 = 12$$

اشتقاق الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$$r^2 = (h-u)^2 + (k-s)^2$$

$$r^2 = h^2 - 2hu + u^2 + k^2 - 2ks + s^2$$

نضرب $2 = 2h - 2k$

$$u = h - k$$

$$s = r - h + k$$

$$r^2 = (h-k)^2 + (r-h+k-s)^2$$

نلاحظ ان

معامل $s^2 =$ معامل u^2

وعليه نحوّل الصورة العامة الى الصورة القياسية وذلك

بالمثال المربع لكل من السينات والصادات

كما يمكن تحويل الصورة القياسية الى الصورة العامة بفرادى

ملاحظة هامة

١. إيجاد معادلة الدائرة عندما تعطى معلومات كافية عليها .
 بكل عام نستخدم الصورة لاصحابها
 لمعادلة الدائرة ونقوم بإيجاد الثوابت d, h, r التي هي المعادلة وذلك إما عن طريق معرفة إحداثيات المركز وطول نصف القطر ، أو عن خلال تكوين معادلات تتحل تلك الثوابت اعتماداً على المعلومات المعطاه

٢. يمكن استخدام الصورة لاصحابها للدائرة في الحالات التالية

١. عندما تعطى إحداثيات ثلاث نقاط معلومة لمركزها تلك الدائرة .

٢. عندما تعطى إحداثيات نقطتين لمركزها تلك الدائرة ويقع مركزها على مستقيم معلوم .

$$\textcircled{5} \quad x^2 + y^2 - 12x - 14 = 0$$

الحل

المعادلة على الصورة لاصحابها
 ترتيبها بالقسمه على ٢

$$x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\text{المركز} = \left(\frac{6}{2}, \frac{0}{2} \right) = (3, 0)$$

$$= (3, 0) = \left(\frac{6}{2}, \frac{0}{2} \right)$$

$$r = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$r = \sqrt{13}$$

$$\textcircled{6} \quad x^2 + y^2 - 4x - 5y + 3 = 0$$

الحل

معادلة غير مرتبة ترتيبها ويجعلها
 كماوي صفر

$$x^2 + y^2 - 4x - 5y + 3 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - \frac{5}{2}y + \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{المركز} = \left(\frac{2}{2}, \frac{5/2}{2} \right) = (1, \frac{5}{4})$$

$$= \left(\frac{2}{2}, \frac{5/2}{2} \right)$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{5}{4} \right)^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{94}{16}} = \frac{\sqrt{94}}{4}$$

مثال ٣

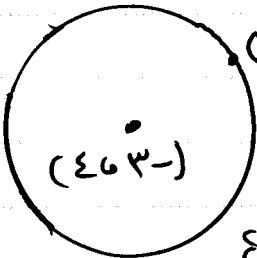
جد معادلة الدائرة التي مركزها
(٥-٦٣) وطول قطرها = ٣٦

الحل

$$\begin{aligned} \text{المركز} &= (٥-١٣) \\ \text{نصف القطر} &= \frac{36}{2} = 18 \\ \text{المعادلة} &= (x-5)^2 + (y-13)^2 = 18^2 \end{aligned}$$

مثال ٤

جد معادلة الدائرة التي مركزها
(٤٦٣-) وتمر بنقطة الاصل



المركز = (٤٦٣-)

$$r = \sqrt{(0-4)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$$

$$0 = (x-4)^2 + (y-6)^2 - 52$$

$$(x-4)^2 + (y-6)^2 = 52$$

مثال ٥

جد معادلة الدائرة التي مركزها
نقطة الاصل وواسها = ٣٦

الحل

المركز = (٥٠٠)

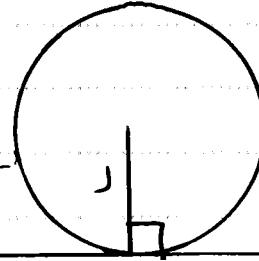
$$r = \sqrt{36} = 6$$

$$r = 6$$

$$x^2 + y^2 = 36$$

فلاحة هافة

١ نصف القطر يكون عمودي على
المماس



المماس

٢ بعد النقطة (١٥١٥٦) عن
المنبع $5 + 150 + 150 = 300$

$$\left| \frac{5 + 150 + 150}{\sqrt{5^2 + 150^2}} \right| =$$

٣ البعد بين نقطتين

$$\sqrt{(15-5)^2 + (150-150)^2} = \sqrt{100} = 10$$

٤ اعداديات منتصف هافة

$$\left(\frac{5+15}{2}, \frac{150+150}{2} \right) = (10, 150)$$

مثال ٥

جد معادلة الدائرة التي مركزها
(١٦٥-) ونصف قطرها = ٤

المعادلة هي

$$(x-16)^2 + (y-5)^2 = 16$$

مسألة ٨

إذا كانت

$$x^2 + y^2 + 5x - 10y - 10 = 0$$

تمثل معادلة دائرة نصف قطرها (٢)
 حدد قيمة الثابت P حسب P < 2

الحل

نرتب لمعادلة ونكتبها على الصورة العامة بالقسمة على ١

$$x^2 + y^2 + 5x - 10y - 10 = 0$$

المركز: $(\frac{P}{2}, \frac{Q}{2}) = (\frac{5}{2}, -5)$

$r = 2$

$$r = \sqrt{(P)^2 + (Q)^2 - 4c} = 2$$

بالترتيب $4 = 1 - 4 + P^2$

$1 = P^2 \iff 1 = P$

$1 = P \iff 1 - 4 = P$

$P < 2$

مسألة ٩

$$x^2 + y^2 + 5x - 10y - 10 = 0$$

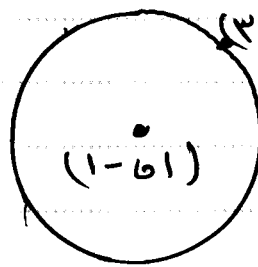
تمثل معادلة دائرة
 حدد

١) قيمة الثابت P

٢) المركز ونصف القطر \leftarrow تتبع الحل

مسألة ٧

جد معادلة الدائرة التي مركزها (١-٦) وتحتوي بالنقطة (٢،٤)



$$r = \sqrt{(1-2)^2 + (-6-4)^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 100} = \sqrt{101}$$

$$r^2 = (1-2)^2 + (-6-4)^2 = 101$$

مسألة ٧

إذا كانت $x^2 + y^2 + 5x - 10y - 10 = 0$
 تمثل معادلة دائرة مركزها (٥-٦)
 حدد الثوابت P، Q ونصف قطرها.

الحل

$1 = P \iff 1 = P$

$1 = P \iff 1 - 4 = P$

$$r = \sqrt{(1-2)^2 + (-6-4)^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 100} = \sqrt{101}$$

$$r^2 = 101$$

نعوض احدى النقطتين لاجاد ر

$$\leftarrow (164)$$

$$r = \sqrt{(1+1)^2 + (0-4)^2}$$

$$0 = r \quad r = 4 + 1$$

$$0 = \sqrt{(1+1)^2 + (0-4)^2}$$

ملاحظة هامة

① الدائرة تمتد محور السينات

فان

نصف القطر = الاصدائي لاصدائي للمركز

$$r = |h|$$

② الدائرة تمتد محور الصادات

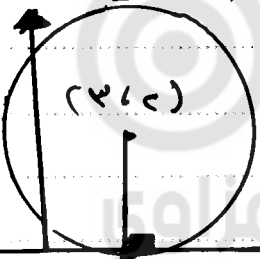
فان

نصف القطر = الاصدائي لاصدائي للمركز

$$r = |d|$$

سؤال 11

جد معادلة الدائرة التي مركزها (3,6) وتمس محور السينات



$$r = \sqrt{(3-3)^2 + (6-0)^2} = 6$$

$$\text{المركز} = (3,6)$$

$$r = |h| = 3$$

الحل

لتكون معادلة دائرة يجب ان يكون

$$\text{معامل } x^2 = \text{معامل } y^2$$

$$3 = 2 \leftarrow c = (1-4)$$

\leftarrow تصبح المعادلة

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 8 = 0$$

بالقسمة على 2

$$x^2 + y^2 - 2x + 3y - 4 = 0$$

$$D = -\frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } x^2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$H = -\frac{\text{معامل } y}{\text{معامل } y^2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

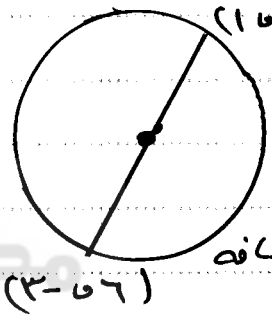
المركز $(1, 1.5)$

$$r = \sqrt{1^2 + 1.5^2 + 4} = \sqrt{7.25}$$

$$r = \sqrt{\frac{29}{4}}$$

سؤال 12

اوجد معادلة الدائرة التي ضائيا قطر فيها النقطتان (164) و (3-66)



الحل

المركز = منتصف القطر

اصدائيا = منتصف لافه

$$= \left(\frac{3+164}{2}, \frac{6+66}{2} \right) = (83.5, 36)$$

$$= (1-65)$$

معادلة الدائرة هي

$$S = \sqrt{(1+164)^2 + (0-66)^2}$$

سؤال ١٢

جد معادلة الدائرة التي مركزها (٤، ٣) وتمس محور الصادات.

الحل

$$r = |a| = 4$$

$$16 = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

سؤال ١٣

جد معادلة الدائرة التي مركزها (٤، ٤) وتمس المستقيم الذي معادلته $3x - 5y = 0$.

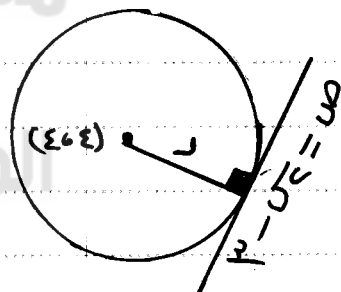
الحل

المركز (٤، ٤)، نجد بُعد المركز عن المستقيم، نرتب معادلة المستقيم $3x - 5y = 0$
 $3 = 5x - 5y$ $1 = 5x - 5y$

$$\frac{1}{5\sqrt{34}} = \left| \frac{3 + 4x - 4y}{1 + 5\sqrt{34}} \right| = r$$

معادلة الدائرة هي

$$\frac{1}{5} = (x-4)^2 + (y-4)^2$$



سؤال ١٤

جد معادلة الدائرة التي مركزها (٦، ١) وتمس المستقيم $2x - 5y = 0$.

الحل

نجد r بُعد المركز عن المستقيم

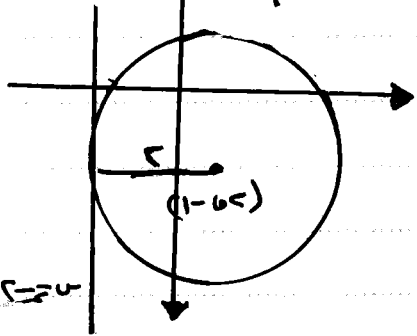
$$r = \frac{|2x - 5y|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = \frac{|2(6) - 5(1)|}{\sqrt{29}} = \frac{7}{\sqrt{29}}$$

$$r = \left| \frac{2x - 5y}{\sqrt{29}} \right| = \frac{|2(6) - 5(1)|}{\sqrt{29}} = \frac{7}{\sqrt{29}}$$

المعادلة هي

$$16 = (x-6)^2 + (y-1)^2$$

أو عن طريق الرسم



سؤال ١٥

جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين $3x - 5y = 0$ و $3x - 5y = 3$ ونصف قطرها ٣ وحدات.

الحل

① بُعد المركز (د، هـ) عن المستقيم

$$r = \frac{|3x - 5y|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{|3d - 5h|}{\sqrt{34}}$$

سؤال ١٦

جد معادلة الدائرة التي تمس

المتصمات $س = ٥$ ، $٤ = ٥$ ، $٨ = ٥$ ، $١ = ٥$

الحل

① بعد المركز (د، هـ) عن المستقيم $س = ٥$

$$ر = |١ - د - ١٢|$$

② بعد المركز عن المستقيم $س = ٨$

$$ر = |١٨ - د - ١٨|$$

③ بعد المركز (د، هـ) عن المستقيم $س = ١$

$$ر = |١١ - هـ - ١١|$$

عنا ① و ② \Leftrightarrow

$$١٨ - د = ١٢ - د$$

$٨ + د = ٤ - د$ أو $٨ - د = ٤ - د$
فروضه

$$١٠ = د - ٤$$

$$٥ = \frac{١٠}{٢} = د$$

$$\text{نكه } ر = |١٢ - د - ١٢|$$

$$ر = |١٢ - ٥ - ١٢| = ٥$$

$$\Leftrightarrow ر = |١١ - هـ - ١١| \text{ --- ③}$$

$$٥ = |١١ - هـ - ١١|$$

$$\Leftrightarrow ٥ = |١ - هـ - ١| \text{ أو } ٥ = |٣ - ١ - هـ|$$

$$٥ = |٢ - هـ| \text{ أو } ٥ = |٤ - هـ|$$

صناك حالتان

① المركز (٥، ٥) ، $ر = ٥$

$$٩ = (٥ - ٥)^2 + (٥ - ٥)^2$$

② المركز (٥، ٥) ، $ر = ٥$

$$٩ = (٥ - ٥)^2 + (٥ - ٥)^2$$

$$\Leftrightarrow ر = |١ + هـ - ١|$$

$$\text{نكن } ر = ٣ \Leftrightarrow ٣ = |١ + هـ - ١|$$

$$\Leftrightarrow ٣ = |١ + هـ - ١| \text{ أو } ٣ = |٢ - ١ - هـ|$$

$$٣ = |٢ - هـ| \text{ أو } ٣ = |٤ - هـ|$$

③ بعد المركز (د، هـ) عن المستقيم

$$٣ = |٣ - د - ٣|$$

$$ر = \left| \frac{٣ - د}{١ + ١٢} \right| \Leftrightarrow ر = |٣ - د|$$

$$\text{نكه } ر = ٣ \Leftrightarrow ٣ = |٣ - د|$$

$$٣ = |٣ - د| \text{ أو } ٣ = |٣ - د|$$

$$٦ = د \text{ أو } ٠ = د$$

صناك اربع حالات

① المركز (٦، ٥) ، $ر = ٣$

المعادله هي

$$٩ = (٦ - ٥)^2 + (٥ - ٥)^2$$

② المركز (٦، ٤) ، $ر = ٣$

$$٩ = (٦ - ٥)^2 + (٤ - ٥)^2$$

③ المركز (٥، ٥) ، $ر = ٣$

$$\text{المعادله } ٩ = (٥ - ٥)^2 + (٥ - ٥)^2$$

④ المركز (٥، ٤) ، $ر = ٣$

$$٩ = (٥ - ٥)^2 + (٤ - ٥)^2$$

سؤال ١٧

جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين $3 = x$ و $3 = y$ ، او مركز النقطة (٢٠٩)

الحل

① يقع المركز (د، هـ) عن المستقيم $3 = x$ ←
 $r = |3 - d|$ --- ①
 ② يقع المركز (د، هـ) عن المستقيم $3 = y$ ←
 $r = |1 + h|$ --- ②
 من ① و ② ←

$|3 - d| = |1 + h|$

$3 - d = 1 + h$ أو $3 - d = 1 - h$

$4 + h = d$ $2 + h = d$

① عندما $d = 4 + h$ تكون معادلتها

الدائرة $(x - d)^2 + (y - h)^2 = r^2$
 نعوض بالنقطة (٢٠٩)

$r^2 = (9 - d)^2 + (0 - h)^2$

لكي $d = 4 + h$ ←

$r^2 = (9 - 4 - h)^2 + (0 - h)^2$

أيضا $r = 1 + h$ بالتربيع

$r^2 = (1 + h)^2$ ←

$(0 - h)^2 + (9 - 4 - h)^2 = (1 + h)^2$

$h^2 - 20h + 10 = 20h - 40 + h^2 + 1 + 2h$

$h^2 - 22h + 10 = h^2 + 2h - 39$

$h = 14$ $h = 6$

$h = 6$ $h = 14$

عندما $h = 14$ ← $d = 18$ ، $r = 10$

المعادلة هي

$(x - 18)^2 + (y - 14)^2 = 100$

عندما $h = 6$ ← $d = 10$ ، $r = 3$

$9 = (6 - h)^2 + (0 - d)^2$

عندما $d = 10$ ← $h = 6$

$r^2 = (1 + h)^2$

←

$(1 + h)^2 = (6 - h)^2 + (10 - d)^2$

تجوزين (٢٠٩)

$(1 + h)^2 = (9 - h)^2 + (10 - d)^2$

$1 + 2h + h^2 = 81 - 18h + h^2 + 100 - 20d + d^2$

$h^2 + 2h + 1 = h^2 - 18h + 81 + 100 - 20d + d^2$

المميز سالب لا يحل $0 < 4x^2 - 64x + 20$

$0 < 4x^2 - 64x + 20$

سؤال ١٨

جد معادلة الدائرة التي تمس محور

المصادات في النقطة (٢٠٠)

ويقع مركزها على المستقيم $3 = x$

الحل

الدائرة تمس محور المصادات ← $r = |d|$

المركز (د، هـ) يقع على المستقيم $3 = x$

$3 = d$ ← $r = |3 - 1| = 2$

معادلة الدائرة

$(x - d)^2 + (y - h)^2 = r^2$

$9 = (3 + s)^2 + (h - 0)^2$

$9 = (3 + s)^2 + (h - 0)^2$

$9 = (3 + s)^2 + (h - 0)^2$

$9 = (3 + s)^2 + (h - 0)^2$

سؤال (١٩)

جد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة (١, ٦) ويقع مركزها على المستقيم $x = 4$ ؟

الحل

بما أن الدائرة تمس محور السينات فإن

$$r = a$$

المركز يقع على المستقيم $x = 4 \leftarrow$

$$h = 4 \leftarrow r = 4$$

المعادلة هي

$$16 = (x-4)^2 + (y-4)^2$$

النقطة (١, ٦) تحقق المعادلة

$$16 = (1-4)^2 + (6-4)^2$$

$$\leftarrow (3-d)^2 = 16$$

$$\leftarrow d = 3$$

معادلة الدائرة هي

$$16 = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

سؤال (٢٠)

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة (١, ٦) وتمس محور السينات عند النقطة (١, ٠)

الحل

تمس محور السينات $r = a$

$$\leftarrow h = r$$

$$\leftarrow (1-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$$

المركز (١, ٦) \leftarrow

$$(1-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$$

لكر الدائرة تمر بالنقطة (١, ٦)

$$(1-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$$

$$1 - 2r + r^2 + 36 - 12r + r^2 = r^2$$

$$37 - 14r + r^2 = r^2$$

$$\leftarrow r = 10$$

المعادلة هي

$$100 = (x-10)^2 + (y-10)^2$$

سؤال (٢١)

جد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات في النقطة (١, ٦) وتمس بالنقطة (١, ٠)

الحل

المركز (١, ٦) وبما أن الدائرة تمس محور الصادات فإن

$$r = a$$

$$(1-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$$

تمر بالنقطة (١, ٠) \leftarrow

$$(1-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$$

$$1 - 2r + r^2 + 36 - 12r + r^2 = r^2$$

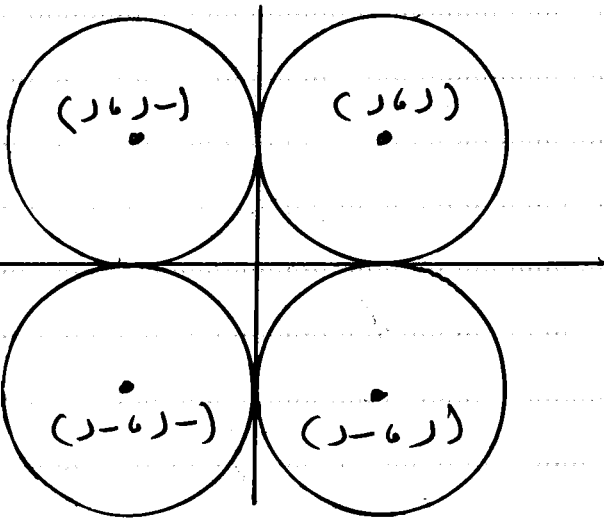
$$37 - 14r + r^2 = r^2$$

المعادلة هي

$$100 = (x-10)^2 + (y-10)^2$$

ملاحظة هامة

اذا امتدلت دائرة المحورين لسيات
والصادات فان
 $r = 1 \text{ د ا } = 1 \text{ ه ا}$



مسألة ٢٤

جد معادلة الدائرة التي تقع بالربع الثالث
وتمس المحورين علماً بأن قطرها
٦ وحدات

الحل

القطر = 6 $\Rightarrow r = 3$

تقع في الربع الثالث المركز (-3, -3)

المعادلة هي

$$9 = (x+3)^2 + (y+3)^2$$

مسألة ٢٥

جد معادلة دائرة التي تقع مركزها على
المتقيم $5x + 3y = 6$ وتمس محور
السيات عند النقطة (1, 6).

الحل

الدائرة تمس محور السيات \leftarrow
 $r = 1 \text{ ه ا}$

\leftarrow المركز (1, 6) ويصفه معادلة

المتقيم $\leftarrow 6 = 5x + 3y$

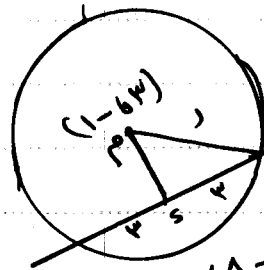
$\leftarrow r = 1$

المعادلة $36 = (x-1)^2 + (y-6)^2$

مسألة ٢٦

جد معادلة دائرة التي مركزها (3, -1)
وتقطع من المتقيم الذي معادلته
 $5x - 3y = 18$ وتر طولها
٦ وحدات

الحل



خذ المسافة بين
المركز والخط

$18 = 5 \times 3 - 3 \times (-1) = 18$

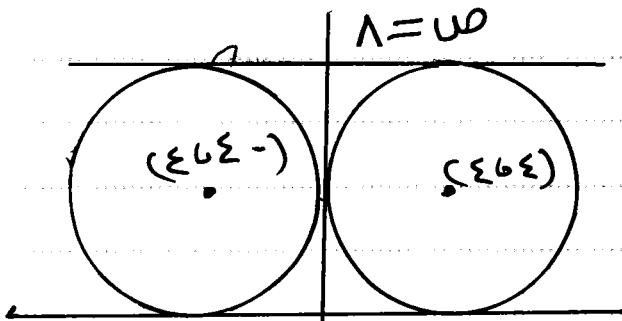
$$\left| \frac{5 \times 3 - 3 \times (-1) - 18}{\sqrt{5^2 + (-3)^2}} \right| = r$$

$$\frac{9}{\sqrt{34}} = r$$

$$38 = 9 + 34 = 9 + \left(\frac{9}{\sqrt{34}} \right)^2 = r^2$$

المعادلة

$$38 = (x-3)^2 + (y+1)^2$$



سؤال ٥٥

جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتقع في الربع الثاني ويقع مركزها على المستقيم $3 = 4x$

الحل

المركز $(-r, r)$ ويقع على المستقيم $3 = 4x \iff 3 = r$ المركز هو $(-3, 3)$ المعادلة هي $9 = (x+3)^2 + (y-3)^2$

① المركز $(4, 4)$ $r = 2$

$$17 = (x-4)^2 + (y-4)^2$$

② المركز $(-4, 4)$ $r = 2$

$$17 = (x+4)^2 + (y-4)^2$$

سؤال ٥٦

جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتقع في الربع الرابع ويقع مركزها على المستقيم $4 = 3x - 3y$

الحل

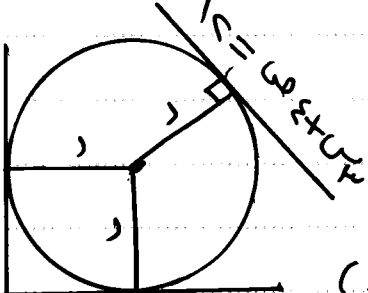
المركز $(r, -r)$ في الربع الرابع يقع على المستقيم $4 = 3x - 3y \iff 0 = 3r + 3r - 4$ كقيمه معادلتها

$0 = r - 3r - 4 \iff 0 = r - 3r - 4$ المركز $(2, -2)$ المعادلة $20 = (x-2)^2 + (y+2)^2$

سؤال ٥٧

جد معادلة الدائرة التي تمس محوري السينات والصادات وتقع في الربع الأول $12 = 4x + 3y$

الحل



المركز (r, r)

بعد المركز عن المحاور المتساوي $r =$

$$r = \frac{|12 - 4r - 3r|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{|12 - 7r|}{5}$$

$$5r = |12 - 7r|$$

$$5r = 12 - 7r \text{ أو } 5r = 7r - 12$$

$$12 = 12r \text{ أو } 12 = 2r$$

$$r = 1 \text{ أو } r = 6$$

\leftarrow يتبع اكل

سؤال ٥٧

جد معادلة الدائرة التي تمس محوري السينات والصادات وتقع في الربع الأول $8 = 4x + 3y$ حيث جميع اكلول المحلته

مسألة ٢٩

اوجد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم
 $3x - 5y - 4 = 0$ وتتحدد بالمركز
 مع الدائرة التي معادلتها
 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 = 0$

الحل

خذ المركز المشترك

$$= \left(\frac{-6}{2}, \frac{-8}{2} \right) = (-3, -4)$$

$$= \left(\frac{6}{2}, \frac{8}{2} \right) = (3, 4)$$

نصف قطر =

$$r^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$r = \sqrt{25} = 5$$

$$0 = \frac{0}{0} =$$

معادلة الدائرة هي

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 = 0$$

مسألة ٣٠

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة
 ن(س، ص) بحيث يتحرك على بعد
 ثابت قدره ٥ وحدتين من النقطة
 (٦، ١)

الحل

المحل الهندسي هو دائرة مركزها (٦، ١)
 ونصف قطرها = ٥

$$x^2 + y^2 - 12x + 2y - 20 = 0$$

عندما $r = 6$ فان المركز (٦، ٦)

$$المعادلة (س-٦)² + (ص-٦)² = ٣٦$$

عندما $r = 1$ فان المركز (١، ١)

$$المعادلة (س-١)² + (ص-١)² = ١$$

هناك دائرتان في الربع الأول
 صغرى وكبرى

مسألة ٢٨

جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين
 وتمر بالنقطة (-١، ٨)

الحل

الدائرة تمر بالنقطة (-١، ٨) تقع
 في الربع الثاني المركز (-ر، ر)

$$r^2 = (س-٨)² + (ص-٨)²$$

$$r^2 = (س+٨)² + (ص+٨)²$$

وتمر بالنقطة (-١، ٨) ←

$$r^2 = (س-٨)² + (ص-٨)²$$

$$r^2 = (س+٨)² + (ص+٨)²$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

$$r^2 = ٦٥ + ١٨ر - ٦٤ + ١٨ر + ١٦٩$$

سؤال (٣١)

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة $D(س, ص)$ والتي تتحرك في مستوى الديكارتي بحيث أن

$س = ٣ + ٤ حاه$ ، $ص = ٥ + ٤ صباه$
 حيث $هـ$: زاوية متغيرة .

الحل

$س = ٣ + ٤ حاه \leftarrow ٣ - س = -٤ حاه$
 $\leftarrow حاه = \frac{٣ - س}{٤}$

$\leftarrow حاه = \frac{س(٣ - س)}{١٦}$

$ص = ٥ + ٤ صباه \leftarrow ٥ - ص = ٤ صباه$
 $\leftarrow صباه = \frac{٥ - ص}{٤}$

$\leftarrow صباه = \frac{ص(٥ - ص)}{١٦}$

$حاه + صباه = ١$

$\frac{س(٣ - س)}{١٦} + \frac{ص(٥ - ص)}{١٦} = ١$
 $١٦ = س(٣ - س) + ص(٥ - ص)$
 دائرة

سؤال (٣٢)

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (١٥٠) ، (١٦٢) ، (١٠٣)

الحل

٣ نقاط \leftarrow الصورة العامة

$س = س^٢ + ص^٢ + ٢٠س + ٢٠ص + ١٠٠ = ٠$
 $(١٠٠) \leftarrow (١٠٠) = ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + ٠$
 $\boxed{١ = ٢}$

$\leftarrow (١٠٠) = ٠ + ٠ + ٢٠ + ٠ + ٤$

$١ = ٠ + ٠ + ٢٠ + ٠ + ٤$
 $٢ = ٢٠ \leftarrow ٤ = ٢٠$

$\leftarrow (١٠٣) = ٠ + ٠ + ٢٠ + ٠ + ٤$

$١ = ٠ + ٠ + ٢٠ + ٠ + ٤$
 $١ = ٠ - ٤ \leftarrow ٠ = ٠ - ٦ - ١$

$\leftarrow ٤ = ٠$

المعادلة

$س^٢ + ص^٢ - ٢٠س - ٢٠ص + ١٠٠ = ٠$

سؤال (٣٣)

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط

(١٠٠) ، (٠٦٨) ، (٤٠٤)

ذكر اكل



الجواب $س^٢ + ص^٢ - ٢٠س - ٢٠ص + ١٠٠ = ٠$

مسألة (٣٥)

جد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها

$$x^2 - 4x - 5 + y^2 - 16y + 64 = 0$$

الحل

بالضمة على x

$$x^2 - 4x + 4 - 4 + 5 + y^2 - 16y + 64 = 0$$

$$(x - 2)^2 - 4 + 5 + (y - 8)^2 - 64 + 64 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 1$$

مسألة (٣٦)

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين

(٢٥٣) و (١٥٤) وتقع مركزها على محور الصادات

الحل

المركز على محور الصادات $x = 0$

المعادلة هي $x^2 + y^2 + 2cy + c^2 = 0$

$$(253)^2 + y^2 + 2cy + c^2 = 0$$

$$\textcircled{1} \dots \dots = 0 + 2c + 13$$

$$(154)^2 + y^2 + 2cy + c^2 = 0$$

$$= 0 + 2c + 17$$

نحل المعادلتين

$$\begin{aligned} 2c + 13 &= 2c + 17 \\ 2c + 13 &= 2c + 17 \\ \Rightarrow & 4 = 0 \end{aligned}$$

نتعويض $c = 1$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$x^2 + (y + 1)^2 = 0$$

مسألة (٣٤)

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٥٦١) و (١٠٦٣) وتقع مركزها على محور السينات

الحل

المركز يقع على محور السينات

$$y = 0$$

المعادلة هي

$$x^2 + y^2 + 2ax + a^2 = 0$$

$$\leftarrow (561)^2 + y^2 + 2ax + a^2 = 0$$

$$= 0 + 2a + 9$$

$$\textcircled{1} \dots \dots = 0 + 2a + 10$$

$$\leftarrow (1063)^2 + y^2 + 2ax + a^2 = 0$$

$$\textcircled{2} \dots \dots = 0 + 2a + 50 + 1$$

$$= 0 + 2a + 27$$

بطريقة الكذف

$$= 0 + 2a + 1$$

$$= 0 + 2a + 27$$

$$1 = 2a \leftarrow \dots = 2a + 17 - 1$$

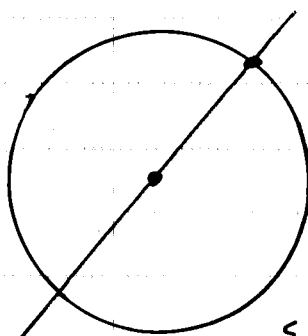
بالتعويض في $\textcircled{1}$

$$2a = 1 \leftarrow \dots = 2a + 27 + 1$$

$$= 2a + 28 - 1 = 2a + 27$$

مسألة (٣٧)

جد معادلة الدائرة التي نهايتي قطر فيها
لها تقاطع تقاطع المستقيم الذي معادته
 $3x - 4y = 12$ مع المحورين



الحل
نقطه تقاطع المستقيم
مع محور السينات
 $0 = 12 - 4y \Rightarrow y = 3$

$3x - 4(3) = 12 \Rightarrow 3x - 12 = 12 \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$

(٨، ٣)

نقطه التقاطع مع محور الصادات $x = 0$

$3(0) - 4y = 12 \Rightarrow -4y = 12 \Rightarrow y = -3$

(٠، -٣)

المركز $(\frac{8+0}{2}, \frac{3-3}{2}) = (4, 0)$

$r = \sqrt{(\frac{8-0}{2})^2 + (\frac{3-3}{2})^2} = 4$

$\sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = 4$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 = 64$

$\frac{x^2}{64} = (\frac{x}{8})^2 + (\frac{y}{8})^2 = 1$

مسألة (٣٨)

جد معادلة الدائرة التي عس محوري
السينات والصادات ويقع
مركزها على مستقيم $3x + 5y = 15$

الحل

١ في ربع لأول المركز (٦، ٠)
نعوض المركز في معادلة المستقيم
 $3(6) + 5(0) = 15 \Rightarrow 18 = 15$ خطأ
مرفوض

٢ في ربع ثاني المركز (-٦، ٠)

$3(-6) + 5(0) = 15 \Rightarrow -18 = 15$ خطأ
 $\frac{3}{5} = 1$

ضادلة الدائرة هي
 $\frac{9}{4} = (\frac{3}{4} - 1)^2 + (\frac{3}{4} - 0)^2$

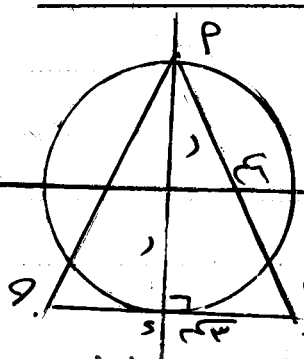
٣ في ربع ثالث المركز (-٦، -٦)

$3(-6) + 5(-6) = 15 \Rightarrow -18 - 30 = 15 \Rightarrow -48 = 15$ خطأ

٤ في ربع رابع المركز (٦، -٦)

$3(6) + 5(-6) = 15 \Rightarrow 18 - 30 = 15 \Rightarrow -12 = 15$ خطأ
 $3 = 15$ مرفوض

مسألة (٣٩)



معتدلاً على كل الجوانب
الذي عيّل دائره
مركزه نقطه الاصل
والمثلث OP متساوي
الاضلاع طول ضلعه (٦) سم والضلوع
وهي محاسن للدائره جد معادلة الدائره

الحل في $OP = 6$
 $6^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow 36 = 16 + 16$ خطأ

$6^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow 36 = 9 + 16$ خطأ
 $6^2 = \frac{3^2}{4} + \frac{4^2}{4} \Rightarrow 36 = \frac{9+16}{4} \Rightarrow 144 = 25$ خطأ
 $\frac{36}{4} = \frac{9}{4} + \frac{16}{4} \Rightarrow 9 = 2.5 + 4$ خطأ

ورقة عمل الدائرة

السؤال الأول :-

٥) معادلة الدائرة التي مركزها يقع على

محور السينات $ص = ٧ - ٣س$ وتكس محور الصادات عند النقطة (٣٠) هي

١) $٢ = (٣ - ٥س) + (٢ + ٣س)$

٢) $٩ = (٣ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

٣) $٤ = (٣ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

٤) $١ = (٣ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة

١) إحداثيات مركز الدائرة التي تكس محور

الصادات عند النقطة (٤٠) وتقطع

محور السينات بوجوب وتر أطول

٦ وحدات هي

٢) (٤٠٥) (١) (٢٠٥) (٣) (٤٠٢) (٤) (٥)

٦) معادلة الدائرة التي مركزها (٥٠) وتكس

محور السينات $ص = ٤ + ٥س$ وتكس محور

١) $٢٦ = (٥ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

٢) $٩ = (٥ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

٣) $٤ = (٥ - ٥س) + (٢ - ٣س)$

٤) $٣٦ = (٥ + ٥س) + (٢ + ٣س)$

٥) قيمة الثابت $ج$ التي تجعل لطول

محور السينات $ص = ٤ + ٥س$ وتكس محور

الصادات $ص = ٢ + ٥س$ هي

١) (٤٠٥) (١) (٢٠٥) (٣) (٤٠٢) (٤) (٥)

٧) نصف قطر الدائرة التي معادلتها

١) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٢) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٣) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٤) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٨) اذا كان نصف قطر الدائرة ١٦

معادلتها $ص = ٥س - ٤$ وتكس محور

الصادات $ص = ٦ + ٣س$ فما قيمة الثابت $ك$

١) $٢ - (١٥) (١٥) (١٥) (١٥)$

٩) نصف قطر الدائرة التي معادلتها

١) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٢) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٣) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٤) $٩ = (٩ - ٥س) + (٦ + ٣س)$

٣) اذا كانت $ص = ٥س + ٢$ وتكس محور

الصادات $ص = ٤ - ٥س$ فما

قيمة الثابت $ك$ يساوي ٢٠

١) $١٦ - (١٥) (١٥) (١٥) (١٥)$

٤) مركز الدائرة التي معادلتها

١) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٢) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٣) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٤) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٥) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٦) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

٧) $٣س + ٣ = ٥س - ٤$ وتكس محور

السؤال الثاني

① جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين $s=1$ ، $s=3$ ومحور السينات

② اذا كانت المعادلة

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + c = 0$$

معادلة دائرة حد قيمته (قيم) ثابت P

③ جد معادلة الدائرة التي مركزها $(-2, 0)$ وتمس المستقيم $3x + 4y = 0$

④ رسم من نقطة $(5, 6)$ الواقعة على الدائرة قطر هذه الدائرة وعن نقطة نهاية القطر رسم مماس للدائرة فاذا كانت معادلة المماس هي $s = -2 + 4y = 0$ اكتب معادلة الدائرة

⑤ جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة $(-6, 0)$ وتمس للا من محور لصادات والمستقيم $s = 1$

⑥ جد معادلة الدائرة التي مركزها $(1, 6)$ وتمس الدائرتين اللتين معادلتها $s^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$

⑦ دائرة معادلتها

$$s^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$$

وتمس محور لصادات عند النقطة $(3, 0)$ جد قيمتها

⑧ جد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في نقطة $(6, 0)$ وتقطع من محور لصادات جزئاً

طوله ٨ وحدات

⑨ ادجد معادلة الدائرة التي تقع مركزها على المستقيم $s = 4$ وتمس المستقيم $s = 3 + y$ عند النقطة $(1, 3)$

⑩ اذا كانت الدائرة التي معادلتها $s^2 + y^2 + 2x + 4y + c = 0$ تمس المستقيم $s = 3$ عند قيمته P

⑪ اذا كانت $(5, 6)$ هي نقطة $(1, 6)$ وكانت $s = 3 + y$ نقطة تتحرك بحيث ان

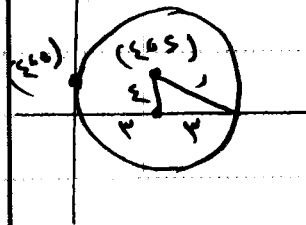
$(2x^2 + 4y^2 + 2x + 4y + c = 0)$ يمر من ان المحل الخاص للنقطة s دائرة

⑫ جد معادلة الدائرة التي نصف قطرها

(5) ومركزها $(1, 6)$ بان معادلتها $s^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$ فيها لها $s + 3 = 11$ ، $s - 4 = 3$

حلول ورقة عمل الدائرة

السؤال الأول



① $r = 1$

$c = 5$

$s = 0 = r$

② المركز (٤٠٥)

③ $s^2 + c^2 + 5c - 5s = r^2$

المركز (١٠٢)

$r = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$

$0 < r < 5$

④ (-٥٥٥)

⑤ المركز $(-\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$

$r = \sqrt{4 + 4 + (\frac{5}{2})^2} = \sqrt{17 + \frac{25}{4}}$

$17 = 17 + \frac{25}{4}$

$7 = \frac{5}{2} \quad 27 = \frac{5}{2} \quad 9 = \frac{5}{2}$

⑥ $7 = \frac{5}{2}$ الجواب

⑦ $s^2 + c^2 + 5c - 5s = r^2$

$(5-1) = (\frac{5}{2} + \frac{5}{2})$

⑧

⑨ $5c - 5s = 1$

$r = 1$

المركز (٣٥)

$3 = 5c - 5s \Rightarrow 5c - 5s = 3$

$5 = c$ المركز (٣٥٢)

$r = 1$

⑩ $2 = (3-5s) + (5-c)$

⑪ $7 = \frac{3}{5} = \frac{4 + 5x4 + 2x2}{5\sqrt{5}} = r$

⑫ $36 = (0-5s) + (5-c)$

⑬ $9 = (3-5s) + (5+c)$

$1 = (3-5s) + (5+c)$

⑭ المركز (-٣٥٢) $r = 1$

⑮ $s^2 + c^2 + 5c - 5s = r^2$

المركز (٣-٥٢)

$0 = \sqrt{4 + 4 + 4} = r$

⑯ $12 = 5 \quad c = 5 + 13$

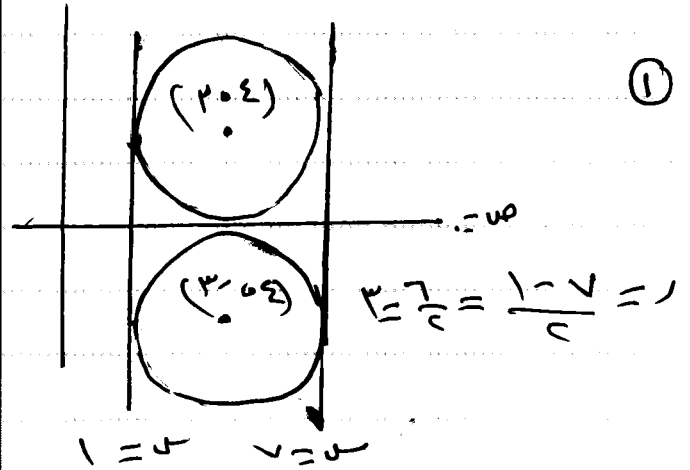
⑰ $s^2 + c^2 + 5c - 5s = r^2$

المركز (-٣٥٣)

⑱ $10\sqrt{5} = \sqrt{3-9+9} = r$

السؤال الثاني

①



$$r = \frac{1-\sqrt{c}}{c} = \frac{1-\sqrt{7}}{7}$$

$$9 = \binom{3-4}{c} + \binom{4-c}{c}$$

$$9 = \binom{3+4}{c} + \binom{4-c}{c}$$

$$3 + Pc = c^2 p \quad \text{②}$$

$$= 3 - Pc - c^2 p$$

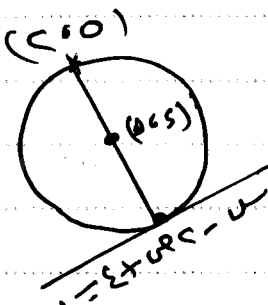
$$3 = p \cdot (1+p)(3-p)$$

$$1 = p$$

$$\text{③} \quad r = \left| \frac{3+4+\sqrt{c}}{c\sqrt{c}} \right| = \frac{7+\sqrt{c}}{c\sqrt{c}}$$

$$\binom{7+\sqrt{c}}{c\sqrt{c}} = \binom{4-c}{c} + \binom{4-c}{c}$$

④



$$\frac{5}{2\sqrt{c}} = r = \left| \frac{4+4-5}{c\sqrt{c}} \right|$$

$$\frac{5}{2\sqrt{c}} = r$$

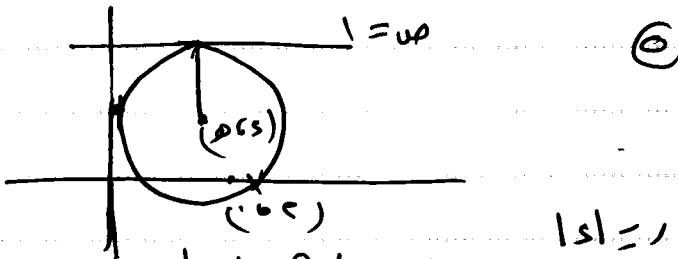
$$\text{①} \quad \frac{5}{2} = \frac{c}{c \times 4} = \binom{4-c}{c} + \binom{4-c}{c}$$

$$\frac{5}{2} = r = \left| \frac{4+4-5}{c\sqrt{c}} \right|$$

$$\frac{5\sqrt{c}}{2} = |4+4-5|$$

$$\frac{5\sqrt{c}}{2} = 4+4-5 = 3 \Rightarrow \sqrt{c} = \frac{6}{5} \Rightarrow c = \frac{36}{25}$$

تعريف القطوع البيضاوية في ①
ويجب ان يكون $c > 0$. $a > b$ كل



$$r = \frac{1-\sqrt{c}}{c} = \frac{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$3 = r = \frac{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$3c = 1 - \sqrt{c} \Rightarrow \sqrt{c} = 1 - 3c$$

$$c = \binom{1-\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

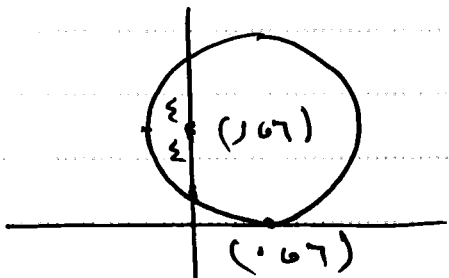
$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

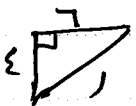
$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$

$$c = \binom{1+\sqrt{c}}{c} + \binom{1-\sqrt{c}}{c}$$



ر = |هـ| = 5 = 6



ر = 3 + 4 = 7 = 5

ر = 5 = 7 + 4 = 11
 ر = 5 = (7 - 4) + 4 = 7

9) المركز (4, 5)



ر = $\frac{|1 - 5 - 4|}{\sqrt{2}}$

1) ر = $\frac{|5 - 3|}{\sqrt{2}}$

ر = $\sqrt{(3-4)^2 + (1-5)^2}$

ر = $\sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$

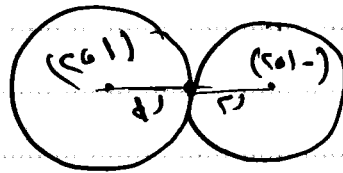
2) ر = $1 + \sqrt{(1-5)^2}$

3) ر = $\frac{(5-3)}{\sqrt{2}}$

4) ر = $\frac{(5-3)}{\sqrt{2}}$

5) ر = $\frac{5 - 3 + 4}{\sqrt{2}} = 1 + 1 + 5 = 7$

10



ر = 1 + 1 = 2 = 1 + 1 = 2
 مركزها (-1, 1)

ر = $\sqrt{1 - 1 + 1} = 1$

ر + 1 = المسافة بين المركزين

ر = $\sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2}$

ر = $\sqrt{1} = 1 + 1 = 2$

ر = 1

11) محور الصادات ر = 1

مركزها = $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

ر = $\frac{1}{2} = 1$

ر = $|\frac{1}{2} - 1| = 1$

ر = $\frac{1}{2} \Rightarrow 3 = 1$

ر = 1

ر = $\sqrt{2 - 9 + \frac{16}{2}}$

ر = $2 - 9 + \frac{16}{2}$

ر = 1

تابع اكل

11

$$L = (sP) + (sU) + (sD)$$

$$P(10) + U(-10) + D(30) = 10 + 5 + 5$$

$$P(10) + U(-10) + D(30) = 10 + 5 + 5$$

$$L = (3-10) + (2-5) +$$

$$10 + 5 + 5 = 20$$

$$L = 9 + 4 + 6 = 19$$

$$L = 10 + 4 + 6 = 20$$

دائرة

المركز يقع على القطر

$$11 = 5 + 6$$

$$3 = 5 - 2$$

$$11 = 5 + 6$$

$$9 = 5 - 4$$

$$r = \frac{9}{1} = 9$$

$$11 = 5 + 6$$

$$3 = 5 \quad 9 = 5 + 4$$

$$20 = (3-10) + (2-5)$$

$$50 - 510 = 10 + 510 - 55$$

$$1 = 1 + 5 + 5$$

$$1 = (1+5)(1+5)$$

$$1 = 5$$

$$r = \frac{10+3}{5}$$

$$r = \frac{10}{5} = 2$$

$$0 = (1+5) + (5-1)$$

$$10 = 9 + 4 + 6 + 5$$

المركز (0,0)

$$r = \sqrt{9 + 4} = 5$$

$$r = \frac{10 - 3}{5} = 1$$

$$r = \frac{10}{5} = 2$$

$$r = \frac{10}{5} = 2$$

$$9 - 4 = 5$$

$$9 = 5 + 4$$

$$9 = \frac{10}{5} = 2$$

$$9 = 1 + 8$$

$$\frac{10}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

القطع المكافئ

القطع المكافئ

خصائصه

- ① المحور : محور التماثل
- ② البؤرة : عبارة عن نقطة على المحور تقع داخل المنحنى
- ③ الدليل : عبارة عن مستقيم يتعامد مع المحور ويقع خلف المنحنى
- ④ الرأس : عبارة عن نقطة في المنتصف تماماً بين البؤرة والدليل

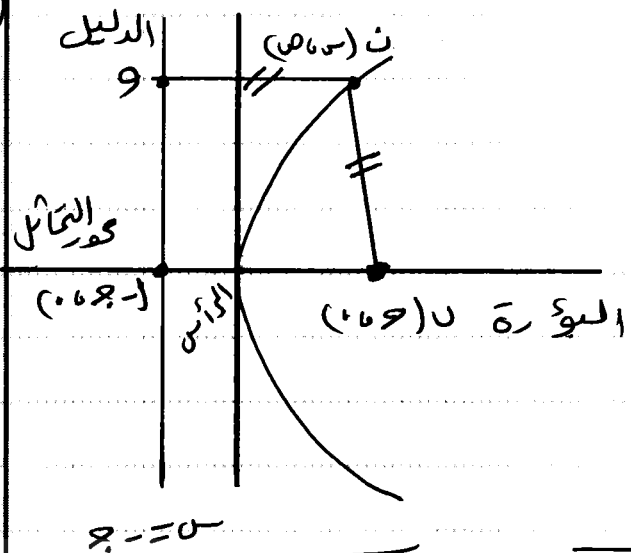
ملاحظة

يرمز للبعد البؤري بالرمز p وهو بعد الرأس عن البؤرة
 = بعد الرأس عن الدليل

المسافة بين البؤرة والدليل
 $2p =$

الرأس يقع منتصف المسافة بين البؤرة والدليل

هو المحل الهندسي للنقطة $N(x, y)$ التي تتحرك في مستوى إبياني بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة (البؤرة) F دائماً يساويها عن مستقيم معلوم (الدليل) D .



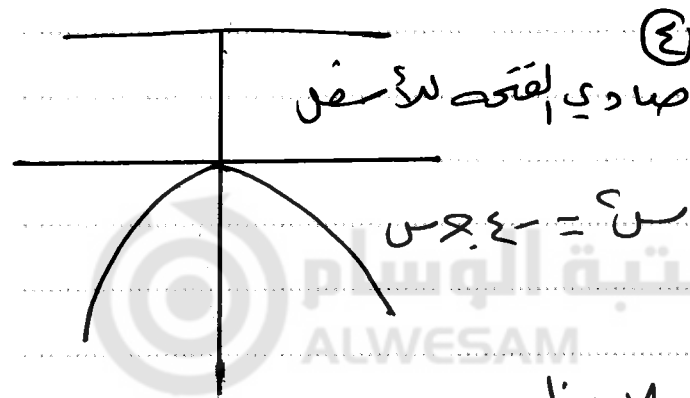
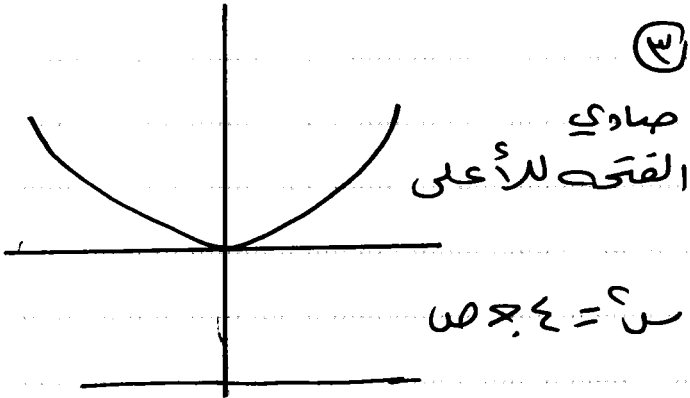
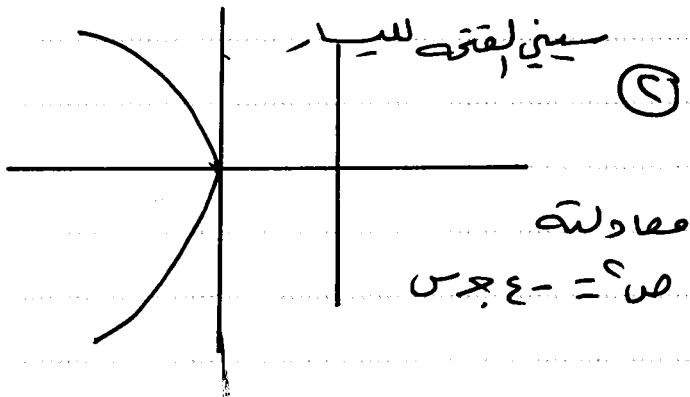
$\overline{NF} = \overline{ND}$
 ويعرف الأختلاف المركزي للقطع المكافئ بأنه $e = \frac{\overline{NF}}{\overline{ND}} = 1$

الوضع القياسي

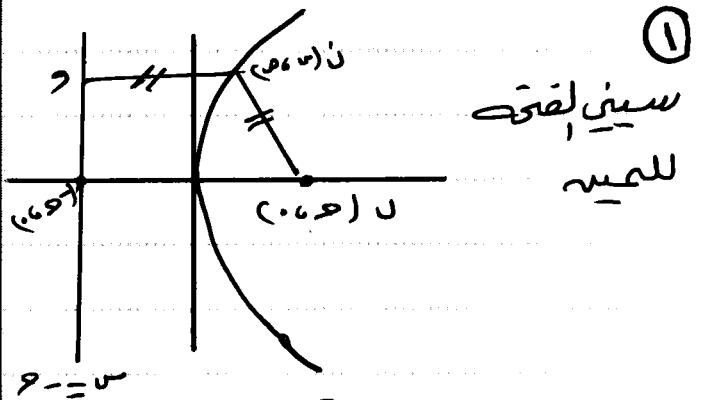
الرأس (٠.٠)

أولاً

هناك أربع حالات



ملاحظة
التربيع عكس اتجاه الفتحة



المعادلة هي ص = ع ج س

البعض

$$\overline{ن ب} = \overline{ن و}$$

$$\overline{ن ن} = \sqrt{(س-ص)^2 + (ص-ص)^2}$$

ن و = بعد نقطة ن (س, ص) عن
المستقيم ص = ع ج س

$$\overline{ن و} = \left| \frac{ع ج + ص}{ع} \right|$$

$$\sqrt{(س-ص)^2 + (ص-ص)^2} = \left| \frac{ع ج + ص}{ع} \right|$$

$$(س-ص)^2 + (ص-ص)^2 = \left(\frac{ع ج + ص}{ع} \right)^2$$

$$س^2 - ٢ص س + ص^2 + ص^2 - ص^2 = \frac{ع^2 ج^2 + ٢ع ج ص + ص^2}{ع^2}$$

$$س^2 - ٢ص س + ص^2 = \frac{ع^2 ج^2 + ٢ع ج ص + ص^2}{ع^2}$$

$$ص = ع ج س$$

سؤال ١
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٠٠) والبؤرة (٥٠)
الحل
 اتجاه لفته للأعلى معادلتها هي $S^2 = 4x$
 $4 = 4x$ $x = 1$
 $S^2 = 4$ $S = 2$

سؤال ٢
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٠٣) ودليله $S = 3$
الحل
 الفتح لليسار $x = 3$
 $S^2 = 4 - 3$
 $S^2 = -1$

سؤال ٣
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠٠) ودليله $S = 4$
الحل
 سني الفتح لليسار $4 = 4x$ $x = 1$
 $4 = 4 - 16$

سؤال ٤
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٦)
الحل
 $4 = 4x$ $16 = 4x$

سؤال ٥
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٠٠) والبؤرة (٥٤)
 معادلة المحور $S = 0$
 معادلة الدليل $S = 4$

سؤال ٦
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٦)
الحل
 $4 = 4x$ $16 = 4x$ $4 = 4x$
 الفتح للأعلى $S = 4$
 محور المحاور $S = 0$
 البؤرة (٤٠) $S = 4$

سؤال ١
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٠٠) والبؤرة (٥٠)
الحل
 اتجاه لفته للأعلى معادلتها هي $S^2 = 4x$
 $4 = 4x$ $x = 1$
 المعادلة هي $S^2 = 4$

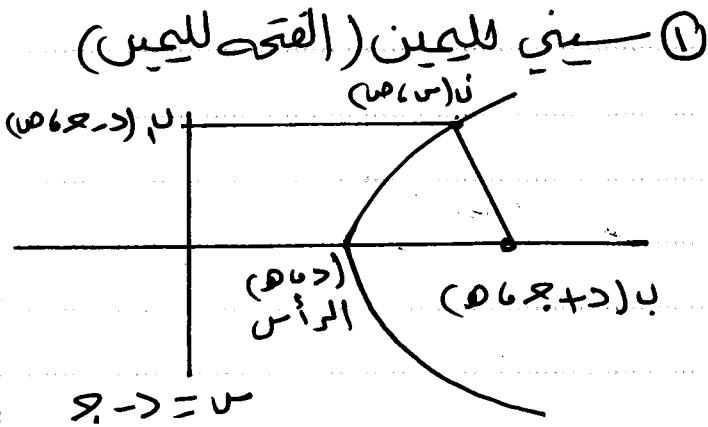
سؤال ٢
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠٠) ودليله $S = 4$
الحل
 سني الفتح لليسار $4 = 4x$ $x = 1$
 $4 = 4 - 16$

سؤال ٣
 من معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٠٠) والبؤرة (٥٤)
الحل
 هناك حالتان
 ١ الفتح للأعلى $S = 4$
 نعوض بالنقطة (١٠٠) $1 = 4 \times 100 = 400$
 المعادلة هي $S = \frac{1}{4}$

ثانياً القطع المكافئ بوضع الانحباب الرأس (د، هـ)

حالات القطع المكافئ

ملاحظات هامة

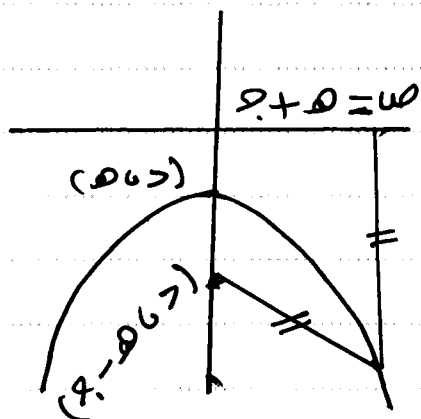


- ① الانحباب لليمين : يزداد الامداد اليه مع تقاء ص ثابتة
- ② الانحباب لليار : يقل الامداد اليه مع تقاء ص ثابتة
- ③ الانحباب للأعلى : يزداد الامداد اليه مع تقاء س ثابتة
- ④ الانحباب للأسفل : يقل الامداد اليه مع تقاء س ثابتة
- ⑤ يستقيم الافقي ومادلته $ص = پ$
- ⑥ يستقيم العمودي ومادلته $س = پ$
- ⑦ لأكمال المربع للمخبر س نحصل على $س = ١$ ، ونضيف (معامل س) للطرفين
- ⑧ الطرف الايمن مربع كامل
- ⑨ س تربط مع د ، ص تربط مع هـ
- ⑩ اقرب نقطة للبؤرة هي نقطة الرأس ونجدها عن الرأس $س = ج$

الرأس (د، هـ)
البؤرة (د + ج، هـ)
مادلته المحور $ص = هـ$
مادلته الديل $س = د - ج$
مادلته القطع المكافئ هي
 $(ص - هـ) = ٢ ج (س - د)$



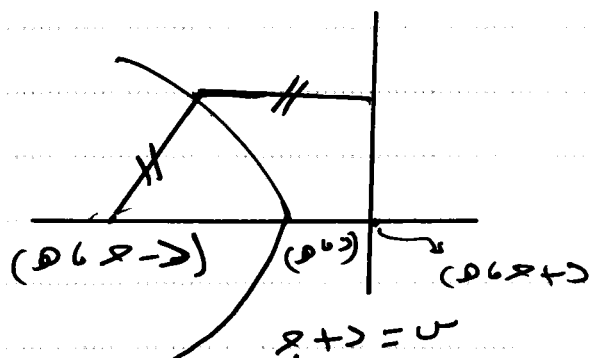
④ صادي للأفضل (الفتحة للأفضل)



الرأس (د، هـ)
البؤرة (د، هـ - ج)
معادلة المحور $s = d$
معادلة القطع هي

$$(s - d) = \sqrt{c - 2j(s - d) + (s - h)^2}$$

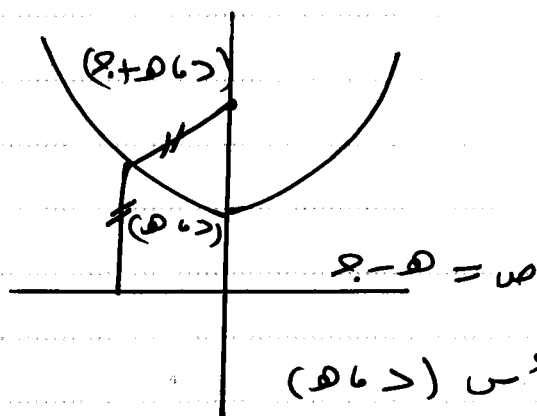
⑤ سيني للبيار (الفتحة للبيار)



الرأس (د، هـ)
البؤرة (د، هـ + ج)
معادلة الدليل $s = d + j$
معادلة القطع هي

$$(s - h) = \sqrt{c - 2j(s - d) + (s - h)^2}$$

③ صادي للأعلى (الفتحة للأعلى)



الرأس (د، هـ)
البؤرة (د، هـ + ج)
معادلة المحور $d = j$
معادلة الدليل $s = h - j$
معادلة القطع هي

$$(s - h) = \sqrt{c - 2j(s - h) + (s - h)^2}$$

بمجان الحالة الأولى

$$u = n$$

$$\sqrt{c - 2j(s - d) + (s - h)^2}$$

$$= \sqrt{c - 2j(s - d) + (s - h)^2}$$

ونربع الطرفين

$$(s - h) + c - 2j(s - d) + (s - h)^2 = (s - h)^2 + c - 2j(s - d) + (s - h)^2$$

$$c - 2j(s - d) = c - 2j(s - d)$$

$$(s - h) + c - 2j(s - d) + (s - h)^2 = (s - h)^2 + c - 2j(s - d) + (s - h)^2$$

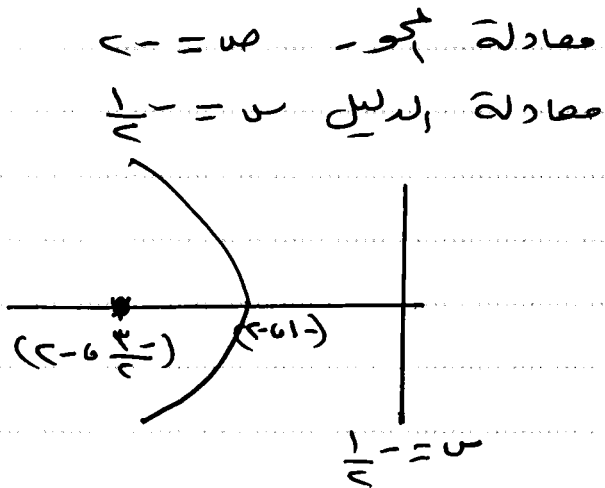
$$c - 2j(s - d) = c - 2j(s - d)$$

$$c - 2j(s - d) = c - 2j(s - d)$$

$$(s - h) = \sqrt{c - 2j(s - d) + (s - h)^2}$$

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



سؤال ١
 حدد عناصر القطع المكافئ
 $(١ - ص)٢ = ١٢(٢ + ص)$

الحل
 القطع على الصورة
 $(ص - هـ)٢ = ٤(د - ص)$
 الفتحه لليمين

الرأس $ص = ١$
 $١ = هـ$
 $١ = د$
 $٣ = ٤$

البؤرة $(١٦, ٣) = ٠$
 $(١٦, ١) =$
 المحور $١ = ص$
 الدليل $٠ = ٣ - ص =$
 $٠ = ص$

سؤال ٣
 حدد عناصر القطع

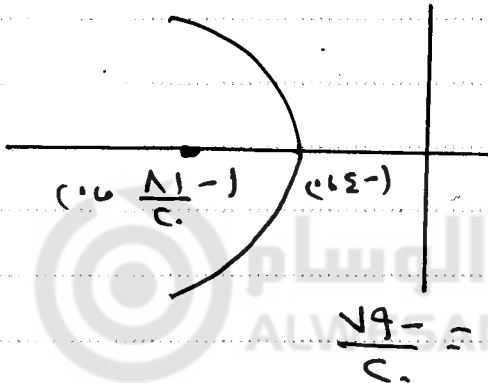
$٢. ص٢ = ١٦ + ٥٤ + ٢٠$

الحل

ترتيب المعادلة $٢. ص٢ = ١٦ + ٥٤ + ٢٠$
 $٢. ص٢ = ٤(٤ + ٥ + ١٠)$ بالفتح على ٢.

$ص٢ = \frac{٤}{٢}(٤ + ٥ + ١٠)$
 القطع على الصورة $(ص - هـ)٢ = ٤(د - ص)$
 الرأس $(٠, ٤)$

$٤ - ٤ = ٤$ $\frac{١}{٢} = ٤$



سؤال ٤
 حدد عناصر القطع المكافئ
 $(٢ + ص)٢ = ٢(١ + ص)$

الحل

الرأس $(٣, ١)$
 $٢ = ٤$ $٢ = ٤$
 $\frac{1}{2} = ٤$

الفتح لليسار

البؤرة $(٣, ١) = (٣, ١) = (٣, ١)$

ملاحظة هامة جداً

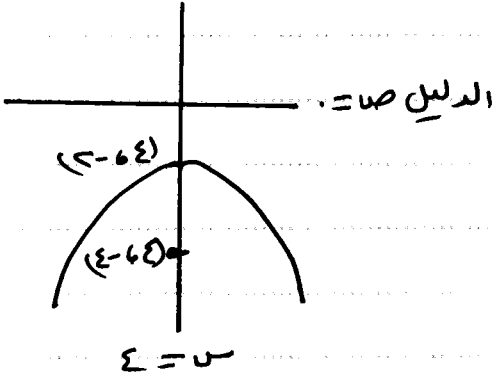
① إذا كانت المعادلة تحتوي على s^2 ، s نحل أكمال مربع للشيء للحصول على صورة $(s-d)^2$

② إذا كانت المعادلة تحتوي على s^2 ، s نحل أكمال مربع للصادات للحصول على صورة $(s-h)^2$.

البؤرة = $(-6, 4) = (4-6, 4)$

الدليل $s = 0$

المحور $s = 4$



سؤال ⑤

قطع مكافئ، معادلته

$$6s^2 - 4s + 8 = 0$$

① إحداثيات الرأس ② البؤرة

③ معادلة دليل

الحل

ترتيب المعادلة

$$6s^2 - 4s + 8 = 0$$

نكمل مربع للمتغير s بالقسمة على 6

$$s^2 - \frac{2}{3}s + \frac{4}{3} = 0$$

بإضافة $(\frac{1}{3})^2 = 1$ للطرفين

$$s^2 - \frac{2}{3}s + \frac{1}{9} + \frac{4}{3} - \frac{1}{9} = 0$$

$$(s - \frac{1}{3})^2 + \frac{11}{9} = 0$$

$$(s - \frac{1}{3})^2 = -\frac{11}{9}$$

$$(s - \frac{1}{3})^2 = -\frac{11}{9}$$

سؤال ⑥

جد عناصر القطع

$$s^2 - 5s + 8 = 3c$$

الحل

ترتيب المعادلة

$$s^2 - 5s + 8 - 3c = 0$$

نكمل مربع للمتغير s بإضافة

$(\frac{5}{2})^2$ للطرفين

$$s^2 - 5s + \frac{25}{4} + 8 - 3c - \frac{25}{4} = 0$$

$$s^2 - 5s + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 8 - 3c - \frac{25}{4} = 0$$

$$(s - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} - 3c = 0$$

$$(s - \frac{5}{2})^2 = 3c + \frac{1}{4}$$

الفتحة للأعلى

الرأس $(-\frac{5}{2}, 3c + \frac{1}{4})$

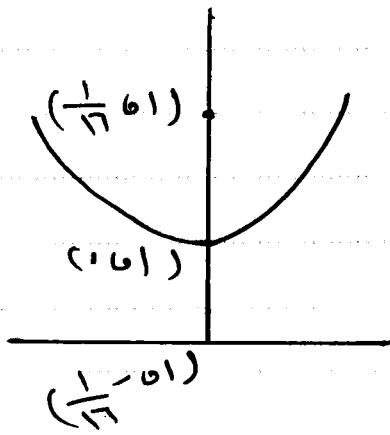
$$-8 = 3c + \frac{1}{4} \Rightarrow c = -\frac{33}{12} = -\frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{17} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = 2 \times 2$$

البؤرة $(\frac{1}{17}, 0) = (\frac{1}{17} + 0, 0)$

الدليل $ص = \frac{1}{17} - 0 = \frac{1}{17}$

المحور $س = 1$



الرأس $(-\frac{3}{7}, 1) = (-\frac{3}{7}, 1)$

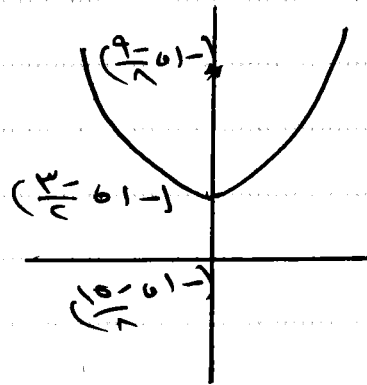
$$\frac{3}{7} = 2 \leftarrow \frac{3}{2} = 2 \times \frac{3}{4}$$

الضفة للأعلى

البؤرة $(-\frac{3}{7}, 1) = (-\frac{3}{7}, 1)$

$(-\frac{9}{7}, 1) =$

معادلة دليل $ص = \frac{15}{7}$



مثال ٧

قذف جسم عمودياً لأعلى بحيث يسافر
فاًن $= 4 - 6 - 6$ ، أوحد أقصى
ارتفاع يصله الجسم عند ما يقوّم
القطع المكافئ

الحل

تعتمد على ارموز $(س, ص)$ بدلاً
عنا (ان هـ ف)

$ص = 4 - 6 - 6$ ترتيب

المعادلة

$6 - 6 - 4 = ص$ بالصيغة على 6

مثال ٦

أوجد عناصر القطع المكافئ
الذي معادلته

$ص = (س - 2)^2$

الحل

$(س - 1) = 1$ $ص = 0$

$(س - 1) = 2$ $ص = 4$

$(س - 1) = 3$ $ص = 9$

الضفة للأعلى

الرأس $(1, 0)$

مسألة ٩

جد معادلة لقطع مكافئ، لذي
بؤرتيه (٤٦٢) و (٤٦٢) ورأسه (٣٦٢)

الحل

القطع صادي، افتحه للأعلى
(س - د) = ٤ = (ص - هـ)

$$ص = ٤ - ٣ = ١$$

$$(س + ٤) \times ٤ = (٣ - ص)$$

ملاحظات هامة

لكتابة معادلة لقطع مكافئ،
يلزم معرفة:

١) نوع القطع المكافئ (اتجاهه)

٢) قيمة ج

٣) إحداثيات الرأس مع ملاحظته

أن

المساكن الأفقية = فرق السينات

المساكن العمودية = فرق الصادات

$$ص - د = \text{المساكن العمودية} = ٤ - ٣ = ١$$

$$(٥٦٢) \quad (٥٦٢)$$

$$\text{المساكن الأفقية} = ٥ - ٥ = ٠$$

$$(٥٦٢) \quad (٥٦٢)$$

$$س - ٤ = ص = \frac{١}{٤} \text{ من أعمال مربع}$$

$$س - ٤ = ص = ٤ + \frac{١}{٤} = ٤ + ٠,٢٥ = ٤,٢٥$$

$$(س - ٤) = ٤,٢٥ - ٤ = ٠,٢٥$$

الفتح للأفضل

الرأس (٤٦٢)

القطعة (٤٦٢) قيمة كسوى

عظمى أقصى ارتفاع = ٤

مسألة ٨

جد إحداثي الرأس والبؤرة
ومعادلتى الدليل والحواء للقطع
المكافئ، الذي معادلته

$$\frac{٨ - ص}{٤ + س} = \frac{٨ - ص}{٤ + س}$$

$$ص - ٨ = ٤ - ٤ = ٠ \text{ من أعمال مربع}$$

$$ص - ٨ = ٤ - ٤ = ٠ \text{ من أعمال مربع}$$

$$٨ - ٤ = ٤ - ٤ = ٠$$

$$(٤ - ٤) = ٠$$

الرأس (٤٦٢)

$$٤ - ٤ = ٠$$

$$\text{البؤرة} = ٥ - ٤ = ١$$

$$(٤٦٤) =$$

$$\text{الدليل} = ٤ - ٤ = ٠$$

$$\text{الحواء} = ٤ - ٤ = ٠$$

مثال ١٠

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(-٣٦٢, ١)$ والبؤرة (٣٦١)

الحل

الفتحة لليمين معادلتها هي
 $(٥ - ٥) = ٤ = ٤ (٥ - ٥)$
 $٣ = ١ - ١ = ٣$
 المعادلة هي
 $(٣ - ٥) = ١٢ = (٣ + ٥)$

مثال ١٢

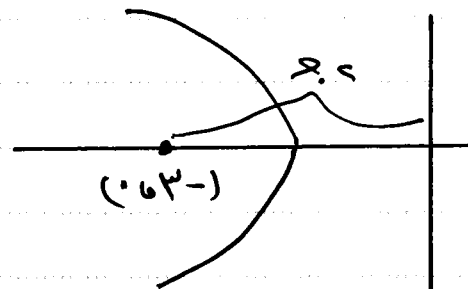
جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(٥ - ٦٣)$ ودليله ٧

الحل

الفتحة للأعلى معادلتها هي
 $(٥ - ٥) = ٤ = ٤ (٥ - ٥)$
 الرأس $(٥ - ٦٣)$
 $٢ = ٣$
 المعادلة $(٣ - ٥) = ١٢ = (٣ + ٥)$

مثال ١١

جد معادلة القطع الذي بؤرته $(٥٣ - ١)$ ومعادلة دليله $٣ = ٥$



$٣ = ٥$

الصورة

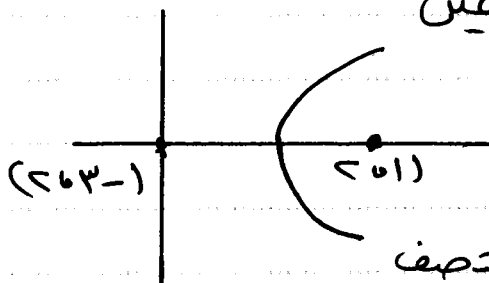
$(٥ - ٥) = ٤ = ٤ (٥ - ٥)$
 $٣ = ٥ \leftarrow ٦ = ٣$
 الرأس $(٥٠, ٥)$ المعادلة هي
 $٥ = ١٢ = ١٢$

مثال ١٣

جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٢٥١) ودليله $٣ + ٥ = ٨$

الحل

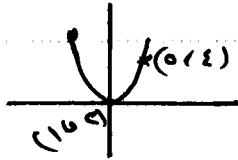
الفتحة لليمين



الرأس منتصف المسافة بين البؤرة والدليل
 $(٢٥١) = (٢ + ٥, ٣ + ٥)$
 $٢ = ١ - ١ = ٢$
 $(٥ - ٥) = ١٢ = (٣ + ٥)$

سؤال (١٤)

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١٦، ٤) ويمر بالنقطة (٥، ٤) ومحوره يوازي محور إصابات.



الحل
افتحه للأعلى
معادلته

(س - د) = ٤ = ٤ ج (ص - هـ)
الرأس (١٦، ٤)

(س - ٤) = ٤ ج (ص - ٥)
يمر بالنقطة (٥، ٤)

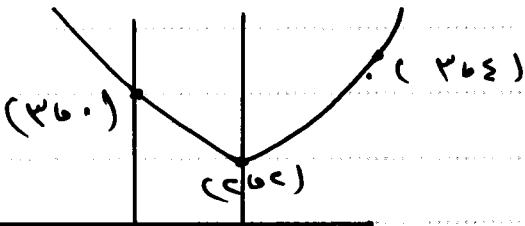
(٤ - ٤) = ٤ ج (٥ - ٥)
٤ = ٤ ج ٤

١٦ = ٤ ج ٤ ←
١/٤ = ج ←
المعادلة هي

(س - ٤) = ٤ ج (ص - ٥)

سؤال (١٦)

جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور إصابات ورأسه يقع على مستقيم ص = ٥ ويمر بالنقطتين (٣، ٤) و (٣، ٥).



محور إصاف يقع عند نصف النقطتين
ص = ٤ ←

٤ = ٤ ج ٤ ←

أي أن د = ٤ ، وبيان الرأس

يقع على مستقيم ص = ٥ ←

هـ = د ← هـ = ٤

الرأس (٣، ٤)

الفتح للأعلى

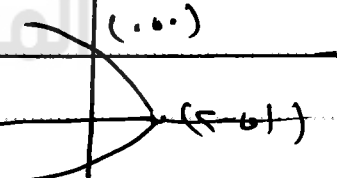
← يتبع الحل

سؤال (١٥)

اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٤، ١) وفتائل حول مستقيم يوازي محور إصاف ويمر بنقطة الأصل.

الحل

محوره // محور إصاف
الفتح للأسفل

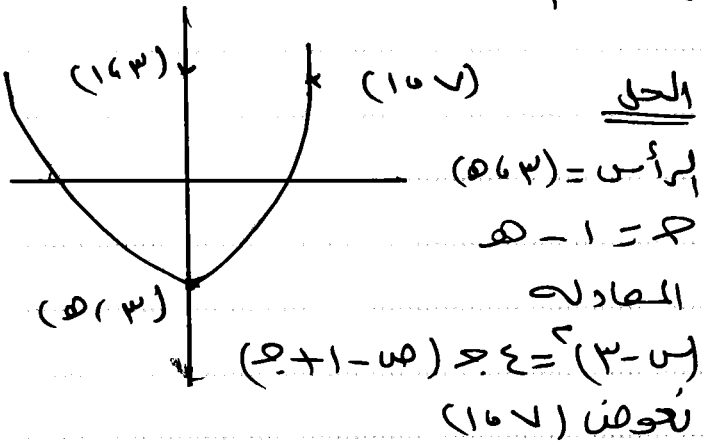


ب. $٤ = ٤$ أو $١ = ٤$
 عندما $٤ = ٤ \leftarrow ٥ = ٥$
 المعادلة
 $(٥ - ٥) ١٦ = (٣ - ٥)$
 عندما $١ = ٤ \leftarrow ٢ = ٥$
 المعادلة
 $(٢ - ٥) ٤ = (٣ - ٥)$

مصادفته هي
 $(٥ - ٥) ٤ = (٣ - ٥)$
 $(٢ - ٥) ٤ = (٣ - ٥)$
 يمر بالنقطة (٣٥٤)
 $(٢ - ٤) ٤ = (٣ - ٥)$
 $١ = ٤ \leftarrow ٤ = ٤$
 المعادلة هي $(٢ - ٥) ٤ = (٣ - ٥)$

سؤال ١٨

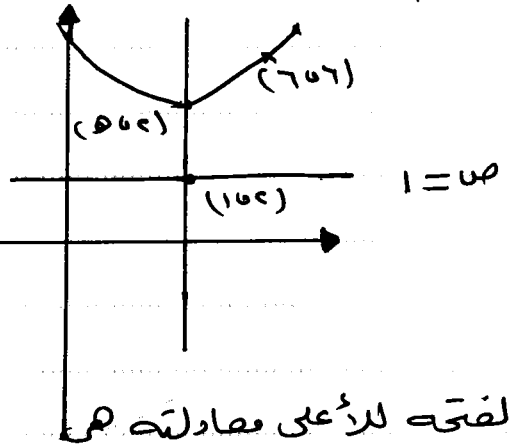
جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرتيه (١٥٣) و يمر بالنقطة (١٥٧) ومحوره يوازي لمصادات



$١٦ = ٤ (٥ + ١ - ٥) \leftarrow ١٦ = ٤$
 $٢ = ٤ \leftarrow ٢ = ٤$
 عندما $٢ = ٤$ يكون للأعلى $١ = ٥$
 المعادلة
 $(٣ - ٥) ٨ = (٣ - ٥) (١ + ٥)$
 $٣ = ٤$ يكون للأسفل $٣ = ٥$
 المعادلة
 $(٣ - ٥) ٨ = (٣ - ٥)$

سؤال ١٧

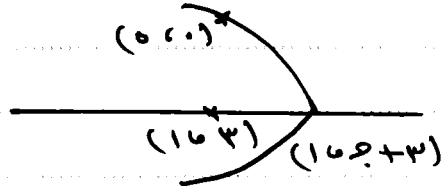
جد معادلة القطع المكافئ الذي معادله محوره $٢ = ٥$ ودليله $١ = ٥$ و يمر بالنقطة (٦٥٦) ؟



$(٥ - ٥) ٤ = (٣ - ٥)$
 $١ + ٤ = ٥ \leftarrow ١ - ٥ = ٤$
 المعادلة
 $(٣ - ٥) ٤ = (٣ - ٥) (١ - ٤ - ٥)$
 يمر بالنقطة (٦٥٦)
 $(٢ - ٦) ٤ = (٣ - ٥) (٥ - ٥)$
 $١٦ = ٤ (٥ - ٥) \leftarrow$ بالفتح على ٤
 $٤ = ٤ - ٤ - ٥ \leftarrow ٤ = ٤ + ٥ - ٤$
 $\leftarrow (١ - ٤) (٤ - ٤) = ٠$

سؤال 19

جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (16, 3) ومحوره يوازي محور السينات ويمر بالنقطة (5, 0).



الحل

الرأس = (3 + 16, 3)

(1 - 16) = 3 - 3 = 0

(5, 0) ← 16 = 3 - 3 = 0

0 = 3 + 3 - 3 = 3

0 = (1 - 3) (3 + 3)

3 = 1 ← (1 - 16) = 3 - 3 = 0

3 = 3 ← (1 - 16) = 3 - 3 = 0

النقطة (10, 8)

(10, 8) = 3 - 3 = 0

10 = 3 - 3 = 0

معادله 10 ÷ معادله 1

← $\frac{3-10}{3-8} = \frac{10}{17}$

3 - 10 = 17 - 17 = 0

17 = 3 ← 17 = 3 - 3 = 0

← $\frac{3}{2} = 3$

المعادله هي

(10, 8) = 3 - 3 = 0

سؤال 20

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (3, 1) حيث ان بُعدها عن النقطة (1, 3) و (1, 5) يوازي بُعدها عن استقيم 1 = 3.

الحل

المحل الهندسي هو قطع مكافئ

بؤرته (3, 5) ودليله 1 = 3



الرأس

(3 + 1, 5) =

(1 - 5) =

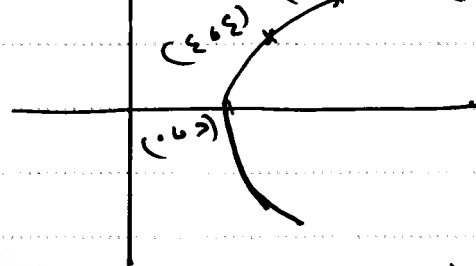
3 = 1 - 1 = 0

الفتح للأصل

(1 + 3) = 1 - 1 = 0

سؤال 21

جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (10, 8) و (4, 6) ومحوره يوازي محور السينات



الحل

الرأس (7, 7)

(1 - 7) = 7 - 7 = 0

النقطة (4, 6)

← (1 - 7) = 7 - 7 = 0

17 = 7 - 7 = 0

سؤال (٢٣)

جد معادلة لقطع مكافئ، الذي رأسه
يكون محور إصدات ويمر بالنقطتين
(٤٥١) و (٨٦٩)

الحل

يكون محور إصدات = الرأس (٥٦٠)

$$(٥٥١) = (٥٥ - ٥) \times ٤ = ٤(٥ - ٥)$$

$$(٤٥١) = (٥ - ٤) \times ٤ = ٤(٥ - ٤)$$

$$(٨٦٩) = (٥ - ٤) \times ٤ = ٤(٥ - ٤) \quad \text{--- (1)}$$

$$٩ \times ٤ = (٥ - ٨)$$

$$٣٦ = (٥ - ٨) \quad \text{--- (2)}$$

بقسمة (2) على (1)

$$٩ = \frac{٣٦}{٤} = \frac{(٥ - ٨)}{(٥ - ٤)}$$

بأخذ جذر الطرفين

$$٣ = \frac{٥ - ٨}{٥ - ٤}$$

إكالة (1)

$$٥٢ - ١٢ = ٥ - ٨ \leftarrow ٣ = \frac{٥ - ٨}{٥ - ٤}$$

$$٢ = ٥ \leftarrow ٤ = ٥$$

$$٤ = ٤ \leftarrow ٤ = (٤ - ٤)$$

$$١ = ٤$$

بمطالبة (٤ - ٥) = ٤ \leftarrow لتبع الحل

سؤال (٢٤)

جد معادلة لقطع مكافئ، الذي
بؤرته هي مركز الدائرة التي
مصادلتها

$$٣س٣ + ٣س٤ - ٣س٥ = ١٨ + ٤٤ - ٥٥ = ٥$$

ومعادلة دليها = ٥

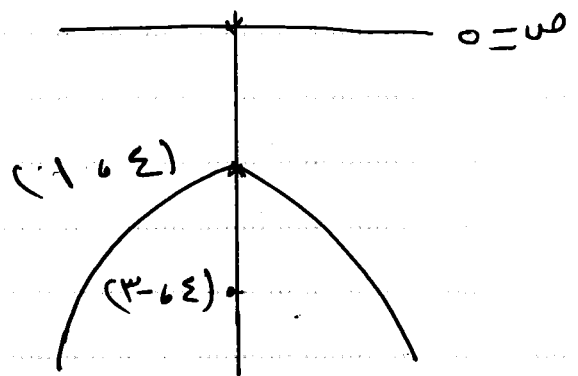
الحل

$$٣س٣ + ٣س٤ - ٣س٥ = ١٨ + ٤٤ - ٥٥$$

$$٣س٣ + ٣س٤ - ٣س٥ = ٦ + ٨ - ٥$$

$$\text{المركز } \left(\frac{٦}{٣}, \frac{٨}{٣} \right) = (٢ - \frac{٢}{٣}, \frac{٨}{٣})$$

وهو بؤرة لقطع مكافئ



$$٤ = ٤ \leftarrow ٨ = ٣ - ٥ = ٤$$

الرأس (١٦٤)

المعادلة

$$(٥ - ٥) \times ٤ = (٤ - ٤)$$

$$(٤ - ٥) \times ٤ = (٤ - ٥)$$

$$(٤ - ٥) \times ١٦ = (٤ - ٥)$$

الحالة ٥

$$d^3 + 13 = d - 8 \iff 3 = \frac{d - 8}{d - 4}$$

$$0 = d \iff 2 = d \iff 0 = d$$

$$d - 4 = (d - 4) \iff d$$

$$\frac{1}{2} = d \iff d - 4 = 1$$

المعادلة

$$d - 4 = (d - 4)$$

$$d - 4 = (d - 4)$$

$$d = (d - 4)$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الصورة العامة للقطع المكافئ

① إذا كان محور يوازي محور السينات فمعادلته

$$y = ax^2 + bx + c$$

إذا كانت $a < 0$. لليمين
 $a > 0$. لليار

② إذا كان محوره يوازي محور الصادات فمعادلته

$$x = ay^2 + by + c$$

إذا كانت $a < 0$. للأعلى
 $a > 0$. للأسفل

لِتَفَادِ فَنَهَا إِذَا أُعْطِيَتْ
ثَلَاثَ نَقَاطٍ يَمْرُجُهَا الْقَطْعُ
المكافئ

سؤال (٢٤)

جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقط (١، ٥)، (٣، ٦) (٦، ٦)

الحل

بما أن محوره يوازي محور

الصادات = فإن معادلته

$$y = ax^2 + bx + c$$

النقطة (١، ٥) تحققه

$$5 = a(1)^2 + b(1) + c$$

$$5 = a + b + c \quad \text{①}$$

النقطة (٣، ٦)

$$6 = a(3)^2 + b(3) + c$$

$$6 = 9a + 3b + c \quad \text{②}$$

النقطة (-٦، ٣)

$$3 = a(-6)^2 + b(-6) + c$$

$$3 = 36a - 6b + c \quad \text{③}$$

بضرب معادلة ① بالسالب وجمعها

مع ③

$$-2 = 35a - 7b \quad \leftarrow$$

$$3 = 36a - 6b + c$$

نعوض قيمة c في معادلتين

①، ②

$$-2 = 35a - 7b$$

$$3 = 36a - 6b + c$$

$$-2 = 35a - 7b$$

نعوض في ②

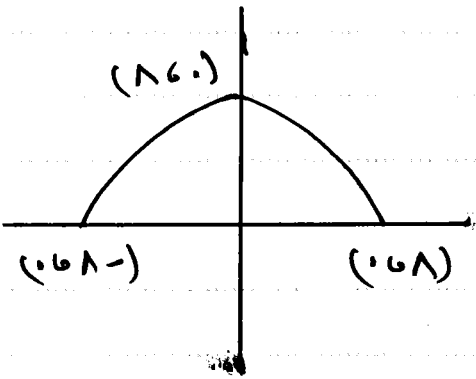
$$1 = 3a$$

معادلة القطع هي

$$y = x^2 - 3x + 4$$

سؤال ٢٦

طول قامة جسر بكل قطع مكافئ
 ١٦ م ، ورأس الجسر يرتفع ٨ أمتار
 عن سطح الارض ، أكتب المعادلة التي
 تمثل هذا الجسر علماً بأنه مماثل
 حول محور الصادات .



الحل

القوس على الصورة

(س - د) = ع - ج (٥ - ١٦) = ٨ - ٠

س = ع - ج (٨ - ١٦) = ع - ٨
 لكن النقطة (٠, ١٦) تحقق المعادلة
 كذلك النقطة (-٨, ٠)

٨ = ع - ٨ ج (٨ - ٠) = ع - ٨

١٦ = ع - ٨ ج (٠ - ١٦) = ع - ١٢٨

س = ٨ - ١٢٨ ج (٨ - ١٦) = ٨ - ١٢٨

سؤال ٢٥

جد معادلة القطع المكافئ الذي
 محوره يوازي محور السينات
 ويمر بالنقاط
 (١٦, ٣) ، (٣٦, ٦) ، (٦٣, ٣)

الحل

المعادلة هي

س = ١٦ + ٣ + ٣٦ + ٦ = ٦٢
 النقطة (١٦, ٣)

١ - ٣ + ٣٦ + ٦ = ٦٢
 النقطة (٣٦, ٦)

٢ - ٦ + ٣٦ + ٦ = ٦٢
 النقطة (٦٣, ٣)

٣ - ٣ + ٣٦ - ٦٢ = ٦٢
 معادله ١ - ٢

٤ - ٣ - ٦٢ - ٦٢ = ٦٢
 معادله ٢ - ٣

٣ = ٦ - ٣ ← و بالتعويض في معادلة (٤) ينتج

٣ - ٦٢ - ٦٢ = ٦٢ ← ١ - ٢٨ = ٦٢
 ١/٢ = ٦ ←

وبالتعويض في ١

٣ = ٦ + ١/٢ + ١/٢ ← ٣ = ٦ + ١

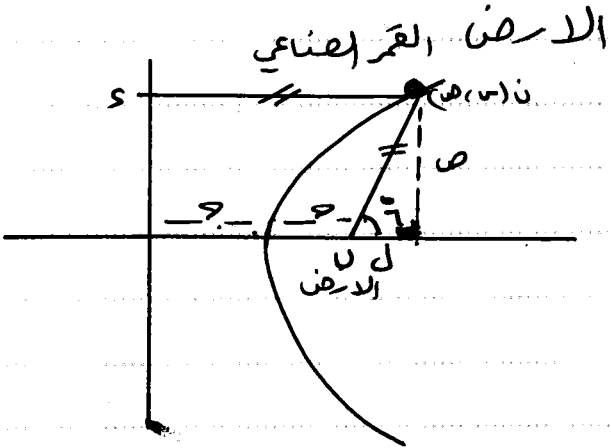
١/٢ = ٦ ←

معادلة القطع

س = ١/٢ + ١٦ + ١/٢ + ٣٦ = ٦٢

سؤال ٤٨

بجراد قمر صناعي بكل قطع مكافئ،
لليمين بؤرته مركز الأرض، وعندما
كان على بعد ٤ مليون متر من مركز
الأرض شكل الخط الواصل بينه وبين
مركز الأرض بزاوية ميل ٦٠ مع
المحور، بعد اقرب صافه يمكنه
ان يقرب القمر الصناعي من مركز



اقرب نقطة للبؤرة هي نقطة الرأس
ونبذها هو ج المطلوب ايجاد

ج ب تعريف لقطع مكافئ

$$ن د = ن ب$$

$$٤ = ل + ج \quad \text{لكن صفا } ٦٠ = \frac{ل}{٤}$$

$$\leftarrow \frac{ل}{٤} = \frac{١}{٤} \leftarrow \text{ل} = ٤$$

$$\leftarrow \text{ل} = ٤$$

$$٤ = ج + ٤$$

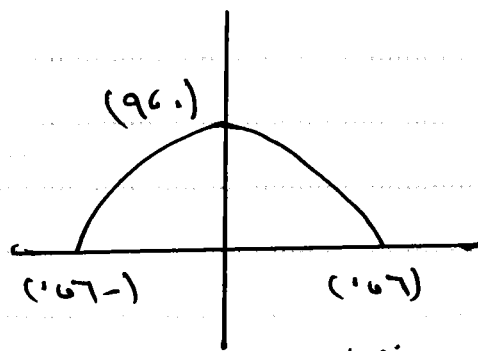
$$ج = ٠$$

$$ج = ١ \text{ مليون متر}$$

سؤال ٤٧ سؤال (٨) اثنان ص ٤٦

قوس على شكل قطع مكافئ طول
قاعدته (١٢ متر) رأس القوس يرتفع
٩ متر فوق سطح الأرض، فما معادلة
هذا القوس، ثم حدد صافه تحت
هذا القوس.

الحل



نعتبر نقطة ارتكاز
ملاحظه (٠، ٩) ليست لبؤرة
الرأس (٩، ٠) ←
س = ٤ - (٣ - ٣)
(٠، ٩) نقطة

$$٣٦ = ٤ - (٩ - ٠) \cdot ج \leftarrow ج = ١$$

المعادلة هي

$$س = ٤ - (٣ - ٣)$$

لحساب المساحة نعد على التكامل
ولكن يجب ترتيب المعادلة بدلالة ص

$$س = ٤ - (٣ - ٣)$$

$$\leftarrow ٣ - ٩ = ٣ - \frac{س}{٤}$$

$$٣ = ٩ - \left(\frac{س}{٤} - ٩\right) \cdot ٤$$

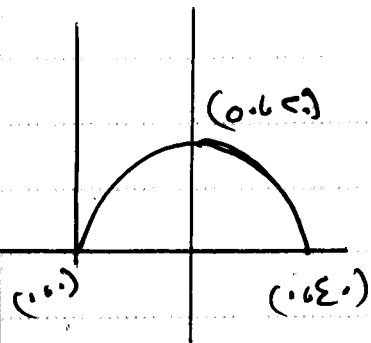
$$٧ = ٤ \text{ وحدة مربعة}$$

مسألة ٢٩

اطلقت قذيفة من مستوى سطح الأرض أفقيًا إلى أعلى وعادت إلى نفس المستوى وكان مسارها على منحني قطع مكافئ، فإذا كان أعلى ارتفاع وصلته لقذيفته قرًا وأقصى مدى أفقي لها هو ٤٠ مترًا وعبرًا نقطة انطلاق القذيفة (١٠٠) م

١) معادلة القطع المكافئ
 ٢) ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساويًا للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة ووقفها على الأرض

الحل



رأس القطع (٥٠، ٦٠)
 بؤضه (١٠٠، ٠)

$$(s - 0) = 4x - (s - 0) \Rightarrow s = 4x$$

نكتب القطع يمر بالنقطة (١٠٠، ٠)

$$0 = 400 - 400$$

$$400 = 400$$

$$(s - 0) = 4x - (s - 0) \Rightarrow s = 4x$$

الارتفاع = المسافة بين نقطة الانطلاق والقطر العمودي له

$$أي أن ص = ص$$

$$بؤضه (٥٠، ٠) = 4x - (٥٠ - ٠)$$

$$ص = 4x - 40 \Rightarrow 40 = 4x - 40$$

$$ص = 40 - 40 = 0$$

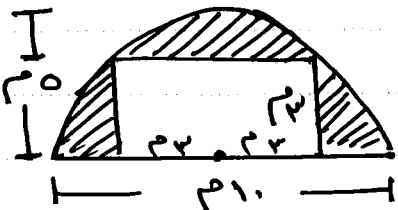
$$ص = 40 - 40 = 0$$

$$ص = 40 - 40 = 0$$

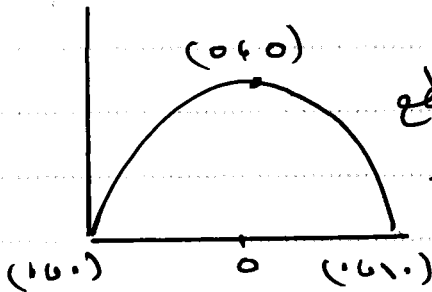
$$\text{الارتفاع} = 40$$

مسألة ٣٠

الشكل المجاور يمثل واجهة صين على شكل قطع مكافئ، يراد دهان المنطقة الظللة فإذا كان سعر لتر الربيع للدهان نصف دينار - فاحس تكلفه لدهان



الحل



بجد معادلة القطع المكافئ وهو على صورة

$$(s - 0) = 4x - (s - 0) \Rightarrow s = 4x$$

بؤضه الرأس (٥، ١٠)

$$(s - 0) = 4x - (s - 0) \Rightarrow s = 4x$$

النقطة (١٠، ٠) تحقق معادلتها

$$(0 - 0) = 4(10) - (0 - 0) \Rightarrow 0 = 40 - 0$$

$$40 = 40 \Rightarrow \frac{0}{4} = 0$$

مسألة (٣٢)

تتحرك نقطة (s, c) في المستوى الديكارتي عند معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة إذا علمت أن

$$s = c + 1$$

$$c = 1 + s$$

الحل

$$s = c + 1 \quad \text{نربع الطرفين}$$

$$s^2 = c^2 + 2c + 1$$

$$s^2 = c^2 + 2c + 1$$

$$s^2 - c^2 = 2c + 1$$

$$s^2 = c^2 + 2c + 1$$

$$s^2 = (c + 1)^2 \quad \text{طوع مكافئ}$$

مسألة (٣٣)

طعم معادلة (s, c) إذا كانت $c = s + 1$

الحل

$$c = s + 1 \quad \text{نطابقه}$$

$$c = s + 1 \quad \text{نطابقه}$$

$$c = s + 1$$

$$c = 1 + s$$

$$s^2 = (1 + c)^2 \quad \text{طوع مكافئ}$$

نعوذها في معادله ←

$$(s - c)^2 = (s - c)(s + c)$$

$$s^2 - 2sc + c^2 = s^2 + sc - c^2$$

$$-2sc + c^2 = sc - c^2$$

$$c = \frac{1}{3}s \quad \text{معادله}$$

$$18 = (s - \frac{1}{3}s)^2 \quad \text{معادله}$$

$$18 = (s - \frac{1}{3}s)^2$$

$$18 = \frac{4}{9}s^2$$

$$\frac{18}{4} = \frac{4}{9}s^2 \times \frac{9}{4} = \frac{81}{4}$$

مسألة (٣١)

طعم معادلة (s, c) إذا كانت $c = 3 - s$ ، $\frac{1}{c} = \frac{1}{s}$ وما هو نوعه .

الحل

$$c = 3 - s \quad \text{نطابقه}$$

$$c = 3 - s \quad \text{نطابقه}$$

ن ←

$$c = \frac{1}{s} \quad \text{نطابقه}$$

$$c = \frac{1}{s} \quad \text{نطابقه}$$

$$c = \frac{1}{s} \quad \text{طوع مكافئ}$$

$$(s - c)^2 = 18$$

ورقة عمل القطع المكافئ

السؤال الأول

صنع دائرة حول مركزها الإجابة الصحيحة

١) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١-٦) وبؤرته (٢٦) هي

(٢) $(x+4)^2 = (y-1)^2 + 16$

(٣) $(y-1)^2 = (x+4)^2 + 16$

(٤) $(y-1)^2 = (x+4)^2 - 16$

(٥) $(x+4)^2 = (y-1)^2 + 16$

٢) إذا كانت بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $(y+1)^2 = (x+8)^2 + 5$ هي النقطة (٣، ١) فإن d تساوي

(٣) معادلة دليل القطع المكافئ $x^2 + 4x - 8 = 0$ هي

(٤) $x^2 + 4x - 8 = 0$ هي

(٥) $x^2 + 4x - 8 = 0$ هي

٣) اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وتعداي نقطة تقع عليه عبر البؤرة يداوي فيها عمليتيضم $x = 3$

(٤) $x^2 - 4x + 12 = 0$

(٥) $x^2 - 4x + 12 = 0$

٤) معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ هي

(٥) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(٦) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(٧) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(٨) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

٦) معادلة لقطع مكافئ الذي بؤرته على محور السينات ورأسه نقطة الاصل ودليله يمر بالنقطة (٣، ٥)

(٧) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ودليله يمر بالنقطتين (٣، ١) و (١، ٣)

(٨) قطع مكافئ معادلته $\frac{1}{4}x^2 - y^2 = 1$ ودليله يمر بالنقطة (٣، ٦) حدد قيمة P

(٩) معادلة محور تماثل للقطع المكافئ الذي معادلته $x^2 - 4x - 1 = 0$ هي

(١٠) معادلة دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2 + 4x - 8 = 0$ هي

(١١) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٢) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٣) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٤) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٥) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٦) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٧) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(١٨) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

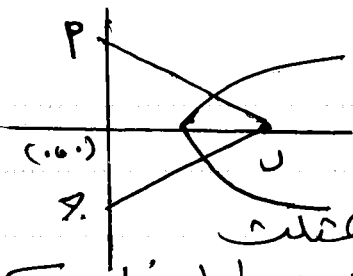
(١٩) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(٢٠) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

السؤال الثاني

٥) جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه هو مركز الدائرة التي معادلتها $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 64$ ، ومعادلة دليله $y = x$ ، حيث نصف قطر الدائرة.

٨) اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه يقع على المستقيم $y = x + 6$ ويمر بالنقطتين $(-1, 4)$ و $(3, 4)$



٩) الشكل المجاور قطع مكافئ، جد معادلته علماً بان يفتتح P و Q هما نقطتا الاضلاع طول ضلعه $2\sqrt{3}$ والنقطة U هي بؤرة القطع ومحور الصادات دليله

١٠) اذا كانت $x^2 + y^2 = 4$ تمثل معادلة دائرة، و $y = x + 1$ قطع مكافئ، رأسه يبعد عن مركز الدائرة بعداً يساوي قطر الدائرة ودليله منطبقه على محور الصادات ومحور عائله منطبقه على محور السينات، جد معادلة القطع المكافئ.

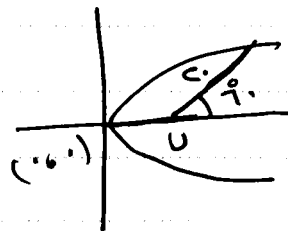
١١) جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ودليله يمر بالنقطة $(5, 4)$ ، فاذا علمت ان النقطة $(-2, 6)$ تقع على القطع المكافئ، جد قيمة P .

١) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادله محوره $y = 2x$ ودليله $x = 1$ ويمر بنقطة بمركز الدائرة التي معادلتها $(x-6)^2 + (y-9)^2 = 4$

٢) ما معادلة القطع المكافئ الذي دليله $x = 2$ ومحور عائله $y = 4$ ويمر بالنقطة $(1, 8)$

٣) اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه النقطة $(2, 1)$ ويمر بنقطة $(4, 4)$ ومحوره يوازي محور الصادات

٤) الشكل المجاور يمثل قطع مكافئ رأسه نقطة الاصل جد معادلته



٥) قطع مكافئ معادلته $x^2 - y^2 + 2x - 4y = 0$ جد قيمة الثابت k التي تجعل بؤرته $(2, 4)$

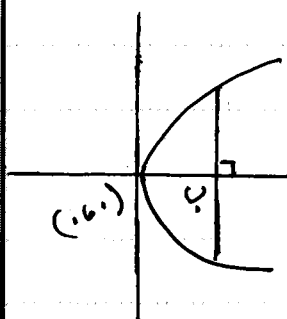
٦) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادله محوره $y = x + 3$ ، وليتقاطع معناه مع المستقيم $y = x + 3$ في نقطتين عندما $x = 2$

١٢) جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته هي نقطة الحرجة للأختزان $(a, s) = (a, s) + k$

١٣) اذا كانت المعادله

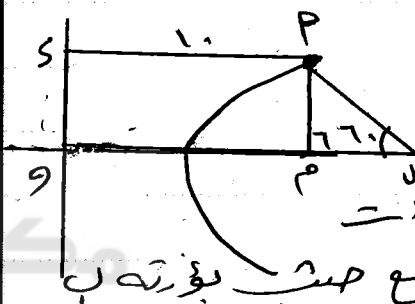
$(a + c)y^2 + (a + k)x^2 - 2cy = 4 - 2kx$
معادله قطع مكافئ يمر بنقطة الأصل وبؤرته تقع على احد المحورين حدد معادله k واوجد معادله

١٤) اثبت ان طول



الوتر المحوود على محور القطع المكافئ عند البؤره $e = 2$

١٥) اذا قطع منحنى القطع المكافئ الذي معادلته $cy^2 = mx^2 + 2cx + 1$ المستقيم الذي معادلته $cy = 2x - 1$ عند $s = 1$ فاجد رأس القطع



١٦) الشكل قطع مكافئ

دليله محور بصارات

جد معادلة القطع حيث بؤرته ب

١٧) اذا كان مستقيم $cy = 2x + 1$ ممس منحنى القطع المكافئ $cy^2 = mx^2 + 2cx + 1$ عند بؤرة القطع

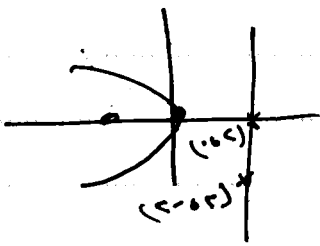


حلول ورقة عمل القطع المكافئ

السؤال الأول

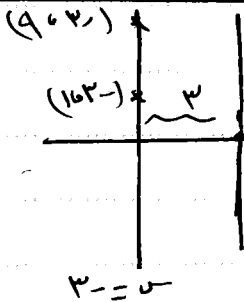
⑤ $س = ١٢ - ٤٠$
 $س = ١٢ - ٤٠$
 $٣ = ٥$ $١٢ = ٤٤$
 ① صادي للأعلى
 ② $٣ - = ٤٠$ صادي للأسفل
 ③

① $٤ = (٢ -) - ٢ = ٤$
 صادي للأعلى
 ② $(١ - س) ١٦ = ٤$
 ③



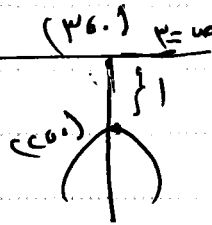
④ $٢ = ٤$
 $ص = ٨ - = ٢$
 ⑤

⑤ الرأس $(١ - ٥, ٣)$
 $٢ = ٥$ $٨ = ٤٤$
 صيني لليسا - البؤرة $(١ - ٥, ٣) = ٥$
 $٥ = ٤$ $٢ = ٣ - ٤$
 ⑥

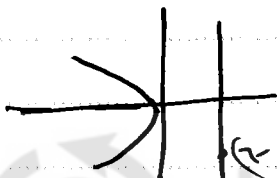


⑦ $٣ = ٥$
 $ص = ٤ - ٥ = ٣$
 $ص = ١٢ - = ٣$
 ⑧

③ $٨ + ٤٠ = ٤$
 $س = ٤ - (٤ - ٤٠)$
 صادي للأسفل
 $٣ = ٤٠$
 $١ = ٥$ $٤ = ٤٤$
 الرأس $(٢٠, ٠)$
 ④ $٣ = ٤٠$
 ⑤

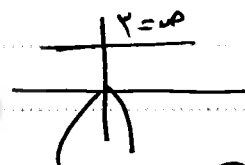


⑧ $ص = ٤ - ٥ = ٣$
 الرأس $(٠, ٠) = ٤$ الدليل $٣ = ٤$



⑨ $٣ = ٤$
 المعادلة
 $ص = ٤ - ٥ = ٣$
 $ص = ١٢ - = ٣$
 $٣ = ٤$
 ⑩

④ رأسه $(٠, ٥)$ دليله $٣ = ٤$



$س = ١٢ - ٤٠$
 $س = ١٢ + ٤٠$
 ⑪

$$2x - 3y - 4z = 16$$

$$2x - 4z = 16$$

$$2x - 4z = 16 \div 2 \Rightarrow x - 2z = 8$$

$$x = 8 + 2z$$

$$x = 8 + 2z$$

$$0 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$(0 - 5) \cdot 16 = (2 - 5) \cdot 16$$

$$-80 = -80 \Rightarrow 1 = 5$$

$$(5 - 5) \cdot 8 = (2 - 5) \cdot 8$$

$$(9) \quad (1+s)^2 = \frac{1}{c} (1-c)$$

$$(10) \quad \text{مصادفة } 1 = s - c$$

$$(11) \quad c - s + s^2 = 1$$

$$\text{أضرب المربع} \quad c + s = c + 1$$

$$1 + \sqrt{c} + s = 1 + c + s$$

$$(1+s) = (c+s)$$

$$(c+s) = (1+s)$$

$$\text{الرأس } (1, 1)$$

$$\text{صهاري للأنتم} \quad \frac{1}{2} = s \quad 1 = s^2$$

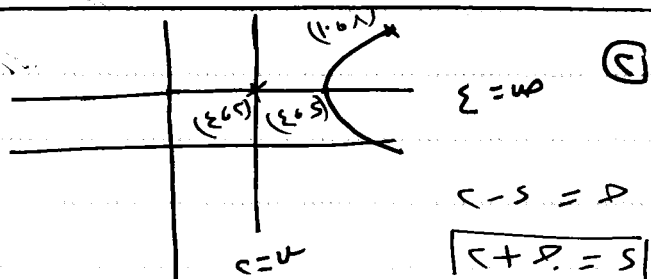
$$(12) \quad \frac{1}{2} = s \quad 1 = s^2$$

$$(13) \quad 3 + \frac{1}{s} = 1$$

$$3 - 1 = \frac{1}{s} \Rightarrow 2 = \frac{1}{s}$$

$$s = \frac{1}{2}$$

$$(14) \quad \text{الرأس } (3, 0)$$



$$(15) \quad (x-1) = \frac{1}{2}(y-1)^2$$

نحوض النقطة (1, 1)

$$(1-1) = \frac{1}{2}(1-1)^2$$

$$0 = 0 \Rightarrow 3 = 7$$

$$2x - 3y - 4z = 37$$

$$2x - 4z = 37$$

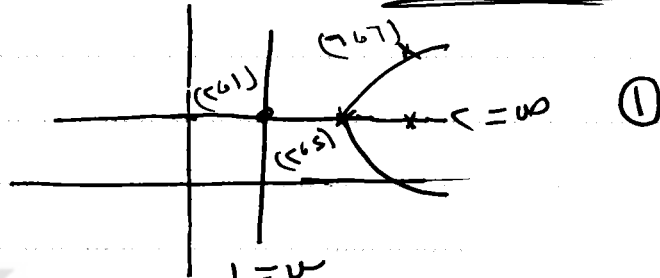
$$2x - 4z = 37 \div 2 \Rightarrow x - 2z = 18.5$$

$$0 = 0 \Rightarrow 3 = 7$$

المصادفة

$$(7-5) \cdot 14 = (2-5) \cdot 14$$

السؤال الثاني



مركز البؤرة = (6, 6)

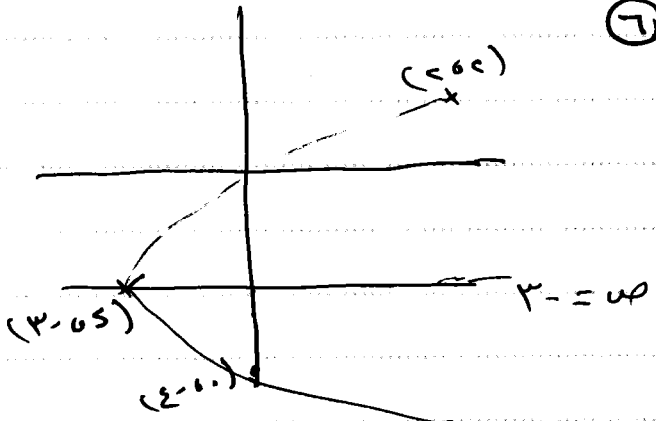
$$1 + s = 5 \quad 1 - s = 7$$

$$\text{مصادفته } (5-5) = \frac{1}{2}(7-5)^2$$

نحوض (6, 6)

$$(5-5) = \frac{1}{2}(7-5)^2$$

٦



$(3+5) = 8 = 2p$
 نفوسا (٥٦٤)

$(3+4) = 7 = 2p$

$1 = 2p$

(٢٦٢)

$(3+2) = 5 = 2p$

$20 = 2p$

نُفوسين $1 = 2p$

$1 + 20 = 21$

$3 = p$ $20 = 2p$

$1 = 2p \Rightarrow 5 \times 2 = 10$

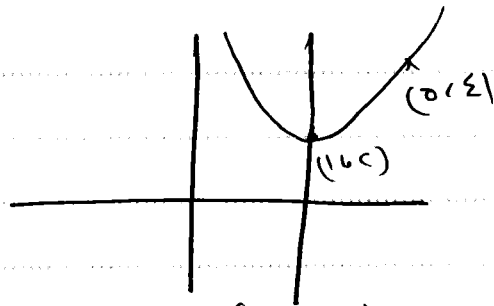
$(3+5) = 8 = 2p$

$(3+4) = 7 = 2p$



المعلم: ناجح الجمزاوي

٣

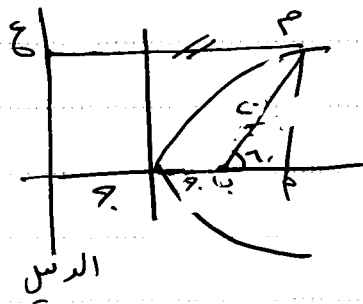


$(1-4) = -3 = 2p$
 نفوسا (٥٦٤)

$(1-4) = -3 = 2p$

$16 = 2p$

$(1-5) = -4 = 2p$



٤

حسابا $\frac{UP}{P} = \frac{1}{2} = 6$

$10 = UP$

$20 = 2p$

$20 = 2p + 10 = 2p$

$0 = p$ $10 = 2p$

$20 = 2p = 10$

٥ $20 = 2p + 10 = 2p$

$20 = 2p + 10 = 2p$

$20 = 2p + 10 = 2p$

$(1-4) = -3 = 2p$

البؤس (٢) $(1-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

$(1-\frac{1}{2}) - 2 = 1 = p$

$1 + \frac{1}{2} - 2 = 1$

$1 = p$ $2 = \frac{1}{2}$

٢) $(5-3)^2 = 4 - 4(5-4) - 4$

٣) = ٢

$(5-3)^2 = (-1-5)^2$

$5 + 56 - 9 = 5 + 56 + 1$

$1 = 5 \quad 8 = 58$

$6 = 5 - 5$

$7 = 5 - 5$

الرأس (٧٦١)

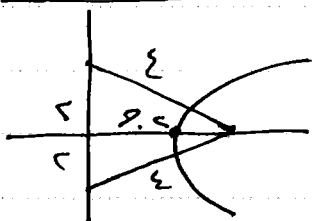
نحوها من ٣

$(7-4)^2 = 4 - 4(7-4)$

$16 = 4 - 4x + 4 = 4$

$\frac{1}{4} = 5 \quad 5 = \frac{4}{16}$

المعادلة (١ - ١) $\frac{1}{4} \times 4 = (1 - 1)$



٤) $4 + 4 = 4^2$

$16 = 4 - 4$

$14 = 4 - 4$

$3 = 4 - 4$

الرأس (٧٦١)

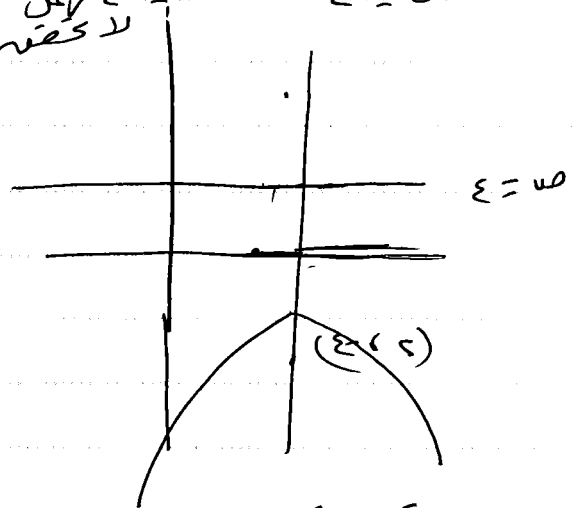
$(5-1)^2 = 4 - 4(5-1)$

٧) $4(5-1)^2 = 4 + 4(5-1)$

$16 = 4 + 4(5-1)$
المركز (٤-٥) الرأس

$4 = 16 \Rightarrow 4 = 16$

$4 = 16 \Rightarrow 4 = 16$



$8 = 4 - 4 = 8$

$(5-1)^2 = 4 - 4(5-1)$

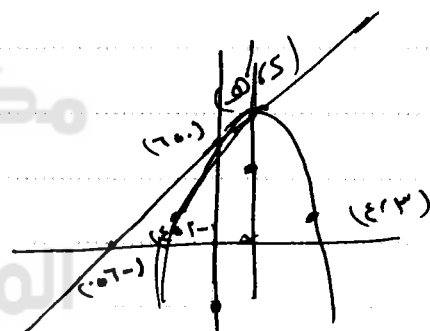
٨) الرأس يقع على السطح

١) $5 - 5 = 6 - 6$

$(5-1)^2 = 4 - 4(5-1)$

يمر بالنقطة (٤٥١)

٢) $(5-1)^2 = 4 - 4(5-1)$



النقطة (٤٣)

⑬

$$x^2 + 4x - 5 = (x+1)^2 - 6$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)^2 - 6 = 0$$

$$(x+1)^2 = 6$$

$$x+1 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{6}$$

الدليل

①

$r = 2$ نصف قطر الدائرة
 القطر = 4

الدليل

$$(x-4)^2 = 0$$

$$x-4 = 0$$

$$x = 4$$

⑭

الدليل

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

⑪

الدليل

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

⑫

النقطة المحرمة (0,0)

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

(١٧)

$$s - c \neq s - c = 1$$

على المحاور $s - c = 1$

على المحاور $c - s = 1$

$$1 = \frac{s}{c} = \frac{c}{s}$$

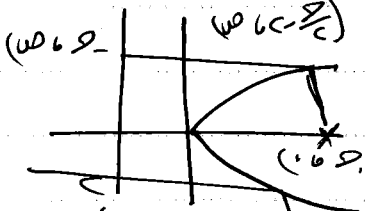
$$c = \frac{s}{c} \Rightarrow c^2 = s$$

$$s = \frac{c}{s} \Rightarrow s^2 = c$$

نعوضها في المعنى

$$c^2 = \frac{c}{s} \Rightarrow c^3 = 1$$

$$s^2 = \frac{s}{c} \Rightarrow s^3 = 1$$



$$c^3 = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$s^3 = 1 \Rightarrow s = 1$$

$$c^2 = \frac{c}{s} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$s^2 = \frac{s}{c} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow s = 1$$

$$c = 1, s = 1$$

$$c = \frac{s}{c} \Rightarrow c^2 = s = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$s = \frac{c}{s} \Rightarrow s^2 = c = 1 \Rightarrow s = 1$$

(١٥) $s + c = 1$

قطع المستقيم $s + c = 1$

عند $s = 1$

عند $c = 1$

(٤٥) قطع s لقطع الكافى

$$s + c = 1$$

$$c = 1 - s$$

$s + c = 1$

$$s - c = \frac{s}{c} \Rightarrow s - (1 - s) = \frac{s}{1 - s}$$

$$2s - 1 = \frac{s}{1 - s}$$

$$(2s - 1)(1 - s) = s$$

$$2s - 2s^2 - 1 + s = s$$

$$-2s^2 + 2s - 1 = 0$$

$$2s^2 - 2s + 1 = 0$$

$$\Delta = 4 - 8 = -4$$

(١٦)

$$(s - c) \cdot c = (s - c) \cdot s$$

وهذا يعرف $s = c$

$$1 = s + c$$

$$\frac{c}{s} = \frac{c}{1 - c}$$

$$c = 1 - c \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$s + c = 1 \Rightarrow s + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow s = \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}$$

الرأس $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

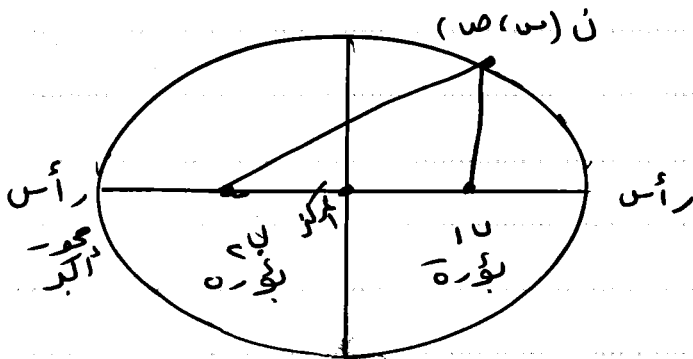
$$(s - c) \cdot c = (s - c) \cdot s$$

$$s = c = \frac{1}{2}$$



القطع الناقص

عناصر القطع الناقص



محور اصغر

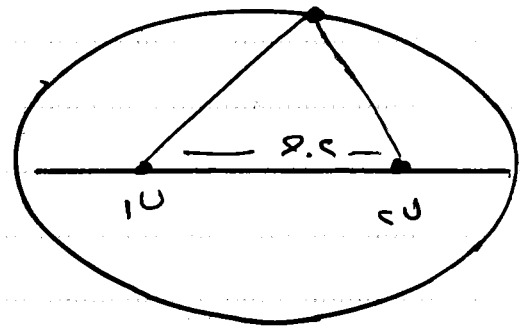
للقطع الناقص رأسين وبقوتين
يقعان على المحور الأكبر دائماً

- $a =$ بعد المركز عن الرأس
- $c =$ بعد المركز عن طرف المحور الأصغر
- $c' =$ بعد المركز عن البؤرة

- طول المحور الأكبر $= 2a$
- طول المحور الأصغر $= 2c'$
- البعد البؤري $= 2c$ بين البؤرتين
- الاختلاف المركزي $(e) = \frac{c}{a} > 1$

تعريف

القطع الناقص هو المحل الهندسي لمجموعة النقاط N (س، ص) التي تتحرك بحيث يكون مجموع بعدي N (س، ص) عن نقطتين ثابتتين (سميات البؤرتين) يساوي مقدراً ثابتاً وهو طول المحور الأكبر N (س، ص)



وهذا يعني أن

$$2a = 2c + 2c'$$

لاحظ ان محيط المثلث

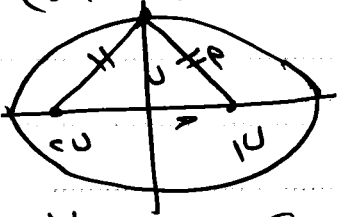
$$2a = 2c + 2c'$$

② معادلان = معادلان = ١ = في المعادلات

⑤ معادلة المحور الأكبر تعاكس معادلة المحور الأصغر

⑥ الدائرة حالة خاصة من القطع الناقص تكون عندما $P = B$ فالدائرة قطع ناقص طول محوره الأكبر = طول محوره الأصغر

⑦ في وضع خاص اذا كانت موقع نقطة $N (s, h)$ كما في الشكل



نحصل على العلاقة حسب نظرية ميناغويس

$$P + B = 2s$$

$$P - B = 2h$$

صامة لقطع الناقص

$$P \cdot B = \pi^2$$

هو $\frac{P}{B} > 1$ لأن $P > B$ ولأن الاختلاف المركزي أقل من واحد سمي قطع ناقص

$$P < B$$

$$P - B = 2h \quad (P < B)$$

بعد الرأس عن البؤرة الأقرب منه هي $(P - B)$ وهي تمثل المحور صافه بين نقطة $N (s, h)$ والبؤرة

بعد الرأس عن البؤرة البعيد عنه هي $(P + B)$ وهي تمثل المحور صافه بين نقطة $N (s, h)$ والبؤرة

ملاحظات هامة

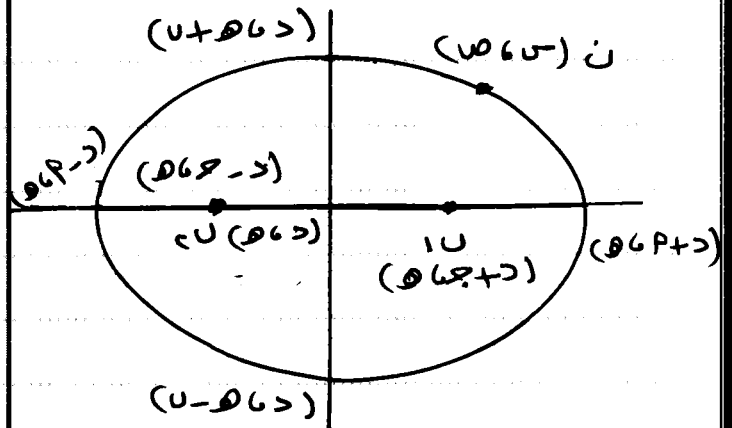
① التبع على التغيرين، وإشارة s, h متساوية

② المركز يربط البؤرتين والرأسين وطرفا المحور الأصغر

③ قانون احداني منتصف الجانبة $(\frac{s+h}{c}, \frac{s-h}{c})$

حالات القطع الناقص المركز (د، هـ)

① إذا كان محور الأكبر يوازي محور السينات



$$c^2 = a^2 - b^2$$

ولبقسمة طرفي المعادلة على a^2 ننتج أن:

$$1 = \frac{(a-u)^2}{a^2} + \frac{(v-s)^2}{b^2}$$

وبما أن $a < c \iff b < a$

$$c^2 - a^2 < 0$$

$$b^2 - a^2 = c^2$$

$$1 = \frac{(a-u)^2}{b^2} + \frac{(v-s)^2}{a^2}$$

قطع ناقص سيني

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sqrt{(a-s)^2 + (v-d)^2} + \sqrt{(a+s)^2 + (v+d)^2} = 2a$$

ونربع الطرفين

$$c^2 = (a-s)^2 + (v-d)^2 + (a+s)^2 + (v+d)^2$$

$$c^2 - a^2 - a^2 = (a-s)^2 + (v-d)^2 + (a+s)^2 + (v+d)^2 - 2a^2$$

ونفك الأقواس

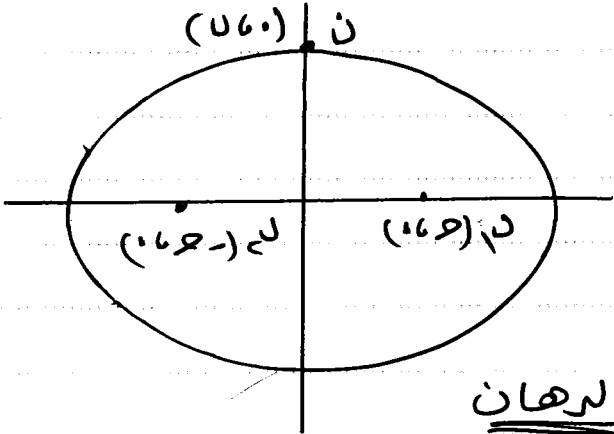
$$c^2 - a^2 - a^2 = (a-s)^2 + (v-d)^2 + (a+s)^2 + (v+d)^2 - 2a^2$$

$$c^2 - a^2 - a^2 = (a-s)^2 + (v-d)^2 + (a+s)^2 + (v+d)^2 - 2a^2$$



في لقطع ناقص اثبت أن

$$c^2 = p^2 + u^2$$



البرهان

ب تعريف القطع ناقص فإن

$$c = \sqrt{p^2 + u^2}$$

$$c^2 = \sqrt{(p-u)^2 + u^2} + \sqrt{(p+u)^2 + u^2}$$

$$c^2 = \sqrt{p^2 - 2pu + u^2 + u^2} + \sqrt{p^2 + 2pu + u^2 + u^2}$$

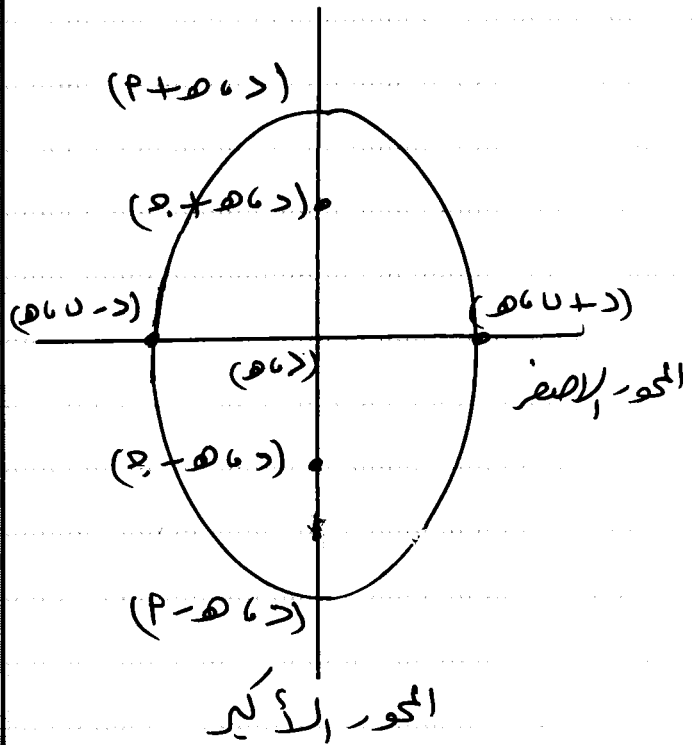
$$c^2 = \sqrt{p^2 + 2u^2 - 2pu} + \sqrt{p^2 + 2u^2 + 2pu}$$

بالربيع $c^2 = \sqrt{p^2 + 2u^2 - 2pu} + \sqrt{p^2 + 2u^2 + 2pu}$

$$c^2 = p^2 + u^2$$

$$c^2 - p^2 = u^2 \quad \leftarrow$$

٢) اذا كان محور الأكبر يوازي محور اصداق



معادلته

$$1 = \frac{(x-p)^2}{p^2} + \frac{(y-d)^2}{u^2}$$

قطع ناقص صادي

سؤال 11

جد عناصر القطع لناقص

$$1 = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25}$$
 ومثله بيانياً

الحل

قطع ناقص بيبي
 $0 = P \leftarrow 25 = c^2$
 $2 = U \leftarrow 16 = c^2$

$a = 16 - 25 = c^2 - P = c^2$
 $3 = a$

المركز (0,0)

الرأسين (± 6,0)

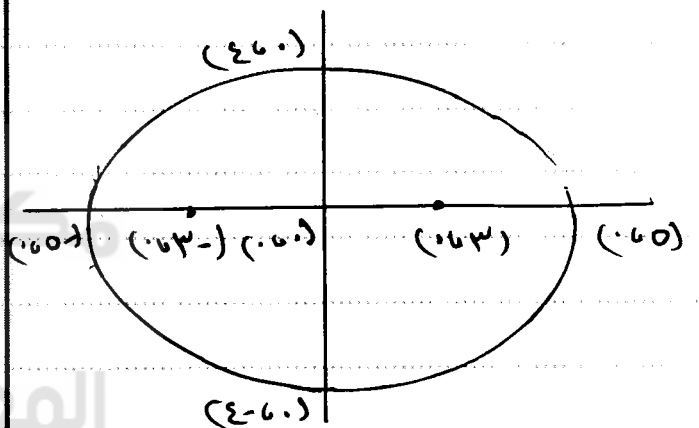
البؤرتين (± 4,3)

طول المحور الأكبر = P c = 10

طول المحور الأصغر = U c = 8

البعد البؤري = c = 5

الاختلاف المركزي = $\frac{c}{a} = \frac{5}{3} > 1$



سؤال 12

جد عناصر القطع لناقص

$$1 = \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{25}$$

الحل

قطع ناقص صادي مركزه (0,0)
 $19 = P \leftarrow 144 = c^2$
 $5 = U \leftarrow 25 = c^2$
 $20 - 144 = c^2 - P = c^2$
 $119 = a$

الرأسين (± 12,0) والبؤرتين (± 10,0)

إحداثيات طرفي محوره الأصغر = (± 5,0)

طول المحور الأكبر = P c = 24

طول المحور الأصغر = U c = 10

البعد البؤري = c = 5

الاختلاف المركزي = $\frac{c}{a} = \frac{5}{119}$

بُعد الرأس عن البؤرة الأقرب

أقصر صافه = P - c = 19 - 5 = 14

بُعد الرأس عن البؤرة البعيدة

أطول صافه

$119 + 12 = a + P =$



مثال ٣

جد عنا صر لقطع c s $=$ $17 - \frac{17}{9} =$ صر

الحل

نرتب المعادلة

$$17 = c + \frac{17}{9} s$$

بالقسمة على 17

$$\frac{17}{17} = \frac{17}{17} \frac{c}{17} + \frac{17}{17} \frac{s}{9}$$

$$1 = \frac{c}{17} + \frac{s}{9}$$

المركز (٠.٠)

$$c = 17 - 9s$$

$$17 = 17 - 9s + 9s$$

$$1 = 17 - 9s + 9s$$

$$1 = 17 - 9s$$

طول المحور الأكبر $c = 17$

$$17 = 17 - 9s + 9s$$

$$c = 17 - 9s$$

$$\frac{1}{3} = \frac{9}{17} = 5$$

البؤرتين (١ ± ٠)

الرؤسين (٢ ± ٠)

مثال ٤

جد عنا صر لقطع الناقص الذي معادلته

$$1 = \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{81}$$

الحل

قطع ناقص سيني

المركز (١-٤)

$$9 = p \leftarrow 81 = c^2$$

$$5 = u \leftarrow 25 = s^2$$

$$57 = 25 - 81 = e^2 \leftarrow u - p = e$$

$$\sqrt{57} = e$$

الرؤسين (١-٤) u (١-٤) s

$$(1-60) \text{ و } (1-613) =$$

البؤرتين (١-٤) u (١-٤) s

طولي المحور الأصغر

$$(5-1-64) \text{ و } (5+1-64)$$

$$(7-64) \text{ و } (464) =$$

طول المحور الأكبر $c = 18$

$$1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2}$$

طول المحور الأصغر $u = 10$

$$10 = 18 - b$$

البعد البؤري $c = 18$

$$\frac{\sqrt{57}}{9} = \frac{9}{18} = 5$$

بعد الرؤس عن البؤرة القريبة $p - c = 18 - 9 = 9$

بعد الرؤس عن البؤرة البعيدة $p + c = 18 + 9 = 27$

$$\sqrt{57} + 9 =$$

ملاحظة هامة

لايجاد معادلة القطع الناقص
يجب معرفة

① نوع القطع الناقص

② احداثيات المركز (د، هـ)

③ قيم a^2, b^2, c^2

مثال ٦

جد معادلة قطع ناقص مركزه
نقطة الاصل وطول محوره الأكبر
١٠، وطول محوره الأصغر ٨

الحل

المركز (٠، ٠)

طول محوره الأكبر $2a = 10 \Rightarrow a = 5$
 $2b = 8 \Rightarrow b = 4$

طول محوره الأصغر $2c = 8 \Rightarrow c = 4$
 $16 = c^2$

نوجد حالتان

$$1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \quad \text{شعبي}$$

$$1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \quad \text{صادي}$$

مثال ٥

جد عناصر القطع الناقص

$$4x^2 + 9y^2 - 5x - 6y - 9 = 0$$

الحل

نرتب المعادلة

$$4x^2 - 5x + 9y^2 - 6y - 9 = 0$$

نكامل مربع للشيئتين والاصدات

$$4(x^2 - \frac{5}{4}x) + (9y^2 - 6y) - 9 = 0$$

$$4(x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{64}) - 9 = 0$$

$$4(x - \frac{5}{8})^2 - 9 = 0$$

بالقسمة على 4

$$1 = \frac{(x - \frac{5}{8})^2}{\frac{9}{4}} + \frac{(y - \frac{1}{2})^2}{1}$$

شعبي

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$c^2 = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow b = 2\sqrt{2}$$

$$\leftarrow \text{المركز } (\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$$

$$\text{الرئيسيين } (103) = (103 \pm 3)$$

$$\text{البؤيين } (103 \pm 3)$$

$$\text{طول محور الأكبر } c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{طول محور الأصغر } c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{الاختلاف المركزي } = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

مسألة ٧

جد معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل و بؤرتان (١٦ | ٠) وطول محوره الأكبر = ٤ م؟

الحل

قطع ناقص بيبي

$$1 = \frac{c^2}{u^2} + \frac{c^2}{p^2}$$

$$c = p \leftarrow e = p \leftarrow c$$

$$1 = p$$

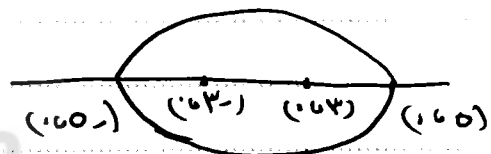
$$c^2 - e = 1 \leftarrow c^2 - p = c^2$$

$$3 = c^2 \leftarrow c = \sqrt{3}$$

$$\text{معادلته } 1 = \frac{c^2}{4} + \frac{c^2}{e}$$

مسألة ٨

جد معادلة قطع ناقص بؤرتاه (١٠ | ٣) و (١٠ | ٣) و يتقاطع مع محور السينات عند ما $s = \pm ٥$



القطع بيبي

$$1 = \frac{c^2}{u^2} + \frac{c^2}{p^2}$$

$$25 = c^2 \leftarrow 5 = p$$

$$9 = c^2 \leftarrow 3 = p$$

$$c^2 - p = c^2 - u = 4 \leftarrow c^2 - 25 = 4$$

$$c^2 - u = 16 \leftarrow c^2 = 16$$

المركز يتوسط البؤرتين = (١٠ | ٠)

$$1 = \frac{c^2}{16} + \frac{c^2}{9}$$

مسألة ٩

جد عناصر القطع بناقص اذني معادلته

$$c = 5c + \frac{c^2}{c} + (5 - 5)c$$

الحل

$$c = (5e + c^2) \frac{1}{c} + (1 - 5)c$$

$$c + c = (e + 5e + c^2) \frac{1}{c} + (1 - 5)c$$

$$e = (c + 5c) \frac{1}{c} = (1 - 5)c$$

بقيت على e

$$1 = \frac{(c + 5c)}{c} + \frac{(1 - 5)c}{e}$$

قطع ناقص صادي

$$c^2 = p \quad 1 = c^2$$

$$c^2 - e = c^2 - p = c^2 - u = 0 \leftarrow c^2 - 1 = 0$$

$$c^2 - 1 = 0 \leftarrow c = 1$$

المركز (١٠ | ٠)

الرأسين (١٠ | ٠) و (١٠ | ٠)

$$c = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

سؤال ١٠

جد معادلة قطع ناقص مركزه (٠,٠) وطول محوره الأكبر ٨ وحدات ويمر بالنقطة (١,٢) علماً بان محوره الأكبر يقع على محور السينات

الحل

بما ان مركزه (٠,٠) ومحوره الأكبر على محور السينات فالقطع على الصورة $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
محوره الأكبر $2a = 8 \Rightarrow a = 4$
 $16 = a^2$

نصبح لمعادلة $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
لكن النقطة (١,٢) تحققه

$$\leftarrow 1 = \frac{1}{16} + \frac{4}{b^2}$$

$$\frac{15}{16} = \frac{4}{b^2} \Rightarrow \frac{15}{4} = \frac{b^2}{16}$$

$$معادلة القطع $1 = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{15}{4}}$$$

$$نرتبها $1 = \frac{x^2}{16} + \frac{4y^2}{15}$$$

سؤال ١١

جد معادلة لقطع مخروطي الذي مركزه (٠,٠) وطول محوره الاصغر $2\sqrt{2}$ واختلافه المركزي $\frac{1}{2}$

الحل

بما ان $a > b$ قطع ناقص طول محوره الاصغر $2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$

$$2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - 2$$

$$\frac{a^2}{4} = a^2 - 2 \Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = 2$$

$$\frac{3a^2}{4} = 2 \Rightarrow a^2 = \frac{8}{3}$$

$$c = \frac{a}{2} \Rightarrow c^2 = \frac{a^2}{4} = \frac{2}{3}$$

$$c^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{c^2 \times e}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

$$c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

المركز (٠,٠) تكون صالتان

$$1 = \frac{x^2}{\frac{8}{3}} + \frac{y^2}{2}$$

$$1 = \frac{3x^2}{8} + \frac{y^2}{2}$$

مثال ١٦

جد معادلة القطع ناقص الذي مركزه (١٠٠) ومحوره الأكبر يقع على محور السينات حيث بُعد الرأس عن البؤرة الأقرب = ١ ، وبُعد الرأس عن البؤرة البعيدة = ٥

الحل

القطع ناقص سيني

$$1 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{100}$$

$$1 = \frac{c^2}{100} \quad \text{--- ①}$$

$$0 = c^2 + 100 \quad \text{--- ②}$$

بجمع المتادلسية

$$3 = c^2 \quad \leftarrow \quad 1 = c^2$$

$$0 = c^2 + 100 \quad \leftarrow \quad \text{في ②}$$

$$c = 3 \quad \leftarrow$$

$$c^2 = 9 \quad \leftarrow \quad c^2 - 9 = 100 \quad \leftarrow \quad 100 - 9 = c^2$$

$$c^2 = 109 \quad \leftarrow$$

معادلته هي

$$1 = \frac{c^2}{109} + \frac{c^2}{9}$$

مثال ١٣

جد معادلة قطع ناقص الذي مركزه نقطة الاصل ومحور السينات (٢٠٦) واخلافه المركزي $\frac{2}{3}$ ومحوره الأكبر يقع على محور السينات

الحل

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} > 1$$

$$1 = \frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2}{100}$$

التقطة (٢٠٦)

$$1 = \frac{c^2}{100} + \frac{c^2}{100}$$

$$1 = \frac{c^2 + c^2}{100} \quad \leftarrow$$

$$1 = \frac{2c^2}{100} \quad \leftarrow \quad 100 = 2c^2 \quad \leftarrow \quad 50 = c^2$$

$$c = 5 \quad \leftarrow \quad 50 = c^2 \quad \leftarrow \quad 50 = 25 + 25$$

$$c = 5 \quad \leftarrow$$

ومن علاقه $c^2 = a^2 - b^2$ \leftarrow

$$25 = a^2 - b^2 \quad \leftarrow \quad 25 = a^2 - 25 \quad \leftarrow \quad 50 = a^2$$

$$a = 5 \quad \leftarrow \quad 50 = a^2$$

تجوزين $a = 5$ في معادلة ①

$$50 = a^2 + b^2 \quad \leftarrow \quad 50 = 25 + b^2 \quad \leftarrow \quad 25 = b^2$$

$$50 = 25 + 25 \quad \leftarrow \quad 25 = b^2 \quad \leftarrow \quad 5 = b$$

$$P - 17 = 9 \leftarrow P - 5 = 9$$

$$0 = P \leftarrow 5 = P$$

المركز يتوسط البؤرتين

$$1 = \left(\frac{1-5}{9} + \frac{1-9}{5} \right) =$$

المعادلة

$$1 = \frac{(1-5)}{17} + \frac{(9-5)}{5}$$

$$\leftarrow \frac{P-5}{9} - \frac{P-17}{5} = 9$$

$$= \frac{1}{4} (P-5) - \frac{1}{4} (P-17) = 9$$

$$P - 5 - P + 17 = 36$$

$$\leftarrow \frac{P-5}{9} - \frac{P-17}{5} = 9$$

$$5(P-5) - 9(P-17) = 36 \cdot 45$$

معادلة القطع

$$1 = \frac{P-5}{9} + \frac{P-17}{5}$$

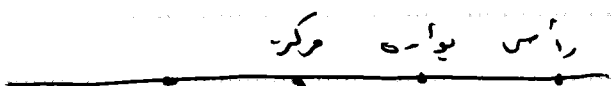
$$1 = \frac{5(P-5) + 9(P-17)}{45}$$

سؤال 15

أوجد معادلة القطع الناقص الذي

رأساه (3-6) و (13-6) و بؤرتاه (4-6) و (14-6)

رأس بؤرة مركز



مقطع ناقص بين (3-6) و (13-6)

$$1 = \frac{(x-6)}{5} + \frac{(x-9)}{9}$$

المركز = منتصف الرؤس بين (3-6) و (13-6)

$$= (6-6) =$$

$$0 = P \leftarrow 8 - 13 = P$$

$$8 = P \leftarrow 8 - 10 = P$$

$$\leftarrow \frac{P-8}{9} - \frac{P-10}{5} = 17$$

$$3 = P \leftarrow 9 = P$$

المعادلة

$$1 = \frac{(x+8)}{9} + \frac{(x-3)}{5}$$

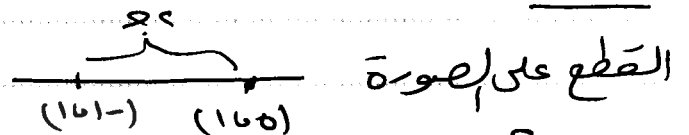
سؤال 16

جد معادلة القطع الناقص الذي محوره

الاصفر يابوي 8 و بؤرتيه

(5-1) و (1-1)

الحل



$$1 = \frac{(x-5)}{9} + \frac{(x-1)}{5}$$

محوره الاصفر 8 = 1 و 1 = 1

$$17 = P$$

$$3 = P \leftarrow 6 = 1 - 0 = P$$

قطع ناقص سيني معادلته

$$1 = \frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-10)^2}{25}$$

المركز $(5, 10) = (10, 0)$

$1 = 1 - 1 = 0$

$$1 = \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-10)^2}{25}$$

بمركز النقطة $(10, 0)$

$$0 = 1 \leftarrow 1 = \frac{(x-1)^2}{9} + 0$$

$1 = 0 \leftarrow 1 \pm 0 = 0$

$0 = 9 \leftarrow 0 - 9 = 9$
 $0 = 9 \leftarrow 1 - 9 = 1$

معادلته $1 = \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{9}$

الاختلاف المركزي $\frac{1}{3} = \frac{9}{9} = 1$

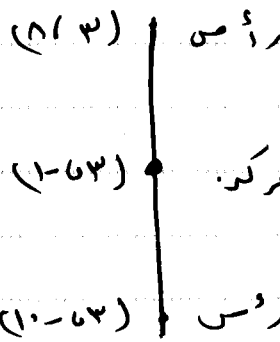
مثال (١٦)

جد معادلة القطع الناقص الذي رؤساه $(10, 6)$ و $(16, 3)$ واختلافه المركزي $(\frac{2}{3})$

الحل

قطع ناقص صادي معادلته هي

$$1 = \frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-10)^2}{25}$$



المركز $(10, 6) = (\frac{10+16}{2}, \frac{6+3}{2})$

$9 = 1 - 8 = 9$

$18 = 8, 3 \leftarrow \frac{9}{3} = \frac{9}{9} \leftarrow \frac{9}{3} = \frac{9}{9}$

$7 = 9 \leftarrow$

$25 = 36 - 11 = 25$
 $\frac{25}{25} = 1$

المعادلة $1 = \frac{(x+5)^2}{81} + \frac{(y-3)^2}{25}$

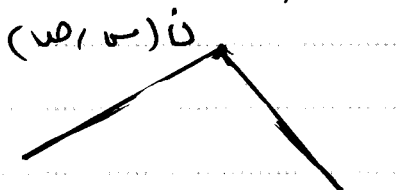
مثال (١٧)

قطع مخروطي اختلافة المركزي هو ١ وبؤرتاه تقعان في النقطتين $(-1, 1)$ و $(1, 1)$ ويمر بنقطة الاصل جد معادلة القطع واختلافه المركزي



الحل

من تعريف لقطع ناقص



$١٠ = ٢c = ٢(٥ - ٣) = ٤$

$١ = ٢a - ٢c = ٢(٥) - ٤ = ٦$

$٢٥ = ٢b^2 + ٤ = ٢b^2 + ٤$

$٩ = ٢b^2 - ٤ = ٢b^2 - ٤$

$٢٥ - ٩ = ٢b^2 - ٤ - ٢b^2 + ٤ = ٠$

$١٦ = ٢b^2$

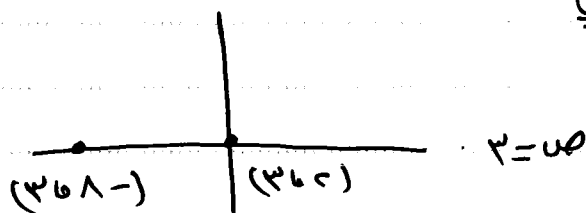
المركز يتوسط البؤرتين $(٥, ٠) = م$

$١ = \frac{٢٥}{١٦} + \frac{٣}{٢٥}$

١٨

جد معادلة لقطع ناقص الذي
اختلفه المركزي يابوي ٦ و يمر
بالنقطة $(٣٦, ٨)$ ومركزه يقع
على مستقيم $٣ = ٥$ وبؤرتاه
تقعان على مستقيم $٣ = ٥$ ؟

الحل



قطع ناقص سيني $٣ = ٥$

$١ = \frac{(٣٦-٥)^2}{٢٥} + \frac{(٨-٥)^2}{٢٦}$

المركز $(٣٦, ٥)$ والنقطة $(٣٦, ٨)$

الرأس $١٠ = ٢a - ٢c = ٢(٨) - ٢(٥) = ٦$

$٦ = ٢a - ٢c = ٢(٨) - ٢(٥) = ٦$

$٢٥ = ٢b^2 + ٤ = ٢b^2 + ٤$

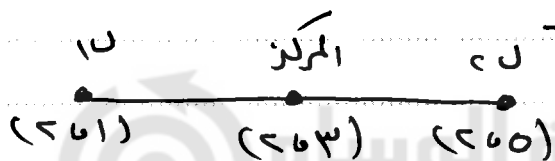
$٨ = ٢b^2 - ٤ = ٢b^2 - ٤$

معادلته $١ = \frac{(٣٦-٥)^2}{٢٥} + \frac{(٨-٥)^2}{١٠}$

مسألة ٢٠

او جد معادلة لقطع ناقص الذي مركزه
 $(٢٥, ٣)$ وبؤرتاه $(٢٥, ٥)$ و $(٢٥, ١)$
وطول محوره الأكبر ٦ أحسب
البعد البؤري .

الحل



القطع على الصورة

$١ = \frac{(٢٥-٥)^2}{٢٥} + \frac{(٣-١)^2}{٢٦}$

يتبع

١٩

إذا كان $١٠ = ٢a - ٢c = ٢(٥) - ٢(٥) = ٠$
والنقطة $(٣٦, ٨)$ تتحرك حيث
ان $١٠ = ٢a - ٢c = ٢(٥) - ٢(٥) = ٠$
معادلة المحل الهندسي للنقطة ن

$$\begin{aligned} & \frac{P}{4} = \frac{P}{4} \leftarrow P < P < P < P \\ & \frac{P}{2} = P \leftarrow P \text{ محور في } \textcircled{1} \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \\ & \frac{P}{4} = P \leftarrow P = P \frac{P}{4} - P \end{aligned}$$

معادلته

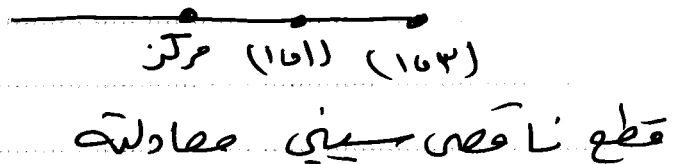
$$1 = \frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{36}$$

$$\begin{aligned} & c = 6 \leftarrow e = 1 - 6 = -5 \\ & e = 5 \leftarrow \\ & \text{محور الأكبر} = 6 \times 7 = 42 \\ & P = 6 \\ & 144 = P \leftarrow 12 = 2 \times 6 = P \leftarrow \\ & 12 - 144 = 2 \leftarrow 12 - 144 = 132 \\ & 12 = 2 \\ & \text{المعادلة} = \frac{(x-4)^2}{12} + \frac{(y+3)^2}{144} \\ & 1 = \frac{(x-4)^2}{12} + \frac{(y+3)^2}{144} \end{aligned}$$

سؤال ٢١

قطع مخروطي اختلافه المركزي $(\frac{2}{3})$ واحد رأسيه (163) وليؤارة القريبة من هذا الرأس هي (151) حد معادلته ؟

الحل



$$1 = \frac{(x-163)^2}{c^2} + \frac{(y-151)^2}{c^2}$$

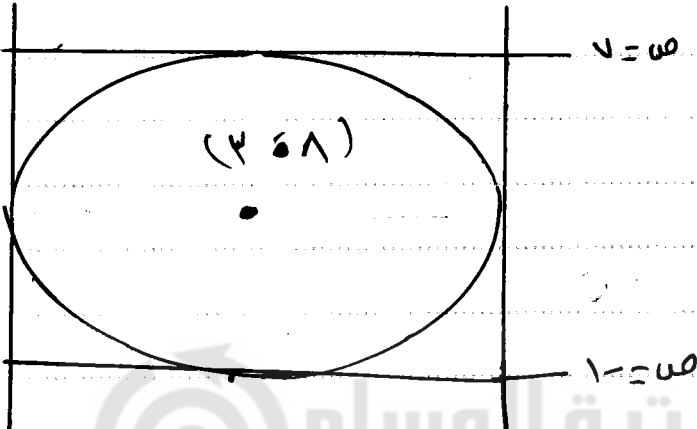
بعد الرأس عن ليؤارة القريبة

$$P - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{1} \quad c = P - 2$$

سؤال ٢٢

حد معادلة لقطع ناقص اندي لحي للآن عن تقاطع $s = 3$ و $s = 13$ و $s = 1$ و $s = 11$



المركز $(\frac{v+1}{2}, \frac{s+13}{2}) = (\frac{11+1}{2}, \frac{3+13}{2}) = (6, 8)$

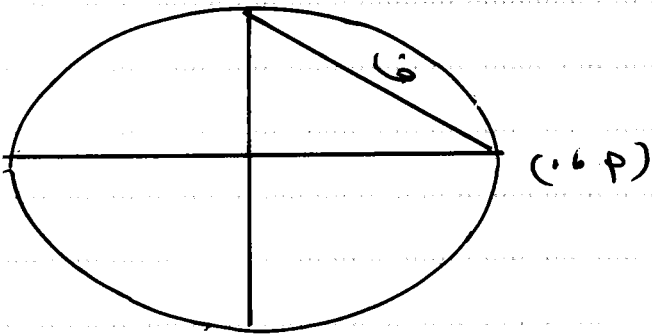
طول المحور الأكبر $10 = 13 - 3 = 10$

$$P < P < P < P \leftarrow 0 = P \leftarrow 10 = P <$$

سؤال (٤٤)

إذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الأكبر والاصغر فما قيمة الاختلاف المركزي

(٠٦٠)



$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

$$2a^2 - c^2 = 4b^2 \Rightarrow 4a^2 - \frac{a^2}{4} = 4b^2 \Rightarrow \frac{15a^2}{4} = 4b^2 \Rightarrow \frac{15a^2}{16} = b^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{15}a}{4} = b$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$2c = \frac{1}{2} \cdot 2a \Rightarrow c = \frac{a}{2}$$

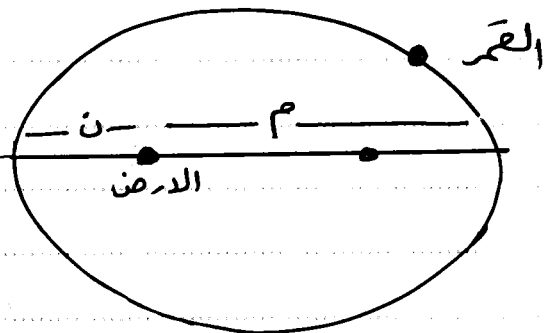
$$2a^2 - c^2 = 4b^2 \Rightarrow 4a^2 - \frac{a^2}{4} = 4b^2 \Rightarrow \frac{15a^2}{4} = 4b^2 \Rightarrow \frac{15a^2}{16} = b^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{15}a}{4} = b$$

قطوع ناقص بيني معاولته

$$1 = \frac{(3-4c^2)}{16} + \frac{(1-c^2)}{16}$$

سؤال (٤٣) سؤال ١١ الكتاب ص ٣٥٩

يدور القمر حول الارض في مدار على شكل قطع ناقص حيث تقع الارض في إحدى بؤرتي المدار. انظر الشكل المجاور، فإذا كانت أطول مسافة بين الارض والقمر تساوي (م) كم وأقصر مسافة بينهما (ن) كم فابينة ان الاختلاف المركزي لهذا القطع ناقص يساوي $\frac{m-n}{m+n}$



الحل

$$\frac{m+n}{2} = P \Rightarrow P = \frac{m+n}{2}$$

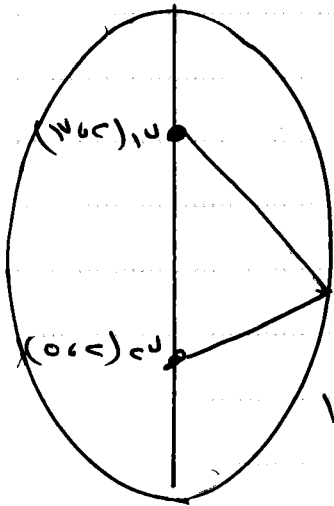
$$\frac{m-n}{2} = Q \Rightarrow Q = \frac{m-n}{2}$$

$$e = \frac{Q}{P} = \frac{\frac{m-n}{2}}{\frac{m+n}{2}} = \frac{m-n}{m+n}$$

$$e = \frac{m-n}{m+n}$$

مسألة ٢٧

اوجد معادلة القطع لناقص الذي
بؤرتاه $U(1760), V(560)$
وفيه محيط 36 و U, V على
محيط و نقطة على القطع



اكل
من شكل القطع
صادي

$$1 = \frac{(U-V)^2}{c^2} + \frac{(P-U)^2}{a^2}$$

المركز متوسط البؤرتين

$$C = \left(\frac{1760+560}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = (1160)$$

$$2c = 1760 - 560 = 1200 \Rightarrow c = 600$$

$$36 = 2a$$

$$2c + 2a = 1200 + 36 = 1236$$

$$1200 = 2c \Rightarrow 1200 + 2a = 1236$$

$$164 = 2a \Rightarrow a = 82$$

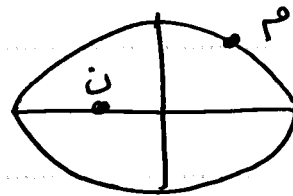
$$c^2 - a^2 = b^2 \Rightarrow 600^2 - 82^2 = b^2$$

$$b^2 = 358760$$

$$1 = \frac{(x-1160)^2}{358760} + \frac{(y-0)^2}{6724}$$

مسألة ٢٥

م م ن نقطتان ماديتان ، النقطة
م تدور على شكل قطع ناقص بحيث
النقطة ن هي احدى بؤرتي هذا
القطع فاذا كان طول المحور الأكبر
ياوي (١٠) والاختلاف المركزي
٣ و
اوجد
١ اقصر مسافة بين النقطتين م م
٢ اطول مسافة بين النقطتين م م



الحل

$$10 = 2a \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{e}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow e = 3$$

$$10 = 2a \Rightarrow 10 = 2 \cdot 5$$

$$10 - 5 = 5 - 3 = 2 \Rightarrow b^2 = 20$$

$$2 + 3 = 5 \Rightarrow \text{اقصر مسافة}$$

$$10 + 5 = 15 \Rightarrow \text{اطول مسافة}$$

$$10 = 2a$$

مثال ٢٧

تتحرك النقطة واس، ص في المستوى الديكارتي بحيث ان $s = 5 + 3$ حاه $c = 4 + 2$ صباه صبت ه : زاوية متغيرة
جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة و (س، ص) و عدد نوعه؟

الحل

$$s = 5 + 3 \text{ حاه}$$

$$\text{حاه} = \frac{s-5}{3} \text{ بالذبيع حاه} = \frac{(s-5)}{3}$$

$$c = 4 + 2 \text{ صباه} \Rightarrow c - 4 = \frac{(s-5)}{2}$$

$$\text{صباه} = \frac{(s-5)}{2} + 4 = \frac{(s-5) + 8}{2} = \frac{(s+3)}{2}$$

$$1 = \frac{(s-5)}{3} + \frac{(s+3)}{2}$$

قطع ناقص صاهي

الحل

$$s = 5 + 3 \text{ (صبان - جان)}$$

$$\frac{s}{3} = \text{صبان} - \text{جان}$$

$$\frac{s}{3} = \text{صبان} - c \text{ جان صبان} + \text{جان}$$

$$1 = c - \text{جان صبان} \text{ -- (1)}$$

$$\frac{ص}{2} = \text{صبان} + \text{جان بالذبيع}$$

$$\frac{ص}{2} = \text{صبان} + c \text{ جان صبان} + \text{جان}$$

$$\frac{ص}{2} = 1 + c \text{ جان} \text{ -- (2)}$$

(1) + (2)

$$c = \frac{ص}{2} + \frac{ص}{2} \text{ بالقبض على (2)}$$

$$1 = \frac{ص}{2} + \frac{ص}{2}$$

مثال ٢٨

اذا كانت معادلة لك $s = 5 + 3$ حاه $c = 4 + 2$ صباه تمثل معادلة قطع ناقص سيني ثابت ان

$$1 = \frac{s}{3} + \frac{c}{2}$$

الحل

نقبض المعادلة على ٦ ←

مثال ٢٩

تتحرك النقطة واس، ص في المستوى الديكارتي بحيث ان $s = 5 + 3$ حاه $c = 4 + 2$ صبان + جان ثابت ان المعادلة الديكارتي لهذا المحل هي قطع ناقص

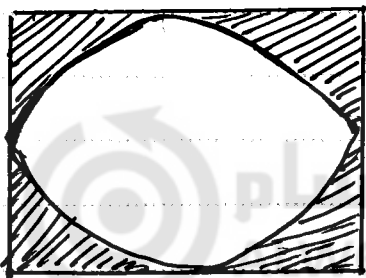
طول الجـو- الأكبر $100 = P_c$
 $500 = P \leftarrow 0 = P \leftarrow$
 $400 = U \leftarrow 0 = U$
 نعوض P و U في معادله
 $1 = \frac{U}{400} + \frac{U}{500}$

التفقه (١٠٠، ١٠٠) تفقه
 $1 = \frac{U}{400} + \frac{100}{500} \leftarrow$

$\frac{U}{400} = \frac{3}{20} \leftarrow U = 60$
 $3 \times 400 = 20 \times U = 8000$

$384 = U \leftarrow$
 $U = \sqrt{384} = 19.6$

سؤال (٣)
 الشكل المجاور يمثل رسم قطع ناقص داخل مستطيل بمساحة المنطقة المظلمة.



الحل:
 القطع على 6
 صورة:
 $1 = \frac{U}{6} + \frac{U}{10}$

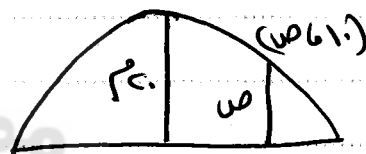
من الشكل $10 = P_c \leftarrow 0 = P \leftarrow$
 $3 = U \leftarrow 6 = U_c$

المساحة = مساحة المستطيل - مساحة القطع
 $76.44 = 10 \times 10 - 23.56$

$1 = \frac{U}{6} + \frac{U}{10}$
 $1 = \frac{U}{6} + \frac{U}{10}$
 $10 = 5U + 3U \leftarrow 10 = 8U \leftarrow U = 1.25$
 $10 = P_c \leftarrow 0 = P \leftarrow$
 $U = 6 \leftarrow 0 = U$
 $U = P + U_c \leftarrow$
 $U = 6 \leftarrow 0 = U$

سؤال (٣)

جبر مقوس على شكل نصف قطع ناقص طول قاعدته الأفقيه 10 م واقصى ارتفاع له هو 3 م أوحد ارتفاع الجبر على بعد 1 م عن مركز القاعدة



الجبر على شكل قطع ناقص معادلته
 $1 = \frac{U}{6} + \frac{U}{10}$

سؤال ٣٣

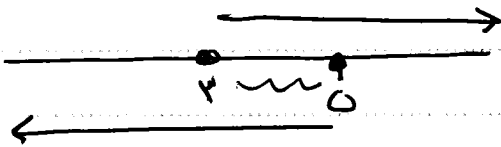
إذا كانت $\frac{c}{e} = \frac{c}{l-5} + \frac{c}{3-l}$
 فأوجد قيمه c و l التي تجعل
 المعادلة تمثل قطعاً ناقصاً

ملاحظته هامة

- يجب ان يكون معامل $c < 0$
- ومعامل $e < 0$ في معادلة القطع الناقص

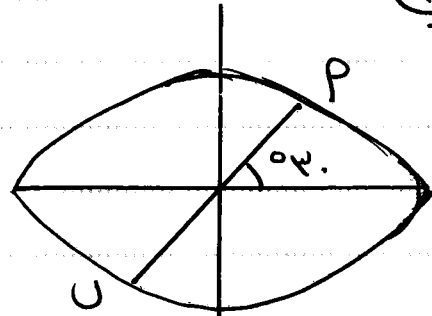
الحل

$$\begin{aligned} l-5 < 0 & \quad 3-l < 0 \\ l < 5 & \quad l < 3 \end{aligned}$$



$$l \in (3, 5)$$

سؤال ٣٤



الشكل الجاهز
 مثل قطع
 ناقص
 معادلته

$$c = \frac{c}{3} + \frac{c}{3} = \frac{2c}{3}$$

حيث طول OP

الحل

$$\frac{1}{3} = \frac{c}{3} = \frac{c}{2a} = \frac{c}{2 \times 3} = \frac{c}{6}$$

معادلة OP

$$c = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

بالتعويض

في المعادلة

$$c = \frac{c}{3} + \frac{c}{3} = \frac{2c}{3}$$

$$c = \frac{c}{3} + \frac{c}{3} = \frac{2c}{3}$$

$$4 = c \Rightarrow c = 4$$

$$3 \pm 1 = 4$$

$$3 \pm 1 = 4 \Rightarrow 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$$(3, 5) \cup (3, 5)$$

$$\sqrt{(3+3)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$



سؤال (٣٤)

$$1 = \frac{ص}{٢} + \frac{س}{٢}$$

قطوع ناقص معادلته

اثبت انه في هذا القطع يكون البعد بين - أسيه ياي ضعف البعد بين بؤرتيه

الحل

$$ص = ٢ - س$$

$$\frac{ص}{٢} = \frac{٢ - س}{٢} = ١ - \frac{س}{٢}$$

$$ص = ٢ - س$$

البعد بين البؤرتين

$$٢ - س = ٢ - س$$

$$٢ - س = ٢ - س$$

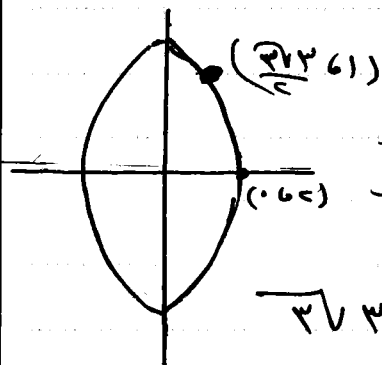


مكتبة الوسام
ALWESAM

المعلم : ناجح الجمزاوي

ورقة عمل القطع الناقص

السؤال الأول



⊙ طول المحور الأكبر

للقطع الناقص في

الشكل المجاور

(أ) ٣ (ب) ٦

(ج) ٤ (د) ٨

⊙ الاختلاف المركزي للقطع

ع $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ هو يساوي

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{5}$

⊙ ما الاختلاف المركزي لقطع ناقص

البعد بين بؤرتيه يادي طول

محوره الاصغر

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$

⊙ حدد نصف قطر الدائرة التي ماعتها

تاوي ضامه لقطع الناقص $a = 4$ و $c = 3$

(أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ٤

⊙ قيمه k التي تجعل المعادله

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{k} = 1$ ناقصاً يادي

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ١٥

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ١٥

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ١٥

⊙ قطع مخروطي معادلته $1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}$

فان مجموع طولي محوريه الاصغر

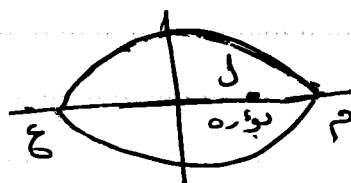
والأكبر تاوي

(أ) ٨ (ب) ٢٤ (ج) ٢٥ (د) ١٦

⊙ في لقطع ناقص المجاور اذا كانت

النسبه $l : e$ ل

تاوي ٣ : ١



فان الاختلاف

المركزي لهذا القطع

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{5}$

⊙ لتكن L و S و $e = \frac{3}{4}$ معادله

قطع ناقص مركزه نقطه الاصل واهدي

بؤرتيه $(0, 6)$ حدد قيمه k

(أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ١٥

⊙ قطع ناقص معادلته

$1 = \frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16}$ فان

طول محوره الأكبر يادي

(أ) ٦ (ب) ٩ (ج) ٤ (د) ٨

١٥ الاختلاف المركزي للقطع الناقص

الذي معادلته $16x^2 + 25y^2 = 400$
 (أ) $\frac{9}{25}$ (ب) $\frac{6}{5}$ (ج) $\frac{17}{25}$ (د) $\frac{4}{5}$

١٦ في الشكل المجاور يكون طول محيط U بـ $U = 20$

(أ) 8 (ب) 6 (ج) 10 (د) 16

١٧ عميل الشكل المجاور معنى قطع ناقص بؤرتاه U و M ما هي أطوال أضلاع المثلث UMN

(أ) 2 (ب) 4 (ج) 3 (د) 5 (هـ) 6

١٨ ما الاختلاف المركزي للقطع ناقص الذي معادلته $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36}$

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{4}{3}$

١٩ المعادلة $1 = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$

له 2 عميل معادلة قطع له 2 زائد سيني (أ) زائد صادي (ب) ناقص صادي (ج) ناقص سيني (د) ناقص صادي

٢٠ معادلة لقطع ناقص الذي مركزه نقطة الاصل والمسافة بين بؤرتيه

الواقعتين على محور السينات تساوي 6 ومسافات 7 والفروق بين طولَي محوريه وهدنا طول

(أ) $1 = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25}$
 (ب) $1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}$
 (ج) $1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}$
 (د) $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}$

٢١ احداثيات الرأسين للقطع الناقص الذي معادلته $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}$

(أ) $(\pm 6, \frac{1}{3})$ (ب) $(\pm 3, \frac{1}{6})$
 (ج) $(\pm 6, \frac{1}{6})$ (د) $(\pm 3, \frac{1}{3})$

٢٢ عندما يقترب الاختلاف المركزي في القطع الناقص من الصفر فان لقطع ناقص يتصرف من

(أ) قطع مسطحة (ب) نقطة (ج) قطع مكافئ (د) دائرة

السؤال الثاني

① قطع ناقص يتحرك في لبؤرة مع القطع المكافئ الذي صادلته $صا = صا$ ، اذا كانت انسيبه بين طولي محوريه كنسبة $١ : ٤$ فما طول محوره الأكبر

⑤ قطع ناقص صادلته $صا = صا + صا$ العبد بين بؤرتيه ياوي لبعد بين بؤرة القطع المكافئ $صا = صا$ ودليله جد صي $صا$ لاصب لاصع

⑥ قطع ناقص صادلته

$$صا = \frac{صا}{٤} + \frac{صا}{٤} = ١$$

⑤ وتصل خاصته (٤٤) وهذه مربعه اضلاعه تمد لقطع ناقص الذي مركزه نقطة لاصل جد صامة القطع

ان في هذا القطع يكون لبعد بين رأسيه ياوي ضعف لبعد بين بؤرتيه

⑦ قطع ناقص يقطع من محور

السيات جزءاً طولها ثلث ما لقطع من محور لصادات ولقطع المتقيم $صا = صا + صا = ٨$ عند نقطة التي احدايها $(صا = ١)$ جد صادلته

③ جد صادلته القطع لناقص الذي اهدى بؤرتاه هي بؤرة القطع المكافئ الذي يقطع لتيقيم $صا = ١$ ولقطع جزءاً صا مقدار (٨) وصادات وان لتيقمة $(صا = ٨)$ تقع على صحن القطع لناقص والتي تبعد عن بؤرتيه ببعدين هما ٦ و ٤

⑧ جد صادلته القطع لناقص الذي

صامة لثقل الرباعي الذي تاكل رؤوس محوره الأكبر وطرفي المحو الاصغر (٦٠) وهذه مربعه وصادات لثقل الرباعي الذي ياكل طرفي المحو الاصغر مع البؤرتين (٤٨) وهذه مربعه علماً ان اهدى بؤرتيه لتيقن للمحو لافقي ومركزه نقطة لاصل

$$صا = صا + صا = صا$$

④ معادلتى قطعين مكافئين جد صادلته قطع ناقص اهدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الأول ويمر ببؤرة القطع المكافئ الثاني

٩) جد معادلة القَطْعِ الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وأحد رأسيه بؤرة القَطْعِ المكافئ $هـ = ٤$ ، $س = ٣$ والنسبة بين طول محوره اصغر الى بعد بين بؤرتيه كنبه $٤ : ٣$

١٠) اوجد الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي فيه البعد بين بؤرتيه ياي نصف البعد بين طرفي محوريه الاصغر والأكبر

١١) جد معادلة القَطْعِ الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدي بؤرتيه بؤرة القَطْعِ المكافئ $هـ = ٤$ ، $س = ٣$ والذي يسد دليله لقطع المكافئ $هـ = ٤$ ، $س = ٣$

١٢) جد معادلة القَطْعِ الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ومحوريه مربعي طولي محوريه ياي (٦٠) وأحد بؤرتيه بؤرة القَطْعِ المكافئ الذي معادلته $هـ = ٤$ ، $س = ٣$ حاصيته كل من ٤ ، ٣

١٣) اذا كانت $هـ = ٤$ ، $س = ٣$ ل معادلة قَطْعِ ناقص بؤرتاه على محور السينات ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $س = ٧$ مع المحور لصادي عمما بان حاصيته

١٤) جد معادلة القَطْعِ الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه نقطتا تقاطع الخط $س = ٣$ + $هـ = ٣$ مع محور لصادات ويمس دليل القَطْعِ المكافئ $هـ = ٤$ ، $س = ٣$

١٥) جد معادلة القَطْعِ الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $س = ٣$ + $هـ = ٣$ مع محور السينات وحاصيته $هـ = ٤$ ، $س = ٣$

١٦) اذا كانت $هـ = ٤$ ، $س = ٣$ ل معادلة قَطْعِ ناقص بؤرتاه على محور السينات ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $س = ٧$ مع المحور لصادي عمما بان حاصيته

حلول ورقة عمل القطع الناقص

السؤال الأول

① $0 = P$ $0 = P$

$3 = u$ $9 = u$

$16 = 7 + 1 = u + P$

⑤

② $\frac{1}{4} = \frac{u}{8}$

$\frac{1}{4} = \frac{P+u}{P+u}$

$P+u = P+u$
 $P+u = P+u$
 $P+u = P+u$

⑤ $\frac{1}{4} = \frac{u}{8} = \frac{P}{8}$

③ $1 = \frac{u}{9} + \frac{u}{9}$

بؤرتة () المركز ()

$4 = P$ $9 = P$
 $4 = u$ $9 = u$

$u = P$ $u = P$

$u = P$ $u = P$

⑤

④ $2 = P$ $16 = P$

⑤ $8 = P$

⑥ معادلته $\frac{1}{4} + \frac{u}{9} = 1$

$1 = \frac{u}{9} + \frac{1}{4}$

$1 = \frac{u}{9} + \frac{1}{4}$

$9P = 9u + P$ $1 = \frac{u}{9} + \frac{1}{4}$

$7 = \frac{u}{9} = P$ $u = 9P = 63$

⑤

$7 = P$

⑦ $u - 9 = u$

$u = u + 9$

$1 = \frac{u}{9} + \frac{1}{4}$

$u = 9$ $u = 9$
 $u = 9$ $u = 9$

$u = 9$ $u = 9$

$u = 9$ $u = 9$

$u = 9$ $u = 9$

⑤

(١٠)

$$c^2 = u^2 \quad c^2 = p^2$$

$$c^2 = c^2 - c^2 = u^2 - p^2 = a^2$$

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} \quad \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{a} \quad \frac{c}{a} = \frac{a}{a}$$

(١١)

(٢)

$$u = p \quad uc = pc$$

$$c - p = a$$

$$c - p = a$$

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{a}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{a}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{a}$$

(١٢)

(١٣)

$$1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2}$$

تعويض ا هـ لليم ل هـ = ٥

$$1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{5^2}$$

قطع ناقص

$$1 = \frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2}{5^2}$$

(١٤)

(١٥)

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$9 = p^2 \quad 1 = \frac{c^2}{1} + \frac{c^2}{9}$$

$$r = p$$

$$u = 1 \quad 1 = u$$

$$r = up \quad r = up$$

(١٦)

(١٧)

$$r = p \quad r = pc$$

$$1 = u - p \quad c = uc - pc$$

$$1 + u = p$$

$$u - pc = a$$

$$u - (1 + u) = a$$

$$\frac{u}{1 + u + c} =$$

$$2 = u \quad 1 = uc$$

$$0 = p$$

$$1 = \frac{c^2}{17} + \frac{c^2}{9}$$

(١٨)

(١٩)

$$1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2}$$

$$1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2}$$

$$\frac{1 - x^2}{1 - e^2} = \frac{1 - x^2}{1 - e^2}$$

$$\frac{1 - x^2}{1 - e^2} = \frac{1 - x^2}{1 - e^2}$$

$$1 + 1 = 1$$

(٢٠)

المؤال الثاني

① $ص١٢ = ص١٢$

$٣ = ٥$ $١٢ = ٥٤$

البؤبة = ٥ - (٠, ٣) ومركزها = ٥ - ١

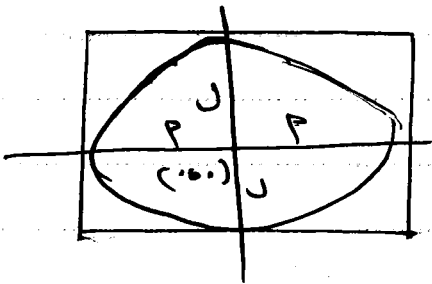
$٥٤ = ٣٢$ $\frac{٢}{١} = \frac{٣٢}{٥٤}$
 $\boxed{٥٢ = ٣}$

$ص١٢ - ص١٢ = ٤$

$ص١٣ = ص١٢ - ص١٤ = ٩$

$ص١٣ = ٣$ $ص١٣ = ٣$

طول محور الأكبر = ٣



②

مساحة المستطيل = $٥٤ \times ٣ = ١٦٢$

$٦ = ٥٢ = ٣٤ = ٥٤$

مساحة القطع = $\pi \times ٥٢$

$\pi \times ٦ =$

⑬ $١ = ص١٢ + ص١٢$

$١ = \frac{ص١٢}{١} + \frac{ص١٢}{٤}$

$\frac{١}{٤} = ٣$ $\frac{١}{٤} = ٣$

نلاحظ

⑭ الرأسين $(٠, \pm \frac{١}{٤})$

⑮ دائرة

⑮ $٤٠٠ = ص١٦ + ص١٦$

$١ = \frac{ص١٦}{٤٠٠} + \frac{ص١٦}{٤٠٠}$

$١ = \frac{ص١٦}{١٦} + \frac{ص١٦}{٢٥}$

$٤ = ٥$ $٥ = ٣$

$٩ = ١٦ - ٢٥ = ٣$

⑯ $\frac{٣}{٥} = ٣$ $٣ = ٥$

⑰ $١٦ = ٦ + ١ = ٣٢ + ٣٢$

⑱

⑱ المحيط = ٣٤

$١٠ = ٣$

⑲

المحيط = ٤٠



قطع ناقص صادي

$$3 = p$$

$$1 = \frac{u^2}{p} + \frac{v^2}{c}$$

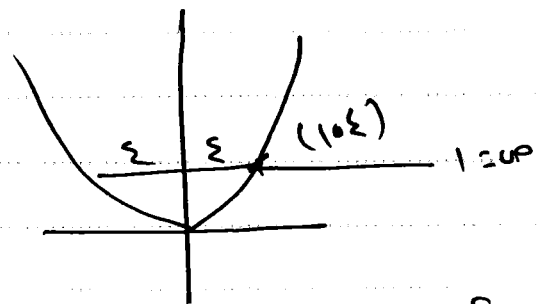
عبر بالنقطة (0, 6)

$$6 = u \quad 1 = 0 + \frac{36}{c}$$

$$c - p = u^2$$

$$13 = p \quad 4 - p = 9$$

$$1 = \frac{u^2}{13} + \frac{v^2}{4}$$



$$c = 4 \quad p = 3 \quad u = 0 \quad v = 6 \quad (0, 6)$$

$$16 = 4 \quad 4 = 16$$

البؤرة (3, 0)

ع = 0 للناقص

$$10 = 7 + 3 = p \cdot c$$

$$0 = p$$

$$c - p = u^2$$

$$9 = u \quad c - 9 = 16$$

ناقص صادي

$$1 = \frac{u^2}{9} + \frac{v^2}{c}$$

⊙ $u = 3 \quad v = 4$

$$3 = p \quad 4 = 3 \cdot c$$

$$12 = p \quad 12 = 3 \cdot c$$

$$c = 4 \quad p = 12$$

$$1 = \frac{u^2}{12} + \frac{v^2}{4}$$

$$4 = u \quad 1 = \frac{16}{12}$$

$$c - p = u^2$$

$$c - 12 = 16$$

$$c = 28 \quad p = 12$$

$$12 = 12 \cdot 1 \quad 12 = 12 \cdot 1$$

$$12 = 12 \cdot 1 = 12$$

⊙ $u = 3 \quad v = 4$

$$3 = p \quad 4 = 3 \cdot c$$

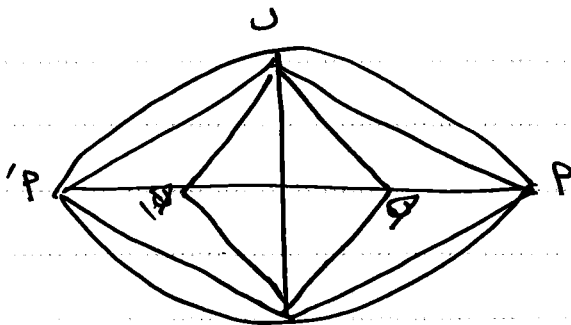
بؤرة (3, 0)

$$c = 4 \quad p = 12$$

بؤرة (3, 0)

بؤرة ناقص (3, 0)

عبر بالنقطة (0, 6)



(١)

مساحة المثلث لكل UPP' $= UP'U$
 \times مساحة المثلثين (UPU')

$U \times P \times \frac{1}{2} \times P'$

$U \times P = 2 \times U$

مساحة المثلث UPU' $= UP'U$

\times مساحة $\Delta UPU'$

$U \times P \times \frac{1}{2} \times P'$

$U \times P = 2 \times U$

$\frac{U \times P}{2} = U$

$UP = 2U$

$\frac{U \times P}{2} = P$

$U - P = U$

$U - \left(\frac{U \times P}{2}\right) = \left(\frac{U \times P}{2}\right)$

$U - \left(\frac{U \times P}{2}\right) = \left(\frac{U \times P}{2}\right)$

$U - \frac{U \times P}{2} = \frac{U \times P}{2}$

$U = \frac{U \times P}{2} + \frac{U \times P}{2}$

$U = U \times P$

$\frac{U \times P}{2} = \frac{U \times P}{2}$
 $\frac{U \times P}{2} = \frac{U \times P}{2}$
 $\frac{U \times P}{2} = \frac{U \times P}{2}$

نريد اثبات ان

$PE = (PC) \times PC = PC^2$

$PC = P$

$1 = \frac{PC}{P} + \frac{PC}{P}$

$P \times \frac{1}{2} = P \times \frac{1}{2} - P = P$

$PC = P$

(٢) $U \times P = P$

$1 = \frac{PC}{P} + \frac{PC}{P}$
 (٣٥١)

$1 = \frac{P}{P} + \frac{P}{P}$

$1 = \frac{P}{P} + \frac{P}{P}$

$1 = P$

$1 = P$

$1 = P$

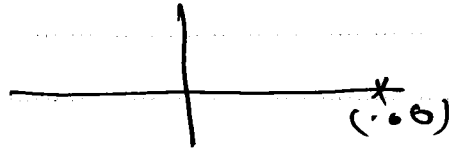
$1 = P$

$1 = P$

$1 = \frac{PC}{P} + \frac{PC}{P}$

$$\begin{aligned} 16 &= 4\sqrt{16} \\ 16 &= 4\sqrt{4} \\ 16 &= 4\sqrt{2} \\ 16 &= 4\sqrt{1} \end{aligned}$$

④ $ص = 0 = 0$
 $0 = 0 = 0$
 الرأس للنقطة (0,0)



$$\begin{aligned} 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

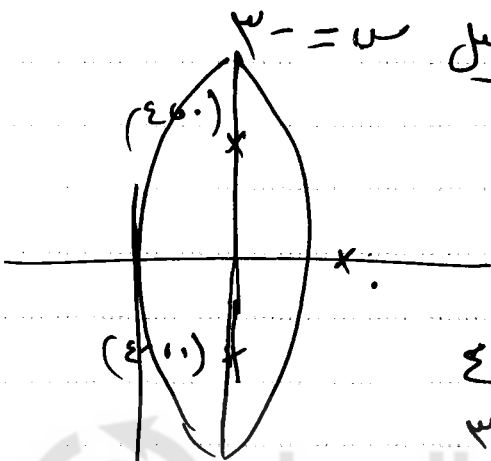
⑪ نقطة التقاطع مع المحاور

$$16 = 4\sqrt{16} = 4 \times 4 = 16$$

المحور السيني (4,0) والمحور الينسي (0,4)

$$3 = 0 = 0$$

الدليل $3 = 0 = 0$



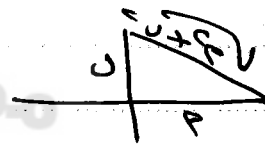
$$\begin{aligned} 4 &= 0 \\ 4 &= 0 \\ 4 &= 0 \\ 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$1 = \frac{0}{4} + \frac{0}{4}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$16 = \frac{0 \times 16}{0} = 0$$

$$1 = \frac{0}{4} + \frac{0}{4}$$



$$\begin{aligned} 1 &= 0 \\ 1 &= 0 \\ 1 &= 0 \\ 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$L = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$1 = \frac{\sqrt{3}}{L} + \frac{\sqrt{2}}{L}$$

$$1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$L = \sqrt{3} \quad \sqrt{3} = \frac{L}{2}$$

$$L = \sqrt{2} \quad \sqrt{2} = \frac{L}{2}$$

$$L = \sqrt{2} \quad L = \sqrt{2}$$

(12) عند $s = 1$ بالستقيم

$$c = 1$$

$$s = 6 \quad (0.67)$$

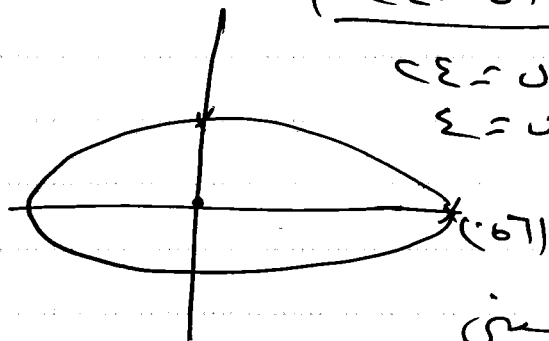
النقطة (0.67) يمر بها لقطع ناقص
 \therefore هي الرأس $P = 6$

$$P = 6 = \frac{c}{e}$$

$$c = 6e$$

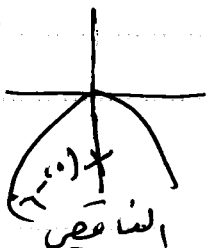
$$c = 6e$$

$$e = 1$$



(14) $s = -c - e$

صادق
 لداخل $s = -c - e$
 $s = -6$



بؤرت $(6, -6) =$
 صادق

$$c = -12$$

$$-c = 12$$

$$s = 6$$

مستقيم

الرئيس $s = 6$

$$s = 6$$

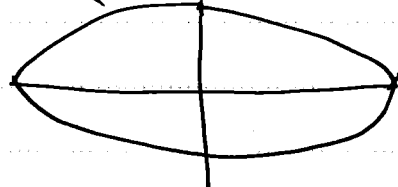
$$9 - P = 6 \quad c = -12$$

$$1 = \frac{c}{e} + \frac{s}{a} \quad e = 2$$

(13) نقطة تقاطع $s = c + e = 12$

مع البؤرت $s = 12$

$$c = 12 \quad (12, 0)$$



$$c = 12$$

$$P = 12 = \frac{c}{e}$$

$$c = 12e$$

$$c = 12$$

$$70 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} \quad (10)$$

$$70 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1}$$

$$\textcircled{1} \quad \boxed{10 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1}}$$

$$\binom{4}{0} = 1 \quad \binom{4}{1} = 4$$

$$\binom{4}{2} = 6 \quad \binom{4}{3} = 4$$

$$\binom{4}{4} = 1$$

$$\binom{4}{0} + \binom{4}{1} = 5$$

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} = 10$$

$$\boxed{7 = \binom{4}{1} + \binom{4}{2}}$$

$$36 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$

$$1 = \frac{\binom{4}{0}}{36} + \frac{\binom{4}{1}}{36} + \frac{\binom{4}{2}}{36} + \frac{\binom{4}{3}}{36} + \frac{\binom{4}{4}}{36}$$

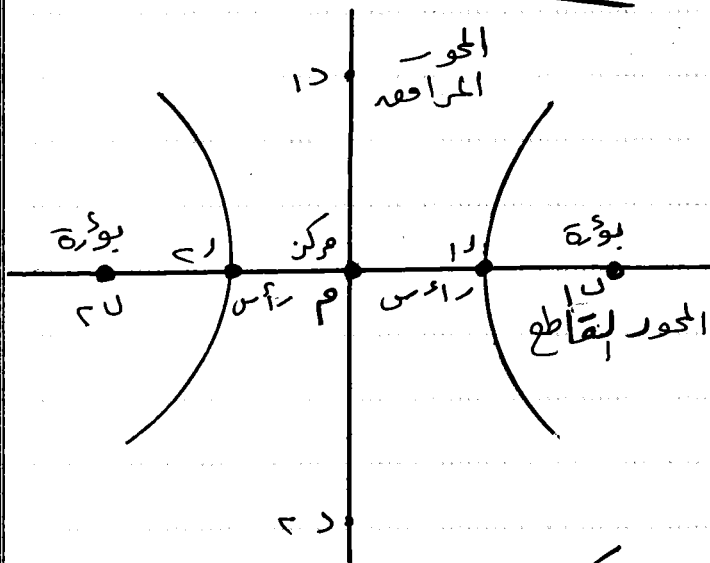
$$1 = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36}$$

$$36 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1$$

$$7 = \frac{1}{1} = 1 \quad 7 = \frac{4}{1}$$

القطع الزائد

عناصر القطع الزائد



١. المركز م
٢. البؤرتان F_1, F_2
٣. $2a$ طرفا المحور المرافق
٤. $2a$ رأسا القطع الزائد
٥. القطع استقيم $2c$ المحور لقطع
٦. $2b$ المحور المرافق
٧. a بعد المركز عن الرأس
٨. c بعد المركز عن طرف المحور المرافق
٩. b بعد المركز عن البؤرة
١٠. طول محور المرافقه $= 2b$
- طول المحور لقطع $= 2a$
- البعد البؤري $= 2c$

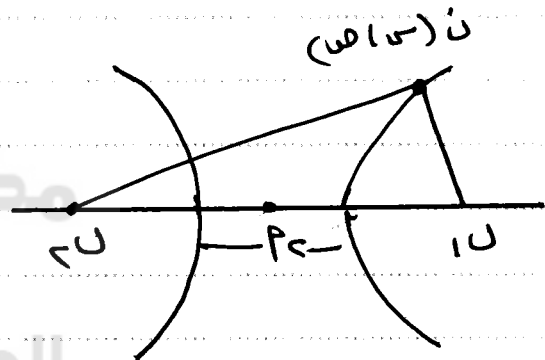
القطع الزائد

هو المحل الهندسي لمجموعة لنقطه المستويين (α, β) التي تتحرك حيث يكون لفرقه المطلقه لبعديها عن نقطتين ثابتتين F_1, F_2 هو $2a$.

$2a$: طول المحور لقطع
و النقطتين الثابتتين (البؤرتين)

ويعرف ان

$$|n_1 - n_2| = 2a$$



١ مع P ليداعماً

٣) P هي مقام لوجيب

٤) إشارة S ، V مختلفه

٥) اذا كانت P تحت S
الرسمه اقصيه سيبي

٦) اذا كانت P تحت V
الرسمه محوريه صادي

٧) معامل S = معامل V = ١

٨) المركز يتوسط الرأسين
والبؤرتين والطرفين

٩) معادله المحور المقاطع متساكن
المحور المرافق

١١. $P < S$

١٢. لا يوجد علاقته بين P ، S

١٣. الاختلاف المركزي $e = \frac{S}{P}$
 $0 < e$

١٤. بعد الرأس عن البؤره القريبه
 $P - S$

بعد الرأس عن البؤره البعيده
 $P + S$

١٥. $S + P = 2A$

ملاحظه هامه

يختر بين القطع الزائد اسيبي
عن لصادي من خلال لإشارة
الموجبه

١) اذا كانت لوجيب مع لبيان
موقوف سيبي

٢) اذا كانت إشارة الموجب
مع لصادات مزو

قطع صادي
 P مع لوجيب داغماً

حالات القطع الزائد

المركز (د هـ)

$$= \sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2}$$

$$+ \sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2} \pm 2\sqrt{(h-u)(d-s)}$$

ونفك الأقواس ونبسط لمعادلة

$$\sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2} \pm 2\sqrt{(h-u)(d-s)} = (d-s)h + \sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2}$$

ونربيع الطرفين واخراج حدود كحواصل مشتركة

$$\sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2} = (d-s)h + \sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2}$$

ونقسمه طرفي لمعادلة هي

$$1 = \frac{\sqrt{(h-u)^2}}{\sqrt{(d-s)^2}} + \frac{\sqrt{(d-s)^2}}{\sqrt{(d-s)^2}}$$

$$\sqrt{u} - \sqrt{d} = \sqrt{u} + \sqrt{d} = \sqrt{d}$$

⇐

$$1 = \frac{\sqrt{(h-u)^2}}{\sqrt{u}} - \frac{\sqrt{(d-s)^2}}{\sqrt{d}}$$

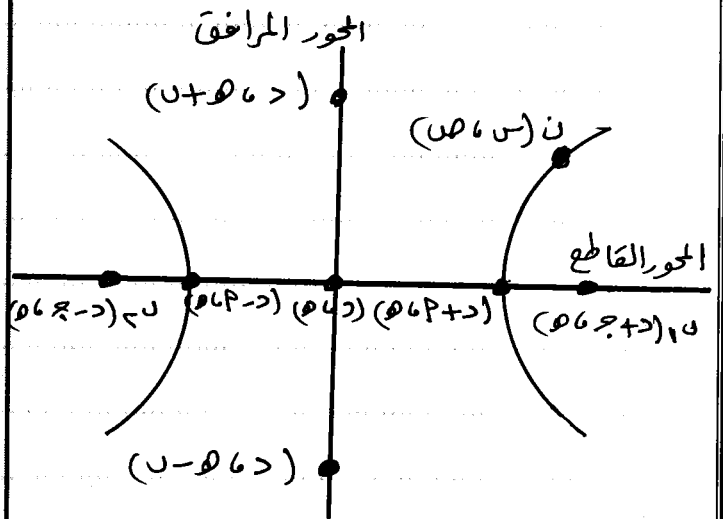
معادلة لقطع الزائد أسيني

الإشارة على الاسم

معادلة المحور لقاطع $h = u$

معادلة المحور لرافعه $s = d$

① إذا كان محور القاطع يوازي محور السينات "سيني"



البرهان

من تعريف القطع الزائد ⇐

$$P < = |N_1 - N_2|$$

$$\sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d+s)^2} -$$

$$P < \pm = \sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2} -$$

$$\sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d+s)^2} -$$

$$\sqrt{(h-u)^2} + \sqrt{(d-s)^2} + P < \pm =$$

ونربيع الطرفين

سؤال 1

جد عناصر القطع الزائد

$$1 = \frac{c^2}{16} - \frac{c^2}{9}$$

الحل

المركز (١, ٥)

$$0 = p \leftarrow c = 5$$

$$2 = u \leftarrow 16 = c^2$$

$$2a = 16 + 9 = c^2 + p^2 = 25$$

$$\frac{2a}{2} = 5$$

طول المحور - مرافقه = $a = 5$

طول المحور - لقاطع = $b = 4$

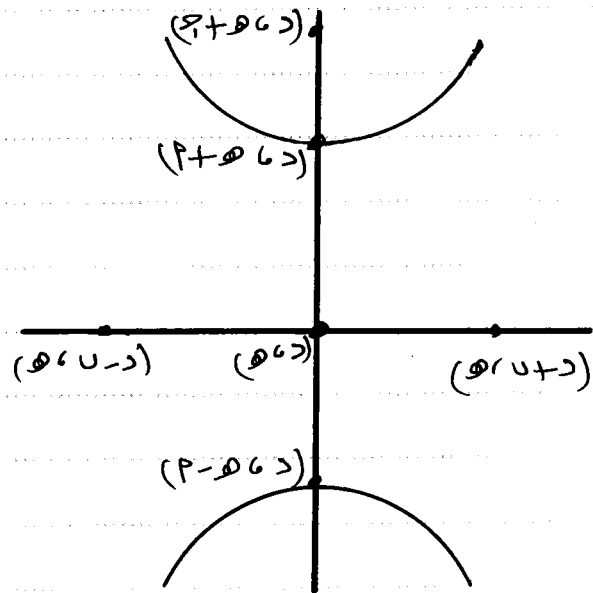
البعد البؤري = $c = 5$

الاختلاف المركزي = $\frac{c}{a} = \frac{5}{5} = 1$

البؤريتان (٥ ± ١, ٥)

الرأسان (٥ ± ٥, ٥)

5) إذا كان محوره لقاطع يوازي محور الصادات (صادي)



المعادلة

$$1 = \frac{(y-5)^2}{9} - \frac{(x-0)^2}{16}$$

معادلة المحور لقاطع $y = 5$

معادلة محور المرافق $y = 10$

ملاحظة هامة جداً

الصورة العامة للقطع الزائد

$$p = \frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{c^2 + b^2}{a^2}$$

حيث $p > 1$

سؤال ٤

جد عناصر القطع

$$س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$$

الحل

بما ان $س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$ مختلفه في الاشارة \therefore قطع زائد

ترتيب $س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$ بالقسمة على $س - ٤$

$$١ + \frac{س^٢ - ٤س}{س - ٤} = ٠$$

$$١ = ٢$$

$$٢ = ٥$$

$$٥ = ٤ + ١ = ٢ + ٣ = ٥$$

$$\sqrt{٥} = ٢$$

قطع صادي

المركز (٠, ٠)

البؤرتان (٥, ٠) و (٠, ٥)

الرأسان (١, ٠) و (٠, ١)

طول المحور - لقطع = $٢ = ٢$

المحور - لرافعه = $٤ = ٥$

البعد البؤري = $٢ = ٤$

الاختلاف المركزي = $\frac{٥}{٢} = \frac{٣}{٢}$

معادلة المحور - لقطع $س = ١$

المحور - لرافعه $س = ٥$

سؤال ٣

جد عناصر القطع الزائد

$$\frac{١}{٤} = \frac{س^٢ - (١ - ٥)س}{١}$$

الحل

ترتيب المعادلة بالقرب في ٤

$$١ = \frac{س^٢ - (١ - ٥)س}{٤}$$

سببي

المركز (١, ٠)

$$٢ = ٢ \leftarrow ٤ = ٢$$

$$\sqrt{٥} = ٥ \leftarrow ٥ = ٥$$

$$٩ = ٥ + ٤ = ٢ + ٣ = ٥$$

$$٣ = ٤$$

البؤرتان (١, ٣) و (١, ٥)

الرأسان (١, ٠) و (١, ٤)

طول المحور - لقطع = $٤ = ٤$

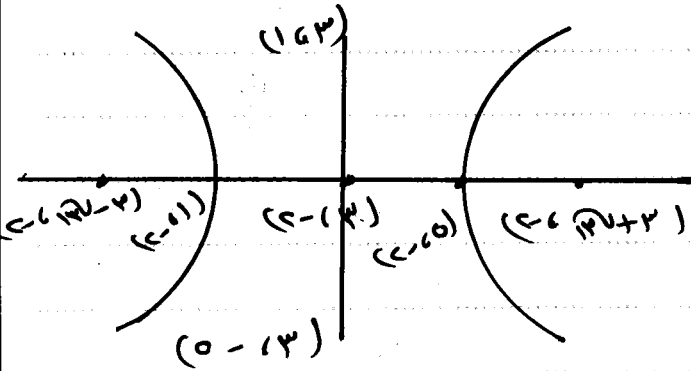
طول المحور - لرافعه = $\sqrt{٥} = ٥$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢} = \frac{٥}{٢}$$

معادلة المحور - لقطع $س = ١$

المراخفه $س = ٥$

الاختلاف المركزي = $\frac{p}{a} = \frac{13}{9}$



سؤال ٤

جد عناصر القطع لزاوية

$$1 = \frac{(3-s)^2}{36} - \frac{(4+sp)^2}{36}$$

الحل

ترتب المعادلة

$$1 = \frac{(3-s)^2}{36} - \frac{(4+sp)^2}{36}$$

$$1 = \frac{(3-s)^2}{4} - \frac{(4+sp)^2}{9}$$

سبني اخصي

المركز (3, -5)

$c = p \leftarrow e = 9$

$3 = u \leftarrow a = 9$

$13 = 9 + 4 = c + p = c$

$13 = c$

البؤرتان (3, 13) و (-5, 13)

الرؤسان (3, -5) و (-5, -5)

صوّل محو - المقاطع = 4

المحو - المرافعة = 6

سؤال ٥

جد عناصر القطع لزاوية

مصادلة

$13 = c - e = 13 - 4 + 5 = 14$

الحل

$13 = c - e = 13 - 4 + 5 = 14$

$13 = (1 + 5) - (4 + sp)$

$13 - 14 + 0 =$

$13 = (1 + 5) - (4 + sp)$

بالضرب على 4

$$1 = \frac{(1+5)^2}{4} - \frac{(4+sp)^2}{14}$$

المركز (1, -5)

$c = p \leftarrow e = 4$

$13 = u \leftarrow a = 14$

$16 = 14 + 2 = c + p = c$

$16 = c$

سؤال ٦

جد معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل واهداثيات طرفي المحور المرافقه (٠، ٦±٦) وطول محوره القاطع ١٦ وحدة

الحل

القطع على الصورة

$$1 = \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2}$$

المركز (٠، ٠) تبسيط الطرفان

طول المحور القاطع $2a = 16$

$$8 = a \leftarrow 8 = a \leftarrow 64 = a^2$$

طول المحور المرافقه $2b = 12$

$$6 = b \leftarrow 36 = b^2$$

$$1 = \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36}$$

سؤال ٧

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (٠، ٧±٥) وطول محوره القاطع يساوي ٨

المركز (٠، ٠) القطع صهبر

$$1 = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

$$v = p$$

$$e = p \leftarrow a = pc$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$33 = 16 - e^2 = c^2$$

$$1 = \frac{c^2}{33} - \frac{y^2}{16}$$

سؤال ٨

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (٠، ٦±٤) وسيقاطعه مع محو- اسيات عند $s = 3$ و $s = -3$

الحل

الرأسين (٠، ٦) و (٠، -٦) قطع زائد سيني مركزه (٠، ٠)

$$1 = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

$$e = p \leftarrow c = p$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$12 = c^2 \leftarrow c = \sqrt{12}$$

$$16 = a^2 + 4 = b^2$$

$$1 = \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4}$$

سؤال 10

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (10,0) ويمر بالنقطة (3,1) وطول محوره المرافق يساوي 3. $\sqrt{3}$ ؟

الحل

صناك حالتان محتملة ان يكون قطع زائد سيني أو صهادي اولاً قطع زائد سيني

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{س}{3}$$

$$3\sqrt{3} = 3 \leftarrow 3\sqrt{3} = 3$$

بمرالنقطة (3,1) تحققة معادلتك

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{3}{3} \leftarrow 1 = \frac{ص}{9} - 1$$

$$2 = \frac{ص}{9} \leftarrow 18 = ص$$

$$معادلتك هي $\frac{ص}{18} - \frac{س}{3} = 1$$$

ثانياً قطع زائد صهادي

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{س}{3} \leftarrow 3\sqrt{3} = 3$$

نحوين (3,1)

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{3}{3} \leftarrow 1 = \frac{ص}{9} - 1$$

$$2 = \frac{ص}{9} \leftarrow 18 = ص$$

سؤال 9

جد معادلة القطع الزائد الذي محوره المقاطع هو محور الصادات ومركزه (0,6) وطول محوريه 6. $\sqrt{3}$ ؟

الحل

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{س}{3}$$

وهي انه لا شرط على P وبتنوعه حالتان

الحالة الأولى

$$P = 3 \leftarrow 3 = P \leftarrow 9 = 9$$

$$3 = P \leftarrow 3 = P \leftarrow 9 = 9$$

$$محوره المرافق هو $3\sqrt{3} = 3$$$

$$0 = 3$$

$$30 = 3$$

$$المعادلة هي $\frac{ص}{9} - \frac{س}{3} = 1$$$

الحالة الثانية

$$محوره المقاطع $3\sqrt{3} = 3$$$

$$30 = 3 \leftarrow 0 = 3$$

$$محوره المرافق هو $3\sqrt{3} = 3$$$

$$3 = 3 \leftarrow 3 = 3 \leftarrow 9 = 9$$

المعادلة

$$1 = \frac{ص}{9} - \frac{س}{3}$$

الحل

قطع زائد سيني معادلته

$$1 = \frac{(س-د)^2}{٩٢} - \frac{(ص-هـ)^2}{٩٠}$$

المركز منتصف الرأسين

$$(٢٥٢) = (٢٤ + \frac{٤}{٢})$$

$$٢ = ٢ \leftarrow ٢ - ٤ = ٢$$

$$٣ = ٣ \leftarrow ٢ - ٥ = ٢$$

$$٢٥ + ٤ = ٢٩ \leftarrow ٢٥ + ٢ = ٢٧$$

$$٥ = ٢٥$$

معادلته هي

$$1 = \frac{(٢-س)^2}{٤} - \frac{(ص-٢)^2}{٥}$$

سؤال ١٤

جد معادلة قطع زائد بؤرتاه

(٧±٦٠) ويتقاطع مع محور

الصادات عند ص=٥±٥

الحل

القطع على الصورة

$$1 = \frac{(ص-هـ)^2}{٩٢} + \frac{(س-د)^2}{٩٠}$$

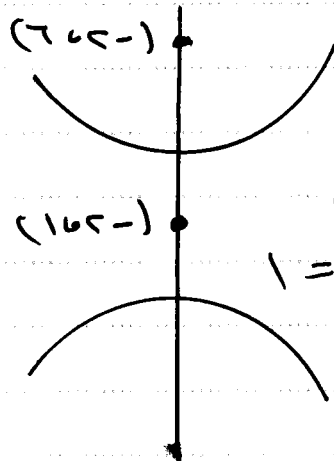
$$\leftarrow ٩٠$$

سؤال ١١

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه
(١٦٢) واهدي بؤرتيه (٦٦٢)
وطول محوره المرافق ٦ وحدات

الحل

القطع على الصورة



$$1 = \frac{(ص-هـ)^2}{٩٢} - \frac{(س-د)^2}{٩٠}$$

المركز (١٦٢)

محوره المرافق ٦ = ٥٢ - ٣ = ٥

$$٩ = ٢٥$$

$$٢٥ = ٢٥ \leftarrow ٥ = ١ - ٦ = ٢$$

$$٩ + ٢ = ٢٥ \leftarrow ٢٥ + ٢ = ٢٧$$

$$١٦ = ٢ \leftarrow$$

$$المعادلة هي \frac{(٢-ص)^2}{١٦} - \frac{(س+٢)^2}{٩} = 1$$

سؤال ١٤

جد معادلة القطع الزائد بؤرتاه

(٢٦١) و (٢٥٥) ورأساه

(٢٦٤) و (٢٦٠)

$$\begin{aligned} \varepsilon - &= \frac{\rho_0}{4} - \rho \leftarrow \\ \tau = \rho &\Leftrightarrow \varepsilon - = \rho \frac{\rho}{4} - \\ \varepsilon + \rho &= \rho \leftarrow \\ 1. &= \varepsilon + \tau = \\ \sqrt{0} + 3\tau &= 1. \leftarrow \sqrt{0} + \rho = \rho \\ 8 = 0 &\leftarrow \tau \varepsilon = \sqrt{0} \leftarrow \\ 1 &= \frac{\rho(3-0)}{4} - \frac{\rho(3-0)}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1\varepsilon &= \sqrt{0} - \sqrt{0} = \rho \\ \varepsilon 9 &= \rho \leftarrow \sqrt{0} = \rho \leftarrow \\ 0 = \rho &\leftarrow 1. = 0 - 0 = \rho \\ \rho_0 &= \rho \\ \sqrt{0} + \rho_0 &= \varepsilon 9 \leftarrow \sqrt{0} + \rho = \rho \\ \rho \varepsilon &= \sqrt{0} \leftarrow \\ \text{المعادلة ص} & \\ 1 &= \frac{\rho_0}{\rho \varepsilon} + \frac{\rho_0}{\rho_0} \end{aligned}$$

مثال (14)

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بالنقطة (36c) واحد بؤرتيه (06c)

الحل

$$1 = \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{\rho_0}{\rho}$$

يمر بالنقطة (36c) ←

$$1 = \frac{9}{\rho} - \frac{\varepsilon}{\rho}$$

$$\textcircled{1} \dots \rho_0 = \rho_0 - \rho_0 \varepsilon$$

$$\rho = \rho \quad \rho_0 + \rho = \rho_0$$

$$\rho - \varepsilon = \rho \leftarrow \rho_0 + \rho = \rho_0$$

تبعوياً في ①

$$(\rho - \varepsilon)\rho = \rho_0 - (\rho_0 - \varepsilon)\varepsilon$$

$$\varepsilon\rho - \rho\varepsilon = \rho_0 - \rho_0 - \varepsilon^2$$

$$\varepsilon\rho - \rho\varepsilon = 17 + \rho_0 \quad \rho - \varepsilon = \rho_0$$

مثال (13)

جد معادلة القطع الزائد الذي محوره المرافقه صوان للبيات ومركزه (36c) واختلافه المركزي $\frac{5}{4}$ وتبعد الرأس عن بؤره اقربيه ساوي ٤ ؟

الحل

المحور القاطع يوازي محور الصادات ← قطع صادي

$$1 = \frac{\rho_0(\rho - \rho_0)}{\rho} + \frac{\rho_0(\rho - \rho_0)}{\rho}$$

المركز (36c)

$$\textcircled{1} \leftarrow \rho_0 = \rho_0 \leftarrow \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

$$\varepsilon + \rho = \rho \leftarrow \varepsilon = \rho - \rho$$

$$\varepsilon + \rho = \frac{\rho_0}{\rho} \leftarrow$$

$$\begin{aligned} \text{المركز} &= \left(\frac{1+1}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = (1, 3) \\ 3 &= 3 \leftarrow 1 - 0 = 1 - 0 = 1 \\ 3 &= 3 \text{ لكن } 3 = 3 + 0 \\ 3 &= 3 \leftarrow 1 + 2 = 3 \\ 0 &= 0 \leftarrow \\ \text{مصادره} &= \frac{(1-3)}{0} - \frac{(1-3)}{4} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (1-3)(17-3) \\ 3 &= 3 \text{ سهل لأن } 3 < 3 \\ 1 &= 3 \\ 3 &= 1 - 4 = 3 - 4 = 3 \\ \text{المصادره} &= \frac{3}{1} - \frac{3}{4} = 1 \end{aligned}$$

حل آخر

من خلال تعريف القطع الزائد ونظرية فيثاغورس.

سؤال ١٦

مقطع مخروطي بؤرتاه (٢٥٢) و (٨٦٢) إذا كان البعد بين احد رأسيه والبؤرة القريبة يادي (١) حد مصادره ؟

الحل

هنا من الممكن ان يكون القطع المخروطي قطع ناقص أو قطع زائد

١) إذا كان قطع ناقص يكون

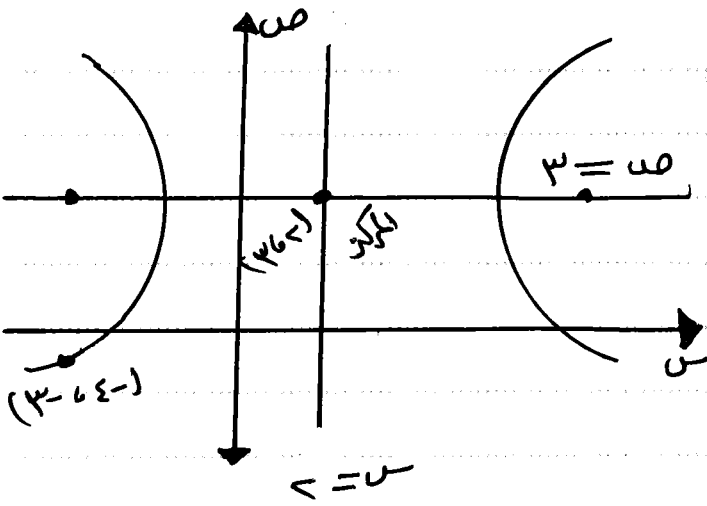
$$\begin{aligned} \text{صادي} &= \frac{(1-3) + (3-8)}{2} = \frac{-2-5}{2} = -\frac{7}{2} \\ \text{بؤره} &= (٨٦٢) \\ \text{مركز} &= (٥٦٢) \\ \text{المركز} &= \left(\frac{٨٦٢+٥٦٢}{2}, \frac{٢٥٢+٨٦٢}{2} \right) = (٦٦٢, ٥٥٧) \\ \text{بؤره} &= (٢٦٢) \\ \text{بُعد الرأس عن البؤره القريبة} &= 1 \\ 1 &= 3 - 2 \leftarrow 1 = 3 - 2 \\ 1 &= 3 \leftarrow 2 = 3 \end{aligned}$$

سؤال ١٥

جد المحل الهندسي لمحورة لقطع (٥٥١) التي تتحرك بحيث ان الفرق المطلق لبعديها عن النقطتين (٥٥١) و (١٠٦١) يادي ٤ وحدات

الحل

$$\begin{aligned} \text{من تعريف القطع الزائد المحل الهندسي هنا قطع زائد بؤرتيه (٥٥١) و (١٠٦١) وطوله محورة المقاطع} \\ 3 < 2 = 3 \leftarrow 2 = 3 \\ \text{القطع صادي} &= \frac{(3-10) - (3-5)}{2} = \frac{-7-(-2)}{2} = -\frac{5}{2} \\ \text{المركز يتوسط البؤرتين} &= \left(\frac{٥٥١+١٠٦١}{2}, \frac{٥٥١+١٠٦١}{2} \right) = (٨٠٦, ٨٠٦) \end{aligned}$$



قطع الزائد سيني

$$1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} - \frac{c^2 - b^2}{b^2}$$

مركزه (3, 0) ← $1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} - \frac{c^2 - b^2}{b^2}$

① -- $\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2}$ تحقق معادلته

$$1 = \frac{4}{9} - \frac{4}{9}$$

② ... $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2}$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ وبالطرف

③ $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

المعادلة $1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} - \frac{c^2 - b^2}{b^2}$

ج $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$
 $\sqrt{b^2 - a^2} = c - a$ ← $\sqrt{b^2 - a^2} = c - a$
 معادلته $1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} + \frac{c^2 - b^2}{b^2}$

④ اذا كان قطع زائد

معادلته $1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} - \frac{c^2 - b^2}{b^2}$

المركز (0, 0)

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

بعد الرأس عن البؤرة القريبة $1 =$

$1 = c - a$ ← $1 = c - a$

$c = a + 1$

$c^2 - a^2 = b^2 - a^2$ ← $c^2 - a^2 = b^2 - a^2$

$\sqrt{b^2 - a^2} = c - a$ ← $\sqrt{b^2 - a^2} = c - a$
معادلته

$1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} - \frac{c^2 - b^2}{b^2}$

سؤال 17

جد معادلة القطع الزائد الذي
 اختلافه المركزي يساوي $\frac{c^2}{a^2}$
 ويمر بالنقطة (-3, 4) ومركزه
 يقع على استقيم $c = 5$ وبؤرته
 تقعان على استقيم $c = 3$

سؤال ١٩

إذا كان محور المرافق للقطع الزائد
 $س٢ - ص٢ = ١$ طول يوهدين
 من محور الأصغر للقطع الناقص
 $١ = \frac{س٢}{١٦} + \frac{ص٢}{٤٩}$ فما قيمة ل؟

الحل

في القطع الزائد

$$س٢ = ل \iff ل = ١٦$$

∴ طول محور المرافق = ل = ١٦

في القطع الناقص

$$س٢ = ١٦ \iff ل = ٤$$

طول محور الأصغر = ل = ٨

لكن طول محور المرافق للزائد
 أطول يوهدين من محور الأصغر
 في الناقص

$$١٦ + ٨ = ٢٤$$

$$٢٤ = ل \iff ل = ١٠$$

$$٢٥ = ل \iff ل = ٢٥$$

سؤال ١٨

معادلة قطع زائد اختلافه المركزي
 ياي ٢، و يورنا ٦، و يورنا ٦، و يورنا ٦
 يورنا القطع الناقص الذي وصلته
 $١ = \frac{س٢}{٩} + \frac{ص٢}{٢٥}$

الحل

من القطع الناقص
 افقى (سيني)

$$س٢ = ٢٥ \iff ل = ٢٥$$

$$ص٢ = ٩ \iff ل = ٩$$

$$١٦ = ٩ - ٢٥ = س٢ - ص٢ = ٤ - ٥$$

المركز (١، ٥) يورنا للقطع

الناقص لها (١، ٥) و (١، ٥)

وهما أيضًا يورنا القطع الزائد

$$٤ = س٢ \iff ل = ٤$$

$$١٦ = س٢$$

$$٢٥ = س٢ \iff ل = ٢٥$$

$$٢ = س٢$$

$$س٢ + س٢ = ٤ \iff ل = ٤$$

$$١٦ = س٢ + ٤ \iff ل = ١٢$$

معادلة القطع الزائد

$$١ = \frac{س٢}{١٢} - \frac{ص٢}{٤}$$

مسألة ٢٠

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه رأس القطع المكافئ، $s = 3 - 4p$ وطول محوره القاطع = 16 وطول محوره المرافق = 8 .

الحل

القطع المكافئ $s = 3 - 4p$ له رأس على $s = 6$ ، مركز القطع الزائد =

محوره القاطع $2c = 16$

$c = 8$

محوره المرافق $2b = 8 \Rightarrow b = 4$
 توجد حالتان

① $1 = \frac{(s-6)^2}{c^2} - \frac{p^2}{b^2}$

$1 = \frac{(s-6)^2}{16} - \frac{p^2}{16}$ سيني

② $1 = \frac{(s-6)^2}{16} - \frac{p^2}{64}$ صادي

مسألة ٢١

قطع مخروطي مصادلته هي

$s + 4p = \frac{4}{s-4p}$ جد اختلافه المركزي .

الحل

$s = (s+4p)(s-4p)$

$s^2 = s^2 - 16p^2$

$0 = -16p^2 \Rightarrow p = 0$ بالقياس على s

$\frac{s^2}{4} - \frac{p^2}{1} = 1$ قطع زائد سيني

$c = 2 \leftarrow e = 2$

$b = 1 \leftarrow a = 1$

$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow 1 = 4 - 1 = 3$

$1 = 3$ ←

$\frac{1}{3} = \frac{a}{b} = \frac{1}{1}$

سؤال ٢٣

إذا كان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي $\frac{c_p}{c_u} + \frac{c_{vd}}{c_u} = 1$

هو h_1 والاختلاف المركزي للقطع المخروطي

$$\frac{c_p}{c_u} - \frac{c_{vd}}{c_u} = 1 \text{ هو } h_2$$

بين ان $c = (h_1) + (h_2)$

الحل

$$\frac{c_u - c_p v}{p} = \frac{p}{p} = 1 \text{ هو } h_1$$

$$\frac{c_u - c_p}{c_p} = (h_1) \iff$$

$$\frac{c_u + c_p v}{p} = \frac{p}{p} = c \text{ زاوية } h_2$$

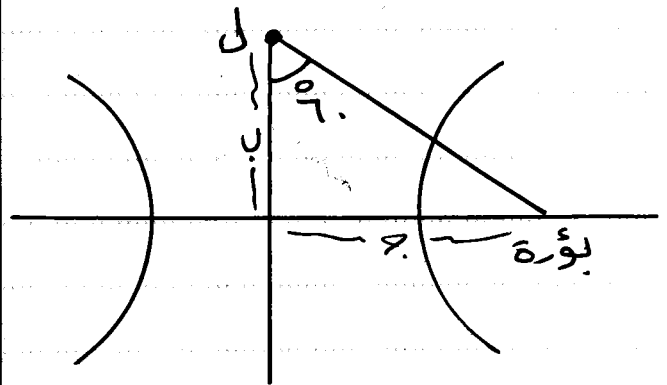
$$\frac{c_u + c_p}{p} = (h_2) \iff$$

$$\frac{c_u + c_p}{c_p} + \frac{c_u - c_p}{c_p} = c + c$$

$$c = \frac{c_p c}{c_p} = c$$

سؤال ٢٤

الشكل مجاور يمثل قطع زائد حيث النقطه L تمثل طرف المحور المرافق بعد اختلاف المركزي



الحل

$$\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{p}{c-u} = \sqrt{3} \iff p = \sqrt{3}(c-u) \text{ --- ①}$$

$$\iff c + p = c_u$$

$$\iff c + \sqrt{3}(c-u) = c_u$$

$$\iff c + \sqrt{3}c - \sqrt{3}u = c_u$$

$$\iff c(1 + \sqrt{3}) = c_u + \sqrt{3}u$$

$$\iff c = \frac{c_u + \sqrt{3}u}{1 + \sqrt{3}}$$

$$h = \frac{p}{c} = \frac{\sqrt{3}(c-u)}{c} = \frac{\sqrt{3}(c_u - \sqrt{3}u)}{c_u + \sqrt{3}u}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}c_u}{c_u + \sqrt{3}u}$$

$$1 = \frac{صد}{لء} - \frac{صء}{لء} = \text{قطع زائد صادي}$$

$$ل = ص \quad لء = پ \quad صء = پ + ل \quad لء + ل = صء$$

$$\sqrt{لء + ل} = ص$$

$$\frac{لء + ل}{لء} = \frac{صء}{لء} \quad \frac{\sqrt{لء + ل}}{ل} = \frac{ص}{ل}$$

$$\frac{لء + ل}{لء} = \frac{1}{ص}$$

$$\frac{1}{صء} + \frac{1}{لء}$$

$$\frac{لء}{لء + لء} + \frac{لء}{لء + لء} =$$

$$1 = \frac{لء + لء}{لء + لء}$$

مسألة ٤٥

تتحرك النقطة ن (س، ص) حيث أن
 س = ٣ لمان ٦ ص = ٥ قان
 كتب معادلة لها ونوعها

الحل

$$س = ٣ لمان \leftarrow لمان = \frac{س}{٣}$$

$$لمان = \frac{ص}{٥}$$

$$ص = ٥ لمان \leftarrow لمان = \frac{ص}{٥} = \frac{ص}{٥} \times \frac{٣}{٣}$$

مسألة ٤٤) نزل الكتاب من
 اسئلة الوحدة

اذا كان هـ ١، ٦ هـ ٢ يمثلان لإختلافين
 المركبة بين اللقطعين المخروطيين

$$1 = \frac{صء}{لء} - \frac{صء}{لء}$$

$$1 = \frac{صء}{لء} - \frac{صء}{لء}$$

فأثبت ان $1 = \frac{1}{هـ١} + \frac{1}{هـ٢}$

الحل

$$1 = \frac{صء}{لء} - \frac{صء}{لء} = \text{قطع سيني}$$

$$ل = ص \quad لء = پ \quad صء = پ + ل \quad لء + ل = صء$$

$$\sqrt{لء + ل} = ص$$

$$\frac{\sqrt{لء + ل}}{ل} = \frac{ص}{ل} = 1$$

$$\frac{لء + ل}{لء} = \frac{صء}{لء}$$

$$\frac{ل}{لء} = \frac{1}{صء}$$

فلا حفظه هاوية

المعادلة تمثل قطع زائد

① معامل s^2 ، معامل sd مختلفين
في الإشارة
معامل s^2 لا معامل sd > .

② سيني

معامل s^2 < . ، معامل sd > .

③ صادي

معامل s^2 > . ، معامل sd < .

مسألة ٤٧

جد قيمة الثابت (ل) التي تجعل
معادلة $s^2 - (l+5)s + l$ تمثل
قطع زائد

الحل

بالقسمة على ل

$$s^2 - (l+5)s + l = 1$$

عبارة معامل s^2 < . فان معامل sd > .

$$-(l+5) > 0 \iff l < -5$$

$$l < -5 \iff l \in (-\infty, -5)$$

$$قأن = \frac{sd}{c}$$

$$\text{كن قأن} - \text{ظأن} = 1$$

$$1 = \frac{sd}{c} - \frac{sd}{a}$$

قطع زائد صادي

مسألة ٤٦

س = قتان ، ص = ل + ظتان
جد معادلة المنحنى للنقطة المتحركة
(س، ص)

الحل

$$s = ctan \iff s = ctan$$

$$s = ctan \iff ctan + 1 = ctan$$

$$\text{ولكن } ctan + 1 = ctan$$

$$ctan = ctan - 1 \text{ يكون أيضا}$$

$$s = ctan + (ctan - 1)$$

$$s = ctan + (ctan - 1)$$

قطع زائد سيني

ملاحظات اساسية للتمييز بين انواع القطوع

١) معادلة الدائرة

معامل $s^2 =$ معامل s^2
بينهما اشارة +

٢) القطع الناقص

معامل $s^2 \neq$ معامل s^2
بينهما اشارة +

٣) معادلة لقطع الزائد

اشارة معامل s^2 تختلف عن
اشارة s^2

٤) القطع المكافئ

الربيع فقط اعلى s او على هذا
فقط

٥) الاختلاف لمركز الدائرة

٦) الاختلاف لمركز للقطع المكافئ

$$1 =$$

مثال ٢٨

جد قيم (p) التي تجعل

$$1 = \frac{s^2}{m-4} + \frac{s^2}{m-7}$$

تمثل معادلة قطع زائد

الحل

معامل s^2 لا معامل s^2 >

$$(m-7) (m-4) >$$

$$\begin{array}{ccc} ++ & -- & ++ \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$

$$m \geq (4, 7)$$

مثال ٢٩

ما مجموعة قيم k التي تجعل المعادلة

$$3s^2 + ks^2 = 6$$

١) دائرة اكل $k = 3$ فقط

٢) قطع ناقص k اي عدد موجب \neq

$$k \geq (0, \infty)$$

٣) قطع زائد k اي عدد سالب

$$k \geq (-\infty, 0)$$

٤) قطع مكافئ

لا عليه ان يكون مكافئ

سؤال (٣)

تجرأ نقطة (س، ص) بحيث
تجد موقعا بالمعادلتين
س = ص + حاه + حباه

$$ص = س - \sqrt{صاه + صباه}$$

جد معادلة محل بخدي هذه
النقطة وعدد نوعها

الحل

$$س = ص + \sqrt{صاه + صباه}$$

$$① = س - \sqrt{صاه + صباه}$$

$$ص = س - \sqrt{صاه + صباه}$$

$$ص = س - \sqrt{صاه + صباه}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} - \frac{\sqrt{صاه + صباه}}{س}$$

في ①

$$\frac{ص}{س} + 1 = \frac{ص}{س} + 1$$

$$1 = \frac{ص}{س} - \frac{ص}{س}$$

قطع زائد

ورقة عمل القمع الزائر

السؤال الأول

- ١) احداثيات خطايي لحوه لرافقا للقمع الزائر الذي صادته
- ٢) $1 = 1 - 3$ هما
- ٣) $(1-6), (2-6), (3-6), (4-6), (5-6), (6-6), (7-6), (8-6), (9-6), (10-6)$
- ٤) $(1-6), (2-6), (3-6), (4-6), (5-6), (6-6), (7-6), (8-6), (9-6), (10-6)$
- ٥) $(1-6), (2-6), (3-6), (4-6), (5-6), (6-6), (7-6), (8-6), (9-6), (10-6)$

- ٦) قطع زائد صادته
- ٧) $1 = 1 - 3$ فان قيمة k التي تجعل محور القاطع موازي لحوه لصادات هي
- ٨) له $1 < 2 < 3$ له $1 < 2 < 3$ له $1 < 2 < 3$
- ٩) له $1 < 2 < 3$ له $1 < 2 < 3$ له $1 < 2 < 3$

- ١٠) الفوه لطله بين بعدي لنقطه $(1, 2)$ عن بؤرتي لقطع المخروطي المحمل بالمصاد
- ١١) $1 = 1 - 3$ هما النقطتان
- ١٢) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$

- ١٣) طول لحوه لقاطع للقمع الزائر
- ١٤) $1 = 1 - 3$ هما النقطتان
- ١٥) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$

- ١) الاختلاف المركزي للقطع المخروطي
- ٢) $1 = 1 - 3$ هو
- ٣) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$
- ٤) المحل الهندسي لمجموعة النقط المتساوية
- ٥) $(1, 2)$ حيث يكون مجموع بعديها عنه نقطتين ثابتين ياتي مقدراً ثابتاً هو

- ٦) $(1, 2)$ قطع مكافئ
- ٧) $(1, 2)$ قطع زائد

- ٨) قطع زائد صادته $1 = 1 - 3$
- ٩) $(1, 2)$ نقطه واقعه عليه احد الفوه لطله بعدي لنقطه $(1, 2)$ عن بؤرتي هذا القطع

- ١٠) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$
- ١١) بؤرتا القمع الزائر $1 = 1 - 3$ هما النقطتان

- ١٢) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$
- ١٣) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$

- ١٤) طول لحوه لقاطع للقمع الزائر
- ١٥) $1 = 1 - 3$ هما النقطتان

- ١٦) $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10)$

السؤال الثاني

١) جد معادلة لقطع زائد الذي رأساه (٤٦٠) ، (٤٠-٤٠) ويمر بالنقطة ن (٦٥ $\frac{1}{3}$)

٢) قطع زائد مركزه نقطة لاصل ومعادلته $4x^2 - 9y^2 = 36$ وطول محوره لقطع (٤٧٦) وبؤرته تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $4x^2 + 16y^2 = 576$ جد ل ه ل

٣) جد معادلة لدارة التي تمر بمركز القطع الزائد الذي بؤرته (١-٦٣) ، (١-٦٧) وتكون بالنقطة (٤٠٤) وتقع مركزها على محور الصادات

٤) جد معادلة قطع مخروطي رأساه (٦٧٥٠) وانحلاله المركزي $\frac{4}{3}$

٥) قطع زائد معادلته $7x^2 - 5y^2 = 35$ جد مركزه وبؤرته

٦) قطع ناقص معادلته $4x^2 + 9y^2 = 36$ زاد معادلته $16x^2 - 9y^2 = 16$ كل منهما يمر ببؤرة الآخر جد ل ه ل

٧) جد معادلة لقطع زائد الذي بؤرته هما بؤرتي القطعين المكافئين $5x^2 - 4y^2 = 20$ ، $9x^2 - 16y^2 = 36$ وطول محوره لرافعه ٨ وحدات

٨) جد معادلة لقطع زائد الذي مركزه نقطة لاصل وأحد رأسيه بؤرة لقطع مكافئ $5x^2 - 4y^2 = 20$ والنسبة بين البعد بين بؤرتيه الى طول محوره لرافعه كسبه $\frac{5}{3}$

٩) جد معادلة لقطع زائد الذي بؤرته هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ وطول دليل لقطع مكافئ الذي معادلته $16x^2 + 9y^2 = 144$

١٥) لكيه ه صا - ع سا = ك قطع
 زائد ا هـ ي بؤرتيك بؤرة لقطع
 المكافئ: ع هـ - صا - سا = ٠ هـ
 قيمة ك

١٠) هـ معادلة قطع زائد بؤراته
 هـ ا ر ا لقطع ناقص الذي
 معادلتها ٩ س + ١٦ صا = ١٤٤
 ورأساه هـ بؤراتا لقطع ناقص

١٦) قطع زائد طول محوره لقطع
 ي ا و ي طول محوره ا ر ا ف هـ و قطع
 ناقص فيك الفرق بين مربعي
 طوي محوريه ي ا و ي ا ١٠ ا هـ ا هـ
 يمر ببؤرة الآخر الواقعة على
 محوره ا هـ ا هـ هـ معادله كلا
 من القطعين

١١) هـ معادلة لقطع زائد الذي
 مركزه نقطة الأصل واهـ بؤرتي
 بؤرة لقطع المكافئ هـ = - ع س
 والذي يس دليل القطع المكافئ
 صا + ١٦ س = ٠

١٧) هـ معادلة لقطع مخروطي الذي
 مركزه (٢٦١) واهـ ا هـ ا هـ
 (-٢٦٣) (٢٦٣) = ٢٣

١٢) قطع زائد معادلتها
 ع سا - ٣ صا - ٥٨ س + ك = ٠
 هـ قيمه ك التي تجعل محوره لقطع
 يوازي الرصادات

١٣) هـ معادلة لقطع ناقص الذي
 بؤراته هـ بؤراتا لقطع زائد
 الذي معادلتها ٣ صا - ١٢ = ١٢
 والنسبة بين طوي محوريه = ٥/٣
 ومركزه نقطة الاصل

١٤) هـ ا هـ ا هـ ا هـ ا هـ ا هـ
 والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع
 المخروطي الذي معادلتها
 هـ سا - ٢ صا + ١٠ س = ٢٣ + ١٢



حلول ورقة عمل القطع الزائد

السؤال الأول

$$1 = \frac{r^2}{9} - \frac{r^2}{16} \quad (1)$$

$$16 = r^2 \quad 9 = r^2$$

$$4 = r \quad 3 = r$$

$$0 = 0 \quad 16 = 9 + r^2 = r^2$$

$$(2) \quad \frac{0}{4} = 0$$

(3) قطع ناقص

$$1 = \frac{r^2}{9} - \frac{r^2}{16} \quad (3)$$

الفرد، بطلة $r < 0$

$$16 = r^2 \quad 9 = r^2 \quad 8 = r < 0$$

$$(4)$$

(4) قطع زائد سيني

$$9 = r^2 \quad 16 = r^2$$

$$0 = 0 \quad 16 = r^2$$

$$(5) \quad \text{البؤتان } (6, 0) \text{ و } (-6, 0)$$

$$(6) \quad 16 = r^2 \quad 8 = r$$

$$16 = r^2 \quad 6 = r$$

$$(7) \quad \text{طول إصا طع } r < 0 = 16 = r^2$$

$$2\sqrt{4} = 2\sqrt{16} = 4$$

$$(6) \quad \text{المركز } (6, -5)$$

$$1 = r^2 \quad 1 = r^2$$

صادي
نقاطي المحاور
الرافعة

$$(5) \quad (6, -5) \quad (6, -3)$$

$$(7) \quad 1 = r^2 - (r^2 - 6 + 4) = 1 - r^2 + 6 - 4 = 3 - r^2$$

$$1 = \frac{r^2}{3-4} - \frac{r^2}{\frac{16-9}{4}}$$

حتى يكون صادي يجب ان تكون

$$(8) \quad \frac{16-9}{4} < 0 < 3-4 < 16$$

$$(9) \quad 1 = \frac{r^2}{9} - \frac{r^2}{4}$$

$$4 = r^2 \quad 9 = r^2$$

$$(5) \quad 2 = r < 0$$

$$(4) \quad 16 = r^2 - 9 = r^2 - 9$$

$$1 = \frac{r^2}{16} - \frac{r^2}{9}$$

$$1 = \frac{r^2}{16} - \frac{r^2}{9}$$

$$4 = r^2 \quad 9 = r^2$$

$$(6) \quad 2 = r < 0$$

السؤال الثاني

① المركز = (10, 0)

$3 = P \leftarrow 7 = P \leftarrow$

صهادي
 $1 = \frac{c^2}{a^2} - \frac{(1-u)^2}{9}$

نعوض النقطة $(\frac{17}{4}, 10)$

$1 = \frac{c^2}{9} - \frac{(1-10)^2}{9}$

$1 = \frac{76}{9} - \frac{81}{9}$

$\frac{9}{9} - \frac{81}{9} = 1 - \frac{81}{9} = \frac{76}{9}$

$\frac{17}{9} = \frac{76}{9}$

$4 \times 76 = 17 \times 9$

$2 = \frac{4 \times 76}{17 \times 9} = c$

المعادلة $1 = \frac{c^2}{2} - \frac{(1-u)^2}{9}$

⑤ $1 = \frac{c^2}{\frac{9}{4}} + \frac{c^2}{\frac{9}{4}}$

$\sqrt{3} = P \quad \sqrt{6} = P \leftarrow$

القطع ناقص

$1 = \frac{c^2}{36} + \frac{c^2}{76}$

سبني

$1 = P \quad 76 = c^2$

$7 = u \quad 36 = c^2$

$c^2 = 36 - 76 = -40$

$c^2 = 40$

البؤتان $(\pm \sqrt{40}, 0)$

القطع الزائدي سبني $c^2 = 40$

$c^2 + P = c^2$

$10 = c^2 \quad c^2 + 18 = c^2$

$18 = \frac{a^2}{4} = c^2$

$0 = \frac{a^2}{18} = c^2$

$9 = c^2 \quad 10 = c^2 = \frac{a^2}{4}$

③ مركز القطع الزائدي

(-10, 0) تمرير بالدائرة

يقع مركزها على إصدا

$c^2 = 10 + 18 + 36 = 64$

تمرير بالنقطة (10, 4)

$10 + 16 = 1 + 4 \leftarrow (10, 4)$

① $10 + 16 = 1 + 4$

$10 + 16 + 36 + 17 = 1 + 4$

$10 + 16 + 36 = 1 + 4$

كل إصدا $10 + 16 + 36 = 1 + 4$

$0 = 10 \quad 10 = 10 + 10$

⑦ القطع الناقص

$$1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$$

$$c^2 - p^2 = 9 - 4 = 5$$

$$\text{①} \quad \boxed{c^2 - 9 = 4} \quad \text{---}$$

الزائد

$$1 = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16}$$

$$16 = c^2$$

$$\text{②} \quad \boxed{c^2 - 16 = 9}$$

كتب $c^2 = 9 - 16$ الناقص الزائد

تبعوضاً من $c^2 = 16$ ①

$$c^2 = 9 - 16 = -7$$

$$c = 0$$

كتب $c^2 = 9 - 16$ الناقص

$$c^2 = 9 - 16 = -7$$

$$c^2 + 16 = 9$$

$$c^2 = 9 - 16 = -7$$

$$c = \sqrt{-7}$$

تبعوض $c = 0$ --- ①

$$1 = 0 + 0 + 0$$

$$1 = 0 \quad \leftarrow$$

$$\text{المعادلة من } x^2 + y^2 + z^2 = 10 - 10 = 0$$

④ $\frac{x^2}{3} = \frac{y^2}{9}$ قطع الزائد

صادي

$$9 \frac{x^2}{3} = y^2$$

$$3x^2 = y^2 \quad 12 = 9c^2$$

$$8 = 3 \times \frac{4}{3} = 4 \quad \leftarrow$$

$$c^2 + p^2 = 4$$

$$c^2 = 4 - p^2 \Rightarrow c^2 + 36 = 40$$

$$1 = \frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{36}$$

⑤ $1 = \frac{x^2}{9} - \frac{(y-5)^2}{4}$ صادي

$$4 = p^2 \quad \leftarrow \quad 3 = p$$

$$\sqrt{4} = c \quad \leftarrow \quad c = 2$$

المركز (5, 0)

$$16 = 4 + 4 = c^2 + p^2 = 4$$

$$4 = p^2$$

البؤيان (±5, 0)

$$1 = \frac{S_{\omega}}{36} - \frac{S_{\rho}}{72}$$

⑤ $S_{\omega} - S_{\rho} = S_{\rho}$
 $0 = 2S_{\rho} - S_{\omega}$
 البؤس (٠.٥٥)

$S_{\omega} = S_{\rho}$ $S_{\rho} = S_{\rho}$
 $0 = 2S_{\rho} - S_{\omega}$
 البؤس (٠.٥٥)

$0 = 2S_{\rho} - S_{\omega}$ $1 = S_{\rho}$
 $2 = S_{\omega}$ $1 = S_{\rho}$
 $S_{\omega} + S_{\rho} = S_{\rho}$
 $17 + S_{\rho} = S_{\omega}$
 $9 = S_{\rho}$

سني $1 = \frac{S_{\omega}}{36} - \frac{S_{\rho}}{9}$

④ القطع ناقص
 $9 = S_{\omega}$ $S_{\rho} = S_{\rho}$
 $S_{\omega} - S_{\rho} = S_{\rho}$
 $2 = S_{\rho}$ $17 = S_{\omega}$
 صادي البؤس (٠.٥٠ ± ٠.٤)

القطع المكافئ $S_{\omega} = S_{\rho}$
 $3 = S_{\rho}$ $12 = S_{\omega}$
 صادي للاصل $S_{\omega} = S_{\rho}$
 الرأس (٣.٥٠)

$3 = S_{\rho}$ للزائد
 $S_{\omega} + S_{\rho} = S_{\rho}$ $2 = S_{\rho}$
 $S_{\omega} + 9 = 17$

$7 = S_{\omega}$
 الزائد صادي
 $1 = \frac{S_{\omega}}{7} - \frac{S_{\rho}}{9}$

① $1 = \frac{S_{\omega}}{9} + \frac{S_{\rho}}{17}$

$9 = S_{\omega}$ $17 = S_{\rho}$
 $S_{\omega} - S_{\rho} = S_{\rho}$
 $7 = 9 - 17$

② $S_{\omega} = S_{\rho}$
 $1 = S_{\rho}$ $3S_{\rho} = S_{\omega}$
 البؤس (٠.٦٨)

$1 = S_{\rho}$
 $3S_{\rho} = S_{\omega}$
 $1 = S_{\rho}$ $3 = S_{\omega}$

$S_{\omega} + S_{\rho} = S_{\rho}$
 $S_{\omega} + 17 = S_{\rho}$
 $S_{\omega} + 17 = S_{\rho}$

$2 = S_{\rho}$ $17 = S_{\omega}$
 $17 = S_{\rho}$ $17 = S_{\omega}$
 $17 = S_{\rho}$ $17 = S_{\omega}$

(١٢)
$$x = (s - e + s + e) - 3s = k - 1 + 1$$

$$k - 1 = (s - e) - 3s$$

$$\frac{(s - e)}{3} = \frac{k - 1}{3}$$

القاطع يوازي الصدا =
القطع صادي

$$\frac{k - 1}{3} > 1 \Rightarrow k > 4$$

الناقص الزائد
الرأسان (± 6) البؤرتان (± 4)
البؤرتان $(\pm \sqrt{5})$ الرأسان $(\pm \sqrt{5})$

$$e = 6 \quad p = 4$$

$$v = 6 \quad \sqrt{v} = p$$

$$s + p = 6$$

$$s + v = 16 \quad 4 = s$$

المعادلة
$$1 = \frac{v}{9} - \frac{s}{4}$$

(١٣)
$$1 = \frac{v}{4} - \frac{s}{16}$$

سني
$$16 = p$$

$$4 = s$$

$$16 = 4 + 12 = s + p = 6$$

$e = 6$ البؤرتان (± 6)

$$s = \frac{p}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$s - p = 6$$

$$s - \left(\frac{16}{4}\right) = 6$$

$$s \frac{16}{4} = s - \frac{16}{4} = 6$$

$$0 = \frac{16}{4} - 4 = 0$$

$$1 = \frac{v}{9} + \frac{s}{16}$$

(١٤)
$$s - e = 10$$

$$e - 6 = 10 \Rightarrow e = 16$$

البؤرتان (± 10) الرأسان (± 6)

$$s = 16 - 6 = 10$$

$$e - 16 = 6 \Rightarrow e = 22$$

سني للسيا
الدليل $s = 10$
 $e = 22$

$$s + p = 10$$

$$s + 16 = 10 \Rightarrow s = -6$$

المعادلة
$$1 = \frac{v}{16} - \frac{s}{9}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} c_u + c_p = c_d \\ c_u + c_p = \frac{1}{0} \end{cases}$$

$$1 = \frac{c_u}{\frac{c}{2}} - \frac{c_d}{0}$$

$$\frac{c}{2} = c_u \quad \frac{c}{0} = c_p$$

نعوينها في ①

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{0} = \frac{1}{0}$$

$$\frac{c}{c} = \frac{c + 2c}{c} = \frac{1}{0}$$

$$c = \frac{c}{0} = c_d$$

$$\frac{c}{4} = c$$

$$\textcircled{16} \quad \boxed{u=p} \Leftrightarrow u_c = p_c$$

قطع زائد

القطع ناقص (p) - (u) = 1

$$1 = c_p - c_u$$

القطع الزائد

$$1 = \frac{c_d}{c_p} - \frac{c_u}{c_p}$$

$$\boxed{c_p = c_d} \quad \begin{cases} c_u + c_p = c_d \\ c_p + c_p = c_d \end{cases}$$

الناقص

$$c_p - c_u = 1$$

$$c_p - c_d = 1 \quad \leftarrow \text{يتبع}$$

⑫

$$0 = (4 + \sqrt{6} - c_d) - (1 + \sqrt{2} + c_u)$$

$$11 - 0 + c_d - c_u =$$

$$11 - c_u = (3 - \sqrt{6}) - (1 + \sqrt{2})$$

$$1 = \frac{(3 - \sqrt{6}) - (1 + \sqrt{2})}{\frac{c}{2}} - \frac{c_d}{11}$$

المركز (301)

$$11u = p \quad 11 = c_p$$

$$\frac{c}{2} = u \quad \frac{c}{0} = c_u$$

$$c_u + c_p = c_d$$

$$\frac{c}{0} = \frac{c}{2} + 11 =$$

الرأسي (301)

البؤسي (1-)

$$\frac{11c}{0} + 3 - (1 -)$$

الاختلاف المركزي =

$$\frac{11c}{0}$$

⑬

$$11c - c_u = c_d$$

$$c_u = \frac{c}{2}$$

$$11c - \frac{c}{2} = c_d$$

بؤسي (0-)

$$\frac{c}{2} = c_d$$

$$c = c_d$$

$$\begin{aligned}
 c_u + c_p &= c_d \\
 5 + 17 &= 22 \\
 c_o &= c_u \\
 1 &= \frac{(c - 5)}{4} + \frac{(1 - 5)}{17}
 \end{aligned}$$

$$c_o = c_u - c_p = c_d$$

$$c_o = c_d$$

لكه انما $c_p = c_d$ انما

$$c_p = c_o$$

معادلة

$$1 = \frac{c_u}{c_o} - \frac{c_p}{c_o}$$

انما

$$c_p = c_d = c_o$$

$$c_p = 0$$

$$c_o = c_u - c_p$$

$$c_o = c_u \quad c_o = c_u - 0$$

$$1 = \frac{c_u}{c_o} + \frac{c_p}{c_o}$$

(17) $c_p = c_d$ قطع انما



$$4 = P$$

$$7 = P$$

$$10 = P$$

المحل الهندسي

مثال ①
جد معادلة المحل الهندسي للنقطة
المتحركة $P(x, y)$ التي تبعد بعداً
ثابتاً قدره ٣ وحدات عن النقطة
 $U(-3, 0)$.

الحل

بما أن النقطة $P(x, y)$ تتحرك
حيث يبقر بعدها ثابت عن النقطة
الثابتة $U(-3, 0)$ فالمحل الهندسي
صفا عبارة عن دائرة مركزها
 $U(-3, 0)$ ونصف قطرها ٣ وحدات

$$\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 3$$

$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 3$$

هي معادلة مثل نوع المعادلة الناتجة
عن حركة نقطة في مستوى الديكارتي
ويتم التعامل معه بأحدى الطرق التالية

① عندما ينطبق النص تماماً
مع التعريف فنطبق معادلة
ذلك القطع
وهنا يلزم حفظ تعريفات
القطوع

② عندما لا ينطبق على احدى
التعريفات نعود على الهندسة

المساواة بين نقطتين

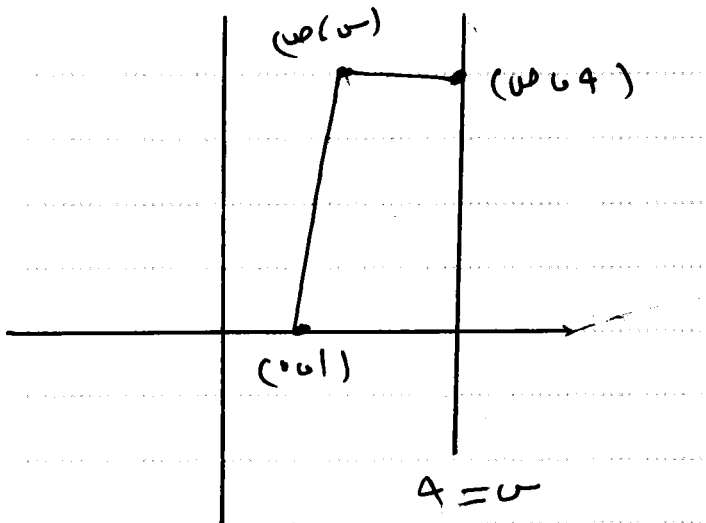
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

البعد بين نقطة ومستقيم

$$\frac{|x^2 - 6x + 9 + y^2 - x^2 - 6x - 9 - y^2|}{\sqrt{36 + 0}}$$

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



١. (س, ص) عن (٤, ٤) يابوي
٢. أمثال (س, ص) عن (٠, ٠)

$$\sqrt{(س-٤)^2 + (ص-٤)^2} = \sqrt{(١-٤)^2 + (١-٤)^2}$$

بالتربيع

$$(س-٤)^2 + (ص-٤)^2 = ١٨$$

$$س^2 - ٨س + ١٦ + ص^2 - ٨ص + ١٦ = ١٨$$

$$س^2 + ص^2 - ٨س - ٨ص + ١٦ = ١٨$$

$$١٦ = ٨س + ٨ص$$

بالقسمة على ٨

$$١ = \frac{ص}{٨} + \frac{س}{٨}$$

القطع ناقص

مثال ٢

ما معادلة المحل الهندسي لمجموعة
النقط ن (س, ص) المتحركة في
المتوى حيث مجموع بعدها عن
النقطتين الثابتتين (٤, ٠) و
(٠, ٤) يابوي ١٠ دائما.

الحل

من تعريف قطع ناقص

$$١٠ = ٢٠ - ٢٠ = ٢٠ - ٢٠$$

$$١٠ = ٢٠ - ٢٠ = ٢٠ - ٢٠$$

$$١٠ = ٢٠ - ٢٠ = ٢٠ - ٢٠$$

$$١ = \frac{ص}{٩} + \frac{س}{٩}$$

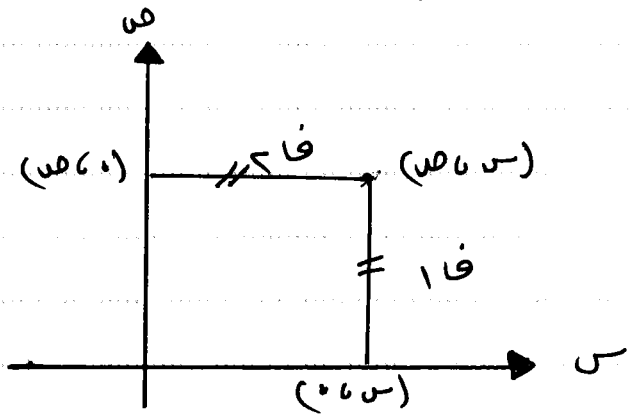
مثال ٣

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة
(س, ص) التي تتحرك في المستوى
حيث بعدها عن المستقيم $س = ٩$
يابوي ثلاثة أمثال بعدها عن
النقطة ب (٠, ١)

الحل

سؤال ٤

جد معادلة المحل الهندسي لنقطة
تتحرك على بعدين متساويين من
الاحداثيين



فا = فا

$$\sqrt{(s-s)^2 + (s-0)^2} = \sqrt{(0-s)^2 + (s-s)^2}$$

$$= \sqrt{(s-s)^2 + (s-0)^2}$$

$$\sqrt{s^2} = \sqrt{s^2}$$

$$s = s$$

$$s = s \text{ أو } s = -s$$

المحل الهندسي هو المستقيم

$$s = s \text{ أو } s = -s$$

سؤال ٥

امعادلة المحل الهندسي لمجموعة
النقط ن (س، ص) المتحركة على
المستوى حيث مجموع مربعي بعديها
عن النقطتين الثابتتين
P (٤، ٥) و Q (-٤، ٥) يساوي
مقدار ثابت = ٨٢

الحل

انصلا لا يذهب على أي
تعريف

$$٨٢ = (\text{البعد عن } (٤، ٥))^2 + (\text{البعد عن } (-٤، ٥))^2$$

$$٨٢ = \sqrt{(s-4)^2 + (s-5)^2} + \sqrt{(s+4)^2 + (s-5)^2}$$

$$٨٢ = \sqrt{(s-4)^2 + (s-5)^2} + \sqrt{(s+4)^2 + (s-5)^2}$$

$$٨٢ = \sqrt{s^2 - 8s + 16 + s^2 - 10s + 25} + \sqrt{s^2 + 8s + 16 + s^2 - 10s + 25}$$

$$٨٢ = ٣٢ + ٢\sqrt{s^2 - 9s + 20.5}$$

$$٥٠ = ٢\sqrt{s^2 - 9s + 20.5}$$

$$٢٥ = \sqrt{s^2 - 9s + 20.5} \text{ دائرة}$$



الحل

نُعد $P(س, هـ)$ عن $L_1 =$ نُعد $P(س, هـ)$ عن L_2

$$\left| \frac{س + ٥هـ - ٣}{\sqrt{٣ + ٤}} \right| = \left| \frac{١ - ٥هـ + ٣}{\sqrt{٣ + ٤}} \right|$$

$$\left| \frac{س + ٥هـ - ٣}{٥} \right| = \left| \frac{١ - ٥هـ + ٣}{٥} \right|$$

$$\frac{س + ٥هـ - ٣}{٥} = \frac{١ - ٥هـ + ٣}{٥} \quad (1)$$

$$س + ٥هـ - ٣ = ١ - ٥هـ + ٣ \quad \leftarrow$$

$$٥هـ = ٣ - ٥هـ + ٣ \quad \leftarrow$$

$$\frac{س - ٥هـ + ٣}{٥} = \frac{١ - ٥هـ + ٣}{٥} \quad (2)$$

$$س - ٥هـ + ٣ = ١ - ٥هـ + ٣ \quad \leftarrow$$

$$٥هـ = ١ + ٥ه - ٣ \quad \leftarrow$$

المحل الهندسي هو تقاطع مستقيمان
معا دلتيهما

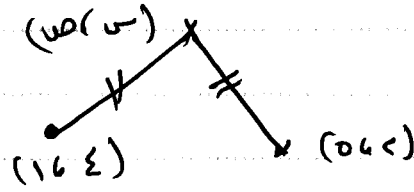
$$٥هـ = ٣ - ٥ه - ٣$$

$$٥هـ = ١ + ٥ه - ٣$$

سؤال ٦

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة
 $P(س, هـ)$ حيث تتحرك على بعدين
متساويين من النقطتين $(٥, ٥)$
(١٥, ٤)

الحل



$$\sqrt{(س - ٥)^2 + (هـ - ٥)^2} = \sqrt{(س - ١٥)^2 + (هـ - ٤)^2}$$

ونربع الطرفين

$$(س - ٥)^2 + (هـ - ٥)^2 = (س - ١٥)^2 + (هـ - ٤)^2$$

$$س^2 - ١٠س + ٢٥ + هـ^2 - ١٠هـ + ٢٥ = س^2 - ٣٠س + ٢٢٥ + هـ^2 - ٨هـ + ١٦$$

$$١٠س - ١٠هـ = ٢٠٠ - ٢٨هـ$$

$$٥س - ٥هـ = ١٠٠ - ١٤هـ$$

المحل الهندسي خط مستقيم

$$معادلته $٥س - ٥هـ = ١٠٠ - ١٤هـ$$$

سؤال ٧

لدينا مستقيمان معا دلتاهما

$$٥س - ٥هـ = ١٠٠ - ١٤هـ$$

$$٥س - ٥هـ = ١٠٠ - ١٤هـ$$

المحل الهندسي للنقطة المتحركة

$P(س, هـ)$ والتي تتحرك على بعدين

متساويين من النقطتين L_1 و L_2

مسألة ٨

أوجد المحل الهندسي للنقطة المتحركة
(س، هـ) بحيث يدها عن نقطة
الثابتة (د، هـ + ج) يساوي
يدها عن نقطة هـ = هـ - ج
حيث (د، هـ، ج) ثوابت

الحل

لعد النقطة (س، هـ) عن (د، هـ + ج)
= يدها عن هـ = هـ - ج
= (هـ - د) - ج

$$\sqrt{\frac{(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2}{١+١}} = \sqrt{(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2}$$

بترسيم الطرفين

$$(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2 = (س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2$$

$$(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2 = (س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2$$

$$(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2 = (س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2$$

$$(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2 = (س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2$$

$$(س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2 = (س-د)^2 + (هـ-هـ-ج)^2$$

قطع مكافئ

مسألة ٩

أعطاة محل الهندسي للنقطة
(س، هـ) بحيث تكون س = ن
هـ = ٥

الحل

$$هـ = ٥ \rightarrow ن = \frac{هـ}{٥}$$

لكن س = ن = $\frac{هـ}{٥}$ يساوي
هـ = ٥ = س قطع مكافئ

مسألة ١٠

أعطاة محل الهندسي للنقطة
(س، هـ) بحيث س = حاه - صباه + ١
هـ = $\sqrt{\text{حاه صباه}} - ٢$

الحل

$$س - ١ = حاه - صباه$$

$$(س - ١)^2 = حاه^2 + صباه^2 - ٢ \text{ حاه صباه}$$

$$١ - ٢ حاه صباه + حاه^2 + صباه^2 = حاه^2 + صباه^2 - ٢ \text{ حاه صباه}$$

$$١ - ٢ حاه صباه + حاه^2 + صباه^2 = حاه^2 + صباه^2 - ٢ \text{ حاه صباه}$$

$$١ = حاه صباه$$

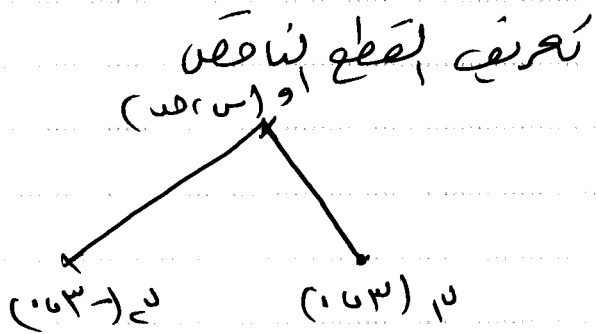
$$\frac{١}{حاه} = صباه$$

$$\frac{١}{حاه} = صباه$$

مثال (١٥)

ما معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س، ص) حيث تشكل أثناء حركتها رأس مثلث قائم الزاوية ورأسه الآخران هما النقطتان الثابتتين (٠، ٥) و (١٠، ٣)

الحل

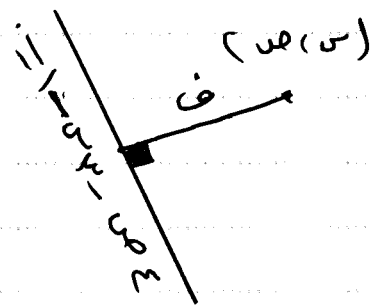


$$\begin{aligned}
 16 &= 25 + 100 + 100 \\
 16 &= 200 + 100 \\
 16 &= 300 \\
 16 &= 3 + 270 \\
 16 &= 273 \\
 1 &= \frac{273}{16} + \frac{100}{20}
 \end{aligned}$$

مثال (١١)

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) التي تتحرك في المستوى حيث تبعد بعداً ثابتاً مقدار ٥ وحدتان عن المستقيم $4x - 3y = 1$ وتتحرك أثناء حركتها بالنقطة (٠، ٣)

الحل



$$5 = \left| \frac{4s - 3v - 1}{\sqrt{16 + 9}} \right|$$

$$10 = |4s - 3v - 1| \quad \leftarrow$$

$$10 = 4s - 3v - 1 \quad \text{①}$$

$$11 = 4s - 3v \quad \text{②}$$

$$10 = 1 - 4s + 3v \quad \text{③}$$

$$11 = 4s - 3v$$

نعوض (١، ٢) في ①

$$11 = 4 \times 3 - 3 \times 11 \neq 11$$

نعوض (١، ٣) في ③

$$10 = 1 - 4 \times 3 + 3 \times 11$$

المحل الهندسي هو قطع مستقيم

$$11 = 4s - 3v$$

سؤال (١٣)

ما معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س، ص) بحيث يبعدا عن المستقيم $s + 3 = 0$ هو بُعدا بقدر ٥ (٥) وهما - وتكر اشياء كرتها بالنقطة (-١، ٥٧).

الحل

بعد (س، ص) عن $s + 3 = 0$

$$\left| \frac{s+3}{1} \right| = 5$$

$$s+3 = 5 \quad \text{و} \quad s+3 = -5$$

$$s = 2 \quad \text{و} \quad s = -8$$

$$v = 3 \quad \text{و} \quad v = -3$$

تكر النقطة (-١، ٥٧)

$$-1 + 3 = 2 \quad \text{و} \quad -1 + 3 = 2$$

$$-1 + 3 = 2 \quad \text{و} \quad -1 + 3 = 2$$

كيفية

لا تحقق

المحل الهندسي هو المستقيم

$$s = -3$$

سؤال (١٤)

ما معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) بحيث يبعدا عن النقطة (٥، ٢) يساوي ثلاثة أمثاله يبعدا عن المستقيم $s + 1 = 0$.

الحل

بعد (س، ص) عن (٥، ٢) = ٣ بعدا عن $s + 1 = 0$

$$\sqrt{(s-5)^2 + (v-2)^2} = 3 \sqrt{\frac{s+1}{1}}$$

بالترتيب

$$(s-5)^2 + (v-2)^2 = 9(s+1)^2$$

$$s^2 - 10s + 25 + v^2 - 4v + 4 = 9s^2 + 18s + 9$$

$$-8s^2 - 28s + v^2 - 4v - 10 = 0$$

$$8s^2 + 28s - v^2 + 4v + 10 = 0$$

قطع زائد

معامل س٢ مختلف إشارة عن ص٢

ورقة عمل المحل الهندسي

السؤال الأول

٤) تتحرك نقطة ن (س، ص) بالرعين الأول والثالث من مستوى الامتداد بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين فان معادلة محل هندسي لهذه النقطة

١) $x = y$ ٢) $x = -y$
 ٣) $x = y^2$ ٤) $x = y^3$

١) المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) حيث ان $s = z$ ، $v = 0$ هو

١) دائرة ٢) قطع ناقص
 ٣) قطع مكافئ ٤) قطع زائد

٥) المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) حيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين (١، ٠) و (٠، ١) يادي ٨ هو

١) دائرة ٢) قطع ناقص
 ٣) قطع مكافئ ٤) قطع زائد

٢) ما معادلة محل هندسي للنقطة المتحركة (س، ص) حيث بعديها عن المقياس $s + z = ٠$ يادي مقداراً ثابتاً (٥) وهاتين وتماثلتا حركتها بالنقطة (٠، ١) و (١، ٠)

١) $x = y$ ٢) $x = -y$
 ٣) $x = y^2$ ٤) $x = y^3$

٦) ما معادلة محل هندسي للنقطة ن (س، ص) حيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وهاتين عن المقياس $s = -z$ وتماثلتا حركتها بالنقطة (٠، ١) و (١، ٠)

١) $x = y$ ٢) $x = -y$
 ٣) $x = y^2$ ٤) $x = y^3$

٣) ما معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك على بعديه متساويين من النقطتين (١، ٠) و (٠، ١)

١) $x = y$ ٢) $x = -y$
 ٣) $x = y^2$ ٤) $x = y^3$

٧) تتحرك نقطة ن (س، ص) بحيث يحدد موقعها بالمعادلة $\frac{x}{17} - \frac{y}{17} = ١$ صيغ لعدد ثابتاً دل د ١٦ فان المحل الهندسي لهذه النقطة

١) دائرة ٢) قطع ناقص
 ٣) قطع مكافئ ٤) قطع زائد

السؤال الثاني

٥) جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) حيث

$$ص = ٣ + حان - حبان$$

$$ص = (٤٥٠ ن) \frac{1}{٤} \text{ وليس نوعه}$$

١) جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) التي تتحرك في مستوى
حيث ان

$$ص + ٣ = ٦ حبان = ٤ حاه حباه$$

٥) تتحرك النقطة (س، ص) حيث

ان $ص = ٣ - حاه - حباه$

$$٨ ص = ٤٥ - حاه - ا التبع معادلة$$

المحل الحضي لهذه النقطة

٦) جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) التي تتحرك بالمستوى

حيث ان بعدها عن المستقيم

$$ص = ٩ - ياوي ثلاثة امثال$$

بعدها عن النقطة (٥، ٦)

٧) جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) حيث تتحرك على بعدين

متساويين من النقطتين

$$(١٥٦٢) ، (١٦٤)$$

٨) تتحرك نقطة ن (س، ص) حيث

$$ان ص = ن + \frac{1}{ن} ، ص = ن - \frac{1}{ن}$$

جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص)

٣) اوجد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) حيث بعدها عن النقطة

و (-٣٦١) ياوي بعدها عن المستقيم

$$ص = ١$$

٤) لكه ن (٥٦٥٢) نقطة في

المستوى الاصدائي، ل مستقيم

ثابت غير فار بالنقطة يا و معادلته

$$ص = \frac{٩}{ه} حيث ه، ٢ ه عددان$$

موجبان $ه < ١$ ، جد معادلة

المحل الحضي للنقطة ن (س، ص)

حيث ان بعد النقطة ن عن

النقطة ب ياوي

هو ٤ بعدها عن المستقيم

ل

٩) جد معادلة المحل الحضي للنقطة

ن (س، ص) حيث نه كل اثناء حركتها

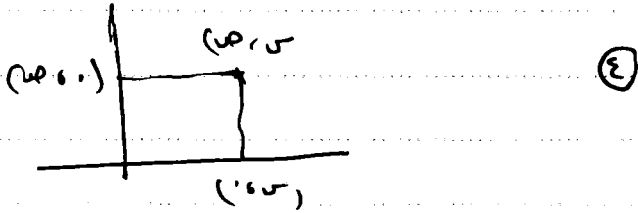
راس قلمت محيط ٢٣٦ و راسه

الاجران هما النقطتان (٥، ٣) ، (-٥، ٣)



المعلم: ناجح الجمزاوي

حلول ورقة عمل المحل الهندسي



$$(س - ٥) + (٥ - ٤) = ٤ + (٥ - ٤)$$

$$٤ = ٤$$

$$٥ - ٤ = ٤ - ٤$$

(٥)

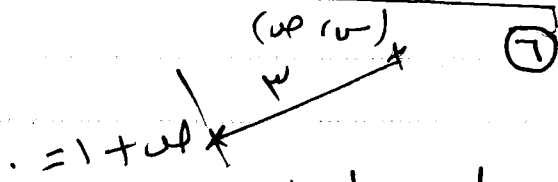
$$٥ = ٥ \leftarrow ن = ٥$$

$$٥ = ٥$$

$$٥ = ٥ \leftarrow ٥ = ٥$$

قطع مكافئ (٦)

قطع ناقص (٧)



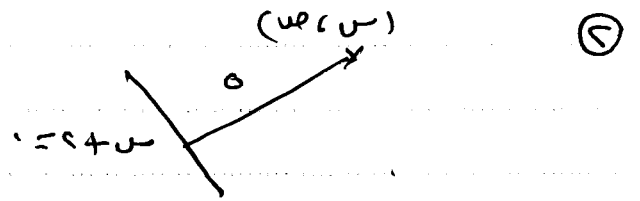
$$٣ = ١ + ٢$$

$$٣ = ١ + ٢$$

$$٤ = ٤$$

$$٤ = ٤ \text{ مركز النقطة } (٤, ٤)$$

(٦)



$$٥ = \left| \frac{٤+٢}{٢} \right|$$

$$٥ = |٤+٢|$$

$$٥ = ٤+٢$$

$$٥ = ٤+٢$$

$$٦ = ٥$$

$$٢ = ٥$$

$$\boxed{٦ = ٥} \text{ مركز النقطة } (٥, ٥)$$

(٥)

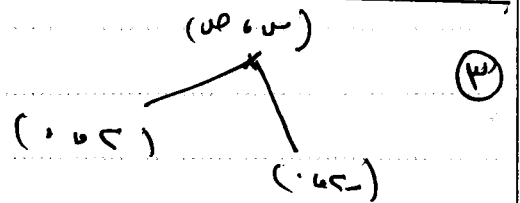
١٠ عند ما تكون دل دل ١٦ (٨)

$$١٠ = ١٠ \text{ مثلاً}$$

$$١ = \frac{٥٥}{٦} - \frac{٤}{١٠}$$

$$١ = \frac{٥٥}{٦} + \frac{٤}{١٠} \text{ قطع ناقص}$$

(٨)

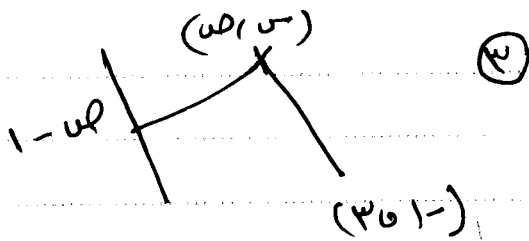


$$٤ + ٥ = ٤ + ٥$$

$$٤ + ٥ = ٤ + ٥$$

$$٥ = ٥ \leftarrow ٥ = ٥$$

(٩)



$$\sqrt{(٣-هـ)^2 + (١+س)^2} = ١-هـ$$

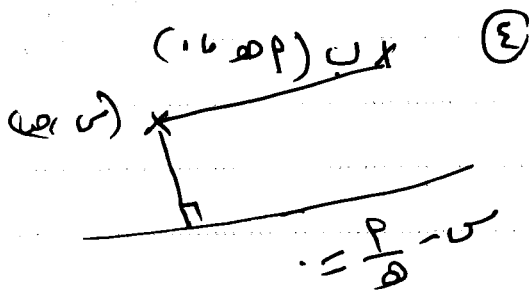
بالتربيع

$$(٣-هـ)^2 + (١+س)^2 = (١-هـ)^2$$

$$٩+٤هـ-٦هـ+١+س+س+س = ١+٤هـ-٤هـ$$

$$٠ = ٩+س+س-٤هـ$$

قطع مكافئ



$$\sqrt{\left(\frac{١٠}{هـ} - س\right)^2 + (س)^2} = ١-هـ$$

$$\sqrt{\left(\frac{١٠}{هـ} - س\right)^2 + (س)^2} = ١-هـ$$

$$\left(\frac{١٠}{هـ} - س\right)^2 + (س)^2 = (١-هـ)^2$$

$$\frac{١٠٠}{هـ^2} - ٢٠س + س^2 + س^2 = ١ - ٢هـ + هـ^2$$

$$٢س^2 - ٢٠س + ١٠٠ = ١ - ٢هـ + هـ^2$$

قطع زائد

السؤال الثاني

$$\textcircled{1} \quad س = ٦ - هـ \quad \text{هـ} = ٢ - هـ$$

$$٣ = (٢ - هـ) - (١ - هـ)$$

$$٣ = ٢ - هـ - ١ + هـ$$

$$٣ = ١ - هـ$$

$$\textcircled{1} \quad هـ = ٤$$

$$٤ \times ٤ = ١٦$$

$$٤ \times ٤ = ١٦$$

$$\frac{١٦}{٤} = ٤$$

$$\frac{١٦}{٤} = ٤$$

$$١ = ٤ + ٤$$

$$١ = \frac{٤}{٩} + \frac{٤}{٤}$$

قطع ناقص

$$\textcircled{2} \quad س = ٥ - هـ \quad \text{هـ} = ٣ - هـ$$

$$٣ = ٥ - هـ - (٣ - هـ)$$

$$\textcircled{1} \quad ١ = ٥ - هـ - ٣ + هـ$$

$$١ = ٢ - هـ$$

$$\textcircled{1} \quad هـ = ١$$

$$١ = ١ + ١$$

$$١ = ١ + ١$$

قطع مكافئ

$$= ٢٥ + ١٠٠ - ٢٠٠ + ٤ + ٤ - ٢٠٠$$

$$= ١٢ + ١٠٠ - ٢٠٠$$

معادلة خط مستقيم

⑤

حان - حبان بالربيع = (٣-٥)

حان = حان حبان + حبان = (٣-٥)

حان - حان حبان = ١ - حان حبان = (٣-٥) ①

⑧ $(١ + \frac{1}{n}) = ٢$

$\frac{1}{n} + ٢ = ٢$

$\frac{1}{n} = ٠$

$١ = ٠$

$\frac{1}{n} + ٢ = ٢$

$(١ + \frac{1}{n}) = ٢$ بالربيع

حان حبان بتعويضها في ①

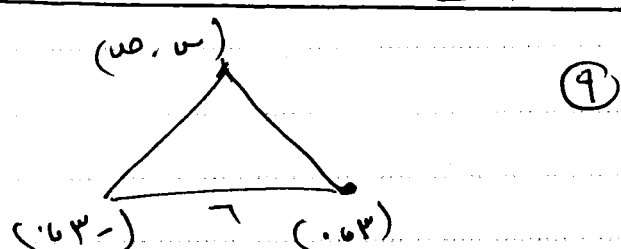
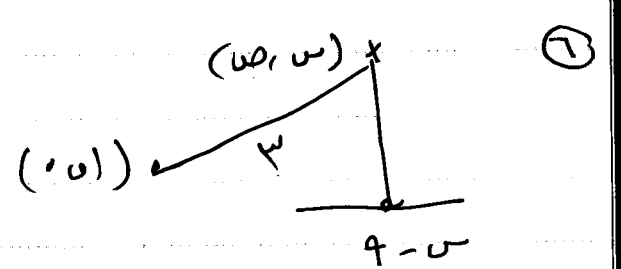
$(٣-٥) - ١ = ٢$

$(٣-٥) + ١ = ٢$ قطع ناقص

$\frac{1}{n} + ٢ = ٢$

$\frac{1}{n} = ٠$

قطع ناقص



$\sqrt{٣ + (١-٥)^2} = ٩ - ٥$

بالربيع

$(٤ + ١ + ٥ + ٥) ٩ = (٩-٥)$

$٤٩ + ٩ + ٥١ + ٥٩ = ٨١ + ٥١٨$

$٤٩ + ٩ + ٥١ + ٥٩ = ٨١ + ٥١٨$

قطع ناقص

تعريف القطع الناقص

$٣ = ٥ \iff ٦ = ٤$

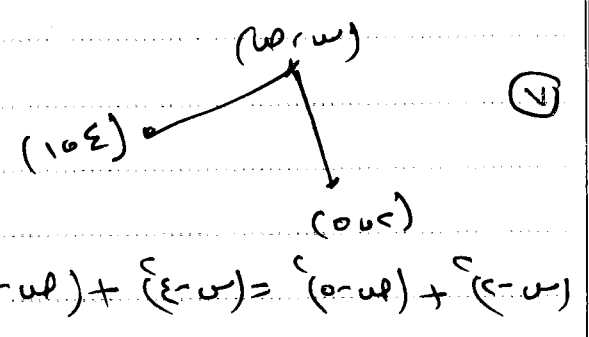
$٥ = ٤ \iff ١٠ = ٣$

المركز (٥, ٥)

$٥ - ٤ = ١ \iff ٤ - ٥ = ١$

قطع ناقص

$١ = \frac{٤}{١٦} + \frac{٥}{٢٥}$



ورقة عمل

٥) جد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة (١, ٦) وتقع مركزها على المستقيم $3x + 1 = 0$
 $2x = (1-4) + (1-6) = 29$

٦) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (١, ٦) و (٣, ١) وتقع مركزها على محور السينات
 $2x = 3 + 1 - 3 = 1$

٧) جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها ٣ سم، وتمس المستقيمين $3x = 1$ و $3x = 6$

٨) جد معادلة الدائرة التي تمس محوري السينات والصادات وتقع مركزها على المستقيم $3x + 1 = 0$

٩) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمتين $3x = 1$ و $3x = 6$

١) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (١, ٦) و (٣, ١) (٤, ٦)
 الجواب $3x + 1 = 0$

٢) اوجد معادلة الدائرة التي لها مركزها على المحورين $3x = 1$ و $3x = 6$ وتقع مركزها على المستقيم $3x = 4$

٣) ما طول الوتر العمودي على محور السينات اعمار بالنقطة (١, ٦) في الدائرة التي معادلتها $3x + 1 = 0$

٤) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمتين $3x = 1$ و $3x = 6$

٥) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمتين $3x = 1$ و $3x = 6$

١٤) أكتب معادلة القطع الكافئ الذي بؤرته هي $S(1, 2)$ و $S(3, 2)$ وليله $S = 2$ ويمر بالنقطة $(7, 4)$

٩) جد معادلة دائرة التي تمر بالنقطة $(1, 2)$ وتمس محور إصابات وتمس $S = 1$
ع. $(S - 1) + (S + 1) = 2$

١٥) جد معادلة القطع الكافئ الذي وليله بؤرتي محور السينات ويمر بالنقاط $(4, 1)$ و $(1, 2)$ و $(1, 6)$

١٠) جد مركز ونصف قطر دائرة التي معادلتها $S^2 + 3S - 4 = 0$

ع. $S = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2}$

١٦) جد معادلة القطع الكافئ الذي بؤرته هي مركز الدائرة $S(1, 1)$ و $S(8, 1)$ وليله $S = 8$

١١) في معادلة $S^2 + 8S + 7 = 0$ حافيتي S حيث لكل هذه المعادلة دائرة

ع. $(S - 8) = (S - 1)$

١٢) جد مركز ونصف قطر دائرة التي معادلتها

$S^2 = (S + 7) + (S - 1)$

١٣) جد معادلة محور القطع

$S = S^2 - 4S + 0$

ع. $S = 1$

أ) $S^2 = 1$ ب) $S^2 = 4$
ج) $S^2 = 1$ د) $S^2 = 4$

١٨) احدائيات الرأسين في لقطع الزائد $9س - 16ص = 144هـ$

- (أ) $(0.63 \pm)$ (ب) $(0.64 \pm)$
(ج) $(0.3 \pm)$ (د) $(0.6 \pm)$

١٩) اوجد الاختلاف المركزي للقطع ناقص الذي فيه البعد بين بؤرتيه ياي نصف البعد بين طرفي محوريه الاصغر والأكبر

٢٠) اوجد معادلة لقطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بالنقطة $(3, 4)$ وطول محوره المرافقه $2\sqrt{5}$ عمما بان المحور المقاطع ينصبوا على محور الاصدات

٢١) المعادلة $ص = 5س + ٥هـ$ هي معادلة (أ) قطع مكافئ (ب) قطع ناقص

(ج) قطع زائد (د) دائرة

٢٢) أكتب معادلة لقطع مخروطي الذي مركزه نقطة الاصل واحداثياته بؤرتيه $(0.6 \pm)$ واختلافه المركزي $\frac{3}{4}$

٢٣) القطع المخروطي المحتمل

بالمعادلة $\frac{ص}{م} - \frac{س}{م} = 1$

حيث $م < ٠$ هو قطع

(أ) زائد صادي (ب) ناقص سيني

(ج) ناقص صادي (د) زائد سيني

٢٤) للاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته $س + ٤هـ = ٤$ ياي

$\frac{١٢}{٤}$ (أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٢٥) جد محيط كرت ن ب ا ب

حيث ن $(\frac{375}{٢٦}, ٢٦)$ و ا ب هـا بؤرتا لقطع مخروطي المحتمل بالمعادلة

$١٦س + ٢٥هـ = ٤٠٠$

٢٦) المحل الهندسي لتقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون مجموع بقديها عن نقطتين ثابتين ياي مقداره ثابتا هو قطع

(أ) مكافئ (ب) زائد سيني (ج) زائد صادي (د) ناقص

(٣١) ما الاختلاف المركزي للقطع

المخروطي الذي معادلته

$$1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3}$$

$$1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9}$$

(٣٢) قطع ناقص يتحرك في

البؤرة مع لقطع المكافئ الذي

معادلته $x^2 = 4y$ ، اذا كانت

النسبة بين طولي محوريه كنسبة

١ : ٤ فما طول محوره الأكبر

(٣٣) معادلة $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

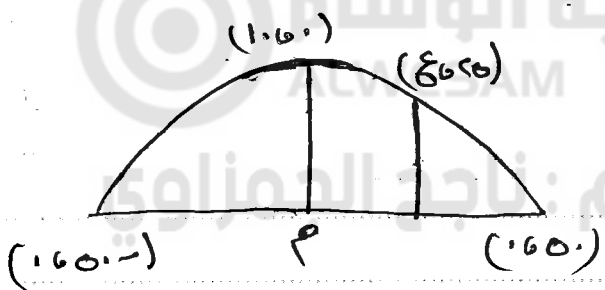
لها $e < 2$ عنل معادلة قطع

(أ) زاوية 30° (ب) زاوية 45°

(ج) ناقص صادي (د) ناقص سيني

(٣٤) الشكل المقابل عيّل نصفه على

شكل نصف قطع ناقص فما قيمته



(٣٥) جد احدائيات البؤره

ومعادلي محو- إمتائل والدليل

للقطع المكافئ الذي معادلته

$$x^2 = 4y \text{ و يمر بالنقطة}$$

(١، ٤)

(٣٦) معادلة دليل للقطع المكافئ

الذي معادلته $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

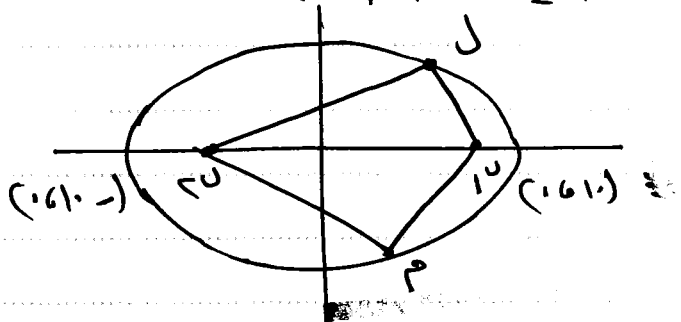
(أ) $x^2 - y^2 = 3$ (ب) $x^2 - y^2 = 4$

(ج) $x^2 - y^2 = 3$

(٣٧) يمثل الشكل التالي منحنى قطع ناقص

بؤرتاه $(-1, 0)$ و $(1, 0)$ ، ما محلي الشكل

الرباعي $LMNP$



(أ) $c = 1$ (ب) $e = 1$ (ج) $c = 2$ (د) $e = 2$

(٣٨) تتحرك النقطة $N(x, y)$

في مستوى بحيث تكون $SN = 2$ ،

ص = $2 - 2\sqrt{2}$ ، فما h - a المحل الهندسي للنقطة

N هو قطع

(أ) مكافئ (ب) ناقص (ج) زاوية

(د) خط مستقيم

(٣٥) تتحرك النقطة ن (س، ص) في مستوى كبت س = جا هـ - جبا هـ
 $ص = ٨ - جا هـ - ا كبت$
 معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن

(٣٦) هـ معادلة لقطع ناقص الذي رأسه (٠، ٦) واهله بؤرتيه (٥، ٥)

(٣٧) هـ معادلة قطع ناقص مركزه (٠، ٥) وبؤرتاه (٦، ٥) واختلافه المركزي $\frac{3}{5}$

(٣٨) تتحرك النقطة (س، ص) كبت ان س = ٥ جا هـ
 $ص = ٣ جبا هـ$ فاهـ معادلة هذا المسار

(٣٩) اذا كانت معادلتها $س + ٩ ص = ١٥$ تمثل معادلة قطع ناقص محوره الأكبر يوازي محور السينات
 اثبت ان

$$ل = \frac{١٥}{س + ٩ ص}$$

(٤٠) قطع ناقص معادلتها $س + ل + ص = ٣٦$ ، ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي (٦٠) واهـ بؤرتيه هـ بؤرة لقطع المكافئ $ص = ٤$ س جـ ل هـ ك ؟

(٤١) القطع الناقص $١ = \frac{(س-٥)^2}{٢٢} + \frac{(ص-٤)^2}{٩}$

اثبت ان $س = ٢(١-هـ)$ هـ الاختلاف المركزي

(٤٢) اوجد معادلة لقطع الذي مركزه (٣، ٤) ومحوره الأكبر يوازي محور لصادات واختلافه المركزي $\frac{4}{5}$ ، وطول محوره الأكبر يزيد عن لافه بين بؤرتيه بمقدار ٤ وحدت

(٤٣) اذا كان لبعدي بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف لبعدي بين طرفي محوريه الأكبر والاصغر فما قيمة الاختلاف المركزي للقطع

٤٤) حدد عناصر لقطع مخروطي

$$1 = \frac{c^2}{36} - \frac{(y-9)^2}{36}$$

٤٥) حدد معادلة لقطع الزائد

بؤرتاه $(-1, 6)$ و $(5, 6)$
ورأساه $(0, 6)$ و $(4, 6)$

٤٦) حدد معادلة لقطع الخافي d

الذي دليبه محور السينات وبؤرتيه
هي مركز لقطع الزائد الذي معادلته

$$4x^2 - 9y^2 - 8x - 6y - 6 = 0$$

٤٧) حدد الاختلاف المركزي لقطع

زائد حيث طول محوره المقاطع
مساوي طول محوره المرافق

$$16x^2 - 9y^2 - 32x - 18y - 23 = 0$$

٤٨) حدد معادلة الدائرة التي مركزها
هو مركز القطع المخروطي

$$4x^2 + 9y^2 - 8x - 6y - 6 = 0$$

بان الدائرة تمس المستقيم

$$3x - 4y - 1 = 0$$

$$e = \frac{17}{10} = \frac{c}{a+b} = \frac{c}{1+3}$$

٤٩) النقطة $(0, 3)$ احد بؤرتي

القطع الزائد $c = 5$ - $d = 6$ $a = 8$
حدد قيمته d

$$e = \frac{1}{5}$$

٥٠) حدد معادلة قطع ناقص M التي تحصل

المعادله $(x-1)^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$
تمثل قطع ناقص

$$P = (1, 0) \text{ و } (0, 6)$$

٥١) اذا كانت $M(0, 3)$ و $N(3, 0)$

اوجد محل محضسي للقطعة المحركة
ن (a, b) حيث ان

$$M = \sqrt{c} \text{ و } N = \sqrt{c}$$

$$e = \frac{c}{a+b} = \frac{9}{4+3} = \frac{9}{7}$$

دائرة

٥٢) اذا كانت $M(0, 3)$ و $N(3, 0)$

حدد محل محضسي للقطعة ن (a, b)
حيث ان

$$c = (a+b) = (3+0) = 3$$

حيث $e = \frac{1}{10}$

$$e = \frac{1}{10} = \frac{c}{a+b} = \frac{3}{1+3}$$

٥٣) هـ معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة $P(س, هـ)$ هي مستوى حيث تبعد بهذا ثابتاً عقده ٣ وحدات عن مستقيم $هـ = ١$ ، ولترائها مركزها بالنقطة $ب(٥٠ - ٤)$ و معادلتها

٥٨) اذا كان $١٥, ١٥$ نقطتين ثابتين عين نوع المحنى الذي تمثله النقطة $ن(س, هـ)$ حيث $أن ن + ١٥ = ١٥ = ل$ حيث $١٥, ١٥$ دل قطع ناقص

٥٩) المعادلتان $س = \frac{١}{٤} (ن - ١)$ $هـ = ن + ١$ يحددان موقع جسم على محنى في الخط $ن$ اكتب معادله المحنى الذي يتحرك عليه جسم على الصورة $س = هـ (هـ)$ ثم عين نوع هذا القطع

٥٤) النقطة $ن(س, هـ)$ تتحرك حيث ان تبعد عنها عن مستقيم $هـ = ١$ ياتي ٣ أمثال بعدها عن النقطة $(٣٠, ٠)$ اكتب معادلة المحل الهندسي و عين نوعه

٥٥) هـ معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط المستوية $ن(س, هـ)$ اذا كان الفرد المطلق لبعدها عن نقطتين $(١٥٥, ١٥)$ $(١٥٥ - ١٥)$ ياتي عقداً ١ ثابتاً ٨ وحدات

٥٦) هـ معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك على هـ من مستويين متوازيين من نقطتين $(٠, ٦٢)$ $(٠, ٦٢)$

٦٥) أكتب معادلة الدائرة التي
تس الجورين وتس المنقح
- ٣س + ٤ص = ١٢ وتقع مركزها
في اربع الثاني

$$٩. (١+٣) + (١-٤) = ١$$

٦٦) جد معادلة الدائرة التي
مركزها (٤-٥) وتقطع من
المنقح ٣س - ٤ص = ٥ جزأ
طولها ٨ وحدت

٦٧) قذف جسم رأسياً للأعلى
من ارتفاع ٤٠ م. ع - ن = ٥
اصب أقصى ارتفاع باستخدام
القطع المكافئ

٦٨) أكتب معادلة القطع المكافئ
الذي محوره المنقح ٣س = ٤ص
بالنقطتين (٣, ٥) و (١, ٥)

٦٩) أكتب معادلة القطع ناقص
الذي اختلافه المركزي $\frac{1}{2}$
واحدى بؤريته (١, ٥) و -
الكريب من تلك البؤرة (٥, ٥)

٦٥) أكتب معادلة الدائرة التي مركزها
هو مركز القطع الزائد الذي بؤرته
(٣, ٥) و (٥, ٥) وتمر ببؤرة
القطع المكافئ ٤ص - ٣س = ١٢

$$٩. (١-٣) + (١-٥) = ١٠$$

٦٦) جد معادلة القطع الزائد الذي
مركزه هو مركز الدائرة

٥س + ٤ص = ١٠
واحدى بؤريته هي مركز القطع
الناقص ٤(٣-٥) + ١١ = ١٠
وطول محوره المرافق = ٨

$$٩. \frac{(٥+٣)}{٥} - \frac{(١-٣)}{١٦} = ١$$

٦٧) اذا قطع صحنى القطع المكافئ
الذي معادته ٣س = ٤ص
بالمنقح الذي معادته ٤ص - ٣س = ١
عند س = ١, ٥ فادبه بؤرة ذلك
القطع

$$٩. \frac{1}{2} = ٥$$

$$\frac{1}{2} = ٥$$

(٦٨) حد من P, S, H إذا كان لقطع ناقص

$4S + 5H + 5P = 6$ ليس محور السبات عند نقطة الاصل ويمر بالنقطة $(-1, 2)$

$0 = P$

$4 = S$

$0 = H$

(٦٩) تتحرك النقطة (S, H) حيث

ان $S = 0$ قاه -4

$S = 0$ $3 - C$ $H = 0$ حد معادلة

حركة النقطة وما نوعها

(٧٠) أكتب معادلة القطع الزائد

الذي يكون فيه المحورين متساويين

و يورسا $(-3, 4)$ $(1, -6)$

(٧١) عين من L التي تجعل

$C = S + L = 8$ قطاعا زائدا

له $(16, 0)$

(٧٢)

إذا كانت $4S - 5H = 6$ تمثل معادلة قطع زائد رصن

ان $L = \frac{12}{3-5}$

(٧٣) حد معادلة الدائرة التي

مركزها مركز القطع ناقص

$1 = \frac{C}{9} + \frac{(S-2)}{25}$ وتر بيوري

القطع ناقص

(٧٤) حد معادلة لقطع ناقص

الذي احدى بؤريته مركز لدايرة

التي معادلتها $(S-2) + (H-4) = 26$

وطول محوره الاصغر يادي طول

قطر الدائرة ومعادلة محوره

الاصغر هي $S = -1$

(٧٥) بين نوع لقطع مخروطي فيما يأتي

(أ) $4S - 5H - 5H + 5H = 17$ زائد

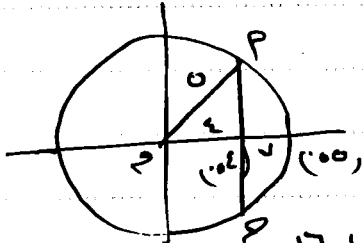
(ب) $5S - 5H - 5H = 13$ مكافئ

(ج) $\frac{1}{2}S + 5H = 8$ ناقص

(د) $5S + 5H = 10$ دائرة

(هـ) $5S + 5H = 8$ زائد

حلول ورقة عمل وحدة القطوع



(3)

$$r^2 + (uP)^2 = r^2$$

$$3 = uP \quad (uP) = r - u$$

$$7 = 3 \times 4 = 12$$

(1) $u = 0 + 1 + 1 + \dots + 1$
(0.0)

$u = 0 + 1 + 1 + \dots + 1$
 $1 = 0$

(0.01)

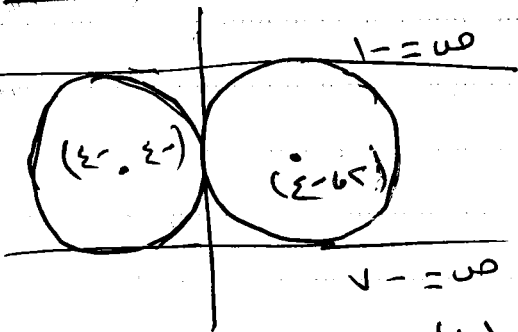
$u = 1 + 1 + 1 + \dots + 1$

$1 = 1 + 1 + 1 + \dots + 1$

(1.04)

$u = 1 + 1 + 1 + \dots + 1$
 $u = 0$

المعادلة $u = 0$



(4)

$u = 1$
 $r = 1 - 1 = 0$
 $r = 3 + 1 = 4$
 $3 = 1$ مركز الادي (4, 6)
 $9 = (4 + u) + (3 - u)$
 $9 = (4 + u) + (3 - u)$

(5) نقطة التقاطع مع السينات $u = 0$

$7 = 0$ $24 = 0$

(0.6)

مع السينات $u = 0$

$1 = 0$ $24 = 0$

(1.00)

المركز $(-1.3) = (1 + \frac{1}{2} - 6 + \frac{1}{2})$

$\sqrt{2 + 27} = \sqrt{29 + 27} = 12$

$0 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1$

المعادلة $20 = (4 + u) + (3 - u)$

(6) تمس محور السينات $u = 1$

المركز (5, 6)

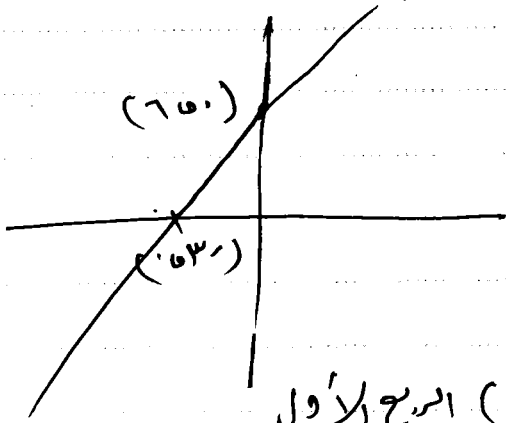
يقع المركز على $u + 3 = 0$

$1 + 3 \times 3 = 0$

$1 = 0$ $1 = 0$

$29 = (7 - u) + (3 - u)$

⑧ المركز (ر 6)
 $6 + 5c = 5d$



الربع الأول (ر 6)

مفوضه $6 = r = 6 + 1c$

الربع الثاني (ر 6)

$6 = r = 6 + 1c$
 $c = r$

$c = 4 = c(1 - 5) + (c + 5)$

الربع الثالث (ر 6)

$6 + 1c = r$

$6 = r = 6 + 1c$

$36 = c(6 + 5) + (6 + 5)$

⑥ تقع المركز على محور السينات
 المركز (6 5)

$r = 5 + (s - 5)$
 (5 6)

① -- $r = 5 + (s - 1)$
 (1 53)

② -- $r = 1 + (s - 3)$
 ③ = ①

$1 + (s - 3) = 5 + (s - 1)$
 $1 + s - 3 = 5 + s - 1$
 $4 = s = 16 + 54$

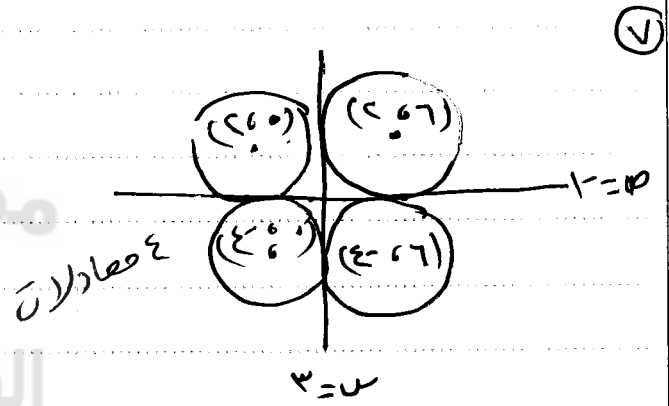
نحوها حتى ⑤

$r = 1 + (4 + 3)$

$0 = r = 1 + 49$

المعادلة $0 = 5 + (4 + 3) + 5d$

أو $0 = 34 - 5d + 58 + 5c$



⑪ المركز $(\frac{11}{2}, \frac{1}{2})$

$(-4, 3) =$

$r = \sqrt{11 - 9 + 1}$

$r = \sqrt{2 - 9}$

$r < 4$ $r < 4$

⑫

$74 = (12 - 5r) + (7 + 5r)$

$\frac{74}{2} = \frac{(7 - 5r)}{2} + \frac{(3 + 5r)}{2}$

$17 = (7 - 5r) + (3 + 5r)$

المركز $(-3, 6)$ $r = 17$

⑬

$5 = 5r - 5r + 0$

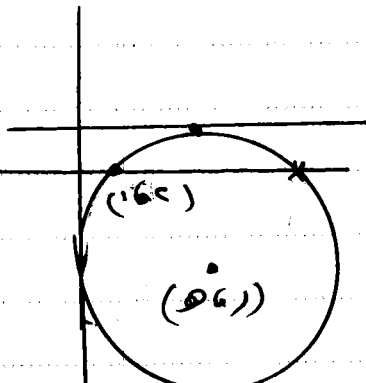
$1 + 0 - 5 = 1 + 5r - 5r$

$(1 - 5) = (1 - 5)$

المركز $(4, 10)$ $r = 10$

معادلة الجوز $r = 1$

④



$1 = r$

$r - 1 = 0$

$r = (r - 1) + (r - 1)$

نحوض $(0, 0)$

$r = (r - 1) + (r - 1)$

$r = r - 1 + r - 1$

$0 = 0 + r - 1$

$0 = (r - 1)$

$1 = r$ $0 = r$

$r = 0 - 1 = -1$

$0 = (5 - r) + (4 + r)$

$0 = 1 - 1 = 0$

$1 = (1 - r) + r$

⑩ $3 = 3 + 3 - 5 - 4 - 10 - 5 - 6$

$0 = 2 - 5 - 3 - 5 - 5$

المركز $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

$r = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}}$

$r = \sqrt{\frac{34}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$



(10) دليله بوزي عم - إسحاق
صهاري

$$P + UP + \sqrt{P} = S$$

النقطة (464)

$$(1) - P + U + P + 17 = 2$$

النقطة (1-64)

$$(2) - P + U - P = 2$$

النقطة (101)

$$1 = P \Leftrightarrow P + \dots = 1$$

$$1 + U + P + 17 = 2 \Leftrightarrow (1)$$

$$(3) - 1 = U + P + 17$$

$$1 + U - P = 2 \Leftrightarrow (2)$$

$$(4) - U - P = 1$$

(3) (4)

$$1 = U + P + 17$$

$$4 \times 1 = U - P$$

$$1 = U + P + 17$$

$$4 = U - P$$

$$\frac{1}{2} = P \quad 0 = P + 17$$

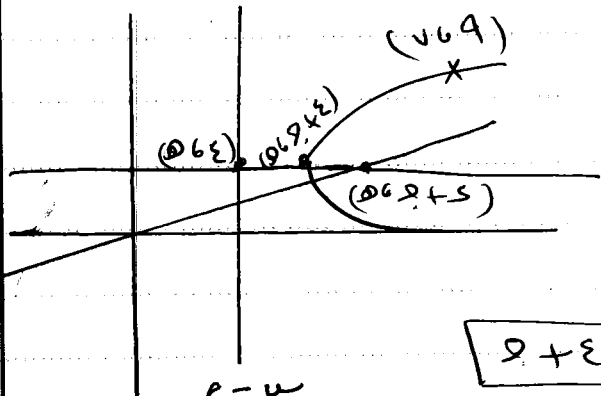
$$U - P = 1$$

$$\frac{3}{2} = 1 - \frac{1}{2} = U \quad U - \frac{1}{2} = 1$$

المعادلة

$$1 + U + \frac{1}{3} + \sqrt{U} = S$$

(12)



$$P + \epsilon = 5$$

$$\epsilon = 5$$

المورد يقع عليه $\frac{U}{C} = 5$

$$\frac{P + P + \epsilon}{C} = \frac{P + 5}{P} = 5$$

$$P + C = \frac{P + 5}{C} = 5$$

$$(5 - U) P \epsilon = (5 - U)$$

$$(P + \epsilon) - 5) P \epsilon = ((P + 5) - U)$$

تعويض (569)

$$(P - \epsilon - 9) P \epsilon = (P - 5 - 17)$$

$$(P - 0) P \epsilon = (P - 0)$$

$$P \epsilon - P C = P + P + 17 - 20$$

$$0 \div = 20 + P + 17 - 20$$

$$= 0 + P + 17 - 20$$

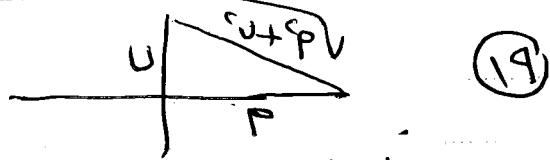
$$= (1 - P) (0 - P)$$

$$1 = 569 = 5 \Leftrightarrow 0 = P$$

$$(9 - U) C = (17 - U)$$

$$3 = 569 = 5 \Leftrightarrow 1 = P$$

$$(0 - U) \epsilon = (3 - U)$$



$$\frac{c^2 - p^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow c^2 - p^2 = \frac{c^2}{4}$$

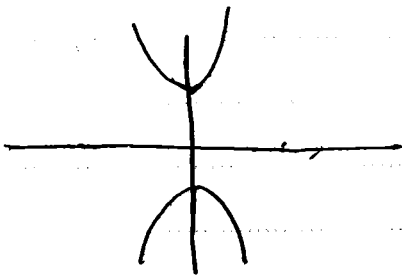
$$3c^2 - 4p^2 = 0 \Rightarrow 3c^2 = 4p^2 \Rightarrow \frac{c}{p} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{2}{\sqrt{3}} p$$

$$c^2 - p^2 = \frac{c^2}{4}$$

$$\frac{c^2}{4} = p^2 \Rightarrow \frac{c}{2} = p$$

$$\sqrt{c^2 - p^2} = a \Rightarrow \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = a \Rightarrow \frac{\sqrt{3}c}{2} = a$$



صادي

$$1 = \frac{c^2}{4} - \frac{c^2}{p^2}$$

$$1 = \frac{c^2}{4} - \frac{c^2}{c^2}$$

النقطة (3, c)

$$1 = \frac{c^2}{4} - \frac{c^2}{9}$$

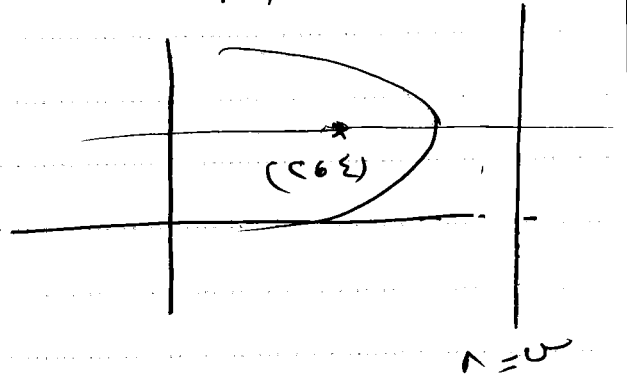
$$\frac{4 \times 9}{4 \times 9} = \frac{c^2}{9} - \frac{c^2}{9}$$

$$\frac{c^2}{9} = \frac{c^2}{9}$$

$$1 = \frac{c^2}{4} - \frac{c^2}{9}$$

كل

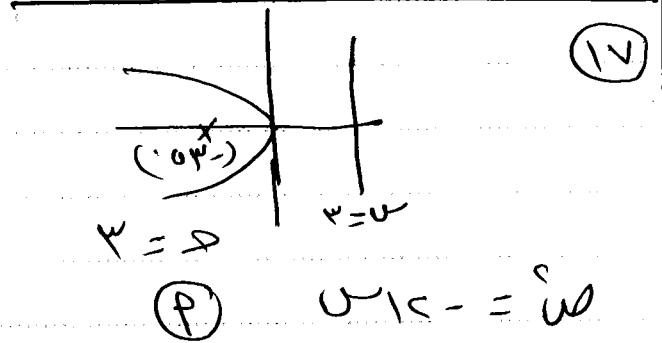
مركز الدائرة $(\frac{c}{2}, \frac{c}{2})$
(c, c) البؤرة



$$c = p \quad c = p$$

الرأس (c, c)

$$(c - p) = (c - p)$$



$$c = p$$

(P)

$$c^2 - p^2 = 0$$

$$1 = \frac{c^2}{9} - \frac{c^2}{16}$$

$$16 = 9c^2 - 9c^2 \Rightarrow 16 = 0$$

(C)

(50) $٤٠٠ = ٢٥٠٠ + ١٦٠٠$

$$1 = \frac{٢٥٠}{16} + \frac{٢٠}{٢٥}$$

$٥ = P$ $٢٥ = P$

$٤ = U$ $16 = U$

$٢٥ - P = D$

$٣ = P$ $٩ = 16 - ٢٥ =$

عطي قيمت P و U

$16 = 6 + 10 =$

(51) $٥ = ٢٠ - ٢٥$

قطع زائد (5)

(52) $٣ = ٥$ قطع ناقص

$٦ = P$ $\frac{٢}{٤} = \frac{٥}{١٥}$

$٨ = \frac{٢٤}{٣} = P$ $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$

$٢٥ - P = D$ $٢٥ - ٦٤ = ٣٦$
 $٢٦ - ٦٤ = U$ $٢٨ =$

$$1 = \frac{٢٥}{٢٨} + \frac{٣٦}{٦٤}$$

(53) ٥ ناقص (5)

(54) $٤ = ٢٥ - ٢٠$ نحوض لنقط

$٤ = U$ $1 \times U = ٤$

$٤ = ٢٥$

$1 = P$ $٤ = P$

البؤ - ٥ (٠.٦١)

الرأس (٠.٦٠)

معادلة ابدل $U = 1 - S$

معادلة نحو $U = ٤$

(55) $1 = \frac{٢٥}{٣} - \frac{٢٠}{٣}$

$1 = \frac{٢٥}{٣} - \frac{٢٠}{٣}$

قطع زائد صادي (P)

(56) $1 = \frac{٢٥}{1} + \frac{٢٠}{٤}$

$٢ = P$ $٤ = P$

$1 = U$

$4 = 20 - P = U$

$٩ = 1 - ٤ = ٣$

$\frac{٩}{٣} = \frac{4}{١}$

(5)

(57) $١٢ = ٢٥ - ١٣$

وكافي صادي للأع
 $٣ = ١٢ = ٢٥ - ١٣$

(P)

(٣٢) $ص٢ = ص١٢$
 $٣ = ٥$ $١٢ = ٥٤$
 البؤة - ٥ (٠.٥٣)

Δ للقطع السابق $٣ = ٥$

$$ص = \frac{٥}{٣} \quad ; \quad \frac{ص}{١} = \frac{٥}{٣}$$

$$ص٢ = ٥$$

$$ص٢ - ٥ = ٥ - ٥ = ٠$$

$$ص٢ - ٥ = ٥ - ٥ = ٠$$

$$ص = ٥$$

$$ص٢ = ٥$$

$$١ = \frac{ص}{٣} + \frac{ص}{١٢}$$

(٣٣) $١ = \frac{ص}{٤} - \frac{ص}{٥}$

$$١ = \frac{ص}{٤} + \frac{ص}{٥}$$

قطع ناقص

(٣٩) محيط كل $٥٤ = ٥٤$

$$١٠ = ٥$$

(٣٠) المحيط $٤٠ = ١٠ \times ٤ = ٤٠$

(٣٠) $٥ = ٥$ $٥ = ٥$ $٥ = ٥$

$$٥ = ٥ - ١ - ١ = ٣$$

$$٥ = ٥ - ١ = ٤$$

قطع مكافئ $٥ = ٥$ $٥ = ٥$ $٥ = ٥$

(٣٠)

(٣١) $٥ = ٥$ $٥ = ٥$

$$٥ = ٥$$

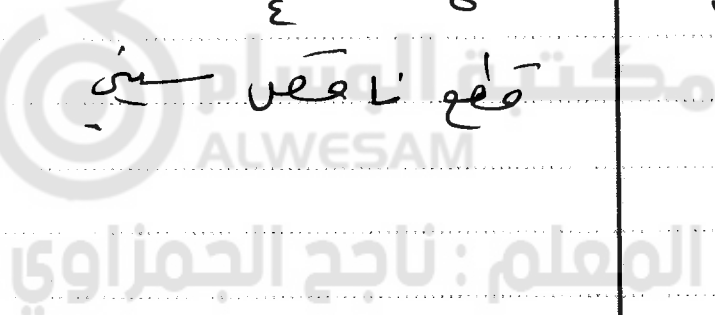
$$٥ = ٥$$

$$٥ = ٥ - ٥ = ٠$$

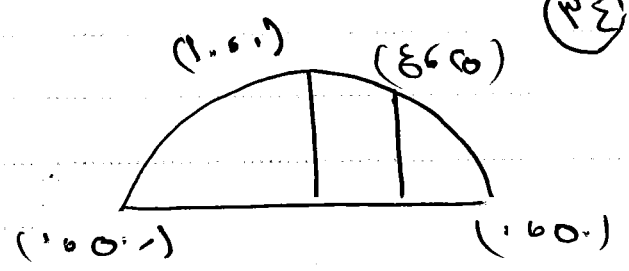
$$٥ = ٥$$

$$\frac{٥}{٥} = \frac{٥}{٥}$$

(٣١)



(٣٤)



$$س = 1 - (1 + ٥٨) = ٥٨$$

$$٥٨ - 1 = ٥٧ = ٥٨ - 1 = ٥٧$$

قطع مكافئ

مركزه (١, ٥٠) سيني

$$٥٠ = س \quad ٥ = س$$

$$١ = س \quad ١ = س$$

مصادفة

$$١ = \frac{٥٥}{١١} + \frac{٥}{٥٠}$$

نعوض (٤٥) في معادله

$$١ = \frac{٤٥}{١١} + \frac{٦٥}{٥٠}$$

$$\frac{٦٥}{٥٠} - ١ = \frac{٤٥}{١١} \leftarrow$$

$$\frac{٤٥}{١١} = \frac{٥٠ - ١١}{١١} = \frac{٣٩}{١١} - ١ = \frac{٣٩}{١١} - \frac{١١}{١١} = \frac{٢٨}{١١}$$

$$٤٥ = س$$

(٣٥)

$$س = (٥٥ - ٥٥) = ٥٥$$

$$٥٥ - ٥٥ = ٥٥ + ٥٥ = ١١٠$$

$$١ = ١ - ٥٥ = ٥٥$$

$$١ = ٥٥ - ٥٥ = ٥٥$$

$$١ + ٥٥ = ٥٥ + ٥٥ = ١١٠$$

(٣٦) ٥ = س ٦ = س

قطع ناقص صادي

$$٥ - س = ٥$$

$$٥ - ٣٦ = س \quad ٥ - ٣٦ = ٥$$

$$١١ = ١١$$

$$١ = \frac{٥}{١١} + \frac{٥}{٣٦}$$

(٣٧) ٦ = س ٧ = س

$$\frac{٦}{٥} = \frac{٧}{٥} \quad ١ = \frac{٥ \times ٦}{٥} = ٦$$

$$٦ - س = ٦$$

$$٦ - ١٠ = س \quad ٦ - ١٠ = ٤$$

$$\frac{٥}{١١} + \frac{٥}{٣٦}$$

(٣٨) ٥ = س ٦ = س

$$\frac{٥}{٥} = ٥ \quad ٥ = ٥$$

$$\frac{٥}{٩} = ٥ \quad ٥ = ٥$$

$$١ = \frac{٥}{٩} + \frac{٥}{٥}$$

قطع ناقص سيني

$$1 = \frac{37}{27} + \frac{37}{27}$$

سيني $9 = \frac{37}{27} = 2P$

$2 = 27 = 27$

$7 = 27 = 7 = \frac{27}{27}$

$$1 = \frac{30}{10} + \frac{30}{10}$$

سيني

$2P = \frac{10}{27}$

$2P + 2P = 2P \iff 2P - 2P = 2P$

$2P + 2P = \frac{10}{27}$

$10 = (2P + 2P) \iff \frac{10}{2P + 2P} = 27$

$\frac{10}{2P + 2P} = 27$

$$\frac{2P}{2P} = 27 \iff \frac{2P}{2P} = 27$$

$2P - 2P = 2P$

$2P - 2P = 2P \iff \frac{2P - 2P}{2P} = 27$

$2P - 2P = 2P$

$(27 - 1)2P = 2P$

$$7 = (2P) + (2P) \quad \textcircled{2}$$

$7 = 2P + 2P$

$10 = 2P + 2P$

$37 = 2P + 2P$

$2P = 2P \iff 2P = 2P$

السوية (37) (10)

$2P - 2P = 2P \iff 2P - 2P = 2P$

$10 = 2P + 2P$

$2 = 2P - 2P$

$9 = 2P \quad 18 = 2P$

$10 = 9 + 2P$

$7 = 2P$

$37 = 2P + 2P$

المركز (36) صادي

$\frac{2}{27} = \frac{2P}{27}$

$2 + 2P = 2P$

$2 + 2P = 2P$

$2 + 2P = 2P \iff \frac{2}{27} = \frac{2P}{27}$

$2 = 2P$

$1 = \frac{2}{27} = 2P \iff \frac{2}{27} = \frac{2P}{27}$

$2P - 2P = 2P$

$37 = 2P \quad 27 = 2P$

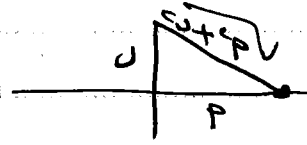
$1 = \frac{(27-27)}{27} + \frac{(37-37)}{27}$

٣ = ٢ ٦ = ٢٢ (٤٥)
 ٣ = ٢ ٤ = ٢٢

المركز = (٢ ٥)

٥ + ٢ = ٢٢
 ٥ = ٢ ٥ + ٤ = ٩

$$1 = \frac{(٢ - ٥)}{٥} - \frac{(٢ - ٥)}{٤}$$



(٤٣)

٢٢ = ٢٢
 ٢٢ = ٢٢

١ - ٢ = ٢٢

٥ - ٢ = ٢

٢٢ = ٢٢

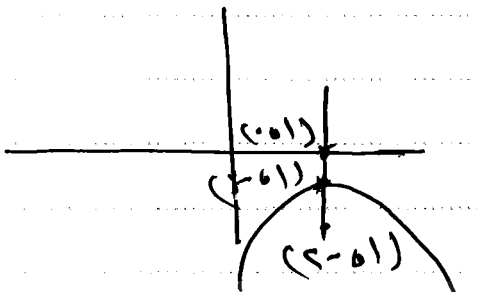
$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$ $\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$

(٤٦) ٤(٢ - ٥) - (٢ - ٥)٦ = ٢٢ - ٤ + ٢٦ = ٢٢

٦ = ٢(٢ + ٥) + ٤(١ - ٥)

$$1 = \frac{(٢ + ٥)}{١} - \frac{(١ - ٥)}{\frac{٦}{٤}}$$

المركز (١ - ٥) وهي نقطة على المحور



١ = ٢ ٢ = ٢٢
 (١ + ٥)٤ = (١ - ٥)

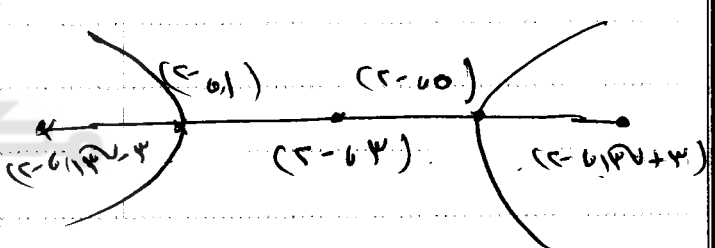
(٤٤) ١ = \frac{(٢ + ٥)٤ - (١ - ٥)٦}{٣٦}

١ = \frac{(٢ + ٥)}{٩} - \frac{(١ - ٥)}{٤}

٢ = ٢ ٤ = ٢ ٩ = ٢

٢ + ٢ = ٢

١٣ = ٩ + ٤ = ١٣



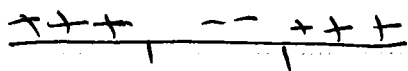
$$0 = \rho \quad \rho + \epsilon = 9$$

$$\frac{\Lambda}{\rho} = 0 \quad \frac{\Lambda}{\rho} = \rho \quad \frac{\Lambda}{\rho} = 9$$

$$\rho = P \quad \rho \epsilon = P \epsilon \quad (47)$$

$$\rho \epsilon = P \quad \rho + P = \rho \Delta \quad \rho = \frac{P}{\epsilon} \quad \rho = \frac{P}{\epsilon} \quad (48)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) \quad (49)$$



$$P = (1 - \rho \epsilon) \quad (50)$$

(51)

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (51)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (52)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (53)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (54)$$

(55)

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (55)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (56)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (57)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (58)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (59)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (60)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (61)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) \quad (49)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (50)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (51)$$

$$\rho \epsilon (1 - P) = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (52)$$

$$1 = \frac{\rho \epsilon}{\epsilon} + \frac{\rho \epsilon (1 - P)}{\epsilon} \quad (53)$$

$$\text{المركب (1 - P) على } \frac{\rho \epsilon (1 - P)}{\epsilon} = \frac{\rho \epsilon (1 - P)}{\epsilon} \quad (54)$$

$$1 - P = 1 - P \quad (55)$$

$$1 - P = 1 - P \quad (56)$$

$$\frac{\epsilon + \rho \epsilon (1 - P)}{\rho \epsilon} = 1 \quad (57)$$

$$\frac{17}{\rho \epsilon} = \rho \epsilon + \rho \epsilon (1 - P) \quad (58)$$

$$1 = \frac{\rho \epsilon}{\epsilon} - \frac{\rho \epsilon}{\epsilon} \quad (59)$$

$$\rho \epsilon = P \quad \epsilon = P \quad (60)$$

$$\rho + P = P \quad (61)$$

٥٦

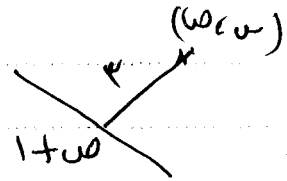
$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

بالتربيع والقراءة

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2$$

$$2x = -2x \Rightarrow x = 0$$

٥٣



$$3 = 1 + \sqrt{1 + 4}$$

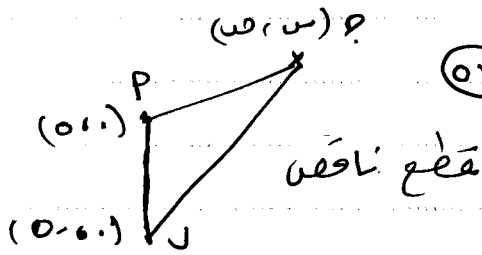
$$3 = 1 + \sqrt{5}$$

$$3 - 1 = \sqrt{5}$$

نقص النقطة

نقص النقطة

٥٧



$$0 = P \quad 1 = R$$

$$C = 1 - 2 = P$$

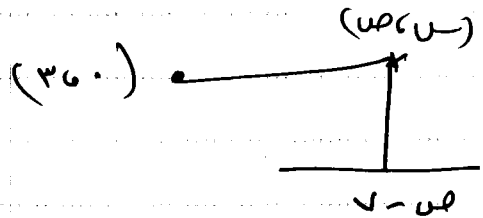
$$1 = P$$

$$C - P = P$$

$$20 = C \quad C - 1 = 20$$

$$1 = \frac{C}{20} + \frac{C}{1}$$

٥٤



$$\sqrt{(3-0)^2 + (0-1)^2} = |3-1|$$

$$(9 + 1) = (2)^2$$

$$10 = 4$$

$$10 = 4 + 6$$

نقص ناقص

٥٥ سطح قائم

زاوية قائمة

$$0 = P \quad 1 = R$$

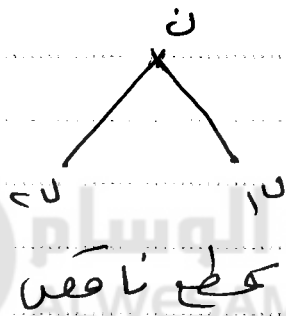
$$C + P = R$$

$$9 = C$$

$$C + 17 = 20$$

$$1 = \frac{C}{9} - \frac{C}{17}$$

٥٨



سطح قائم

$$P = \frac{|10 - 8 + 19|}{\sqrt{20}}$$

$$3 = \frac{10}{0} =$$

$$20 = 4 + 16 = 20$$

$$0 = r$$

$$20 = (r+4)^2 + (0-4)^2$$

$$(59) \quad s = \frac{1}{2} (1-n)^2$$

$$n = 4$$

$$s = \frac{1}{2} (1-4)^2$$

$$3 = \frac{1}{2} (1-4)^2$$

قطع مكافئ

$$(62) \quad f = 4n - 5n^2$$

$$5n^2 - 4n = f$$

$$5(n^2 - \frac{4}{5}n) = f + 10$$

$$5(n - \frac{2}{5})^2 = f + 10$$

$$(n - \frac{2}{5})^2 = \frac{f + 10}{5}$$

الرأس (0.64)

اقصا ، شفاغ 10 =

(60) عند الجوزيد البرع رشي

المركز (-ر ، ر)

$$r = \frac{|12 - r + 3|}{\sqrt{20}}$$

$$r = \frac{|12 - r + 3|}{0}$$

$$\frac{|12 - r + 3|}{0} =$$

$$12 + 3 = r \quad (12 - r + 3 = 0)$$

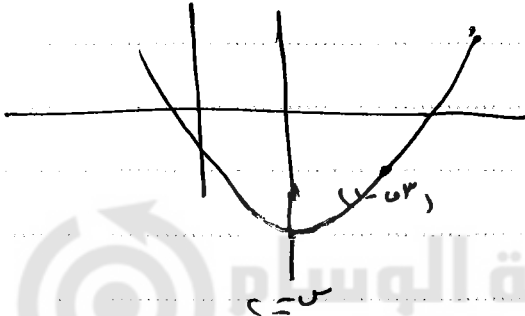
$$12 = r \quad 12 = r$$

$$1 = r \quad 6 = r$$

$$36 = (r+6)^2 + (1+r)^2$$

$$1 = (r-6)^2 + (1+r)^2$$

(63) محور x = 5 ، محور y = 5



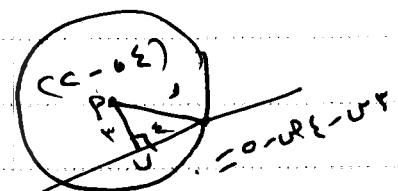
الرأس (5 ، 5)

$$(5 - r)^2 = \frac{1}{4} (r - 5)^2$$

$$(1 - 6r)$$

$$(5 - 3)^2 = \frac{1}{4} (r - 5)^2 \dots (1)$$

$$1 = \frac{1}{4} (r - 5)^2 \leftarrow \text{سبع}$$



(64)

٦٥) مركز لقطع (٢٦١) = مركز الدائرة

$$ص١ - ص٢ = ٩ + ٧٧٦ = ٩ + ٧٧٦$$

$$١٢ + ٧٤ = ٩(٣ - ص١)$$

$$(٣ + ٧)٤ = ٩(٣ - ص١)$$

$$\text{المركز } (٣, ٣)$$

$$٤ = ٢٤ \quad ١ = ٢$$

مركز للمحيط

$$(٣٦٢)$$

معادلة الدائرة

$$ص١ = (٣ - ص١) + (٣ - ص١)$$

تعود (٣٦٢)

$$ص١ = (٣ - ص١) + (٣ - ص١)$$

$$١٠ = ٩, \quad ص١ = ١ + ٩$$

$$١٠ = (٣ - ص١) + (٣ - ص١)$$

التقط (٣, ٥)

$$(٥ - ٣) \times ٤ = (٣ - ٥)$$

$$٥ - (٥ - ٣) \times ٤ = ٩$$

نقطة (٥) على (١)

$$\frac{(٥ - ٣) \times ٤}{٥ - ٣} = ٩$$

$$\frac{١ \times ٤}{٥ - ٣} = ٩$$

$$٥ - ٣ = ٥٩ - ٤ - ٤$$

$$\frac{٣}{٧} = \frac{١٢}{٧} = ٥ \quad ١٢ - ٥ = ٧$$

$$١ = ٤ \times (٣ + ١)$$

$$٢٢ = ١ \quad ١ = \frac{١}{٢} \times ٤ = ١$$

$$\frac{١}{٢} = ٥$$

$$\text{المعادلة } (٣ - ص١) \times \frac{١}{٢} \times ٤ = (٣ - ص١) \times (٣ + ٧)$$

$$(٣ - ص١) \times ٢ = (٣ - ص١) \times (٣ + ٧)$$

$$\text{٦٤) } \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣} \Rightarrow ٣ = ٢$$

٦٦) مركز لقطع (٢٦١) = مركز لقطع (٢٦٢)

المركز (٢٦١) = مركز لقطع (٢٦٢)

$$١ = \frac{(٣ - ص١)}{٤} + \frac{(٣ - ص١)}{٢٥}$$

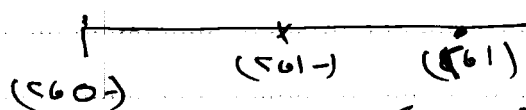
المركز (٢٦١)

$$٤ = ٥ \quad ٧ = ٤$$

$$٦ = ٢ - ٤ = ٢$$

$$١٦ + ٢ = ٢٦ \quad ٣ + ٢ = ٥$$

$$١ = \frac{(٣ - ص١)}{١٦} - \frac{(٣ + ٧)}{٢٥} \quad ٢٠ = ٢٢$$



$$\begin{aligned} \Sigma &= ٢ - ٢ \\ \Sigma &= ٢ - ٢ \end{aligned}$$

$$\Sigma = ٢ - ٢ \Rightarrow ٦ = ٢ \quad \Sigma = ٢ - ٢$$

$$\Sigma - ٢ = ٢ \quad \Sigma - ٣ = ٤$$

$$\Sigma = ٥ \quad \Sigma - ٣ = ٤$$

المركز (٢٦١)

$$١ = \frac{(٣ - ص١)}{٢٤} + \frac{(٣ - ص١)}{٢٦}$$

(٦٩)

$$c = \frac{e + s}{0} \text{ قاه}$$

$$c - u = \frac{c - u}{4} \text{ طاه}$$

$$c + 1 = \text{طاه} \text{ قاه}$$

$$\frac{(e + s)}{c} = \frac{(c - u) + 1}{a}$$

$$1 = \frac{(c - u)}{a} - \frac{(e + s)}{c} \Leftrightarrow \text{قطع دائرة}$$

$$u = p \Leftrightarrow u < p < c \quad (٧٠)$$

$$\text{المركز} = (-1, 63) \text{ صادي}$$

$$u = p \quad 7 = p < c$$

$$p < c = p + p = c + p = c$$

$$\frac{p}{c} = p \Leftrightarrow p < c = a$$

$$\frac{p}{c} = c$$

$$1 = \frac{(p + s)}{a} + \frac{(1 - u)}{\frac{a}{c}}$$

(٦٧) عند $s = 1$ مع المنظم

$$e = u \quad 1 - 3 - u$$

النقط (٤٠١) تقع على المحاور

لغوصها

$$1 - 3 = 4 \quad 0 + 4 = 4$$

$$\text{القطع} = u = -s + c$$

$$-s = c - u$$

$$-s + u = \frac{c}{2} + u - s$$

$$(s - \frac{c}{2}) = (s - \frac{c}{2})$$

صادي للدائرتين

$$\text{المركز} = (\frac{c}{2}, \frac{c}{2})$$

$$e = p = 1 \quad p = \frac{1}{3}$$

$$\text{البؤبة} = (\frac{c}{2}, \frac{c}{2} - \frac{1}{3})$$

$$= (\frac{c}{2}, \frac{c}{2}) = (76, \frac{c}{2})$$

(٦٨) $e = s + c + u + p + u + u + p = 2e$

عند $(0,0)$

المركز على محور الصادات

$$p = p \quad 0 = p$$

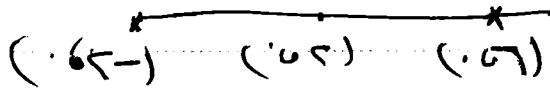
$$e = s + c + u + u + p = 2e$$

بمراية النقط (٤٠١)

$$e = c + e + e$$

$$e = u \quad 1 - u = c$$

$$e = s + (c - u) = 2e - u$$



$$r = \overset{\circ}{u} + \overset{\circ}{(c-u)}$$

يمر بالنقطة (٥, ٦)

$$r = 0 + \overset{\circ}{(c-6)}$$

$$16 = \overset{\circ}{r} \quad \overset{\circ}{r} = \overset{\circ}{c}$$

$$16 = \overset{\circ}{u} + \overset{\circ}{(c-u)}$$

$$16 = \overset{\circ}{(c-u)} \cdot \overset{\circ}{c} + \overset{\circ}{(c-u)} \cdot \overset{\circ}{c} \quad (٧٤)$$

$$16 = \overset{\circ}{(c-u)} + \overset{\circ}{(c-u)}$$

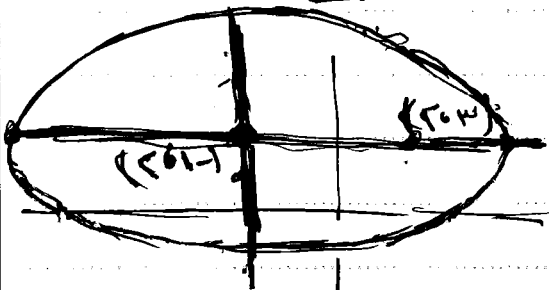
نؤخذ (٣, ٥)

طول المحور الرئيسي $r = c$

$$c = 16 = 1$$

$$\boxed{c = 16} \quad r = c$$

المركز



$$1 = u$$

$$e = 1 - c = p$$

$$u - p = \overset{\circ}{p}$$

$$c = p \quad 9 - p = 16$$

$$1 = \frac{(4-9)}{9} + \frac{(1-9)}{c}$$

$$1 = \frac{\overset{\circ}{u}}{\overset{\circ}{a}} + \frac{\overset{\circ}{u}}{\overset{\circ}{b}} \quad (٧١)$$

$$ل > 0 \quad (٠, ٦٥)$$

$$1 = \overset{\circ}{c} - \overset{\circ}{u} \quad (٧٢)$$

$$1 = \frac{\overset{\circ}{u}}{\overset{\circ}{a}} - \frac{\overset{\circ}{u}}{\overset{\circ}{b}}$$

$$\frac{1}{a} = \overset{\circ}{u} \quad \frac{1}{b} = \overset{\circ}{p}$$

$$\overset{\circ}{u} + \overset{\circ}{p} = \overset{\circ}{c}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \overset{\circ}{c}$$

$$\frac{1}{a} = \overset{\circ}{c} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{c - 1}{b}$$

$$1 = (c - 1) \cdot \frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{c-1} = \frac{a}{b}$$

$$(٧٣) \quad (٥, ٦) \text{ مركز الدائرة}$$

$$9 = u$$

$$c = p$$

$$3 = u$$

$$0 = p$$

$$16 = 9 - c = \overset{\circ}{u} - \overset{\circ}{p} = \overset{\circ}{b}$$

تمت بحمد الله

امنياتى لكم بالتوفيق والنجاح

ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

دعواتكم لوالدي بالرحمة والمغفرة

المعلم : ناجح الجمزاوي