التقعر

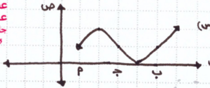
عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

تعريف

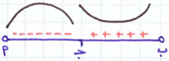


إذا كان ق معرف على [أ، ب]
وقابل للاشتقاق على (أ، ب)

① يكون ق مقعراً للأسفل في الفترة (أ، جـ) حيث جميع المماسات فوق ق

② يكون ق مقعراً للأعلى في الفترة (جـ، ب) حيث جميع المماسات تحت ق

نظرية



قً(س) < ٠ في (أ، جـ) ق مقعر للأسفل

قً(س) > ٠ في (جـ، ب) ق مقعر للأعلى

⊛ ايجاد فترات التقعر لأعلى ولأسفل

⊛ كثيرات الحدود

مثال

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى للاقتران

ق(س) = س³ - ٣س² + ٣س + ١

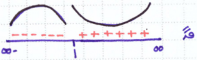
الحل:

ق'(س) = ٣س² - ٦س + ٣

ق''(س) = ٦س - ٦

٠ = ٦س - ٦

٦ = ٦س ⟸ س = ١



(-∞، ١) ق مقعر لأسفل

(١، ∞) ق مقعر لأعلى

مثال

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران

ق(س) = س⁴ - ٦س³ + ١٢س²

حيث س ∈ [-٥، ٥]

الحل:

ق'(س) = ٤س³ - ١٨س² + ٢٤س

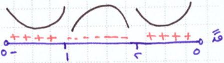
ق''(س) = ١٢س² - ٣٦س + ٢٤

٠ = ١٢س² - ٣٦س + ٢٤

٠ = ١٢ (س² - ٣س + ٢)

٠ = ١٢ (س - ٢)(س - ١)

س = ٢ ، س = ١



(-٥، ١) ق مقعر لأعلى

(١، ٢) ق مقعر لأسفل

(٢، ٥) ق مقعر لأعلى

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان ق(س) = ٤س - ⅓ س³ س ∈ [-٣، ٣]

فجد كلاً مما يأتي

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً

② القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها

③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق مقعراً للأسفل .

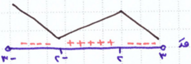
عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

الحل:

ق'(س) = ٤ - س²

٠ = (٢ - س) (٢ + س)

٠ ⟸ س = ٢ ، س = -٢



① [-٢، ٢] ق متزايد

② ق(-٣) = -٣ عظمى

ق(-٢) = -16/3 صغرى مطلقة

ق(٢) = 16/3 عظمى مطلقة

ق(٣) = ٣ صغرى

③

ق''(س) = -٢س

٠ = -٢س

⟸ س = ٠

[٠، ٣] ق مقعر لأسفل

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

2009 صيفي

إذا كان $ق(س) = \frac{1}{4}س^4 - 2س^2 + 3$ حيث $س \in (-\infty، 2)$ فجد كلاً مما يأتي

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً.

② القيم القصوى المطلقة للاقتران ق (إن وجدت) وبيّن نوعها.

③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق مقعراً لأسفل.

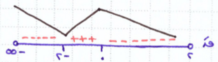
الحل:

$ق'(س) = س^3 - 4س$

$= س(س^2 - 4)$

$= س(س-2)(س+2)$

$س = 0 ، س = 2 ، س = -2$



① $(-\infty، -2]، [0، 2)$ ق متناقص

② $ق(-2) = -1$ صغرى مطلقة

$ق(0) = 3$ عظمى مطلقة

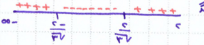
$ق(2) = -1$ صغرى مطلقة

③ $ق''(س) = 3س^2 - 4$

$0 = 3س^2 - 4$

$\frac{4}{3} = س^2$

$\Leftarrow س = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$



$[-\frac{2}{\sqrt{3}}، \frac{2}{\sqrt{3}}]$ ق مقعر لأسفل

2010 شتوي

إذا كان $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 - س^2 + 2$ حيث $س \in [-2، 3)$ فجد كلاً مما يأتي:

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق متزايداً

② القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها

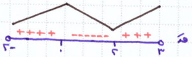
③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأعلى.

الحل:

$ق'(س) = س^2 - 2س$

$= س(س-2)$

$س = 0 ، س = 2$



① $[-2، 0]، [2، 3)$ ق متزايد

② $ق(-2) = -4\frac{2}{3}$ صغرى مطلقة

$ق(0) = 2$ عظمى مطلقة

$ق(2) = \frac{2}{3}$ صغرى

③ $ق''(س) = 2س - 2$

$= 2(س-1) \Leftarrow س = 1$

$[1، 3)$ ق مقعر للأعلى

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

● اقترانات مثلثية

مثال

جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

ق(س) = جتاس − جاس + ١

حيث س ∈ [٠، π]

الحل:

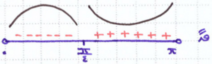
ق'(س) = −جاس − جتاس

ق''(س) = −جتاس + جاس

٠ = −جتاس + جاس

جتاس = جاس

← س = $\frac{\pi}{4}$



(٠، $\frac{\pi}{4}$) ق مقعر للأسفل

($\frac{\pi}{4}$، π) ق مقعر للأعلى

٢٠١٨ شتوي جديد

إذا كان

ق(س) = جاس − $\frac{1}{2}$ جتا٢س ، س ∈ [٠، $\frac{3\pi}{2}$]

فجد ما يلي:

① مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

② القيم القصوى المحلية للاقتران ق (إن وجدت)

③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) مقعراً للأعلى.

الحل:

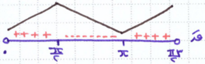
ق'(س) = ٢جاس جتاس + $\cancel{\frac{1}{2}}$ جا٢س × $\cancel{2}$

٠ = ٢جاس جتاس + ٢جاس جتاس

٠ = ٤ جاس جتاس

جاس = ٠ أو جتاس = ٠

س = ٠، π أو س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$



① [٠، $\frac{\pi}{2}$]، [π، $\frac{3\pi}{2}$] ق متزايد

[$\frac{\pi}{2}$، π] ق متناقص

② ق($\frac{\pi}{2}$) = $\frac{3}{2}$ عظمى محلية

ق(π) = $-\frac{1}{2}$ صغرى محلية

③ ق''(س) = ٤جاس (−جاس) + جتاس × ٤جتاس

٠ = −٤جا²س + ٤جتا²س

٠ = ٤ (جتا²س − جا²س)

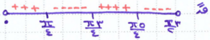
٠ = ٤ جتا٢س

←

جتا٢س = ٠

← ٢س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$ ، $\frac{5\pi}{2}$

س = $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$



[٠، $\frac{\pi}{4}$]، [$\frac{3\pi}{4}$، $\frac{5\pi}{4}$]

ق مقعر لأعلى

الجذور :

مثال

جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

$ق(س) = \sqrt{16 - س^2}$ ، $س \in [-4 ، 4]$

الحل:

$$ق'(س) = \frac{-2س}{2\sqrt{16-س^2}} = \frac{-س}{\sqrt{16-س^2}}$$

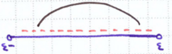
$$ق''(س) = \frac{\sqrt{16-س^2} \times -1 - (-س) \times \frac{-س}{\sqrt{16-س^2}}}{16 - س^2}$$

$$0 = -\sqrt{16-س^2} - \frac{س^2}{\sqrt{16-س^2}}$$

$$0 = \frac{-(16-س^2) - س^2}{\sqrt{16-س^2}}$$

$$0 = \frac{-16 + \cancel{س^2} - \cancel{س^2}}{\sqrt{16-س^2}}$$

⟸ لا يوجد قيم لـ س



(-4 ، 4) مقعر للأسفل.

مثال

جد فترات التقعر للأعلى و للأسفل للاقتران

$ق(س) = س^{\frac{1}{5}}$ ، $س \in [-2 ، 2]$

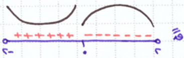
الحل:

$$ق'(س) = \frac{1}{5} س^{\frac{-4}{5}}$$

$$ق''(س) = \frac{-4}{25} س^{\frac{-9}{5}}$$

$$= \frac{-4}{25\sqrt[5]{س^9}}$$

ق''(س) غير موجودة عند س = 0 (صفر المقام)



(-2 ، 0) مقعر للأعلى

(0 ، 2) مقعر للأسفل

مثال

جد مجالات التقعر للاقتران

$ق(س) = س^{\frac{2}{3}}$

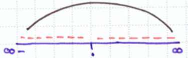
الحل:

$$ق'(س) = \frac{2}{3} س^{\frac{-1}{3}}$$

$$ق''(س) = \frac{-2}{9} س^{\frac{-4}{3}} = \frac{-2}{9\sqrt[3]{س^4}}$$

ق''(س) ≠ صفر

ق''(س) غير موجودة عند س = 0 (صفر المقام)



(-∞ ، ∞) مقعر للأسفل

⊛ الكسور:

مثال

جد فترات التقعر لأعلى ولأسفل للاقتران

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س} + \frac{4}{\text{س}}$

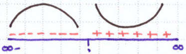
الحل:

$\text{ق}'(\text{س}) = 1 - \frac{4}{\text{س}^2}$

$\text{ق}''(\text{س}) = \frac{--4\times 2\text{س}}{\text{س}^4} = \frac{8}{\text{س}^3}$

$\text{ق}''(\text{س}) \neq$ صفر

$\text{ق}''(\text{س})$ غير موجودة عند $\text{س} = 0$ (صفر المقام)



$(-\infty, 0)$ ← مقعر لأسفل

$(0, \infty)$ ← مقعر لأعلى

مثال

جد فترات التقعر لأعلى ولأسفل للاقتران

$\text{ق}(\text{س}) = \left(\frac{\text{س}-1}{\text{س}}\right)^2$

الحل:

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 2\text{س} + 1}{\text{س}^2}$

$= 1 - \frac{2}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}^2}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{--2}{\text{س}^2} - \frac{1\times 2\text{س}}{\text{س}^4}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{2}{\text{س}^2} - \frac{2}{\text{س}^3}$

$\text{ق}''(\text{س}) = \frac{-2\times 2\text{س}}{\text{س}^4} - \frac{-2\times 3\text{س}^2}{\text{س}^6}$

$\text{ق}''(\text{س}) = \frac{-4}{\text{س}^3} + \frac{6}{\text{س}^4}$

$\text{ق}''(\text{س}) = \frac{-4\text{س} + 6}{\text{س}^4}$

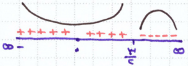
$0 = \frac{-4\text{س} + 6}{\text{س}^2}$

$\Leftarrow -4\text{س} + 6 = 0$

$-4\text{س} = -6$

$\text{س} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\text{ق}''(\text{س})$ غير موجودة عند $\text{س} = 0$



$(-\infty, \frac{3}{2})$ مقعر لأعلى

$(\frac{3}{2}, \infty)$ مقعر لأسفل

الاقتران المتشعب :

مثال

جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^2 - ١ & \text{س} < ٢ \\ ٥ - \text{س} & \text{س} \geq ٢ \end{cases}$$

الحل:

$\text{س}^2 - ١$ متصل وقابل للاشتقاق

٥ - س متصل وقابل للاشتقاق

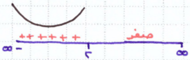
$$\text{ق}'\text{(س)} = \begin{cases} ٢\text{س} & \text{س} < ٢ \\ -١ & \text{س} > ٢ \\ \text{غير موجودة} & \text{س} = ٢ \end{cases}$$

ق متصل عند ٢ وغير قابل للاشتقاق

٢س متصل وقابل للاشتقاق

-١ متصل وقابل للاشتقاق

$$\text{ق}''\text{(س)} = \begin{cases} ٢ & \text{س} < ٢ \\ \text{صفر} & \text{س} > ٢ \\ \text{غير موجودة} & \text{س} = ٢ \end{cases}$$



(-∞ ، ٢) ق مقعر للأعلى

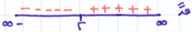
⊛ ايجاد نقط الانعطاف :

تعريف :
إذا كان ق متصل على فترة مفتوحة حول س، وكان ق يغير اتجاه تقعره عند س، فإن (س ، ق(س)) تسمى نقطة انعطاف لمنحنى ق .

⊛ كثيرات الحدود :

مثال
جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٢
حيث س ∈ ح

الحل :
ق َ(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩
ق ًَ(س) = ٦س - ١٢
٠ = ٦س - ١٢
١٢ = ٦س
⇐ س = ٢

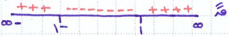


(٢ ، ق(٢)) نقطة انعطاف

مثال
جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = س^{٤} - ٦س^{٢} + ١ س ∈ ح

الحل :
ق َ(س) = ٤س^{٣} - ١٢س
ق ًَ(س) = ١٢س^{٢} - ١٢
٠ = ١٢س^{٢} - ١٢

١٢ = ١٢س^{٢}
١ = س^{٢} ⇐ س = ±١



(-١ ، ق(-١)) نقطة انعطاف
(١ ، ق(١)) نقطة انعطاف

مثال
جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = ٦س^{٣} - س^{٤}

الحل:
ق َ(س) = ١٨س^{٢} - ٤س^{٣}
ق ًَ(س) = ٣٦س - ١٢س^{٢}
٠ = ١٢س (٣ - س)
س = ٠ ، س = ٣

(٠ ، ق(٠)) نقطة انعطاف
(٣ ، ق(٣)) نقطة انعطاف

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

٢٠٠٩ شتوي

إذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٢$

حيث $س \in [٠ ، ٤]$ فجد كلاً مما يأتي :

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً

② القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها

③ نقطة الانعطاف لمنحنى ق (إن وجدت)

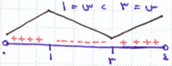
الحل :

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$= ٣(س^{٢} - ٤س + ٣)$

$= ٣(س - ٣)(س - ١) = ٠$

$س = ٣ ، س = ١$



① $[٠ ، ١] ، [٣ ، ٤]$ ق متزايد

② $ق(٠) = ٢$ صغرى مطلقة

$ق(١) = ٦$ عظمى مطلقة

$ق(٣) = ٢$ صغرى مطلقة

$ق(٤) = ٦$ عظمى مطلقة

③ $ق''(س) = ٦س - ١٢$

$= ٦(س - ٢)$

$\Leftarrow س = ٢$

ق متصل عند $س = ٢$ ، ق يغير من اتجاه تقعره قبل وبعد $س = ٢$

$\Leftarrow (٢ ، ق(٢))$ نقطة انعطاف

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٠ صيفي

إذا كان $ق(س) = س(٤ - س)^{٣}$ ، $س \in [-١ ، ٥]$

فجد كلاً مما يأتي

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق متناقصاً

② القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها

③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأعلى

④ نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت)

الحل :

$ق'(س) = س \times ٣(٤ - س)^{٢} \times -١ + (٤ - س)^{٣} \times ١$

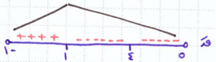
$= -٣س(٤ - س)^{٢} + (٤ - س)^{٣}$

$= (٤ - س)^{٢}(-٣س + ٤ - س)$

$= (٤ - س)^{٢}(٤ - ٤س)$

$= (٤ - س)^{٢}(٤)(١ - س)$

$\Leftarrow س = ٤ ، س = ١$



① $[١ ، ٥]$ ق متناقص

② $ق(-١) = -١٢٥$ صغرى مطلقة

$ق(١) = ٢٧$ عظمى مطلقة

$ق(٥) = -٥$

③ $ق'(س) = ٤(٤ - س)^{٢} \times (١ - س)$

$ق''(س) = ٤(٤ - س)^{٢} \times -١ + (١ - س)(٨(٤ - س) \times -١)$

$= -٤(٤ - س)^{٢} + (١ - س)(-٨)(٤ - س)$

$= (٤ - س)(-٤(٤ - س) - ٨(١ - س))$

$= (٤ - س)(-١٦ + ٤س - ٨ + ٨س)$

$= (٤ - س)(١٢س - ٢٤)$

$= (٤ - س)(١٢)(س - ٢)$

⇐ س = ٢ ، س = ٤

ق'' : ---- (٢) ++++ (٤) ----
١- ، ٢ ، ٤ ، ٥

[٢ ، ٤] ق مقعر للأعلى

④ ق متصل عند س = ٢ ، ٤
و ق يغير اتجاه تقعره عند س = ٢ ، ٤
⇐
(٢ ، ق(٢)) نقطة انعطاف
(٤ ، ق(٤)) نقطة انعطاف

③ ق''(س) = ١٢ - ١٢س
٠ = ١٢ (١ - س)
⇐ س = ١

++++++ (١) ---------
٠ ، ١ ، ٤

[١ ، ٤] ق مقعر للأسفل

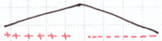
④ ق متصل عند س = ١ وق يغير اتجاه تقعره عند س = ١ ⇐
(١ ، ق(١)) نقطة انعطاف

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١١ شتوي

إذا كان ق(س) = ٦س² - ٢س³ ، س ∈ [٠ ، ٤]
فجد كل مما يأتي
① الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً.
② القيم القصوى للاقتران ق وبين نوعها
③ الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأسفل
④ نقط الانعطاف لمنحنى ق (إن وجدت)

الحل:
ق'(س) = ١٢س - ٦س²
٠ = ٦س (٢ - س)
س = ٠ ، س = ٢



ق' : ++++++ (٢) --------
٠ ، ٢ ، ٤

① [٢ ، ٤] ق متناقص
②
ق(٢) = ٨ عظمى محلية مطلقة
ق(٤) = -٣٢ صغرى مطلقة

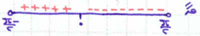
* الاقترانات المثلثية :

مثال

جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = س − ظاس س ∈ $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

الحل :

ق̀(س) = ١ − قا²س
ق̀̀(س) = −٢ قاس قاس ظاس
٠ = −٢ قا²س ظاس
٠ = (١ + ظا²س) ظاس
٠ = ظاس أو ١ + ظا²س = ٠
⇐ س = ٠ −١ = ظا²س
مرفوض



(٠ ، ق(٠)) نقطة انعطاف

مثال

جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = ٢جاس + $\frac{1}{2}$ جا٢س س ∈ [٠ ، ٢π]

الحل :

ق̀(س) = ٢ جتاس + جتا٢س
ق̀̀(س) = −٢جاس − جا٢س × ٢
٠ = −٢جاس − ٢جاس جتاس × ٢
٠ = −٢جاس (١ + ٢جتاس)
جاس = ٠ أو ١ + ٢جتاس = ٠
س = π جتاس = $\frac{-1}{2}$
س = $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$

($\frac{2\pi}{3}$ ، ق($\frac{2\pi}{3}$)) نقطة انعطاف

(π ، ق(π)) نقطة انعطاف

($\frac{4\pi}{3}$ ، ق($\frac{4\pi}{3}$)) نقطة انعطاف

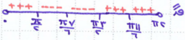
مثال

جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = ٢ جتاس + $\frac{1}{2}$ جا٢س س ∈ [٠ ، ٢π]

الحل :

ق̀(س) = −٢جاس + جتا٢س
ق̀̀(س) = −٢جتاس − ٢جا٢س
= −٢جتاس − ٢×٢جاس جتاس
٠ = −٢جتاس (١ + ٢جاس)

جتاس = ٠ أو جاس = $\frac{-1}{2}$
س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$ س = ٢١٠° ، ٣٣٠°
$\frac{7\pi}{6}$ $\frac{11\pi}{6}$



($\frac{\pi}{2}$ ، ق($\frac{\pi}{2}$)) نقطة انعطاف

($\frac{3\pi}{2}$ ، ق($\frac{3\pi}{2}$)) نقطة انعطاف .

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

*** الجذور :**

مثال

جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران

$ق(س) = س^{\frac{3}{5}}$ ، $س \in ح$

الحل:

$ق'(س) = \frac{3}{5} س^{\frac{-2}{5}}$

$ق''(س) = \frac{-6}{25} س^{\frac{-7}{5}}$

$ق''(س) = \frac{-6}{25\sqrt[5]{س^7}}$

$ق''(س) \neq$ صفر

$ق''(س)$ غير موجودة عند $س = ٠$ (صفر المقام)

$-\infty$ ، ٠ ، ∞

$(٠ ، ق(٠))$ نقطة انعطاف

مثال

جد نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران

$ق(س) = س^{\frac{2}{3}} - س^{\frac{1}{3}}$ ، $س \in ح$

الحل:

$ق'(س) = \frac{2}{3} س^{\frac{-1}{3}} - \frac{1}{3} س^{\frac{-2}{3}}$

$ق''(س) = \frac{-2}{9} س^{\frac{-4}{3}} + \frac{2}{9} س^{\frac{-5}{3}}$

$٠ = \frac{-2}{9\sqrt[3]{س^4}} + \frac{2}{9\sqrt[3]{س^5}}$

$٠ = \frac{-18\sqrt[3]{س^5} + 18\sqrt[3]{س^4}}{81\sqrt[3]{س^4}\sqrt[3]{س^5}}$

$٠ = -18\sqrt[3]{س^5} + 18\sqrt[3]{س^4}$

$18\sqrt[3]{س^5} = 18\sqrt[3]{س^4}$

$\sqrt[3]{س^5} = \sqrt[3]{س^4}$

$س^5 = س^4$

$س^5 - س^4 =$ صفر

$س^4(س-1) =$ صفر

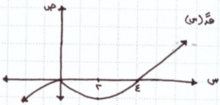
$س = ٠$ أو $س = 1$

$-\infty$ ، ٠ ، 1 ، ∞

لايوجد نقط انعطاف.

رسمة ق″(س)

٢٠١٨ شتوي جديد



إذا كان الشكل يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق(س) المعرف على ح ، فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقطة انعطاف هي :

$\boxed{\text{أ)}}$ {٤}   ب) {٠}

ج) {٠، ٤}   د) {٠، ٢، ٤}

الحل :

ق″ : - - - - - (٠) - - - - - - - (٤) + + + +   ($-\infty$ … ∞)

ق متصل عند س = ٤ ويغير اتجاه تقعره

عند س = ٤ ⇐

عند س = ٤ يوجد نقطة انعطاف

عصام الشيخ
عمان طربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

⊛ ايجاد القيم القصوى باستخدام طريقة "اختبار المشتقة الثانية"

مثال

جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية

ق(س) = س³ − ١٢س + ٣

الحل

ق′(س) = ٣س² − ١٢

٠ = ٣س² − ١٢

١٢ = ٣س²

٤ = س² ⇐ س = ±٢

ق″(س) = ٦س

ق″(٢) = ١٢ (موجب)

⇐ (٢ ، ق(٢)) صغرى محلية

ق″(−٢) = −١٢ (سالب)

⇐ (−٢ ، ق(−٢)) عظمى محلية.

مثال

جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية

ق(س) = س³ − ٣س² + ٢

الحل:

ق′(س) = ٣س² − ٦س

٠ = ٣س (س − ٢)

س = ٠ ، س = ٢

ق″(س) = ٦س − ٦

ق″(٠) = −٦ ⇐ (٠ ، ق(٠)) عظمى محلية

ق″(٢) = ١٢ − ٦ = ٦ ⇐ (٢ ، ق(٢)) صغرى محلية

مثال

جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق مستخدماً اختبار المشتقة الثانية

ق(س) = $س^٤$ س ∈ ح .

الحل :

ق َ(س) = ٤ $س^٣$

٠ = ٤ $س^٣$

⇐ س = ٠

ق ً(س) = ١٢ $س^٢$

ق ً(س) = صفر

⇐ فشل استخدام اختبار المشتقة الثانية.

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796500625

المثلثية :

مثال

جد القيم القصوى المحلية للاقتران م مستخدما اختبار المشتقة الثانية

م(س) = جاس - جتاس س ∈ [٠، ٢π]

الحل :

م̄(س) = جتاس + جاس

٠ = جتاس + جاس

-جتاس = جاس

⇐ س = ١٣٥°، ٣١٥°

$\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{7\pi}{4}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

م̄̄(س) = -جاس + جتاس

م̄̄($\frac{3\pi}{4}$) = -جا $\frac{3\pi}{4}$ + جتا $\frac{3\pi}{4}$

$= \frac{-1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}}$

⇐ ($\frac{3\pi}{4}$ ، م($\frac{3\pi}{4}$)) عظمى محلية .

م̄̄($\frac{7\pi}{4}$) = -جا $\frac{7\pi}{4}$ + جتا $\frac{7\pi}{4}$

$= -\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

⇐ ($\frac{7\pi}{4}$ ، م($\frac{7\pi}{4}$)) صغرى محلية .

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

* الكسور :

مثال

جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق مستخدماً اختبار المشتقة الثانية

$ق(س) = س^٢ + \frac{١٢٨}{س}$ ، $س \neq ٠$

الحل :

$ق'(س) = ٢س - \frac{١٢٨}{س^٢}$

$٠ = ٢س - \frac{١٢٨}{س^٢}$

$\frac{١٢٨}{س^٢} = ٢س$

$١٢٨ = ٢س^٣$

$٦٤ = س^٣ \Leftarrow س = ٤$

$ق''(س) = ٢ + \frac{١٢٨ \times ٢س}{س^٤}$

$= ٢ + \frac{٢٥٦}{س^٣}$

$ق''(٤) = ٢ + \frac{٢٥٦}{٦٤} = ٢ + ٤ = ٦$

$\Leftarrow$ (٤ ، ق(٤)) صغرى محلية .

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

* اقترانات متشعبة :

مثال

جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق مستخدماً اختبار المشتقة الثانية

ق(س) = ٤ |س - ٢| - |س + ١| + س

حيث س ∈ ح .

الحل :

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{٤س - ٩} & \text{س > ٢} \\ \text{٧ - ٤س} & \text{-١ ≤ س ≤ ٢} \\ \text{٩ - ٢س} & \text{س < -١} \end{cases}$$

$$\text{ق}'\text{(س)} = \begin{cases} \text{٤} & \text{س > ٢} \\ \text{-٤} & \text{-١ < س < ٢} \\ \text{-٢} & \text{س < -١} \\ \text{غير موجودة} & \text{س = ٢ ، -١} \end{cases}$$

$$\text{ق}''\text{(س)} = \begin{cases} \text{٠} & \text{س > ٢} \\ \text{٠} & \text{-١ < س < ٢} \\ \text{٠} & \text{س < -١} \\ \text{غير موجودة} & \text{س = ٢ ، -١} \end{cases}$$

⇐ الاختبار فشل لأن ق''(س) = صفر

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (التقعر) ماجستير رياضيات

مثال

اذا كان $ق(س) = \frac{1}{س}$ ، $س \neq ٠$

جد

① مجالات التقعر

② نقط الانعطاف

③ نقط عدم الاتصال

الحل :

①

$ق'(س) = \frac{-1}{س^2}$ ⇐ $ق'(س)$ غير موجودة عند ٠.

$ق''(س) = \frac{1 \times 2س}{س^4} = \frac{2}{س^3}$

$ق''$: $-\infty$ ‎ - - - - - - ‎ | ٠ ‎ + + + + + + ‎ ∞

$(-\infty ، ٠)$ مقعر لأسفل

$(٠ ، \infty)$ مقعر لأعلى

② لا يوجد نقط انعطاف لأن ق غير متصل عند س = ٠ .

③ ق غير متصل عند س = ٠ .

مثال

إذا كان $ق(س) = س^{\frac{1}{3}}$

جد

① مجالات التقعر

② نقط الانعطاف

③ نقط عدم الاتصال

الحل :

① $ق'(س) = \frac{1}{3} س^{\frac{-2}{3}}$

$ق''(س) = \frac{-2}{9} س^{\frac{-5}{3}}$

$ق''(س) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{س^5}}$

$ق''(س) \neq$ صفر

$ق''(س)$ غير موجودة عند س = صفر

$ق''$: $-\infty$ ‎ + + + + + ‎ | ٠ ‎ - - - - - - - ‎ ∞

$(-\infty ، ٠)$ مقعر لأعلى

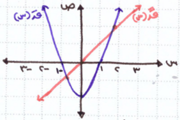
$(٠ ، \infty)$ مقعر لأسفل

② $(٠ ، ق(٠))$ نقطة انعطاف

③ ق متصل على ح ⇐ لا يوجد نقط عدم اتصال

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال



معتمداً الشكل

① جد فترات التزايد والتناقص

② جد قيم س التي عندها قيم قصوى محلية باستخدام المشتقة الأولى

③ جد قيم س التي عندها قيم قصوى محلية باستخدام المشتقة الثانية

الحل :

ق' : +++ (-∞) ... -١ ------- ١ ... +++ (∞)

ق'' : ------- (-∞) ... ٠ ... +++++ (∞)

① (-∞، -١] متزايد
[-١، ١] متناقص
[١، ∞) متزايد

② (-١، ق(-١)) عظمى محلية
(١، ق(١)) صغرى محلية.

③ ق''(-١) سالب ⇐ عند -١ عظمى محلية
ق''(١) موجب ⇐ عند ١ صغرى محلية

④ جد مجالات التقعر للاقتران ق

⑤ جد نقط الانعطاف

④ (-∞، ٠) مقعر لأسفل
(٠، ∞) مقعر لأعلى

⑤ (٠، ق(٠)) نقطة انعطاف