أسئلة الوزارة

التكامل بالتعويض

توجيهي علمي

أعداد الأستاذ: عصام الشيخ

0796300625

٢) $\int_{0}^{\pi}$ (١ + جا٢س) جتا^{٢}س د س . (٨ علامات)

٢) $\int_{0}^{\pi}$ جتا^{٢}س (١ + جا٢س) دس

(٨ علامات)

$= \int_{0}^{\pi}$ (جتا^{٢}س + جتا^{٢}س جا٢س) دس

$= \int_{0}^{\pi}$ جتا^{٢}س دس + $\int_{0}^{\pi}$ جتا^{٢}س × ٢جاس جتاس دس

$= \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٢}$ (١ + جتا٢س) دس + ٢$\int_{0}^{\pi}$ جتا^{٣}س جاس دس

افرض ص = جتاس ⟸ $\frac{دص}{دس}$ = −جاس

(عندما س = ٠ ⟸ ص = ١ ، س = π ⟸ ص = −١) دس = $\frac{دص}{-جاس}$

التكامل المطلوب = $\left[\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٤}جا٢س\right]_{0}^{\pi}$ + ٢$\int_{١}^{-١}$ (−ص^{٣}) دص

$= \frac{\pi}{٢} + \frac{١}{٤}جا٢\pi - ٠ - ٠ - \left[٢ \times \frac{ص^{٤}}{٤}\right]_{١}^{-١}$

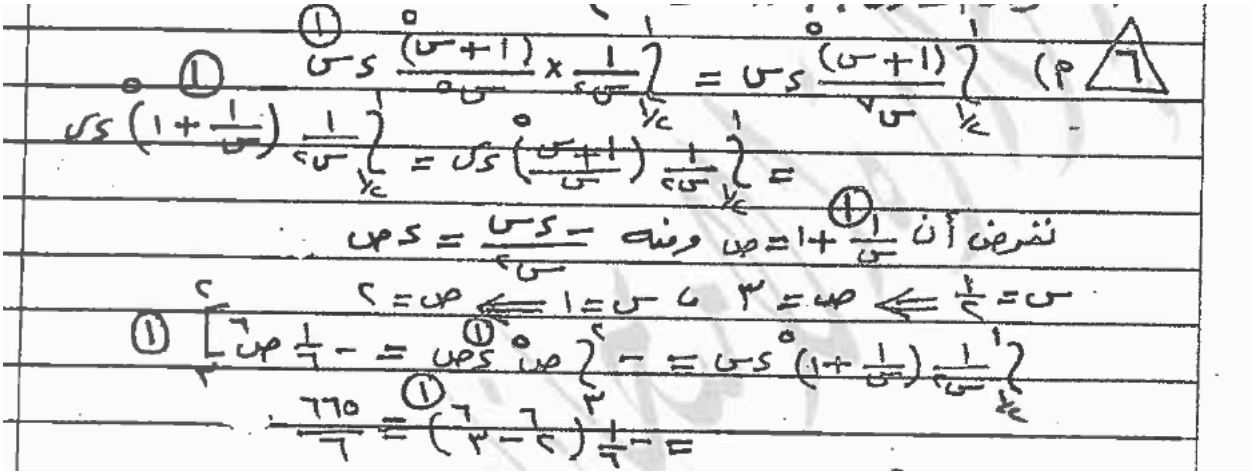
$= \frac{\pi}{٢} - \left(٢ \times \frac{١}{٤} - ٢ \times \frac{١}{٤}\right) = \frac{\pi}{٢}$

أ) أثبت أن $\int \frac{ظتا(لو_{هـ}س)}{س}$ دس = لو$_{هـ}$ | جا (لو$_{هـ}$س) | + جـ (٥ علامات)

WWW.AWASEL.NET

في الكتاب	
	السؤال الأول (٢٠ علامة)
٢٥٧ ٢٨٩	أ) نفرض أن ص = لو$_{هـ}$ س ⇐ هـ^{ص} = س ① ∴ ظتا (لو$_{هـ}$ س) هـ^{ص} = ظتا ص هـ^{ص} = جتا ص / جا ص هـ^{ص} ①+① = لو$_{هـ}$ |جا ص| + جـ = لو$_{هـ}$ |جا (لو$_{هـ}$ س)| + جـ ①+①

١) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(1+س)^{٥}}{س^{٢}}$ دس (٦ علامات)



فإن قيمة $\int_{١}^{٢} ٣ \, \text{ق}'(\text{س}) \sqrt{\text{ق}(\text{س})} \, \text{د س} =$

أ) ١٤ ب) $\frac{٦٣}{٢}$ ج) ٧ د) $\frac{١٤}{٣}$

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة الصحيحة	د	ب	ب	أ	جـ	أ	د	جـ	أ	جـ	د	ب

علامتان لكل فقرة

ب) $\int_{1}^{10} \frac{س}{\sqrt{س+5}}\, دس$ (٥ علامات)

ب) نفرض أن $\sqrt{س+5} = ص \Leftarrow س = ص^2 - 5 \Leftarrow دس = 2ص\, دص$ ⊕ ٢٦٣

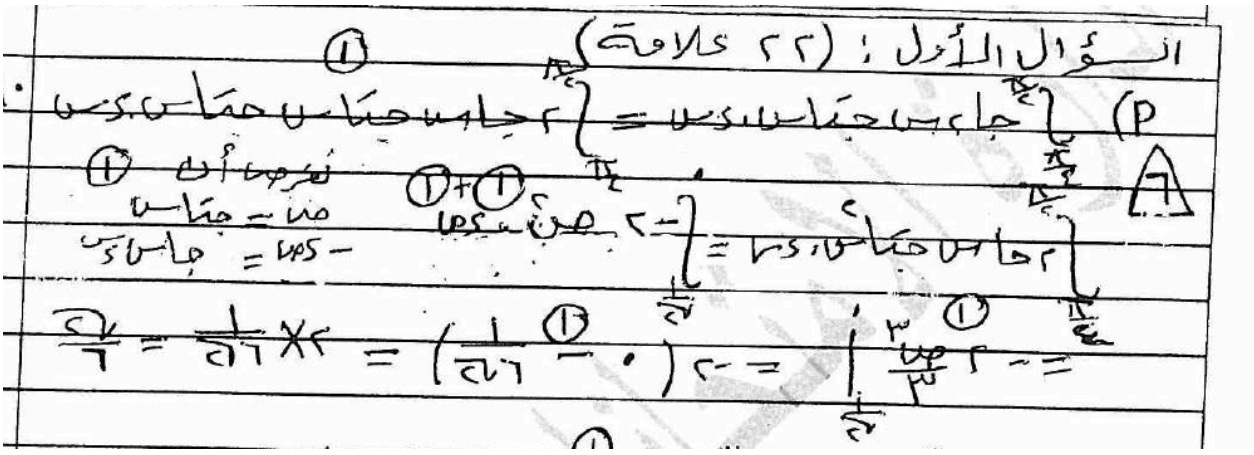
عندما $س = -1 \Leftarrow ص = 2$ و $س = 4 \Leftarrow ص = 3$ ①

$$\int_{1}^{4} \frac{س}{\sqrt{س+5}} = \int_{2}^{3} \frac{(ص^2-5)}{ص} 2ص\, دص = 2\int_{2}^{3} (ص^2-5)\, دص$$ ①

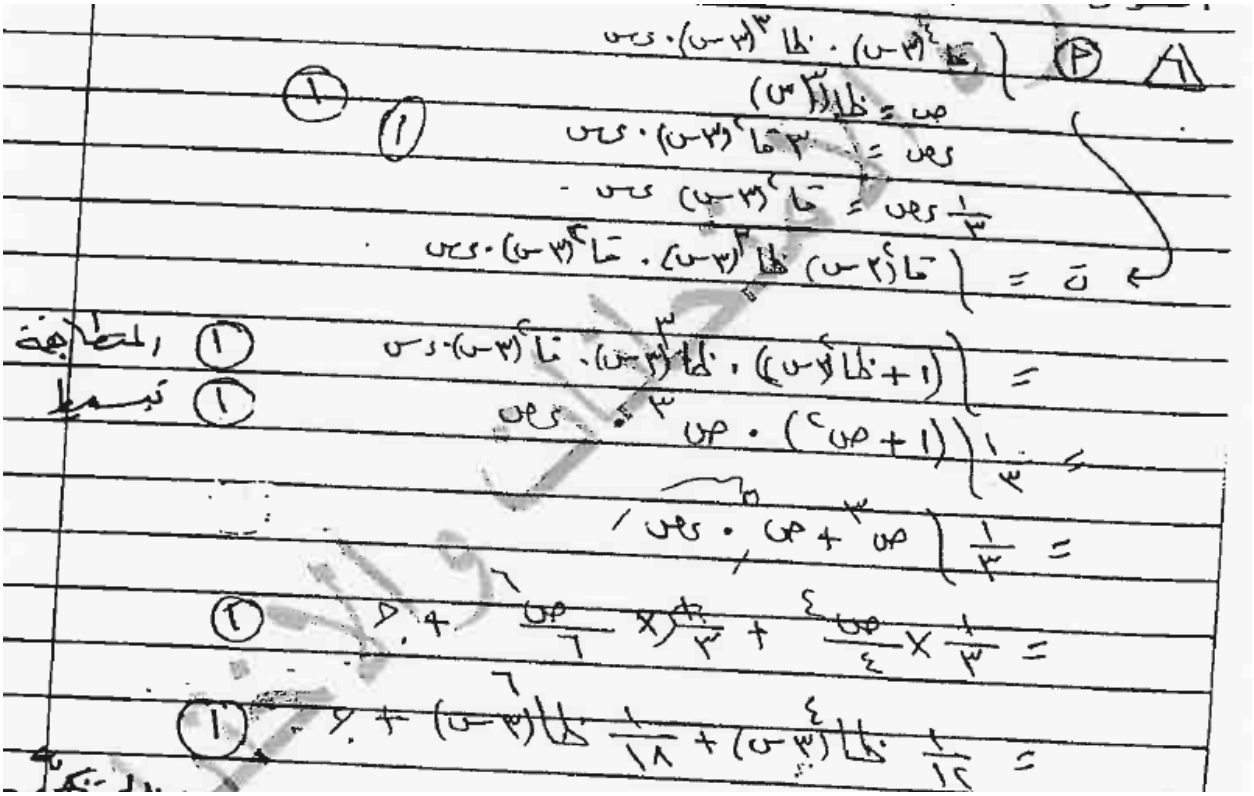
$$= 2\left[\frac{1}{3}ص^3 - 5ص\right]_{2}^{3} = 2\left[(9-15) - \left(\frac{8}{3}-10\right)\right] = \frac{8}{3}$$ ⊕ ①

العلامة للتعويض

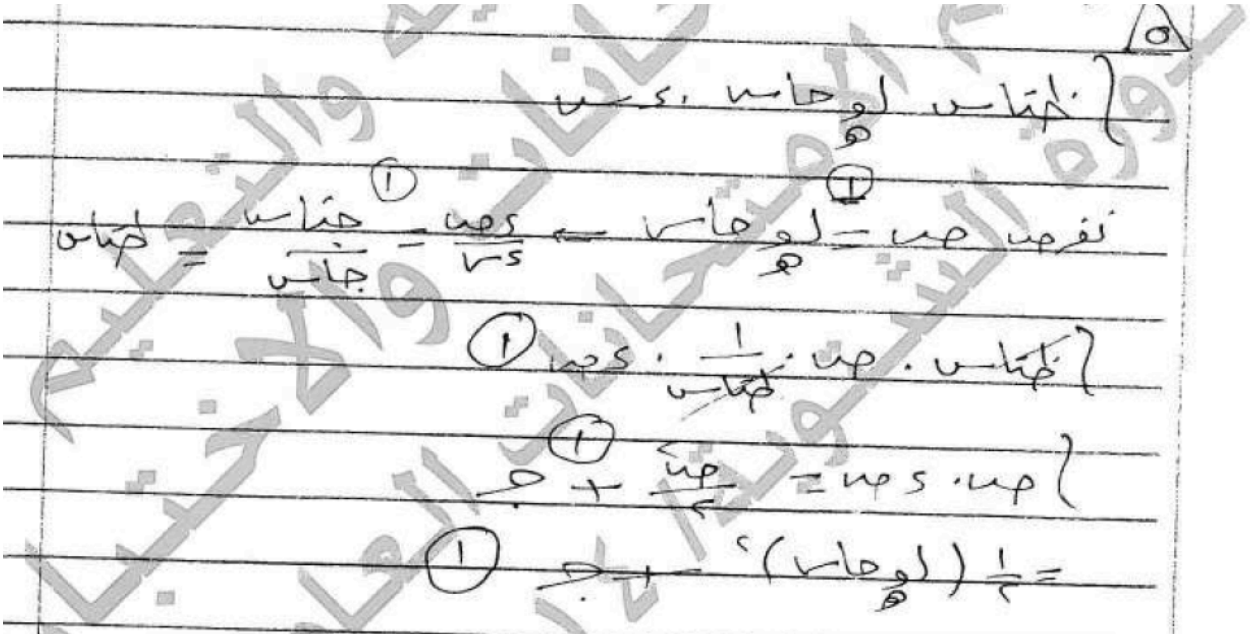
أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س \, جتا س \, د س$ (٦ علامات)



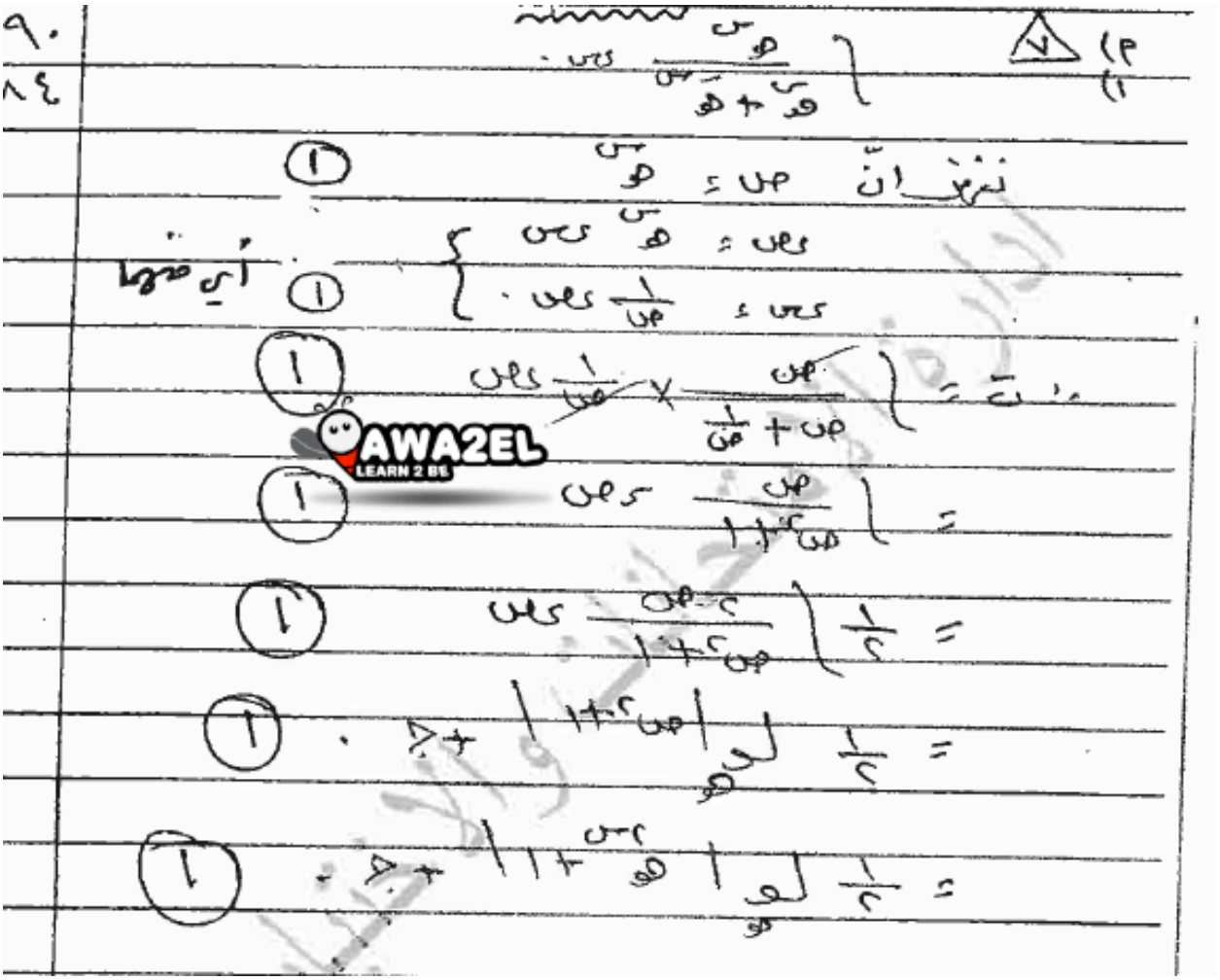
أ) $\int$ قا^4(٣س) ظا^3(٣س) دس (٦ علامات)



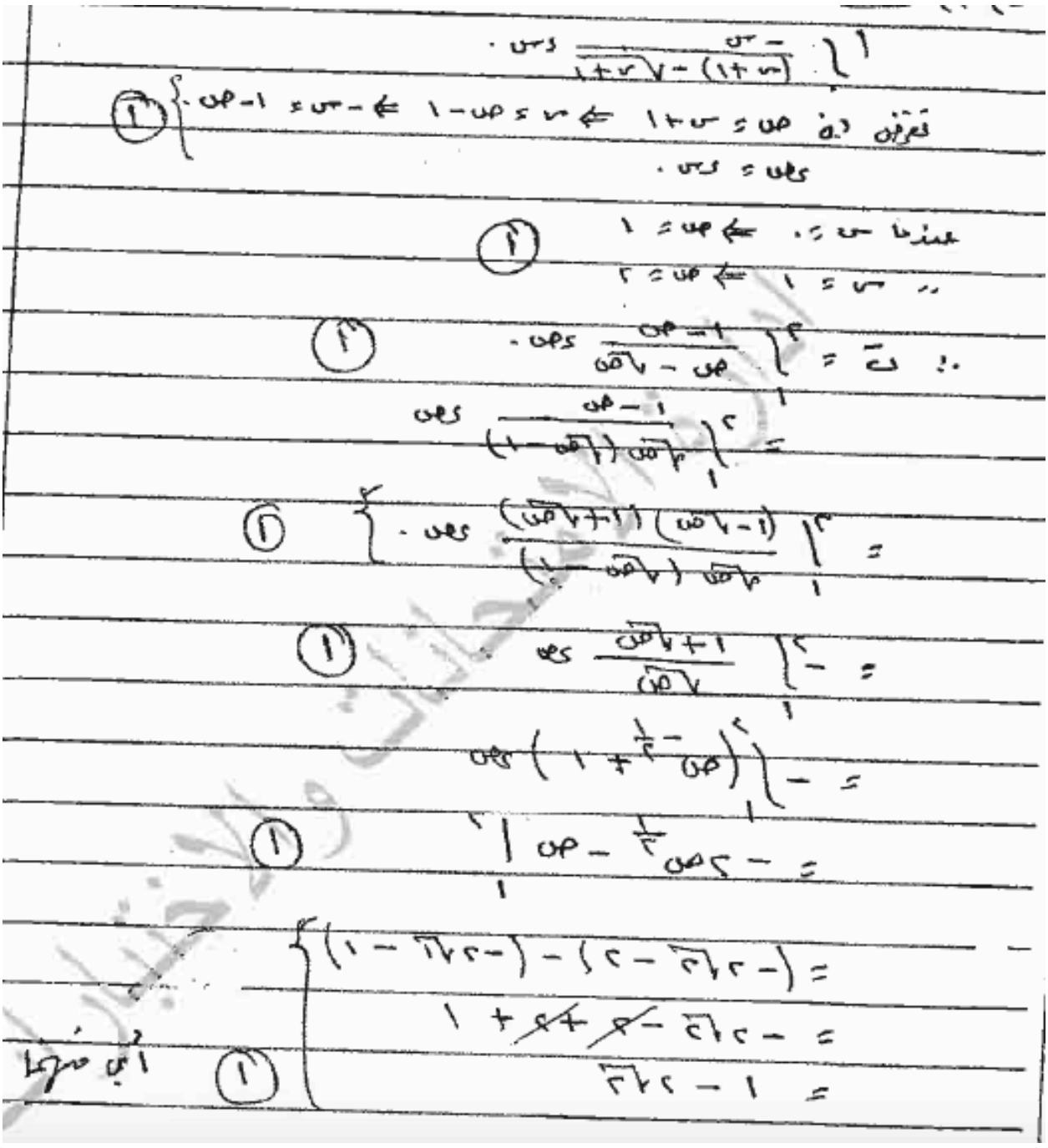
١) ظتا لـو(جا س) د س (حيث هـ: العدد النيبيري) (٥ علامات)



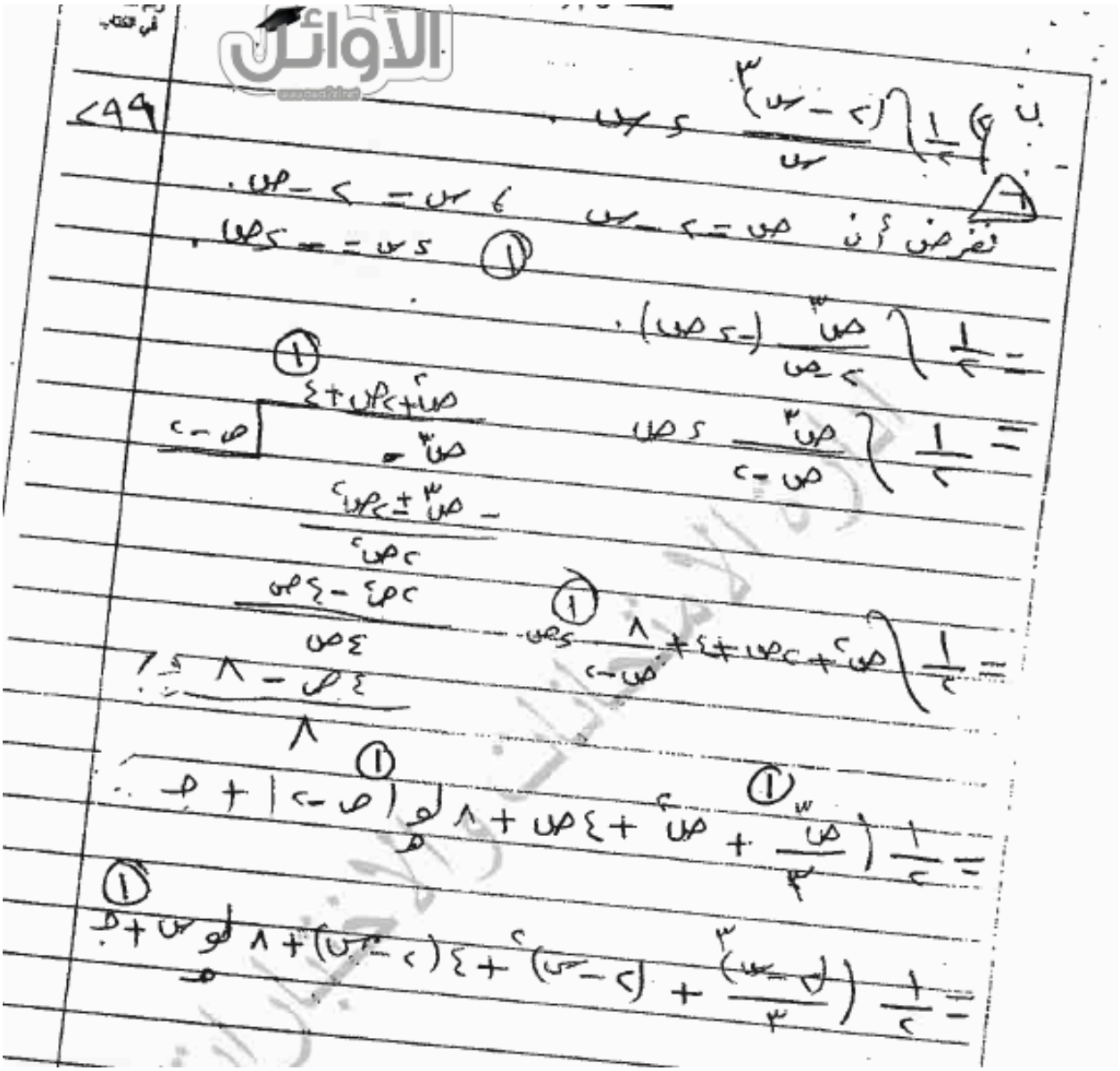
١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + هـ^{-س}}$ د س (حيث هـ: العدد النيبيري) (٧ علامات)



ب) ١) $\int \frac{-س}{(س+1)-\sqrt{س+1}}\, د س$ (٧ علامات)

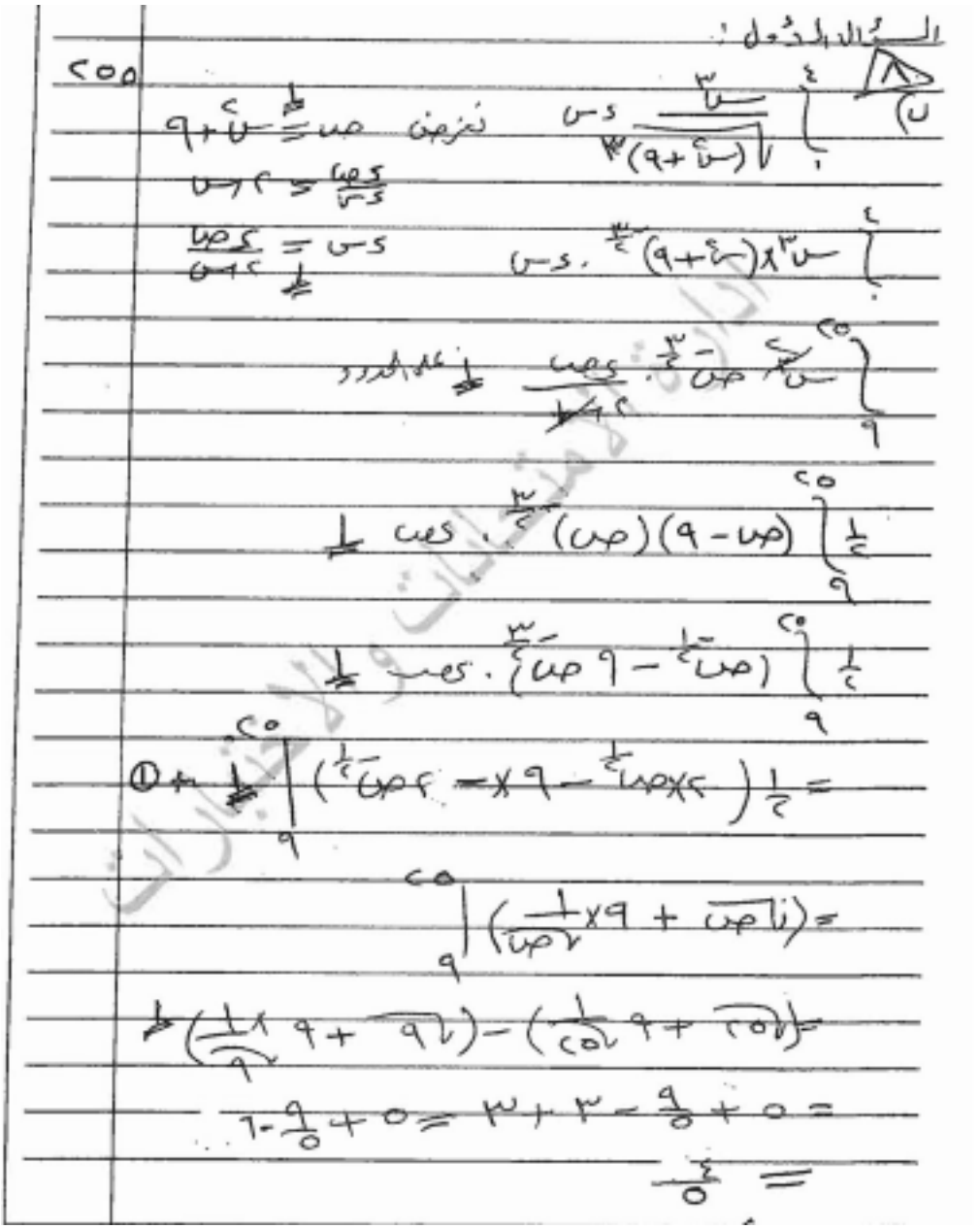


٢) $\int \frac{(٢-س)^{٣}}{٢س}$ دس (٦ علامات)

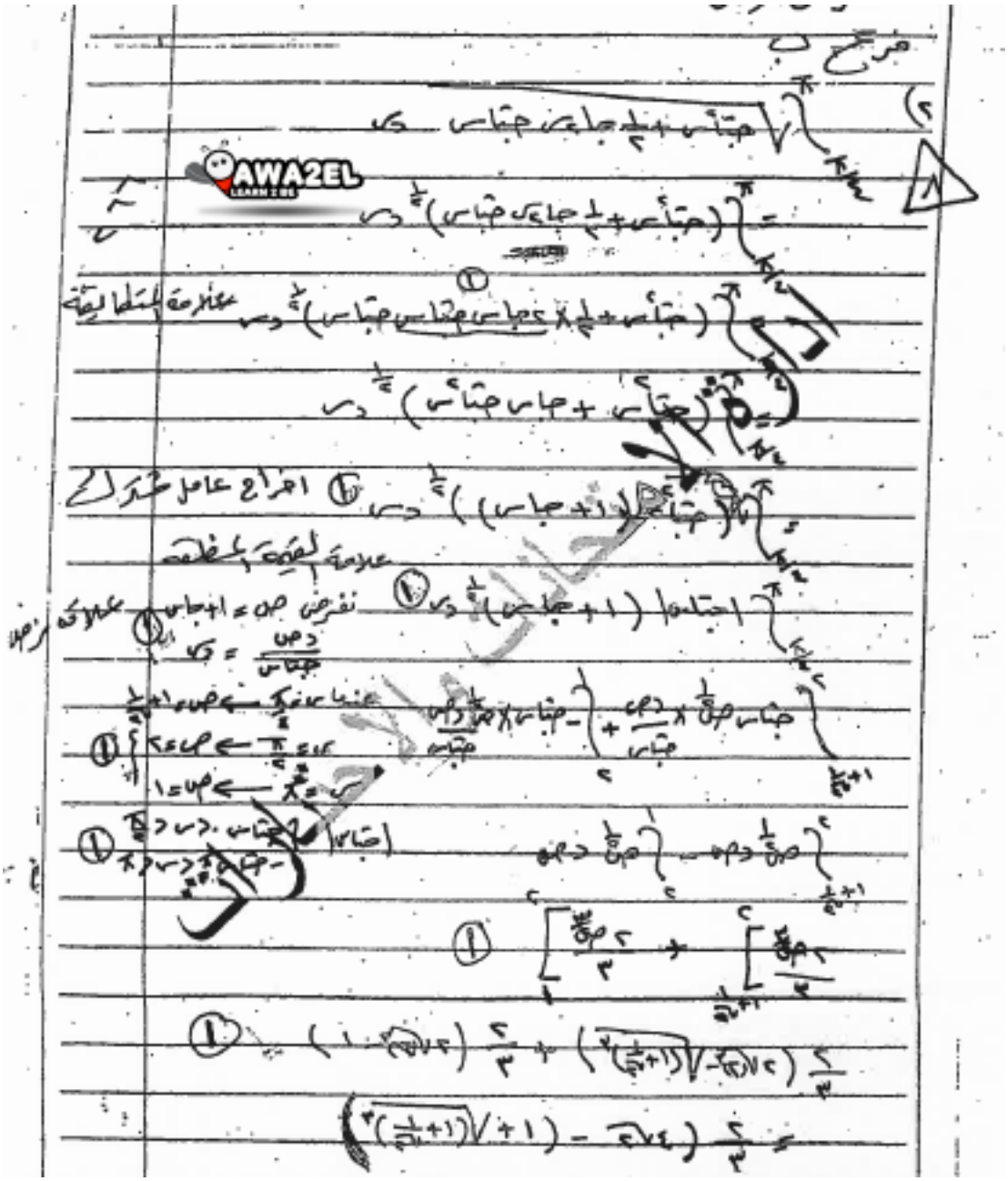


(٨ علامات)

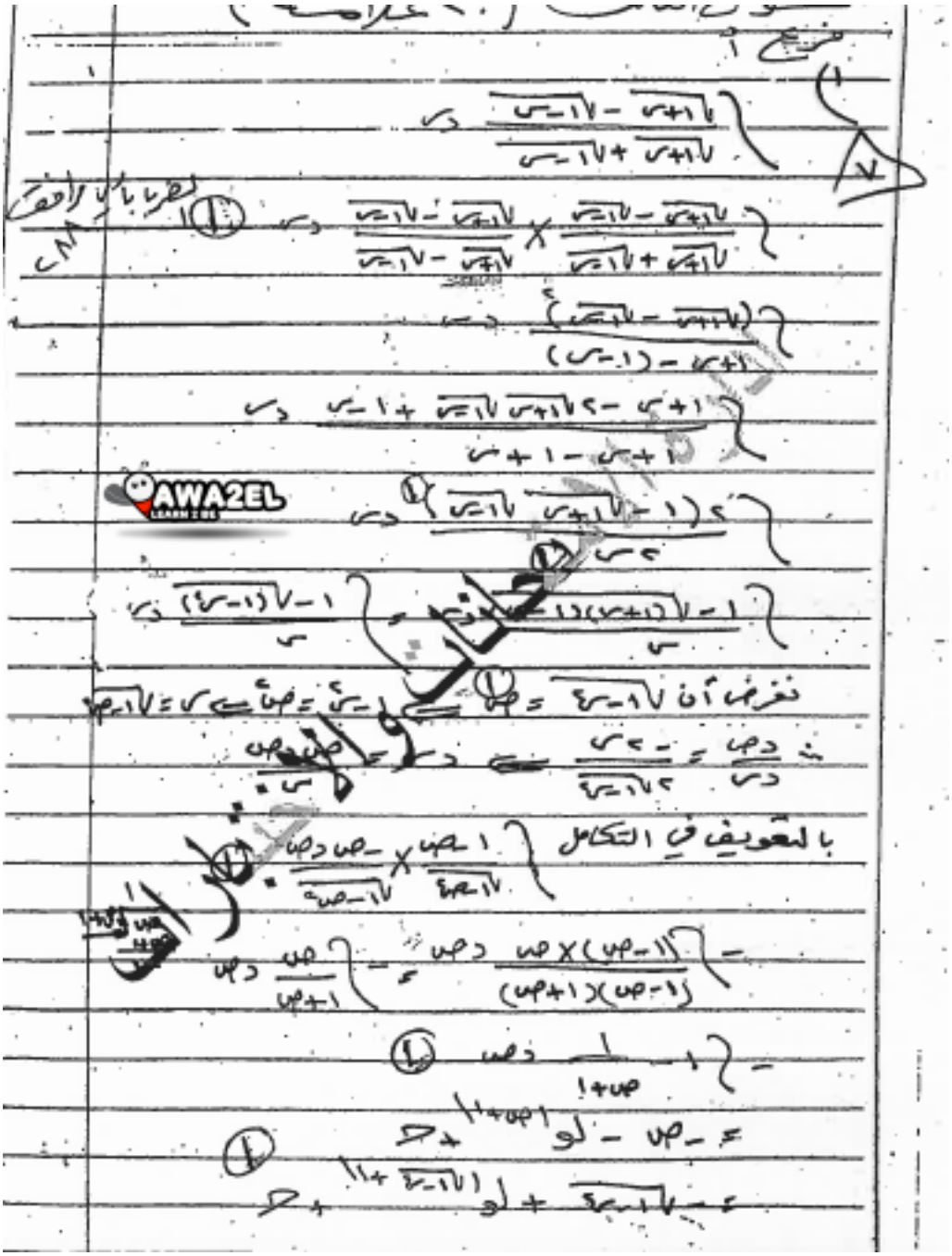
١) $\int_{0}^{4} \frac{س^{3}}{\sqrt{(س^{2}+9)^{3}}}\, دس$



٢) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \sqrt{\text{جتا}^{٢}\text{س} + \frac{١}{٢}\text{جا}\,٢\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}}\;\text{دس}$ (٨ علامات)

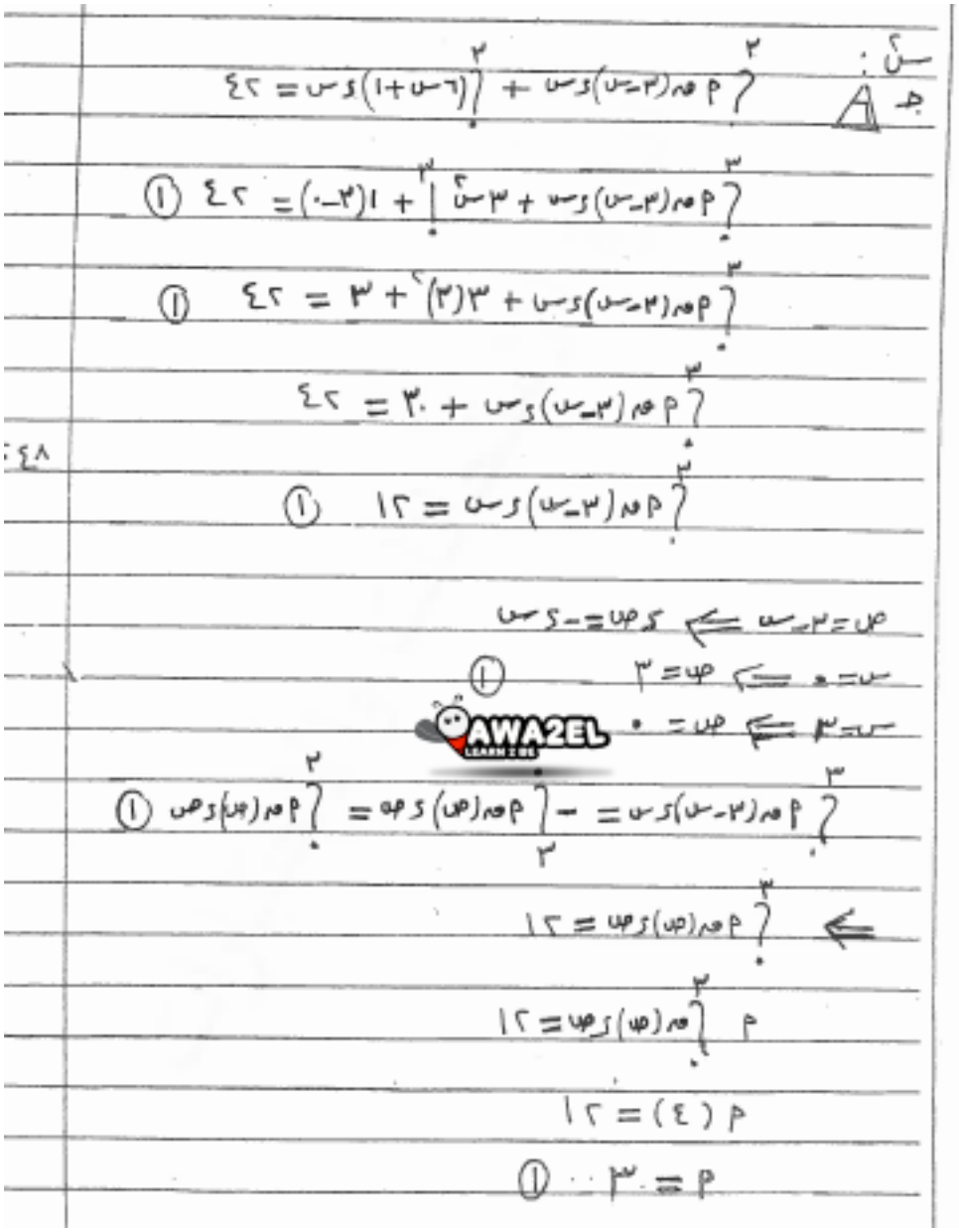


١) $\int \frac{\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}}$ دس (٧ علامات)

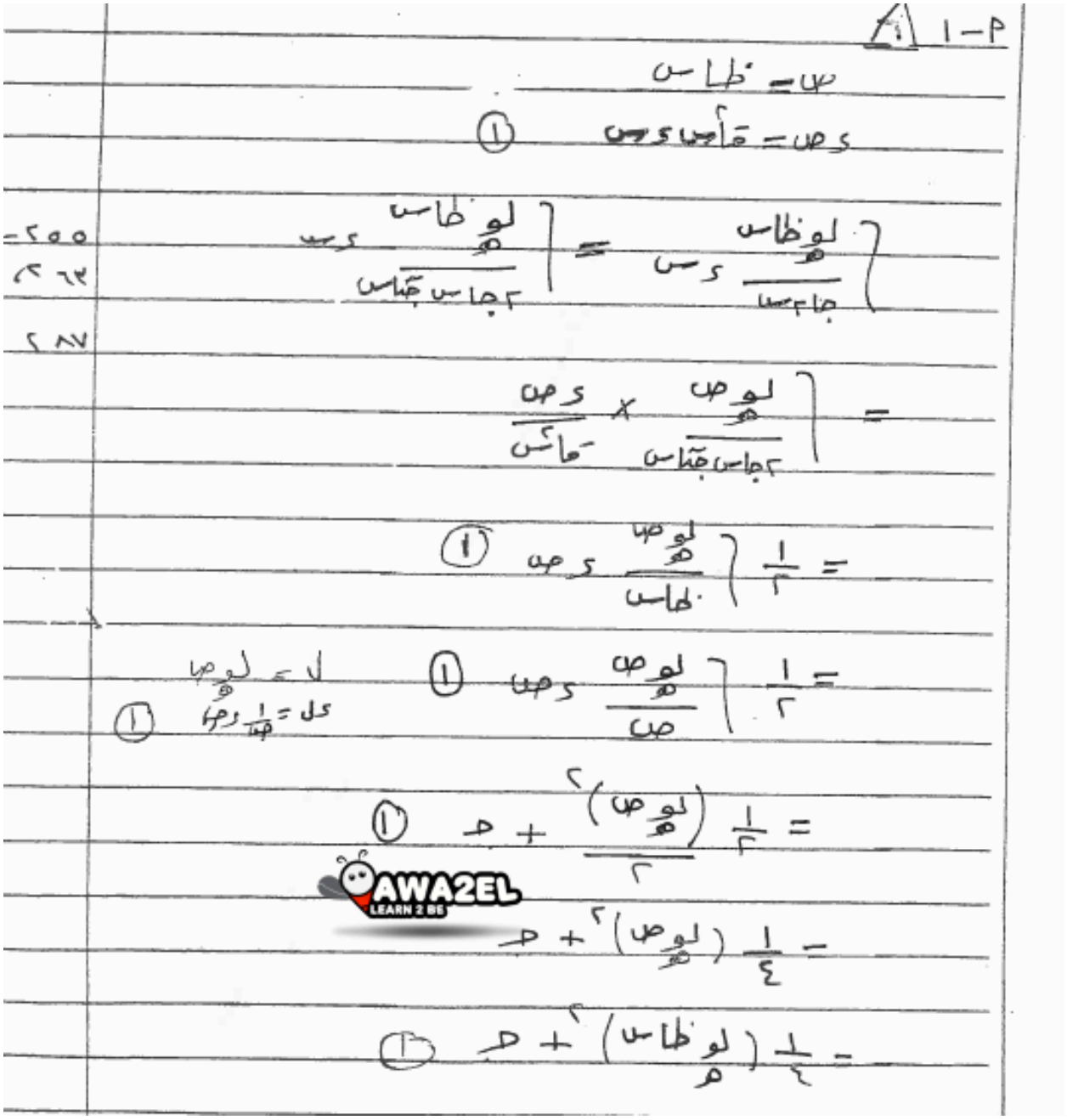


ج) إذا كان $\int_{0}^{3}$ ق(س) دس = ٤ ، $\int_{0}^{3}$ (م ق(٣ − س) + ٦س + ١) دس = ٤٢ ، فجد قيمة الثابت م

(٦ علامات)



١) $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ظا س}}{\text{جا}^2 \text{س}}$ دس (٦ علامات)



١) $\int_{١}^{٢} س^{٤} \sqrt{\left(\frac{٢ - س}{س^{٢}}\right)^{٣}}\ دس$ (٦ علامات)

السؤال الثالث :

م) ١) $\int_{١}^{٢} س^{٤} \sqrt{\left(\frac{٢-س}{س^{٢}}\right)^{٣}}\ دس$ ٣٠٤

٦

$= \int_{١}^{٢} س^{٤} \sqrt{\frac{(٢-س)^{٣}}{س^{٦}}}\ دس$ (١)

$= \int_{١}^{٢} \frac{س^{٤}}{|س^{٣}|} \sqrt{(٢-س)^{٣}}\ دس$ القيمة المطلقة ليست ضرورية

$= \int_{١}^{٢} س (٢-س)^{\frac{٣}{٢}}\ دس$ ، (١)

(١)

نفرض أن $ص = ٢ - س \Leftarrow دص = -دس$

عندما $س = ١ \Leftarrow ص = ١$

عندما $س = ٢ \Leftarrow ص = ٠$ (١) أي خطأ يخسر العلامة

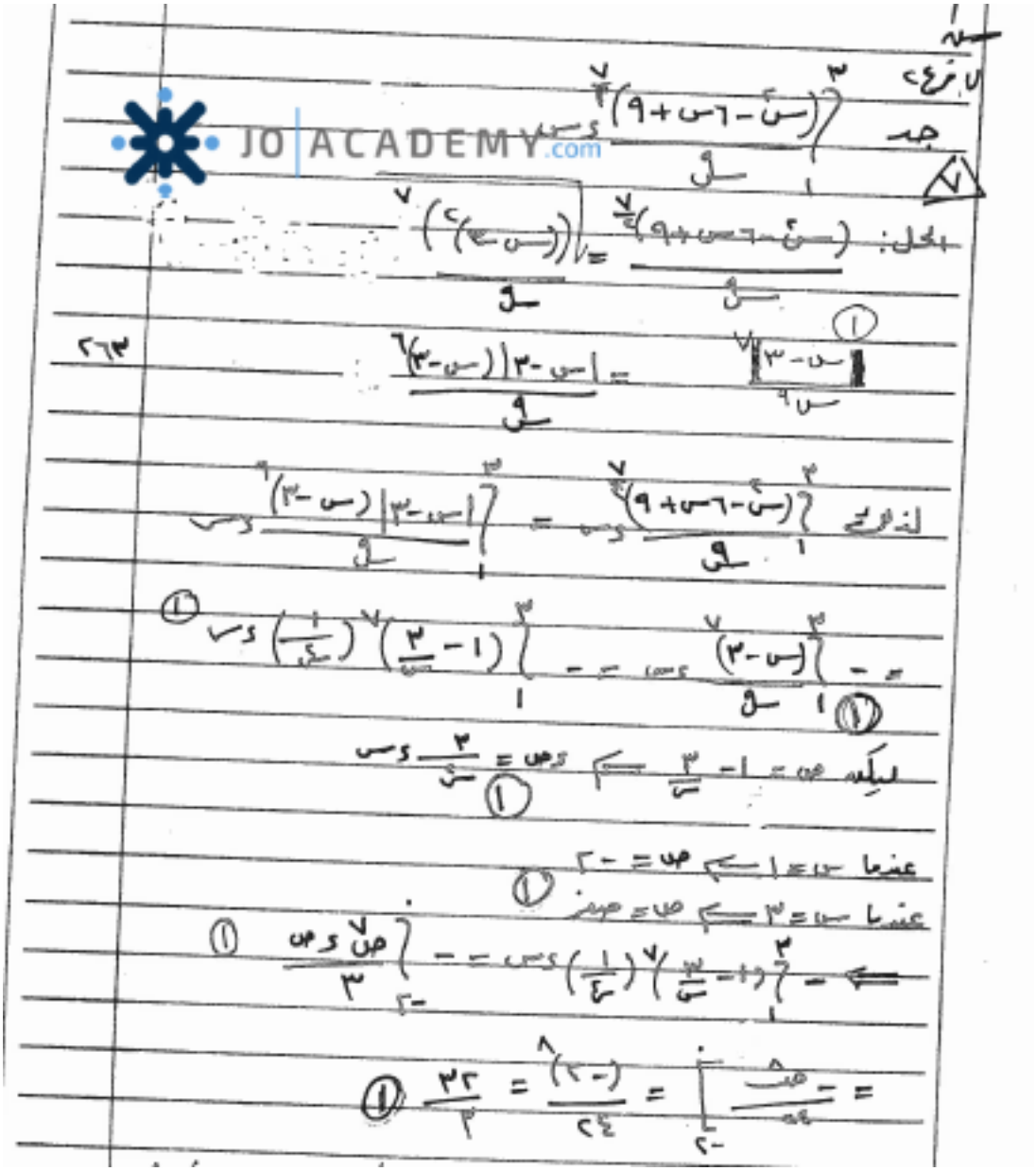
$\therefore \int_{١}^{٢} س(٢-س)^{\frac{٣}{٢}}\ دس = \int_{١}^{٠} (٢-ص)\ ص^{\frac{٣}{٢}}\ (-دص)$

$= \int_{٠}^{١} (٢ص^{\frac{٣}{٢}} - ص^{\frac{٥}{٢}})\ دص$

(١) $= ٢ \times \frac{٢}{٥} ص^{\frac{٥}{٢}} - \frac{٢}{٧} ص^{\frac{٧}{٢}} \Big]_{٠}^{١} = \left(\frac{٤}{٥}\sqrt{١} - \frac{٢}{٧}\sqrt{١}\right) - صفر$ (١)

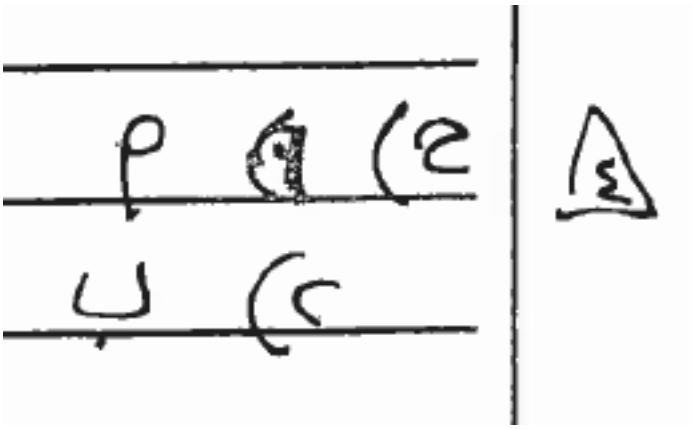
$= \frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٧} = \frac{٢٨ - ١٠}{٣٥} = \frac{١٨}{٣٥}$

٢) $\int_{1}^{3} \frac{(س^{٢} - ٦ س + ٩)^{\frac{٧}{٢}}}{س^{٩}}$ د س (٧ علامات)

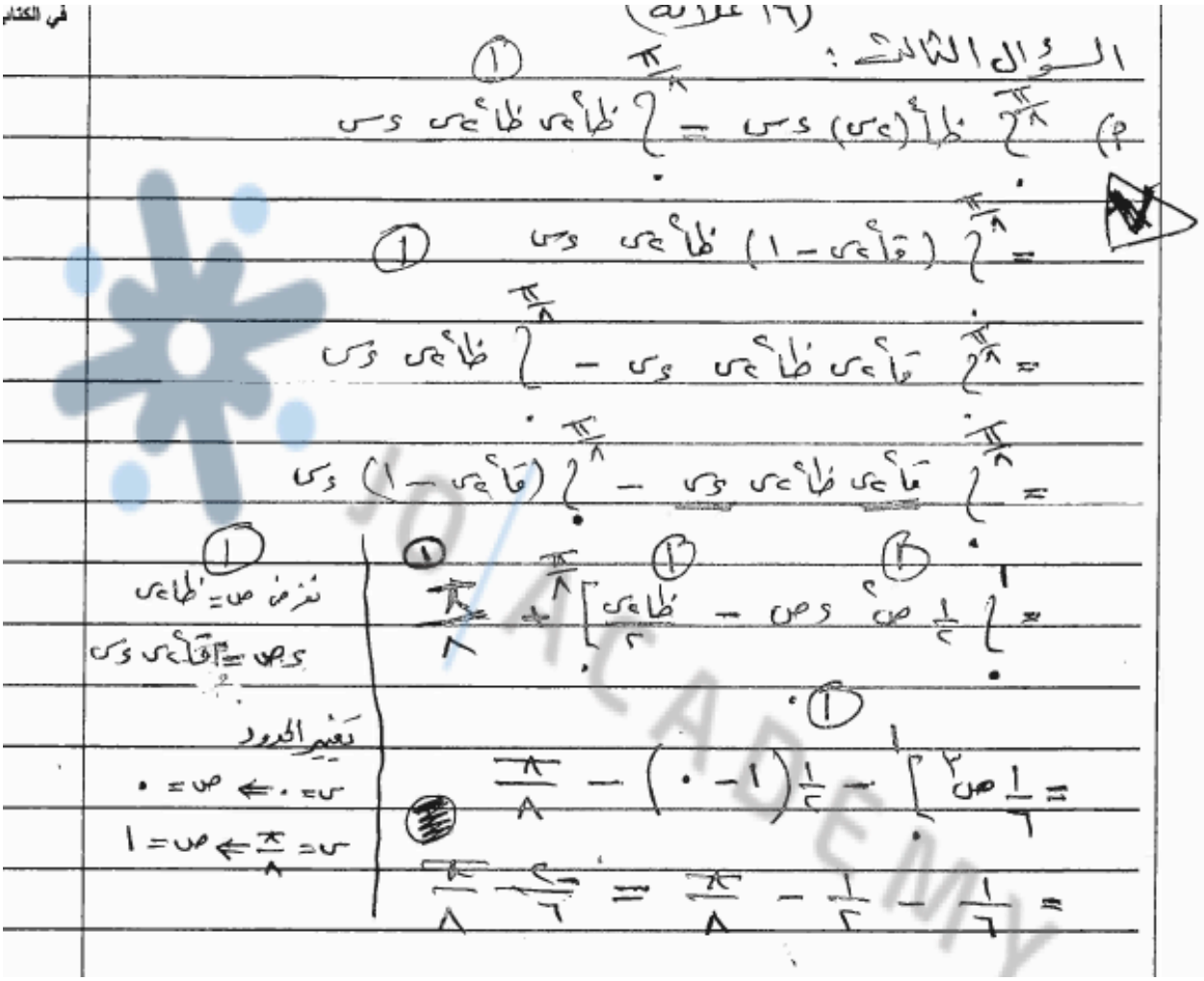


٢) قيمة $\int_{هـ}^{٢} \frac{١}{س \ لوس}$ دس تساوي:

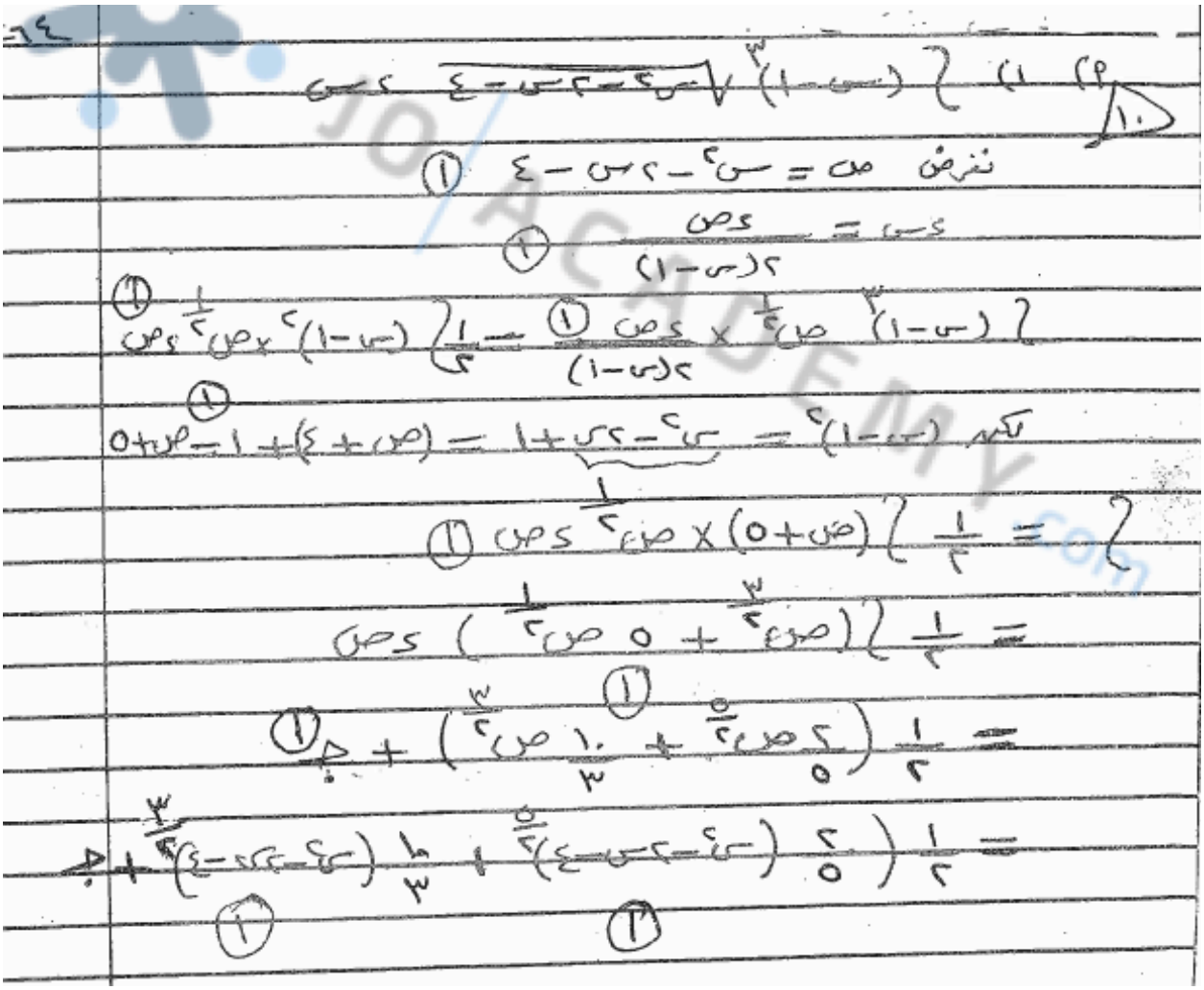
أ) ١ ب) $لو_{هـ}٢$ ج) $٤ لو_{هـ}٢$ د) $\frac{١}{٢} لو_{هـ}٢$



أ) جد قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^{4}(2س)\, دس$ (٧ علامات)

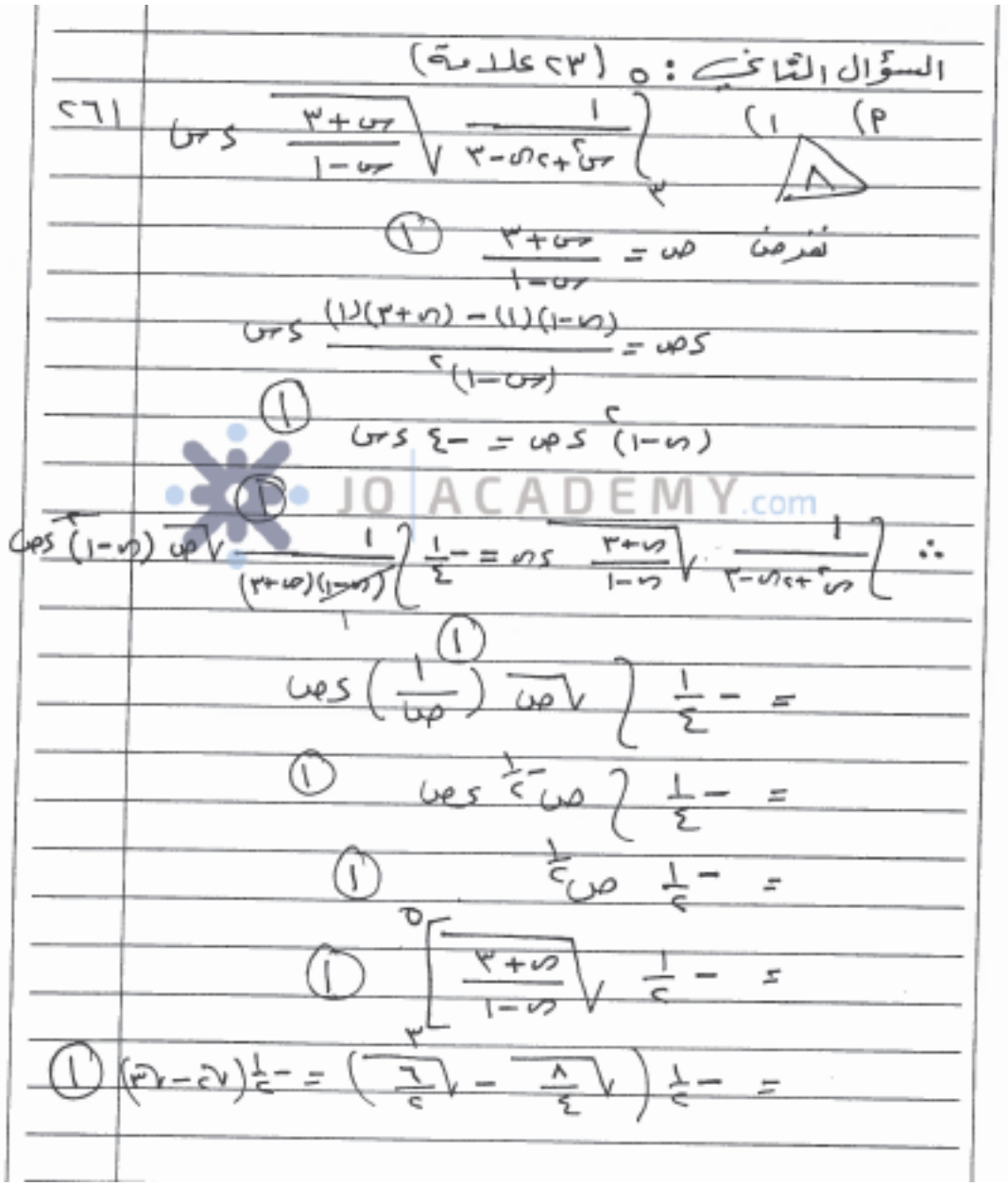


١) $\int (س - ١)^{٣} \sqrt{(س^{٢} - ٢ س - ٤)}$ دس



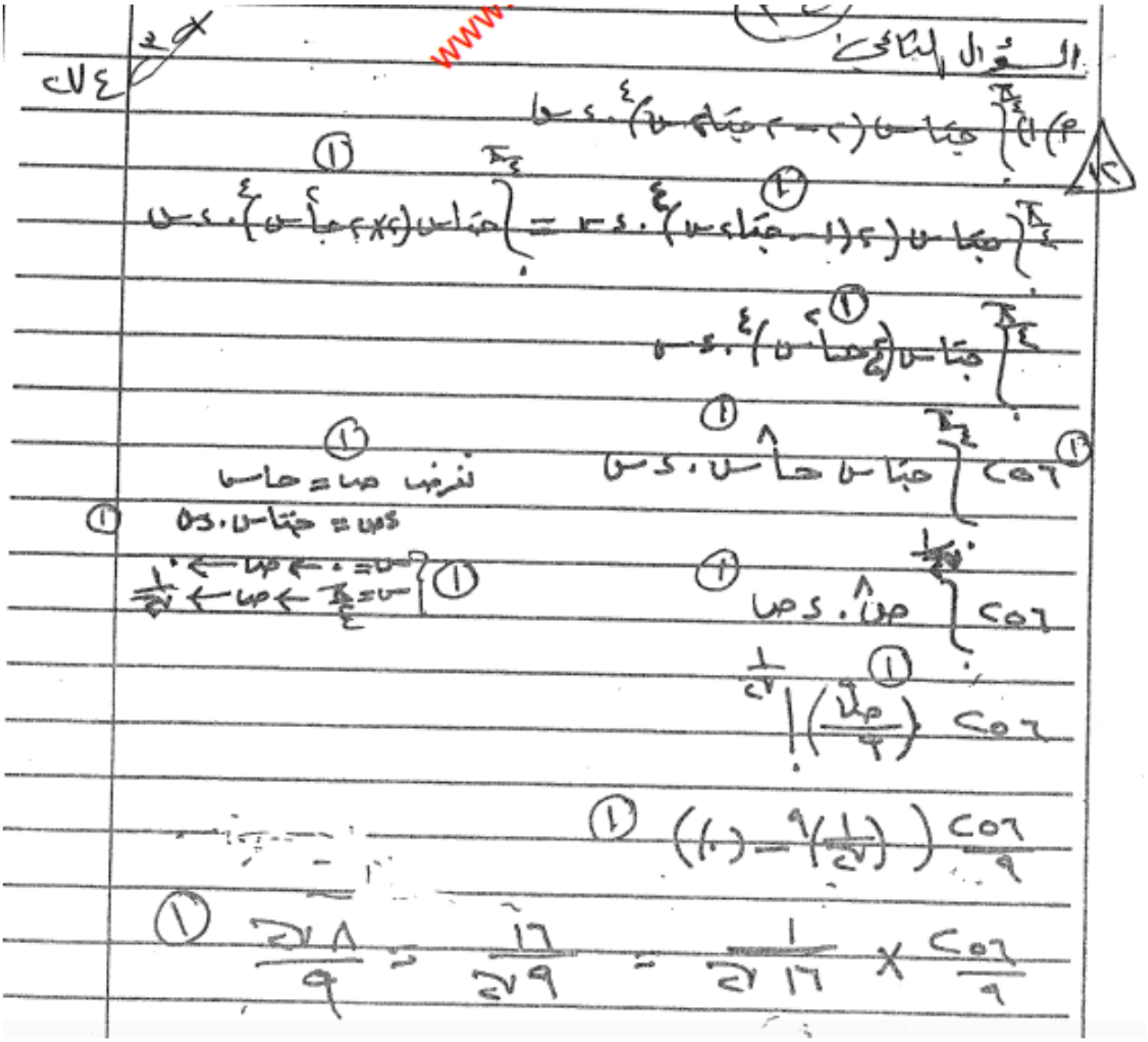
أ)

١) جد قيمة $\int_{٢}^{٥} \frac{١}{س^{٢}+٢س-٣} \sqrt{\frac{س+٣}{س-١}}$ دس (٨ علامات)

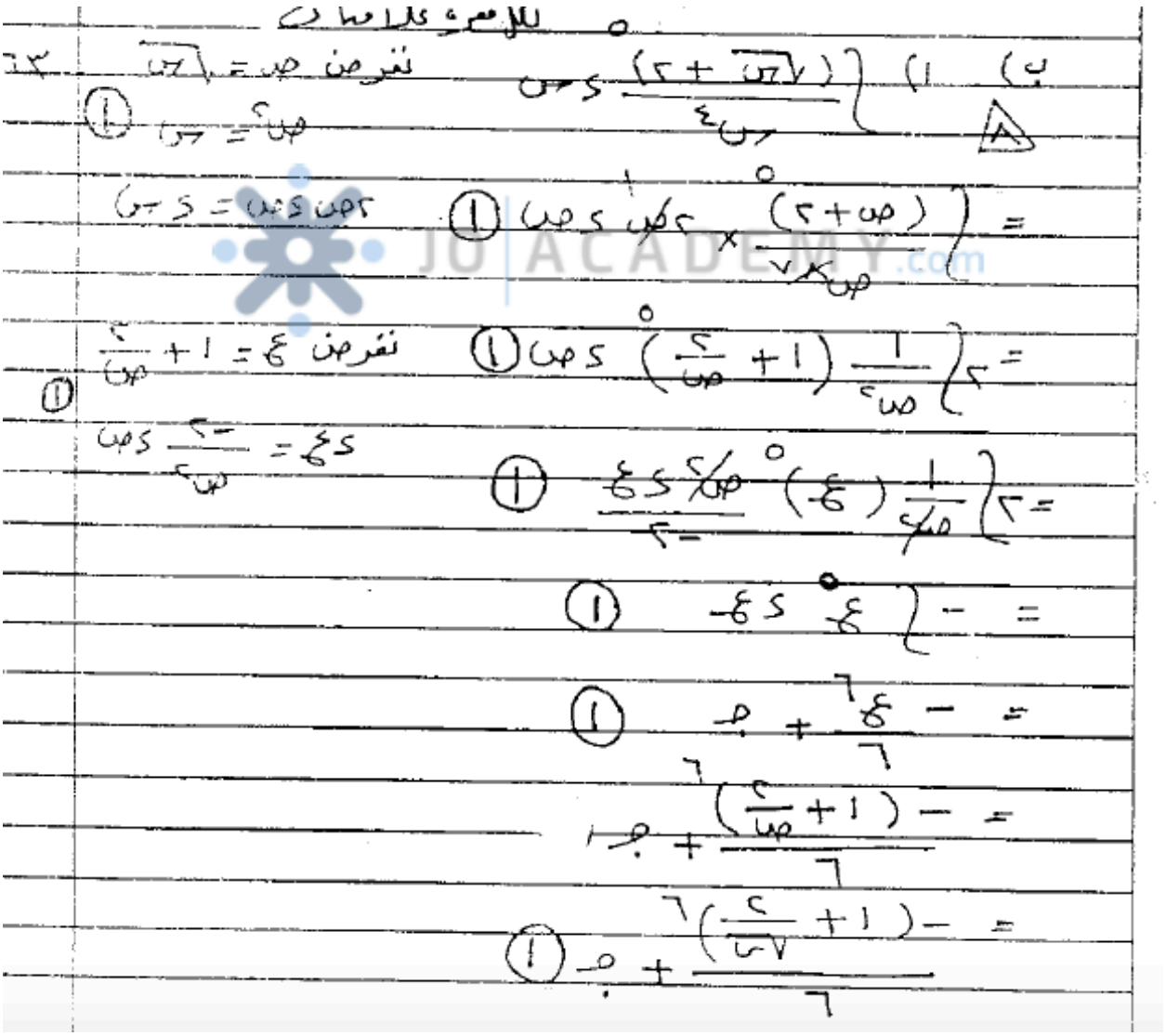


أ)

١) جد قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ جتا س (٣ − ٢ جتا ٢ س)^{4} دس (١٢ علامة)



١) $\int \frac{(\sqrt{س} + ٢)^{٥}}{س^{٤}}$ دس (٨ علامات)



١) $\int$ جا^{٣}س (١ + جتاس)^{٥} دس (٨ علامات)

لكل فقرة ٣ علامات

ب) أ) $\int$ جا^{٣}س (١ + جتاس)^{٥} دس نفرض ص = ١ + جتاس

$= \int$ جا^{٢}س (ص)^{٥} $\frac{\text{دص}}{-\text{جاس}}$ ①

$= \int$ (١ − جتا^{٢}س) ص^{٥} دص ①

ص − ١ = جتاس

(ص − ١)^{٢} = جتا^{٢}س

$= -\int$ (١ − (ص − ١)^{٢}) ص^{٥} دص ①

$= -\int$ (١ − (ص^{٢} − ٢ص + ١)) ص^{٥} دص ① خلك التربيع

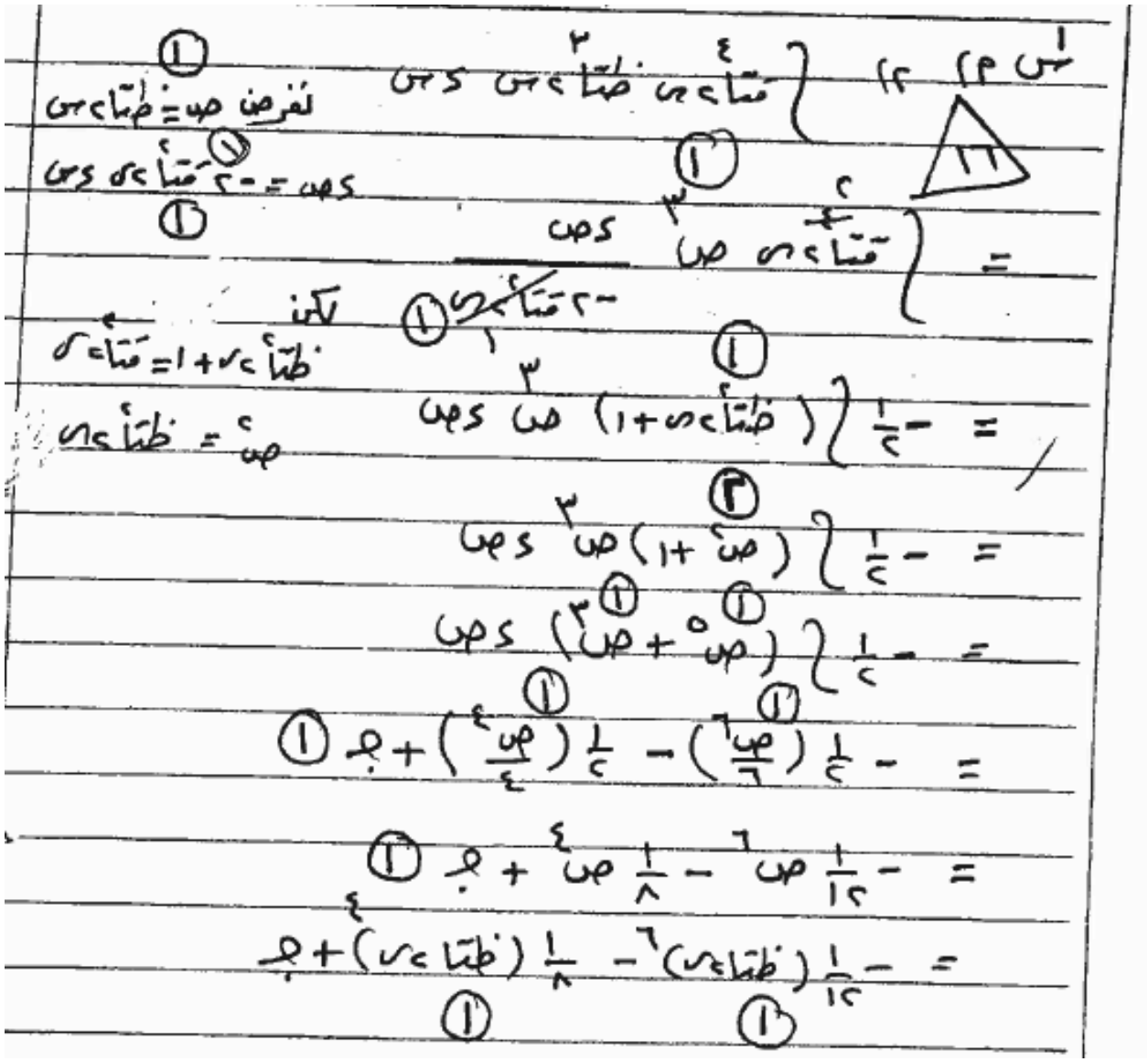
$= -\int$ (−ص^{٢} + ٢ص) ص^{٥} دص

$= -\int$ (−ص^{٧} + ٢ص^{٦}) دص ①

$= \frac{\text{ص}^{٨}}{٨} - \frac{٢\text{ص}^{٧}}{٧} + \text{ث}$ ①

$= \frac{(\text{١ + جتاس})^{٨}}{٨} + \frac{٢(\text{١ + جتاس})^{٧}}{٧} + \text{ث}$ ①

٢) ∫ قتا^{٤} ٢س ظتا^{٣} ٢س دس (١٦ علامة)



$$= \int \text{قتا}^{٤} ٢س \cdot \text{ظتا}^{٢} ٢س \, د س$$

$$= \int \text{قتا}^{٢} ٢س \cdot \text{ظتا}^{٢} ٢س \cdot \text{قتا}^{٢} ٢س \, د س$$

لنفرض ص = ظتا ٢س

د ص = −٢ قتا^{٢} ٢س د س

$$= \int (\text{ظتا}^{٢} ٢س + ١) \, ص^{٣} \left(-\frac{د ص}{٢}\right)$$

لكن ظتا^{٢} ٢س + ١ = قتا^{٢} ٢س

ص^{٢} = ظتا^{٢} ٢س

$$= -\frac{١}{٢} \int (ص^{٢} + ١) \, ص^{٣} \, د ص$$

$$= -\frac{١}{٢} \int (ص^{٥} + ص^{٣}) \, د ص$$

$$= -\frac{١}{٢} \left(\frac{ص^{٦}}{٦}\right) - \frac{١}{٢} \left(\frac{ص^{٤}}{٤}\right) + ج$$

$$= -\frac{١}{١٢} ص^{٦} - \frac{١}{٨} ص^{٤} + ج$$

$$= -\frac{١}{١٢} (\text{ظتا} ٢س)^{٦} - \frac{١}{٨} (\text{ظتا} ٢س)^{٤} + ج$$

أ) جـد: $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}}$ دس (١٧ علامة)

(م) $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}}$ دس $= \int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٥} \times س^{٣}}$ دس

١٧

$= \int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{(س^{٣})^{٥} \times س^{٣}}$ دس $= \int \left(\frac{س^{٣} - س}{س^{٣}}\right)^{٥} \times س^{-٣}$ دس

تم تحميل الملف من موقع الأوائل www.awa2el.net

$= \int \left(\frac{١}{س^{٢}} - ١\right)^{٥} \times س^{-٣}$ دس $= \int (١ - س^{-٢})^{٥} \times س^{-٣}$ دس

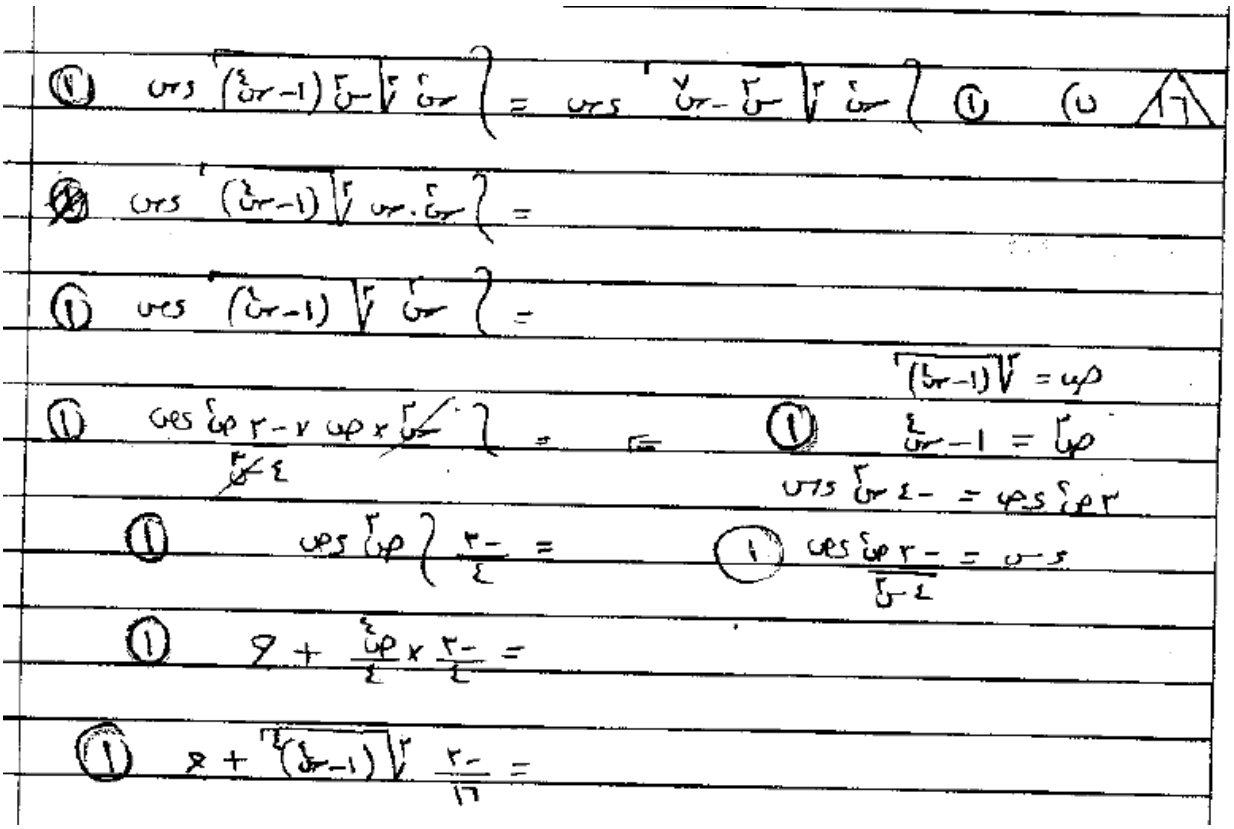
$= \int (١ - ص)^{٥} \times -\frac{١}{٢}$ دص

ص $= س^{-٢}$

دص $= -٢ س^{-٣}$ دس

$= -\frac{١}{٢} \int (١ - ص)^{٥}$ دص

$= -\frac{١}{٢} \frac{(١ - ص)^{٦}}{-١ \times ٦} + جـ$

$= \frac{١}{١٢} (١ - ص)^{٦} + جـ = \frac{١}{١٢} (١ - س^{-٢})^{٦} + جـ$

١) $\int س^{٢} \sqrt[٣]{س^{٣} - س^{٧}}\ دس$ (٨ علامات)