Full Mark

الفرعين : الأدبي ، والفندقي السياحي

الوحدة الرابعة : التكامل وتطبيقاته

إعداد وتصميم الأستاذ : خالد الوحش

مدرسة حنين الثانوية للبنين

0798016746

https://www.youtube.com/user/moonkaled

https://khaledalwahsh.wordpress.com/

Facebook Page : @alwahsh.khaled

التكامل غير المحدود

رمز التكامل : $\int$ اقتران . د س

قواعد التكامل:

١) $\int$ ثابت . د س = نفس الثابت س + جـ

الأمثلة : ١) $\int$ ٥ . د س = ٥ س + جـ

٢) $\int$ ٧ . د س = ٧ س + جـ

٣) $\int$ - ٣ . د س = -٣ س + جـ

٤) $\int$ د س = س + جـ

٥) $\int$ أ . د س = أ س + جـ ، حيث أ ثابت

٦) $\int$ ب . د س = ب س + جـ ، حيث ب ثابت

٧) $\int$ ٣ك^{٢} . د س = ٣ك^{٢} س + جـ ، حيث ك ثابت

٨) $\int \frac{١}{٢}$ د س = س + جـ

٢) $\int \text{س}^{ن}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{ن+١}}{ن+١} + \text{جـ}$

الأمثلة : ١) $\int \text{س}^{٥}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{٦}}{٦} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{س}^{٤}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{٥}}{٥} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{س}^{٩٩}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{١٠٠}}{١٠٠} + \text{جـ}$ **(القوة الموجبة بتزيد)**

٤) $\int \text{س}^{-٤}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{-٣}}{-٣} + \text{جـ}$

٥) $\int \text{س}^{-٨}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{-٧}}{-٧} + \text{جـ}$

٦) $\int \text{س}^{-٩}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{-٨}}{-٨} + \text{جـ}$ **(القوة السالبة بتقل)**

٧) $\int \text{س}^{\frac{٥}{٢}}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{\frac{٥+٢}{٢}}}{\frac{٥+٢}{٢}} + \text{جـ} = \frac{٢}{٧}\text{س}^{\frac{٧}{٢}} + \text{جـ}$

٨) $\int \text{س}^{\frac{٣}{٥}}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{\frac{٣+٥}{٥}}}{\frac{٣+٥}{٥}} + \text{جـ} = \frac{٥}{٨}\text{س}^{\frac{٨}{٥}} + \text{جـ}$

٩) $\int \text{س}^{\frac{-١}{٢}}\ \text{د س} = \frac{\text{س}^{\frac{-١+٢}{٢}}}{\frac{-١+٢}{٢}} + \text{جـ} = \frac{٢}{١}\text{س}^{\frac{١}{٢}} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{عدد س}^{ن}\ \text{د س} = \text{عدد}\ \frac{\text{س}^{ن+١}}{ن+١} + \text{جـ}$

الأمثلة : ١) $\int ٥\text{س}^{٣}\ \text{د س} = ٥\frac{\text{س}^{٤}}{٤} + \text{جـ}$

٢) $\int ٨\text{س}^{٣}\ \text{د س} = ٨\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + \text{جـ} = ٤\text{س}^{٢} + \text{جـ}$

٣) $\int ٦\text{س}^{-٣}\ \text{د س} = ٦\frac{\text{س}^{-٢}}{-٢} + \text{جـ} = -٣\text{س}^{-٢} + \text{جـ}$

٤) $\int ٥\text{س}^{\frac{٣}{٢}}\ \text{د س} = ٥\frac{\text{س}^{\frac{٥}{٢}}}{\frac{٥}{٢}} + \text{جـ} = ٥ \times \frac{٢\text{س}^{\frac{٥}{٢}}}{٥} + \text{جـ}$

٤) التكامل يوزع على الجمع والطرح فقط

مثال ١: $\int (٥\text{س}^{٣} + ٥\text{س}^{٥} + \text{س}^{-٣} - ٢)\ \text{د س}$

$= \frac{٥\text{س}^{٤}}{٤} + \frac{٥\text{س}^{٦}}{٦} + \frac{\text{س}^{-٢}}{-٢} - ٢\text{س} + \text{جـ}$

مثال ٢: $\int (\text{س}^{-٢} + ٨\text{س} - ٢)\ \text{د س}$

$= \frac{\text{س}^{-١}}{-١} + \frac{٨\text{س}^{٢}}{٢} - ٢\text{س} + \text{جـ}$

٥) $\int (\text{أس}+\text{ب})^{\text{ن}}\,\text{د س} = \dfrac{(\text{أس}+\text{ب})^{\text{ن}+١}}{\text{أ}(\text{ن}+١)} + \text{جـ}$

خطي داخل قوس

الأمثلة : ١) $\int (٤\text{س}+٣)^{٨}\,\text{د س} = \dfrac{(٤\text{س}+٣)^{٩}}{٤\times ٩} + \text{جـ}$

٢) $\int (٦\text{س}-١)^{٥}\,\text{د س} = \dfrac{(٦\text{س}-١)^{٦}}{٦\times ٦} + \text{جـ}$

٣) $\int (٧-٢\text{س})^{٨}\,\text{د س} = \dfrac{(٧-٢\text{س})^{٩}}{٩\times -٢} + \text{جـ}$

٤) $\int (٢\text{س}+٣)^{٢}\,\text{د س} = \dfrac{(٢\text{س}+٣)^{٣}}{٣\times ٢} + \text{جـ}$

٥) $\int (٢\text{س}+٣)^{٢}\,\text{د س} = \dfrac{(٢\text{س}+٣)^{٣}}{٣\times ٢} + \text{جـ}$

٦) $\int (٧\text{س}-١)^{\frac{٥}{٢}}\,\text{د س} = \dfrac{(٧\text{س}-١)^{\frac{٧}{٢}}}{\frac{٧}{٢}\times ٧} + \text{جـ}$

٧) $\int (٦-\text{س})^{٢}\,\text{د س} = \dfrac{(٦-\text{س})^{٣}}{٣\times -١} + \text{جـ}$

٦) $\int \text{جا}(\text{أس}+\text{ب})\,\text{د س} = \dfrac{-\text{جتا}(\text{أس}+\text{ب})}{\text{أ}} + \text{جـ}$

الأمثلة : ١) $\int \text{جا}(٢\text{س}-٢)\,\text{د س}$

$= \dfrac{-\text{جتا}(٢\text{س}-٢)}{٢} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{جا}(٦\text{س}+١)\,\text{د س} = \dfrac{-\text{جتا}(٦\text{س}+١)}{٦} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{جا}(٥\text{س})\,\text{د س} = \dfrac{-\text{جتا}(٥\text{س})}{٥} + \text{جـ}$

٤) $\int \text{جاس}\,\text{د س} = \dfrac{-\text{جتاس}}{١} + \text{جـ} = -\text{جتاس} + \text{جـ}$

٥) $\int (٤\text{س} + \text{جا}(٥\text{س}))\,\text{د س} = \dfrac{٤\text{س}^{٢}}{٢} + \dfrac{-\text{جتا}(٥\text{س})}{٥} + \text{جـ}$

$= ٢\text{س}^{٢} + \dfrac{-\text{جتا}(٥\text{س})}{٥} + \text{جـ}$

٥) $\int ٥\text{جا}(٣\text{س})\,\text{د س} = \dfrac{-٥\text{جتا}(٣\text{س})}{٣} + \text{جـ}$

٦) $\int ٤\text{جا}(٧\text{س})\,\text{د س} = \dfrac{-٤\text{جتا}(٧\text{س})}{٧} + \text{جـ}$

٧) $\int (٢-٣\text{جاس})\,\text{د س} = ٢\text{س} + ٣\text{جتاس} + \text{جـ}$

٨) $\int \dfrac{\text{جاس}}{٣}\,\text{د س} = -\dfrac{\text{جتاس}}{٣} + \text{جـ}$

٩) $\int \dfrac{\text{جا٥س}}{٣}\,\text{د س} = -\dfrac{\text{جتا٥س}}{٣\times ٥} + \text{جـ} = -\dfrac{\text{جتا٥س}}{١٥} + \text{جـ}$

٧) $\int \text{جتا}(\text{أس}+\text{ب})\,\text{د س} = \dfrac{\text{جا}(\text{أس}+\text{ب})}{\text{أ}} + \text{جـ}$

الأمثلة : ١) $\int \text{جتا}(٥\text{س}+٢)\,\text{د س} = \dfrac{\text{جا}(٥\text{س}+٢)}{٥} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{جتا}(٣\text{س}-٢)\,\text{د س} = \dfrac{\text{جا}(٣\text{س}-٢)}{٣} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{جتا}(٤\text{س})\,\text{د س} = \dfrac{\text{جا}(٤\text{س})}{٤} + \text{جـ}$

٤) $\int (\text{جتا٥س} + \text{جا٢س} - ٣\text{س}^{٢})\,\text{د س}$

$= \dfrac{\text{جا٥س}}{٥} + \dfrac{-\text{جتا٢س}}{٢} - \dfrac{٣\text{س}^{٣}}{٣} + \text{جـ}$

$= \dfrac{\text{جا٥س}}{٥} - \dfrac{\text{جتا٢س}}{٢} - \text{س}^{٣} + \text{جـ}$

٥) $\int ٣\text{جتا٢س}\,.\,\text{د س} = \dfrac{٣\text{جا٢س}}{٢} + \text{جـ}$

٦) $\int (\text{جتاس} - ٥\text{س}^{٦} + ٢)\,.\,\text{د س}$

$= \dfrac{\text{جاس}}{١} - \dfrac{٥\text{س}^{٧}}{٧} + ٢\text{س} + \text{جـ}$

٧) $\int (٥\text{جتا٧س} - \text{جا٢س})\,.\,\text{د س}$

$= ٥\dfrac{\text{جا٧س}}{٧} - \dfrac{\text{جتا٢س}}{٢} + \text{جـ}$

٨) $\int \dfrac{\text{جتاس}}{٢}\,.\,\text{د س} = \dfrac{\text{جاس}}{٢} + \text{جـ}$

٨) $\int \text{قا}^{٢}(\text{أس}+\text{ب})\ .\ \text{د س} = \frac{\text{ظا}(\text{أس}+\text{ب})}{\text{أ}} + \text{جـ}$

الأمثلة : ١) $\int \text{قا}^{٢}(٥\text{س}+١)\ .\ \text{د س}$

$= \frac{\text{ظا}(٥\text{س}+١)}{٥} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{قا}^{٢}(٤\text{س})\ .\ \text{د س} = \frac{\text{ظا}(٤\text{س})}{٤} + \text{جـ}$

٣) $\int \left(\text{قا}^{٢}(٣\text{س}) + \text{جتا}(٢\text{س}) - \text{جا}(٥\text{س})\right)\ .\ \text{د س}$

$= \frac{\text{ظا}(٣\text{س})}{٣} + \frac{\text{جا}(٢\text{س})}{٢} + \frac{\text{جتا}(٥\text{س})}{٥} + \text{جـ}$

٤) $\int \left(٦\,\text{قا}^{٢}(٥\text{س})\right)\ .\ \text{د س} = ٦\frac{\text{ظا}(٥\text{س})}{٥} + \text{جـ}$

٥) $\int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٢}\ .\ \text{د س} = \frac{\text{ظاس}}{٢} + \text{جـ}$

٦) $\int \left(\frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٣} - \text{جا}(٢\text{س}) + ٤\text{س}^{٥}\right)\ .\ \text{د س}$

$= \frac{\text{ظا}(٣\text{س})}{٣} + \frac{\text{جا}(٢\text{س})}{٢} + \frac{٤\text{س}^{٦}}{٦} + \text{جـ}$

٧) $\int \left(٦ + ٣\text{س}^{٥} + \text{قا}^{٢}(٣\text{س})\right)\ .\ \text{د س}$

$= ٦\text{س} + \frac{٣\text{س}^{٦}}{٦} + \frac{\text{ظا}(٣\text{س})}{٣} + \text{جـ}$

المحرمات الخمسة :

١) محرمة الجذر $\sqrt[\text{ن}]{\text{س}^{\text{م}}}$

تجهيز ← تكامل

الأمثلة : ١) $\int \sqrt[٥]{\text{س}^{٣}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز $\int \text{س}^{\frac{٣}{٥}}\ .\ \text{د س}$

تكامل $= \frac{\text{س}^{\frac{٣+٥}{٥}}}{\frac{٣+٥}{٥}} + \text{جـ} = \frac{٥}{٨}\text{س}^{\frac{٨}{٥}} + \text{جـ}$

٢) $\int \sqrt[٣]{\text{س}^{٢}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز $\int \text{س}^{\frac{٢}{٣}}\ .\ \text{د س}$

تكامل $= \frac{\text{س}^{\frac{٢+٣}{٣}}}{\frac{٢+٣}{٣}} + \text{جـ} = \frac{\text{س}^{\frac{٥}{٣}}}{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ} = \frac{٣}{٥}\text{س}^{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ}$

٣) $\int \sqrt{\text{س}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز $\int \text{س}^{\frac{١}{٢}}\ .\ \text{د س}$

تكامل $= \frac{\text{س}^{\frac{١+٢}{٢}}}{\frac{١+٢}{٢}} + \text{جـ} = \frac{\text{س}^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} + \text{جـ} = \frac{٢}{٣}\text{س}^{\frac{٣}{٢}} + \text{جـ}$

٤) $\int \left(\sqrt[٥]{\text{س}^{٢}} + \text{جتاس} - ٣\right)\ .\ \text{د س}$

تجهيز $\int \left(\text{س}^{\frac{٢}{٥}} + \text{جتاس} - ٣\right)\ .\ \text{د س}$

تكامل $= \frac{\text{س}^{\frac{٢+٥}{٥}}}{\frac{٢+٥}{٥}} + \text{جاس} - ٣\text{س} + \text{جـ}$

$= \frac{\text{س}^{\frac{٧}{٥}}}{\frac{٧}{٥}} + \text{جاس} - ٣\text{س} + \text{جـ}$

$= \frac{٥}{٧}\text{س}^{\frac{٧}{٥}} + \text{جاس} - ٣\text{س} + \text{جـ}$

٢) محرمة الضرب

(   ) (   )

س (   )

تجهيز ← تكامل

الأمثلة : ١) جد $\int \text{س}^{٢}(٤\text{س}+١)\ .\ \text{د س}$

تجهيز $= \int \left(٤\text{س}^{٣} + \text{س}^{٢}\right)\ .\ \text{د س}$

تكامل $= \frac{\cancel{٤}\text{س}^{٤}}{\cancel{٤}} + \frac{\text{س}^{٣}}{٣} + \text{جـ}$

$= \text{س}^{٤} + \frac{\text{س}^{٣}}{٣} + \text{جـ}$

٢) جد $\int \text{٢س}^{٣}(\text{٣س}^{٢}+\text{٥})\ .\ \text{د س}$

تجهيز = $\int (\text{٦س}^{٥}+\text{١٠س}^{٣})\ .\ \text{د س}$

تكامل = $\frac{\cancel{\text{٦}}\text{س}^{٦}}{\cancel{\text{٦}}}+\frac{\text{١٠س}^{٤}}{\text{٤}}+\text{جـ}$

= $\text{س}^{٦}+\frac{\text{٥س}^{٤}}{\text{٢}}+\text{جـ}$

٣) جد $\int (\text{٢س}+\text{١})(\text{٣س}+\text{٥})\ .\ \text{د س}$

تجهيز = $\int (\text{٦س}^{٢}+\text{١٠س}+\text{٣س}+\text{٥})\ .\ \text{د س}$

تكامل = $\frac{\text{٦س}^{٣}}{\text{٣}}+\frac{\text{١٠س}^{٢}}{\text{٢}}+\frac{\text{٣س}^{٢}}{\text{٢}}+\text{٥س}+\text{جـ}$

٤) جد $\int (\text{س}^{٢}+\text{٣})(\text{٢س}-\text{١})\ .\ \text{د س}$

٣) محرمة القسمة

النوع الأول $\int \frac{\text{عدد}}{\text{س}^{\text{قوة}}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز ← تكامل

الأمثلة : ١) $\int \frac{\text{٥}}{\text{س}^{٤}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز = $\int \text{٥س}^{-٤}\ .\ \text{د س}$

تكامل = $\frac{\text{٥س}^{-٣}}{-\text{٣}}+\text{جـ}$

٢) جد $\int \frac{\text{٣}}{\text{س}^{-٥}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز = $\int \text{٣س}^{٥}\ .\ \text{د س}$

تكامل = $\frac{\text{٣س}^{٦}}{\text{٦}}+\text{جـ}=\frac{\text{س}^{٦}}{\text{٢}}+\text{جـ}$

٣) جد $\int \frac{\text{٨}}{\text{س}^{٦}}\ .\ \text{د س}$

تجهيز = $\int \text{٨س}^{-٦}\ .\ \text{د س}$

تكامل = $\frac{\text{٨س}^{-٥}}{-\text{٥}}+\text{جـ}$

٤) جد $\int \frac{\text{دس}}{\text{س}^{٥}}$

تجهيز = $\int \text{س}^{-٥}\ .\ \text{دس}$

تكامل = $\frac{\text{س}^{-٤}}{-\text{٤}}+\text{جـ}$

٥) جد $\int \frac{\text{٣}}{(\text{٤س}+\text{٥})^{٢}}\ .\ \text{دس}$

تجهيز = $\int \text{٣}(\text{٤س}+\text{٥})^{-٢}\ .\ \text{دس}$

تكامل = $\frac{\text{٣}(\text{٤س}+\text{٥})^{-١}}{-\text{١}\times\text{٤}}+\text{جـ}$

٦) جد $\int \frac{\text{٢}}{(\text{٥س}-\text{١})^{٨}}\ .\ \text{دس}$

تجهيز = $\int \text{٢}(\text{٥س}-\text{١})^{-٨}\ .\ \text{دس}$

تكامل = $\frac{\text{٢}(\text{٥س}-\text{١})^{-٧}}{-\text{٧}\times\text{٥}}+\text{جـ}$

٧) $\int \frac{\text{٣}}{(\text{٢س}-\text{١})^{-٥}}\ .\ \text{دس}$

النوع الثاني : $\int \frac{\text{أكثر من حد}}{\text{حد}} \,.\, \text{دس}$

تجهيز ← تجهيز ← تكامل

الأمثلة : ١) $\int \frac{٥\text{س}^{٤} + ٨\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{\text{س}} \,.\, \text{دس}$

تجهيز $= \int \left(\frac{٥\text{س}^{٤}}{\text{س}} + \frac{٨\text{س}^{٢}}{\text{س}} - \frac{٣\text{س}}{\text{س}} \right) .\, \text{دس}$

تجهيز $= \int \left(٥\text{س}^{٣} + ٨\text{س} - ٣ \right) .\, \text{دس}$

تكامل $= \frac{٥\text{س}^{٤}}{٤} + \frac{٨\text{س}^{٢}}{٢} - ٣\text{س} + \text{جـ}$

٢) $\int \frac{٦\text{س}^{٤} + \text{س}^{٥} - ٣\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}} \,.\, \text{دس}$

٣) $\int \frac{٧\text{س}^{٨} + ٥\text{س}^{٣} - ٢}{\text{س}^{٢}} \,.\, \text{دس}$

٤) $\int \frac{\text{س}^{٢}\,\text{جا}(٥\text{س}) + ٤\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٢}} \,.\, \text{دس}$

٥) $\int \frac{٦\text{س}^{٥} + \text{س}^{٣}\,\text{جتاس}}{\text{س}^{٣}} \,.\, \text{دس}$

النوع الثالث : $\int \frac{\text{أكثر من حد}}{\text{س} - \text{رقم}} \,.\, \text{دس}$

تجهيز (تحليل و اختصار) ← تكامل

الأمثلة : ١) $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢} \,.\, \text{دس} \text{ ، } \text{س} \neq ٢$

تجهيز $= \int \frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}\,(\text{س} + ٢)}{\cancel{\text{س} - ٢}} \,.\, \text{دس}$

تكامل $= \frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٢\text{س} + \text{جـ}$

٢) $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}{\text{س} - ٣} \,.\, \text{دس} \text{ ، } \text{س} \neq ٣$

٣) $\int \frac{\text{س}^{٣} + ٨}{\text{س} + ٢} \,.\, \text{دس}$ ، $\text{س} \neq -٢$

تجهيز = $\int \frac{\cancel{(\text{س} + ٢)}\,(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)}{\cancel{(\text{س} + ٢)}} \,.\, \text{دس}$

تكامل = $\frac{\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٢\text{س}^{٢}}{٢} + ٤\text{س} + \text{ج}$

٤) $\int \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥}{\text{س} - ٣} \,.\, \text{دس}$ ، $\text{س} \neq ٣$

٥) $\int \frac{\text{س}^{٣} + ٦٤}{\text{س} + ٤} \,.\, \text{دس}$ ، $\text{س} \neq -٤$

المحرمة ٤ : محرمة ظاس

إذا شفت ظاس ← تذكر أن ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

سؤال١: جد $\int \text{جتاس ظاس} \,.\, \text{دس}$

تجهيز $\int \cancel{\text{جتاس}} \frac{\text{جاس}}{\cancel{\text{جتاس}}} \,.\, \text{دس}$

تكامل = $-\text{جتاس} + \text{ج}$

سؤال٢: جد $\int \text{جتا٥س ظا٥س} \,.\, \text{دس}$

تجهيز $\int \cancel{\text{جتا٥س}} \frac{\text{جا٥س}}{\cancel{\text{جتا٥س}}} \,.\, \text{دس}$

تكامل = $-\text{جتا٥س} + \text{ج}$

سؤال٣: جد $\int ٣\text{ظاس جتاس} \,.\, \text{دس}$

المحرمة ٥ : محرمة $\frac{\text{عدد}}{\text{جتاس}}$

ارفع جتا²س للبسط وحولها لـ قا²س

سؤال١: جد $\int \frac{٦}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} \,.\, \text{دس}$

تجهيز $\int ٦\text{قا}^{٢}\text{س} \,.\, \text{دس}$

تكامل = $٦\text{ظاس} + \text{ج}$

سؤال٢: جد $\int \frac{٧}{\text{جتا}^{٢}٥\text{س}} \,.\, \text{دس}$

سؤال٣: جد $\int \left(\frac{٥}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} + ٣\text{س}^{٢} + ٨ \right) .\text{دس}$

*** محرمات MIX***

بلش بالجذور بعدين بالضرب بعدين بالقسمة

سؤال ١: جد $\int \frac{٥}{\sqrt[٣]{\text{س}^{٢}}} .\text{دس}$

تجهيز الجذر $= \int \frac{٥}{\text{س}^{\frac{٢}{٣}}} .\text{دس}$

تجهيز القسمة $= \int ٥\text{س}^{-\frac{٢}{٣}} .\text{دس}$

تكامل

$$= \frac{٥\text{س}^{\frac{-٢+٣}{٣}}}{\frac{-٢+٣}{٣}} + \text{جـ}$$

$$= ٣ \times ٥ \times \frac{\text{س}^{\frac{١}{٣}}}{١} + \text{جـ}$$

سؤال ٢: $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}{\sqrt[٣]{\text{س}}} .\text{دس}$

سؤال ٣: $\int \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{\sqrt{\text{س}}} .\text{دس}$

سؤال ٤: $\int \sqrt{\text{س}} \left(\text{س}^{٢} + ١٠ \right) .\text{دس}$

سؤال ٥: $\int \frac{١}{\sqrt[٥]{\text{س}} + ٢} .\text{دس}$

الأسئلة المقالية في التكامل غير المحدود

معطيات	المطلوب	الحل
ق̀(س)	ق(س) قاعدة الاقتران ق(عدد)	١) وزع التكامل على الطرفين ٢) تكامل ٣) نجد جـ (من ق(عدد) = رقم) ٤) عوض جـ ٥) Vip عوض قيمة س (إذا طلب ق(عدد))

سؤال ١: إذا كان ق(س) قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)=٤س^{٣}+٢س+٥ ، وكان ق (٠) = ٨ ، جد
قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٢: إذا كان ق(س) قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)=٣س^{٢}+٢س+٢ ، وكان ق (١) = ٢٠ ، جد
قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٣: إذا كان ق(س) قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)=٢س−٥ ، وكان ق (٢) = ٤ ، جد ق(٣) ؟

سؤال ٤: إذا كان ق قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)=٣س^{٢}+٢س+٣ ، وكان ق (٠) = ٨ ، جد
ق(١) ؟

سؤال ٥: إذا كان ق قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)=٣س(س+٢) ، وكان ق (١) = ١٥ ، جد
قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٦: إذا كان ق قابلا للاشتقاق ، وكان
ق̀(س)= $\frac{\text{٣س}^{٢}+\text{٦س}+\text{٨س}^{٤}}{\text{س}}$ ، س ≠ ٠ ، وكان
ق (١) = ١٢ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٧: إذا كان ل قابلا للاشتقاق ، وكان

$لَ(س) = ٣س^٢ + ٢س + ٥$ ، جد ل(٣) – ل(١) ؟

سؤال ٨: إذا كان ل قابلا للاشتقاق ، وكان

$لَ(س) = ٤س^٣ + ٥س^٤ – ٢س$ ، جد ل(١) – ل(٠) ؟

التكامل المحدود

$$\int_{أ}^{ب} قَ(س) \, . \, دس = ق(س) \Big]_{أ}^{ب} = ق(ب) – ق(أ)$$

نفس التكامل غير المحدود بس بدل **+ جـ** بتحط قشاطة التكامل

مثال ١ : $\int_{١}^{٢} ٣س^٢ \, . \, دس$

$$= \frac{\cancel{٣}س^٣}{\cancel{٣}} \Big]_{١}^{٢}$$

= (التعويض العلوي) – (التعويض السفلي)

$= (٢^٣) – (١^٣) = ٨ – ١ = ٧$

مثال ٢ : $\int_{٢}^{٥} ٢س \, . \, دس$

$$= \frac{\cancel{٢}س^٢}{\cancel{٢}} \Big]_{٢}^{٥}$$

$= (٥^٢) – (٢^٢) = ٢٥ – ٤ = ٢١$

مثال ٣ : $\int_{١}^{٣} (٢س + ٥) \, . \, دس$

مثال ٤ : $\int_{٠}^{٢} (٣س^{٢} + ٢س + ٢) \, . دس$

مثال ٥ : $\int_{٢}^{١} (٦س + ٣) \, . دس$

مثال ٦ : $\int_{-١}^{٢} (٣س^{٢} - ٤) \, . دس$

مثال ٧ : $\int_{١}^{٦} -٢ \, . دس$

مثال ٨: س ١ فرع جـ ص ١٧١ من الكتاب

جد $\int_{٠}^{٢} (٣س + ٨س^{٣} - ٥س^{٤} + ٧) \, . دس$

(المحرمات مع التكامل المحدود)

مثال ٩ : جد $\int_{٠}^{١} \sqrt{س} \, . دس$

مثال ١٠ : $\int_{٠}^{١} (\sqrt{س} + ٢س) \, . دس$

مثال ١١ : جد $\int_{٠}^{٤} \sqrt{\text{س}}\ .\ \text{دس}$

مثال ١٢ : $\int_{١}^{٢} \text{س}(٣\text{س}+٢)\ .\ \text{دس}$

مثال ١٣ : $\int_{٠}^{٢} (٣\text{س}+٢)(\text{س}+٤)\ .\ \text{دس}$

مثال ١٤ : $\int_{٠}^{١} \frac{\text{س}^{٢}+٦\text{س}-٧}{\text{س}-١}\ .\ \text{دس}$

مثال ١٥ : $\int_{-٢}^{٢} \frac{٣}{\text{س}^{-٢}}\ .\ \text{دس}$

مثال ١٦ : $\int_{١}^{٤} \frac{٦}{\sqrt{\text{س}}}\ .\ \text{دس}$

(قاعدة القوس مع التكامل المحدود) (أسئلة قوية)

مثال ١٧ : $\int_{٠}^{٢} (٢\text{س}+١)^{٢}\ .\ \text{دس}$

مثال ١٨ : $\int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt{\text{س}+١}}\ .\ \text{دس}$

مثال ١٩ : $\int_{٠}^{١٣} \frac{١}{\sqrt[٣]{٢س + ١}} \cdot دس$

مثال ٢٠ : $\int_{٠}^{٢} \sqrt{٤س + ١} \cdot دس$

مثال ٢١ : $\int_{١}^{٢} (٢س - ١)^{٢} \cdot دس$

(قاعدة الملوخية)

$\int_{عدد}^{نفس\ العدد}$ **ملوخية . دس = صفر**

$\int_{٢}^{٢} ٥س^{٢} \cdot دس = صفر$

$\int_{٦}^{٦} \left(٦ + \frac{١}{\sqrt{س}} + ٢س\right) \cdot دس = صفر$

$\int_{-٥}^{-٥} (٤س - ١)^{٣} \cdot دس = صفر$

ملاحظة: (المشتقة بتروح مع التكامل المحدود)

مثال ١ : إذا كان $\int_{٢}^{٥} \bar{ق}(س) \cdot دس = ١٣$ ، وكان

$ق(٢) = ٣$ ، جد $ق(٥)$ ؟

مثال ٢ : إذا كان $\int_{١}^{٣} \bar{ق}(س) \cdot دس = ٢٠$ ، وكان

$ق(١) = ٢$ ، جد $ق(٣)$ ؟

مثال ٣ : إذا كان $\int_{٢}^{٤} \text{أ}\,\text{ق}'(\text{س})\,.\,\text{دس} = ٢٥$ ، وكانت

ق(٤) = ٨ ، وكانت ق(٢) = ٣ ، جد قيمة الثابت أ ؟

مثال ٤ : إذا كان $\int_{١}^{٧} \text{ب}\,\text{ق}'(\text{س})\,.\,\text{دس} = ١٨$ ، وكانت

ق(٧) = ٦ ، وكانت ق(١) = ٢ ، جد قيمة الثابت ب؟

الأسئلة المقالية في التكامل المحدود

المعطيات	المطلوب	الحل
ق َ(س) مع فترة [أ ، ب]	ق(ب) – ق(أ)	١) وزع التكامل المحدود على الطرفين ٢) كامل الطرفين ٣) عوض حدود التكامل

مثال ١: س ٣ ص ١٧١ من الكتاب

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة [١ ، ٥] وكان

ق َ(س) = ٢س + ١ ، جد قيمة ق(٥) – ق(١) ؟

مثال ٢: إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة

[٢ ، ٣] وكان ق َ(س) = ٢س – ١ ، جد قيمة

ق(٣) – ق(٢) ؟

مثال ٣: إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة[١ ، ٢]

وكان ق َ(س) = ٣س^{٢} + ٢ ،جد قيمة ق(٢) – ق(١) ؟

إيجاد المجاهيل في التكامل المحدود

النوع الأول: مجاهيل بدون ى(س)

الحل : ١) كامل عادي

٢) عوض حدود التكامل

٣) إذا طلعت معادلة تربيعية طويلة :

أنقل كل إشي على الطرف اليمين

تحليل أو عامل مشترك

مثال ١: إذا كان $\int_{٢}^{م} ٤ \, ءس = ٢٠$ ، جد قيمة الثابت م ؟

مثال ٢: إذا كان $\int_{٢}^{ن} ٢ \, ءس = ١٦$ ، جد قيمة الثابت ن ؟

مثال ٣: إذا كان $\int_{٠}^{ب} ٢س \, ءس = ٩$ ، جد قيمة الثابت ب ؟

مثال ٤: إذا كان $\int_{١}^{جـ} ٣س^{٢} \, ءس = ١٢٤$ ، جد قيمة الثابت جـ ؟

مثال ٥: إذا كان $\int_{١}^{٣} ب \, ءس = ١٠$ ، جد قيمة الثابت ب ؟

مثال ٦: إذا كان $\int_{١}^{٢} ٢أس \, ءس = ٢٠$ ، جد قيمة الثابت أ؟

مثال ٧: إذا كان $\int_{١}^{أ} (٢س + ٢) \, ءس = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

مثال ٨: إذا كان $\int_{\text{٢}}^{\text{أ}} (\text{٢س} + \text{٥})\,\text{ءس} = \text{٠}$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

مثال ٩: إذا كان $\int_{\text{٠}}^{\text{ل}} (\text{٢س} - \text{١})\,\text{ءس} = \text{٦}$ ، جد قيمة الثابت ل ؟

مثال ١٠: إذا كان $\int_{\text{١}}^{\text{ب}} (\text{٢س} - \text{١})\,\text{ءس} = \text{٠}$ ، جد قيمة الثابت ب ؟

النوع الثاني: مجاهيل مع ق(س)

الحل: ١) الحد العلوي = الحد السفلي

٢) إذا طلعت معادلة تربيعية طويلة :

أنقل كل اشي عند التربيع

إما تحليل أو عامل مشترك

مثال ١: إذا كان $\int_{\text{١٢}}^{\text{أ}+\text{٥}} \text{ق(س)}\,\text{ءس} = \text{٠}$ ، جد قيمة الثابت أ؟

مثال ٢: إذا كان $\int_{\text{٤}}^{\text{أ}^{\text{٣}}-\text{١٢١}} \text{ق(س)}\,\text{ءس} = \text{٠}$ ، جد قيمة الثابت أ؟

مثال ٣:إذا كان $\int_{\text{م}^{\text{٣}}+\text{١}}^{-\text{٧}} \text{ق(س)}\,\text{ءس} = \text{٠}$ ،جد قيمة الثابت م؟

مثال ٤:إذا كان $\int_{\text{أ}-\text{١}}^{\text{٥أ}+\text{٧}} \text{ق(س)}\,\text{ءس} = \text{٠}$ ،جد قيمة الثابت م؟

مثال ٥: إذا كان $\int_{\text{٢أ}+٨}^{\text{٤أ}-٢} \text{ن(س)}\,.\text{ءس} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ؟

مثال ٦: إذا كان $\int_{٣}^{\text{أ}^{٢}+\text{٢أ}} \text{ن(س)}\,.\text{ءس} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

مثال ٧: إذا كان $\int_{\text{٦أ}+٧}^{\text{أ}^{٢}} \text{ن(س)}\,.\text{ءس} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

مثال ٨: إذا كان $\int_{٢+\text{أ}}^{\text{أ}^{٢}-٤} \text{ن(س)}\,.\text{ءس} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

العلاقة بين المشتقة والتكامل غير المحدود

المعطيات	المطلوب	الحل
تكامل غير محدود	مشتقة	١) اشتق الطرفين ٢) المشتقة بتروح مع التكامل ٣) تأكد من الوصول للمطلوب ٤) بعض الأسئلة تحتاج إلى اشتقاق مرة أخرى ٥) عوض قيمة س إن وجدت

مثال ١: إذا كان $\text{ص} = \int (٤\text{س}^{٢} - ٣\text{س})\,.\text{ءس}$ ، جد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ عندما س= ٢ .

مثال ٢: إذا كان $\text{ص} = \int (٥\text{س} + ١)\,.\text{ءس}$ ، جد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ عندما س= ١ .

مثال ٣: إذا كان $\text{ص} = \int (٦\text{س} - ١)\,.\text{ءس}$ ، جد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ عندما س= ٢ .

مثال ٤: إذا كان $ق(س) = \int (٣س^٢ + ٥) \, ءس$ ، جد $قَ(١)$.

مثال ٥: إذا كان $ق(س) = \int (جاس - جتاس) \, ءس$ ، جد $قَ(س)$.

(مهم) مثال ٦: إذا كان $\int قَ(س) \, ءس = ٥س^٢ + ٢$ ، جد $قَ(١)$.

مثال ٧: إذا كان
$\int عَ(س) \, ءس = ٦س^٣ - ٣س^٢ + ٦س - ٥$ ، جد $عَ(١)$.

مثال ٨: (مهم جداً : ٢٠١٨صيفي) إذا كان
$\int ق(س) \, ءس = ٣س^٢ - ٢$ ، جد $قَ(٢)$.

مثال ٩: إذا كان $\int ق(س) \, ءس = س^٣ + س^٢ + ٥$ ، جد $قَ(١)$.

مثال ١٠: إذا كان $\int ق(س) \, ءس = ٢س^٣ - ٥$ ، جد $قَ(٢)$

العلاقة بين المشتقة والتكامل المحدود

المعطيات	المطلوب	الحل
تكامل محدود	اشتقاق	الجواب صفر

مثال ١: إذا كان $ص = \int_{٢}^{٥} (٤س^٢ + ٥) \, ءس$ ، جد $\frac{ءص}{ءس}$.

مثال ٢: إذا كان $ص = \int_{٣}^{٧} (٦س^٢ - ٢) \, ءس$ ، جد $\frac{ءص}{ءس}$.

مثال ٣: إذا كان $ص = \int_{٢}^{٢} (٦س^٣ + ١) \, ءس$ ، جد $\frac{ءص}{ءس}$.

مثال ٤: إذا كان $ص = \int_{١}^{٧} (٦س + \sqrt{س}) \, ءس$ ، جد $\frac{ءص}{ءس}$.

*** خصائص التكامل المحدود ***

الخاصية ١ : العكسية (خاصية القلب):

إذا كان $\int_{١}^{٥} \text{ق(س)}.\text{دس} = ٣$ ، جد $\int_{٥}^{١} \text{ق(س)}.\text{دس}$؟

الحل: $\int_{٥}^{١} \text{ق(س)}.\text{دس} = -٣$

إذا كان $\int_{٣}^{٦} \text{ق(س)}.\text{دس} = -٥$ ، جد $\int_{٦}^{٣} \text{ق(س)}.\text{دس}$؟

الحل: $\int_{٦}^{٣} \text{ق(س)}.\text{دس} = ٥$

إذا السؤال معطينا أكثر من تكامل والسؤال فيه حدين تكامل فقط

الحل: ١) جهز المعطيات
$\times \leftarrow \div$
$\div \leftarrow \times$
$\pm \leftarrow$ وزع التكامل وكامل

٢) وزع التكامل على المطلوب

٣) عوض في المطلوب

مثال ١: إذا كان $\int_{١}^{٣} ٢\text{ق(س)}.\text{دس} = ١٠$ ، $\int_{١}^{٣} ٣\text{هـ(س)}.\text{دس} = ١٢$

جد $\int_{١}^{٣} \left(\text{ق(س)} + \text{هـ(س)}\right).\text{دس}$

مثال ٢: إذا كان $\int_{٢}^{٧} \frac{\text{ق(س)}}{٢}.\text{دس} = ٥$ ، $\int_{٢}^{٧} ٢\text{هـ(س)}.\text{دس} = ٦$

جد $\int_{٢}^{٧} \left(\text{ق(س)} - \text{هـ(س)}\right).\text{دس}$

مثال ٢: إذا كان $\int_{٢}^{٧} \frac{\text{ق(س)}}{٢}.\text{دس} = ٥$ ، $\int_{٢}^{٧} ٢\text{هـ(س)}.\text{دس} = ٦$

جد $\int_{٢}^{٧} \left(\text{ق(س)} - \text{هـ(س)}\right).\text{دس}$

مثال ٣: إذا كان $\int_{١}^{٣} ٥\text{ق(س)}.\text{دس} = ٢٠$،

$\int_{١}^{٣} \text{هـ(س)}.\text{دس} = ٢$، جد $\int_{١}^{٣} \left(\text{ق(س)} + \text{هـ(س)} + ٢\text{س}\right).\text{دس}$؟

مثال ٤: إذا كان $\int_{٢}^{٤} ٣\text{ق(س)}.\text{دس} = ١٥$،

$\int_{٢}^{٤} \frac{\text{هـ(س)}}{٢}.\text{دس} = ١$، جد $\int_{٢}^{٤} \left(٢\text{ق(س)} + ٣\text{هـ(س)} + ٥\right).\text{دس}$؟

مثال ٥: إذا كان $\int_{٢}^{٤} ٣\text{ق(س)}.\text{دس} = ١٥$،

$\int_{٢}^{٤} \frac{\text{هـ(س)}}{٢}.\text{دس} = ١$، جد $\int_{٢}^{٤} \left(٢\text{ق(س)} + ٣\text{هـ(س)} + ٥\right).\text{دس}$؟

مثال ٦: وزارة ٢٠١٨ شتوي س ١ ج) ٦ علامات

إذا كان $\int_{-1}^{4} \text{ل}(\text{س})\,\text{دس} = ٣$ ، $\int_{4}^{-1} \frac{\text{هـ}(\text{س})}{٢}\,\text{دس} = ٥$ ، جد

$\int_{-1}^{4} \left(٢\text{ل}(\text{س}) + ٢\text{س} + \text{هـ}(\text{س})\right)\text{دس}$ ؟

مثال ٧: إذا كان $\int_{1}^{3} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٠$ ،

$\int_{1}^{3} \left(\text{هـ}(\text{س}) + ٢\text{س}\right)\text{دس} = ٢٠$ ، جد

$\int_{1}^{3} \left(\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س})\right)\text{دس}$ ؟

مثال ٨: إذا كان $\int_{0}^{2} \left(\text{ق}(\text{س}) + ٥\right)\text{دس} = ١٥$ ،

$\int_{2}^{0} \text{هـ}(\text{س})\,\text{دس} = ٢$ ، جد $\int_{0}^{2} \left(٢\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}) + ٣\right)\text{دس}$ ؟

أسئلة ضع دائرة على الخصائص

مثال ١ : إذا كان $\int_{1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ٥$ ، فإن

$\int_{1}^{3} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ؟$

أ) -١٠ ب) ٥ جـ) -٥ د) ١٠

مثال ٢ : إذا كان $\int_{1}^{4} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٠$ ، فإن

$\int_{4}^{1} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ؟$

أ) ٥ ب) -٥ جـ) ١٠ د) -١٠

مثال ٣ : إذا كان $\int_{-1}^{2} \text{ع}(\text{س})\,\text{دس} = ٢$ ، فإن

$\int_{-1}^{2} \frac{٥\text{ع}(\text{س})}{٢}\,\text{دس} = ؟$

أ) -٥ ب) ٥ جـ) ٢ د) -٢

مثال ٤ : إذا كان $\int_{1}^{4} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٢$ ، فإن

$\int_{4}^{1} ٣\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ؟$

أ) ١٨ ب) ١٢ جـ) -١٢ د) -١٨

مثال ٥ : إذا كان $\int_{1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ٢$ ، فإن

$\int_{1}^{3} \left(\text{ق}(\text{س}) + ٣\right)\text{دس} = ؟$

أ) -٨ ب) ٨ جـ) ٢ د) -٦

الخاصية ٢: خاصية الإضافة (خاصية المزع)

شكل السؤال: في ٣ تكاملات و٣ حدود مختلفة

الحل:

الحل: ١) جهز المعطيات
× ← ÷
÷ ← ×
± ← وزع التكامل وكامل

٢) وزع التكامل على المطلوب

٣) امزع المطلوب

$$\int_{\text{سفلي}}^{\times} ق(س)\,ءس + \int_{\times}^{\text{علوي}} ق(س)\,ءس$$

مثال ١: إذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ق(س)\,ءس = ١٠$ ،

$\int_{٣}^{٥} ٣ق(س)\,ءس = ١٢$ ، جد $\int_{١}^{٥} ق(س)\,ءس$ ؟

مثال ٢: إذا كان $\int_{٢}^{٥} \frac{ق(س)}{٣}\,ءس = ١$ ، $\int_{٢}^{٧} ٢ق(س)\,ءس = ٦$ ،

جد $\int_{٢}^{٧} ق(س)\,ءس$ ؟

وزارة ٢٠١٩ س ٢ أ) ٣ علامات

مثال ٣: إذا كان $\int_{٢}^{٣} ق(س)\,ءس = -٤$ ، $\int_{٣}^{٦} ق(س)\,ءس = ٦$

جد $\int_{٢}^{٦} ق(س)\,ءس$ ؟

مثال ٤: إذا كان $\int_{١}^{٢} ٥ق(س)\,ءس = ١٠$ ،

$\int_{٧}^{٢} ق(س)\,ءس = ٣$ جد $\int_{١}^{٧} ٤ق(س)\,ءس$ ؟

مثال ٥: إذا كان $\int_{٢}^{٤} ق(س)\,ءس = ٥$ ، $\int_{١}^{٢} ق(س)\,ءس = ٢$

جد $\int_{١}^{٤} ق(س)\,ءس$ ؟

مثال ٦: إذا كان $\int_{١}^{٢} (ق(س) + ٢س)\,ءس = ٢٠$ ،

$\int_{٢}^{٥} ق(س)\,ءس = ١٠$ جد $\int_{١}^{٥} ق(س)\,ءس$ ؟

مثال ٧: إذا كان $\int_{٠}^{٢} ٥ق(س)\,ءس = ١٠$ ، $\int_{٢}^{٥} \frac{ق(س)}{٣}\,ءس = ١$

جد $\int_{٠}^{٥} (ق(س) + ٤)\,ءس$ ؟

مثال ٨: إذا كان $\int_{١}^{٣} (ق(س) + ٥)\,ءس = ٢٠$ ،

$\int_{٣}^{٤} ق(س)\,ءس = ٢$ ، جد $\int_{١}^{٤} (٢ق(س) + ٣)\,ءس$ ؟

مثال ٩: إذا كانت $\int_{١}^{٢} \frac{ق(س)}{٢}\,ءس = ٣$ ،

$\int_{٢}^{٤} ٢ق(س)\,ءس = ١٠$ ، جد $\int_{١}^{٤} (ق(س) + ٢س)\,ءس$ ؟

التكامل بالتعويض

تذكر أن : $\int (\text{أس}+\text{ب})^{\text{ن}}\,\text{دس} = \frac{(\text{أس}+\text{ب})^{\text{ن}+١}}{(\text{ن}+١)\times \text{أ}} + \text{جـ}$

مثال ١ : $\int (٢\text{س}+٥)^{٣}\,\text{دس} = \frac{(٢\text{س}+٥)^{٤}}{٤\times ٢} + \text{جـ}$

مثال ٢ : $\int ٥(٦\text{س}-١)^{٤}\,\text{دس} = \frac{\cancel{٥}(٦\text{س}-١)^{٥}}{٦\times \cancel{٥}} + \text{جـ}$

مثال ٣ : $\int (٤\text{س}+٢)^{-٦}\,\text{دس} = \frac{(٤\text{س}+٢)^{-٥}}{-٥\times ٤} + \text{جـ}$

الحالة ١:

إذا كانت $\int$ سينات × (مش خطي)$^{\text{قوة}}$ دس

تكامل بالتعويض

الحل : طالق بـ ٣

ص = الي جوا القوس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} =$ المشتقة

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{المشتقة}}$

المس المسألة لمستين

اختصر

كامل

مثال ١: جد $\int (٢\text{س}+٥)(\text{س}^{٢}+٥\text{س}-٢)^{٦}\,\text{دس}$

مثال ٢: جد $\int ٤\text{س}^{٣}(\text{س}^{٤}+٢)^{٧}\,\text{دس}$

مثال ٣: جد $\int (٦\text{س}-١)(٣\text{س}^{٢}-\text{س}+٥)^{-٥}\,\text{دس}$

مثال ٤: جد $\int ٢١(٣\text{س}^{٢}+٤\text{س})(\text{س}^{٣}+٢\text{س}^{٢})^{٧}\,\text{دس}$

مثال ٥: جد $\int ٦\text{س}^{٢}(\text{س}^{٣}+٢)^{٨}\,\text{دس}$

مثال ٦: جد $\int (٢س+١)\sqrt{س^{٢}+س+٥}\ ءس$

مثال ٧: جد $\int (٣س^{٢}-٢)\sqrt[٣]{(س^{٣}-٢س+١)^{٥}}\ ءس$

مثال ٨: جد $\int \frac{٦س-٢}{(٣س^{٢}-٢س+٥)^{-٣}}\ ءس$

مثال ٩: جد $\int \frac{٤س^{٣}+٢}{(س^{٤}+٢س-١)^{٦}}\ ءس$

مثال ١٠: جد $\int \frac{٢س+٢}{\sqrt{س^{٢}+٢س+٥}}\ ءس$

مثال ١١: جد $\int \frac{٣س^{٢}-٢}{\sqrt[٤]{س^{٣}-٢س+٥}}\ ءس$

مثال ١٢: جد $\int \frac{٣-٢س}{(س^{٢}-٣س)^{٢}}\ ءس$

الحالة ٢: تذكر أن $\int$ جا(أس + ب).ءس $= -\frac{\text{جتا(أس + ب)}}{\text{أ}}+$ جـ

مثال ١: $\int$ جا(٥س + ٢).ءس $= -\frac{\text{جتا(٥س + ٢)}}{٥}+$ جـ

مثال ٢: $\int$ ٥جا(٢س).ءس $= -\frac{\text{٥جتا(٢س)}}{٢}+$ جـ

إذا كان: $\int$ سينات جا (مش خطي) .ءس

تكامل بالتعويض

الحل : طالق بـ ٣

ص = زاوية $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = مشتقة ءس = $\frac{\text{ءص}}{\text{المشتقة}}$

المس المسألة لمستين

اختصر

كامل

مثال ١: جد $\int$ ٦س جا(٣س^{٢} + ٥).ءس

مثال ٢: جد $\int$ (٤س^{٣} + ٢)جا(س^{٤} + ٢س).ءس

مثال ٣: جد $\int$ ٨س جا(س^{٢} − ١).ءس

الحالة ٣: تذكر أن $\int$ جتا(أس + ب).ءس $= \frac{\text{جا(أس + ب)}}{\text{أ}}+$ جـ

مثال ١: $\int$ جتا(٢س + ٥).ءس $= \frac{\text{جا(٢س + ٥)}}{٢}+$ جـ

مثال ٢: $\int$ ٣جتا(٦ − ٥س).ءس $= \frac{\text{٣جا(٦ − ٥س)}}{-٥}+$ جـ

إذا كان: $\int$ سينات جتا (مش خطي) .ءس

تكامل بالتعويض

الحل : طالق بـ ٣

ص = زاوية $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = مشتقة ءس = $\frac{\text{ءص}}{\text{المشتقة}}$

المس المسألة لمستين

اختصر

كامل

مثال ١: جد $\int$ ٣س^{٢} جتا(س^{٣} + ٥).ءس

مثال ٢: جد $\int (٢س + ٥)جتا(س^٢ + ٥س).ءس$

مثال ٣: جد $\int ٦س جتا(س^٢ - ١).ءس$

الحالة ٤: تذكر أن $\int قا^٢(أس + ب).ءس = \frac{ظا(أس + ب)}{أ} + جـ$

مثال ١: $\int قا^٢(٥س - ١).ءس = \frac{ظا(٥س - ١)}{٥} + جـ$

مثال ٢: $\int ٥قا^٢(٢س - ٣).ءس = \frac{٥ظا(٢س - ٣)}{٢} + جـ$

مثال ٣: $\int ٢قا^٢(٦ - ٣س).ءس = \frac{٢ظا(٦ - ٣س)}{-٣} + جـ$

إذا كان: $\int$ سينات قا^٢ (مش خطي) ءس.

تكامل بالتعويض

الحل : طالق بـ ٣

ص = زاوية
$\frac{ءص}{ءس} =$ مشتقة
$ءس = \frac{ءص}{المشتقة}$

المس المسألة لمستين

اختصر

كامل

مثال ١: جد $\int ٢س قا^٢(س^٢ + ٥).ءس$

مثال ٢: جد $\int ٤س قا^٢(٥ - ٢س^٢).ءس$

مثال ٣: جد $\int (٦س - ٢)قا^٢(٣س^٢ - ٢س).ءس$

الحالة ٥: تذكر أن : $\frac{\text{عدد}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \text{عدد قا}^{٢}\text{س}$

(من المحرمات)

إذا كان: $\int \frac{\text{سينات}}{\text{جتا}^{٢}(\text{ مش خطي })} \, \text{ءس}$

تكامل بالتعويض

١) استخدم المحرمة

٢) نفس خطوات الحالة ٤ من التكامل بالتعويض

مثال ١: جد $\int \frac{٢\text{س} - ٣}{\text{جتا}^{٢}(\text{س}^{٢} - ٣\text{س})} \, \text{ءس}$

مثال ٢: جد $\int \frac{٦\text{س}}{\text{جتا}^{٢}(٣\text{س}^{٢} + ٥)} \, \text{ءس}$

مثال ٣: جد $\int \frac{٤\text{س} - ١}{\text{جتا}^{٢}(٢\text{س}^{٢} - \text{س})} \, \text{ءس}$

مثال ٤: جد $\int \frac{٦\text{س}}{\text{جتا}^{٢}(٣\text{س}^{٢} + ٥)} \, \text{ءس}$

الحالة ٦: إذا ما طلع معك اختصار بكون السؤال فيه عامل مشترك

مثال ١: جد $\int (٤\text{س} + ١٠)\,\text{جتا}(\text{س}^{٢} + ٥\text{س}) \, \text{ءس}$

مثال ٢: جد $\int (١٨\text{س} + ١٥)\,\text{قا}^{٢}(٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س}) \, \text{ءس}$

مثال ٣: جد $\int (١٠\text{س} + ١٠)(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ١)^{٤} \, \text{ءس}$

الحالة ٧: التكامل بالتعويض المحدود

مثال ١: جد $\int_{٠}^{١} (٢\text{س} + ١)(\text{س}^{٢} + \text{س})^{٢} \, \text{ءس}$

مثال ٢: جد $\int_{1}^{2} (\text{٤س} - ٢)(\text{٢س}^{٢} - \text{٢س})^{٣} \, \text{ءس}$

مثال ٣: سؤال من الكتاب : جد $\int_{0}^{4} \text{٢س} \sqrt{\text{س}^{٢} + ٩} \, \text{ءس}$

الحالة ٨:

$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}}$ سينات $\bar{\text{ق}}$(مش خطي) ءس

مثال ١: إذا كانت ق(٨) = ١٠ ، ق(٢٧) = ١٠ جد $\int_{2}^{3} \text{٣س}^{٢} \, \bar{\text{ق}}(\text{س}^{٣}) \, \text{ءس}$.

مثال ٢: إذا كانت ق(٢) = ٦ ، ق(٥) = ١٠ جد $\int_{1}^{2} \text{٢س} \, \bar{\text{ق}}(\text{س}^{٢} + ١) \, \text{ءس}$.

الحالة ٩:

$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}}$ سينات ق(مش خطي) ءس

مثال ١: إذا كان $\int_{2}^{5} \text{ق}(\text{س}) \, \text{ءس} = ٣$ ، جد $\int_{1}^{2} \text{٢س} \, \text{ق}(\text{س}^{٢} + ١) \, \text{ءس}$.

مثال ٢: إذا كان $\int_{5}^{2} \text{ق}(\text{س}) \, \text{ءس} = ٣$ ، جد $\int_{-1}^{2} \text{٨س} \, \text{ق}(\text{س}^{٢} + ١) \, \text{ءس}$.

تطبيقات هندسية

تذكر أن النقطة (أ ، ب) ⟸ ق (أ) = ب

النقطة (٢ ، ٥) ⟸ ق (٢) = ٥

النقطة (-٣ ، ٨) ⟸ ق (-٣) = ٨

النقطة (٠ ، ٢) ⟸ ق (٠) = ٢

المعطيات	المطلوب	الحل
ميل المماس	ق (س) قاعدة الاقتران ق (عدد)	١) ميل المماس = قَ(س) ٢) وزع التكامل على الطرفين ٣) كامل • قواعد التكامل • المحرمات • تكامل بالتعوض ٤) نجد جـ من النقطة ق (عدد) = رقم ٥) عوض جـ ٦) Vip عوض قيمة س إذا طلب ق (عدد)

مثال ١ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$(٣س^{٢}+٢س+٣)$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ٢)

جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

مثال ٢ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$(٦س^{٢}+٢س+٢)$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ٢٠)

جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

مثال ٣ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$(٤س^{٣}+٢س)$ وأن منحناه يمر بالنقطة (-١ ، ١٥)

جد ق(١) ؟

مثال ٤ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$٢٥(٥س+٢)^{٤}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ١٠)

جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

مثال ٥ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$٦(٢س-١)^{٢}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (١ ، ٢٠) جد

ق(٢) ؟

مثال ٦ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

س(٣س + ٢) وأن منحناه يمر بالنقطة (٢ ،٢٥) جد ق(س) ؟

مثال ٧ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالعلاقة

لَ(س) = ٢س(٤ − ٣س) علما بأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ٣) جد ق(س) ؟

مثال ٨ : س ٥ / ص ١٨٨ من الكتاب

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ يعطى بالقاعدة

هَ(س) = $\frac{\text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٥س}}{\text{س}}$ ،س ≠ ٠ ، فجد هـ (٢) ، علماً بأن منحنى الاقتران هـ يمر بالنقطة (-١ ، ٥).

مثال ٩ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي:

$\left(\text{٢س} + \frac{\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}}}\right)$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة (١ ، ٥)

جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

مثال ١٠ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص= ق(س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالعلاقة:

قَ(س) = $\frac{\text{٢س}}{\sqrt{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٨}}}$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة

(٠ ، ٤) جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

تطبيقات فيزيائية

ت ← ع ← ف

ت (ن) تسارع م / ث^{٢}

ع (ن) السرعة اللحظية م / ث

ف (ن) المسافة م

النوع الأول :

المعطيات	المطلوب	الحل
ت (ن) تسارع	سرعة ع(ن)	١) وزع التكامل على الطرفين ٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات ٣) نجد جـ من ع(٠) = رقم ٤) عوض جـ ٥) عوض الزمن (إن وجد) بعد ثانيتين بعد ٣ ثواني بعد ثانية واحدة ...

مثال ١: يتحرك جسيم على خط مستقيم ، ويعطى تسارعه بالعلاقة ت(ن) = (٢ن + ٤) م/ث^{٢} حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن سرعته الابتدائية ع(٠) = ١٠م/ث.

مثال ٢: يتحرك جسيم على خط مستقيم ، ويعطى تسارعه بالعلاقة ت(ن) = (٣ن^{٢} + ٢ن + ٥) م/ث^{٢} حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن ع(٠) = ٢٠ م/ث.

مثال ٣: يتحرك جسيم على خط مستقيم ، ويعطى تسارعه بالعلاقة ت(ن) = ٦(٢ن + ٢)^{٢} م/ث^{٢} حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن ع(٠) = ١٦ م/ث.

مثال ٤: يتحرك جسيم وفق العلاقة:
ت(ن) = ٢ن(٣ن + ١) م/ث^{٢} ، حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن ع(٠) = ١٠ م/ث.

مثال ٥: واجب بيتي H.W

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن تسارعها ت(ن) = (١٢ن − ٢٠) م/ث^{٢} ، حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعتها بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن ع(٠) = ٣ م/ث.

النوع الثاني :

المعطيات	المطلوب	الحل
ع (ن) سرعة	مسافة موقع ف(ن)	١) وزع التكامل على الطرفين ٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات ٣) نجد جـ من ف(٠) = رقم ٤) عوض جـ ٥) عوض الزمن (إن وجد) بعد ثانيتين بعد ٣ ثواني بعد ثانية واحدة ...

مثال ١: يتحرك جسيم وتعطى سرعته بالعلاقة ع(ن) = (٢ن + ٥) م/ث حيث ن الزمن بالثواني ، جد موقع الجسيم بعد مرور ثلاث ثوان من بدء الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٣م.

مثال ٢: مثال١ من الكتاب ص ١٨٩

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث انطلق من الموقع الابتدائي ف(٠) = ٤م . إذا كانت سرعته بعد مرور ن ثانية تعطى بالعلاقة: ع(ن) = (٦ − ٢ن + ٦ن^{٢}) م/ث فجد موقعه بعد مرور ثلاث ثوان من بدء الحركة.

مثال ٣: س ٢ من الكتاب ص ١٩٢

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث إن سرعتها بعد مرور ن ثانية من بدء حركتها تعطى بالعلاقة : ع(ن) = (٤ن + ٨) م/ث . جد موقع النقطة المادية بعد مرور أربع ثوان من بدء حركتها، علماً بأن موقعها الابتدائي ف(٠) = ٢م.

مثال ٤: إذا كانت سرعة جسيم تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٤٨(٢ن − ١)^{٣} م/ث جد موقع الجسيم بعد مرور ثانية واحدة إذا كان موقعه الابتدائي ف(٠) = ٣م.

مثال ٥: إذا كانت سرعة الجسيم تعطى بالعلاقة ع(ن) = (٣ن + ٢)(ن + ٢) م/ث جد موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٧م.

مثال ٦: س ١ / ص ١٩٢ من الكتاب

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث إن سرعته بعد مرور ن ثانية من بدء حركته تعطى بالعلاقة: ع(ن) = (١٢ جتا(٢ن − ١)) م/ث . جد القاعدة التي تمثل موقع الجسيم بعد مرور ن ثانية من بدء الحركة.

النوع الثالث: مهم جداً (تف)

المعطيات	المطلوب	الحل
ت (ن) تسارع	مسافة أو موقع الجسيم ف(ن)	١) وزع التكامل على الطرفين ٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات ٣) نجد جـ من المعطيات ٤) عوض جـ كمان مرة يا غالي ٥) عوض الزمن (إن وجد) في المسافة

مثال ١ : يتحرك جسيم بتسارع :
ت(ن) = (٢ن + ٢) م/ث^{٢} ، حيث ن الزمن بالثواني ، جد موقع الجسيم بعد ٣ ثواني ، علماً بأن سرعته الابتدائية ع(٠) = ١ م/ث ، وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٢م .

مثال ٢ : تدريب ٢ / ص ١٩١

يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره ت(ن) = ١٢ م/ث^{٢} ، إذا كانت سرعته الابتدائية ع(٠) = ٥ م/ث ، وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٣م جد موقع الجسيم بعد مرور ٣ ثوان من بدء الحركة .

مثال ٣ : تدريب ٢ / ص ١٩١

يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره ت(ن) = ٦م/ث^{٢} ، إذا كانت سرعته الابتدائية ع(٠) = ٢م/ث ، وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٥م جد موقع الجسيم بعد مرور ثانية من بدء الحركة .

مثال ٤: س ٢ من الكتاب ص ١٩٢

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم، بتسارع مقداره ت(ن) = ٢ن(١ − ن) م/ث^{٢} حيث ن الزمن بالثواني. فإذا كانت سرعتها الابتدائية ع(٠) = ٣م/ث، وموقعها الابتدائي ف(٠) = ٢م، جد موقع النقطة المادية بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة.

المساحات

أفكار الدرس :

١) اقتران ومحور السينات

٢) اقتران ومحور السينات و فترة

٣) إيجاد المساحة عن طريق الرسم

٤) التكلفة

الفكرة الأولى :

اقتران ومحور السينات فقط

١) ق (س) = ٠

٢) نجد قيم س $\begin{cases} \text{تحليل} \\ \text{عامل مشترك} \end{cases}$

٣) قانون المساحة

المساحة = م = $\int_{أ}^{ب} |\, ق(س) \,| \, . \, ءس$

٤) عوض في القانون وكامل

٥) رش القيمة المطلقة على كل المسألة

مثال ١ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق (س) = ٣س^{٢} – ٦س ومحور السينات

مثال ٢ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق (س) = ٣س^{٢} – ١٢س ومحور السينات؟

مثال ٣ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق (س) = س^{٢} – ٤ ومحور السينات؟

مثال ٤ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق (س) = ٦س^{٢} – ٦س ومحور السينات؟

مثال ٥: س ٣ / ب / ص ٢٠٠ من الكتاب : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق (س) = ٤س^{٣} – ١٢س^{٢} ومحور السينات؟

مثال ٦ : تدريب ٢ ص ١٩٨

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران:

ص = ق (س) = $\text{س}^{٢}$ – ٢س – ٣ ، ومحور السينات

الفكرة الثانية :

اقتران ومحور السينات وفترة أو مستقيمان س = أ ، س = ب .

طريقة الحل :

١) ق (س) = ٠

٢) نجد قيم س

سريع

تحليل

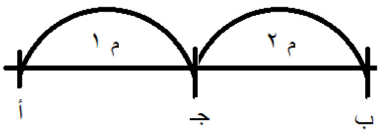
عامل مشترك

٣) قبول أو رفض قيم س حسب الفترة [أ ، ب]

الحالة ١: رفض جميع قيم س

- قانون المساحة = $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} |\,\text{ق (س)}\,| \, .\, \text{ءس}$
- عوض في القانون وكامل

الحالة ٢ : قبول أحد قيم س



نجد م١ = $\int_{\text{أ}}^{\text{جـ}} |\text{ق(س)}| .\text{ءس}$

نجد م٢ = $\int_{\text{جـ}}^{\text{ب}} |\text{ق(س)}| .\text{ءس}$

ثم نجد المساحة الكلية = م١ + م٢

مثال ١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٢س – ٦ ومحور السينات والمستقيمان س = ٠ ، س = ٢ .

مثال ٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٨ – ٢س ومحور السينات والمستقيمان س = ١ ، س = ٣ .

مثال ٣: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ١٠ – ٢س ومحور السينات في الفترة [٠ ، ٢] .

مثال ٤: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ١٢ ومحور السينات في الفترة [-١ ، ٢] .

مثال ٥: مثال ١ ص ١٩٥ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران : ق (س) = ٢س + ٤ ومحور السينات، والمستقيمين س = ١ ، س = ٤ .

مثال ٦: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) = ٣س^{٢} – ١٢ س ومحور السينات، والمستقيمين على الفترة [٠ ، ٢] .

مثال ٧: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٦ – ٢س ومحور السينات في الفترة [١ ، ٤] .

مثال ٨: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٤ – ٢س ومحور السينات في الفترة [٠ ، ٣] .

مثال ٩: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٤س^{٣} ومحور السينات في الفترة [-١ ، ١] .

مثال ١٠: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٣س^{٢} – ٦س ومحور السينات في الفترة [١ ، ٣] .

مثال ١١: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٣س^{٢} – ١٢ ومحور السينات في الفترة [٠ ، ٣] .

مثال ١٢ :

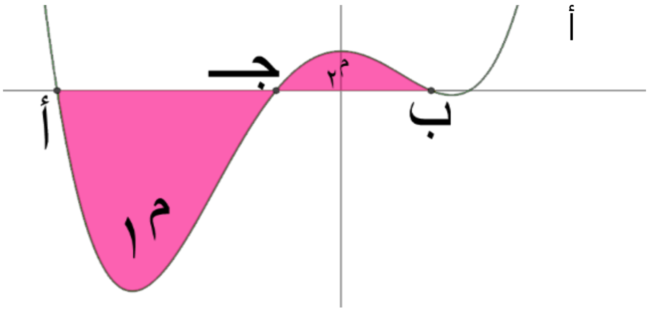
واجب بيتي H.W س ١٠ ص ٢١٧ من أسئلة الوحدة:

جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ص = ق (س) = ٣س^{٢} – ٢٧ ومحور السينات في الفترة [-٤ ، ٠] .

المساحة عن طريق الرسم

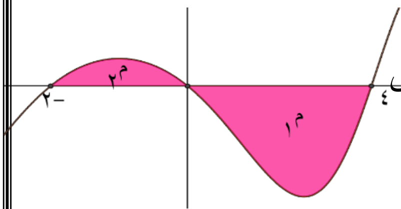
سؤال ١: إذا علمت أن م١ = ٧ ، م٢ = ٤

جد $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}}$ ق (س) . دس



سؤال ٢: إذا علمت أن م١ = ١١ ، م٢ = ٦

جد $\int_{-٢}^{٤}$ ق (س) . دس



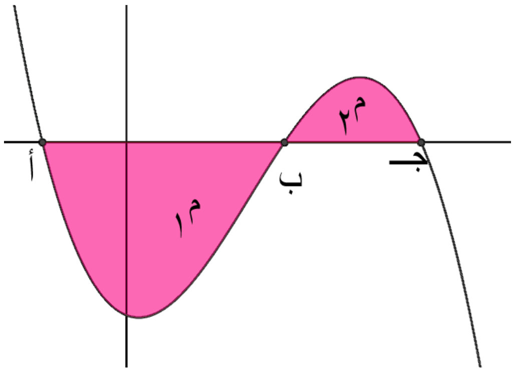
سؤال ٤: إذا علمت أن م١ = ٨ ، م٢ = ٥ ، جد:

١) $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}}$ ق (س) . دس

٢) $\int_{\text{ب}}^{\text{جـ}}$ ق (س) . دس

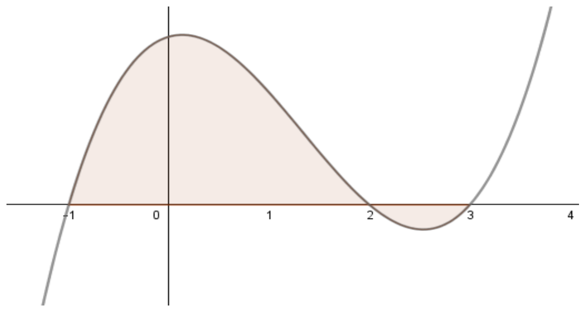
٣) $\int_{\text{أ}}^{\text{جـ}}$ ق (س) . دس

٤) مساحة المنطقة المحصورة بين ومحور السينات في [أ ، جـ]



سؤال ٣: إذا علمت أن $\int_{-١}^{٢}$ ق (س) . دس = ١٠ ،

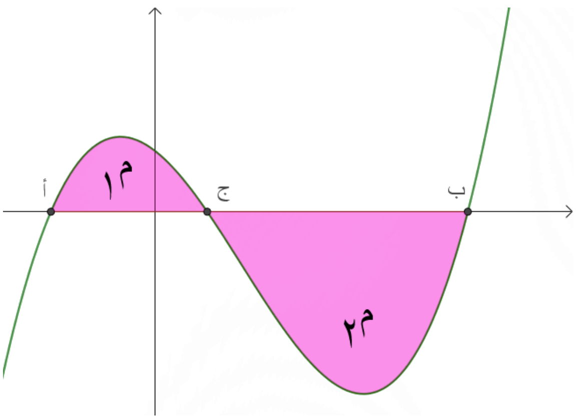
$\int_{٢}^{٣}$ ق (س) . دس = -٣ ، جد مساحة المنطقة المظللة



سؤال ٥: يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات في الفترة

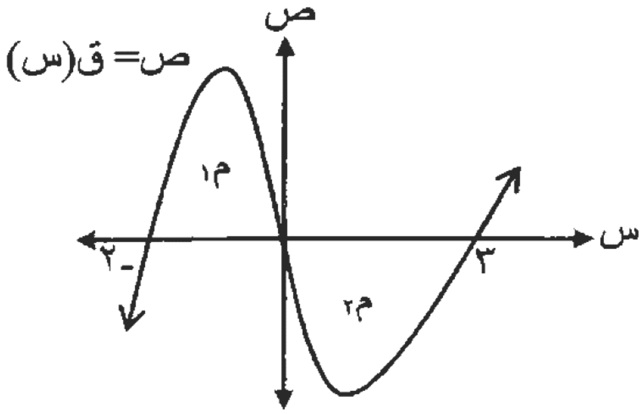
[أ ، ب] ، إذا علمت أن م١ = ٦ ،

$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}}$ ق (س) . دس = -٤ ، جد م٢.



وزارة ٢٠١٩ الامتحان العام

معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ص = ق (س) ، إذا علمت أن مساحة المنطقة $م_١$ تساوي (٣) وحدات مربعة ، مساحة المنطقة $م_٢$ تساوي (٤) وحدات مربعة ، فأجب عن الفقرتين ١ ، ٢ الآتيتين:



١) قيمة $\int_{-٢}^{٣}$ ق(س).دس تساوي :

أ) ٧ ب) ١ ج) -١ د) -٧

٢)قيمة $\int_{-٣}^{٣}$ |ق(س)|.دس تساوي :

أ) ٧ ب) ١ ج) ٨ د) ٩

***فكرة حساب التكلفة ***

سؤال بداية درس المساحة من الكتاب ص ١٩٣

يمثل الشكل (٤-١) نافذة طول قاعدتها ٢ م، محصورة بمنحنى الاقتران ص = ق(س) = ١ - $س^٢$

إذا أردنا وضع زجاج على النافذة، وكانت تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير، فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة؟