رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ
الفصل (الأول) ماجستير رياضيات

القيم القصوى

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

* أنواع القيم القصوى

1) قيمة صغرى محلية
2) قيمة صغرى مطلقة
3) قيمة عظمى محلية
4) قيمة عظمى مطلقة

ملاحظة
إذا كانت (س ، ق(س)) قيمة قصوى
فإن س قيمة حرجة

ملاحظة
جميع القيم القصوى للاقتران داخل فترة المجال تعتبر محلية وإذا كانت القيم القصوى أطراف فترة المجال فلا تعتبر محلية.

ملاحظة
أكبر قيمة في القيم العظمى تعتبر مطلقة

أصغر قيمة في القيم الصغرى تعتبر مطلقة

ملاحظة
القيمة المطلقة قد تكون داخل الفترة أو على أطراف فترة المجال

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

كثيرات الحدود

مثال

جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (ان وجدت) للاقتران

ق(س) = س² − ٦س + ٩ ، س ∈ [٠، ٥]

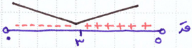
الحل:

قَ(س) غير موجودة عند س = ٠ ، ٥

قَ(س) = ٢س − ٦

٠ = ٢س − ٦

٦ = ٢س ⟸ س = ٣



القيم القصوى

(٠، ٩) عظمى مطلقة

(٣، ٠) صغرى محلية مطلقة.

(٥، ٤) عظمى

مثال

جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران

ق(س) = س³ − ١٢س ، س ∈ [−٤، ٤]

الحل:

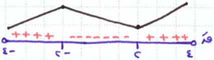
قَ(س) = ٣س² − ١٢

٠ = ٣س² − ١٢

٠ = ٣(س² − ٤)

٠ = ٣(س − ٢)(س + ٢)

س = ٢ ، −٢



ق(−٤) = −١٦ قيمة صغرى مطلقة

ق(−٢) = ١٦ قيمة عظمى محلية مطلقة

ق(٢) = −١٦ قيمة صغرى محلية مطلقة

ق(٤) = ١٦ قيمة عظمى مطلقة.

مثال

جد النقط الحرجة والقيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

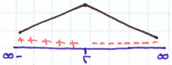
ق(س) = ٤س − س² + ١

الحل:

قَ(س) = ٤ − ٢س

٠ = ٤ − ٢س

٢س = ٤ ⟸ س = ٢



القيم القصوى

(٢، ٥) نقطة حرجة

ق(٢) = ٥ قيمة محلية مطلقة.

مثال

جد النقط الحرجة والقيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

ق(س) = س³ − ٣س² + ١ ، س ∈ [−٢، ٤]

الحل:

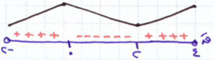
قَ(س) = ٣س² − ٦س

٠ = ٣س² − ٦س

٠ = ٣س(س − ٢)

س = ٠ ، س = ٢

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625



((−٢، ق(−٢)) ، ((٠، ق(٠)) ، ((٢، ق(٢))

((٤، ق(٤)) نقط حرجة.

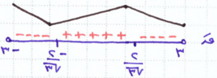
ق(−٢) = −١٩ صغرى مطلقة
ق(٠) = ١ عظمى محلية
ق(٢) = −٣ صغرى محلية
ق(٤) = ١٧ عظمى مطلقه

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) وحدد نوعها للاقتران
ق(س) = ٤س − $س^{٣}$ ، س ∈ [−٣، ٣]

الحل:

قَ(س) = ٤ − ٣$س^{٢}$
٠ = ٤ − ٣$س^{٢}$
٣$س^{٢}$ = ٤
⇐ $س^{٢}$ = $\frac{٤}{٣}$ ⇐ س = ± $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$



ق(−٣) = ١٥ عظمى مطلقه
ق($\frac{-٢}{\sqrt{٣}}$) = $\frac{-٨}{\sqrt{٣}}$ − $\frac{-٨}{(\sqrt{٣})^{٣}}$ صغرى محلية
ق($\frac{٢}{\sqrt{٣}}$) = $\frac{٨}{\sqrt{٣}}$ − $\frac{٨}{(\sqrt{٣})^{٣}}$ عظمى محلية
ق(٣) = −١٥ صغرى مطلقة.

مثال

جد النقط الحرجة والقيم القصوى (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = ٦$س^{٢}$ − $س^{٣}$ − ٩س + ٢
س ∈ [−١، ٥]

الحل:

قَ(س) = ١٢س − ٣$س^{٢}$ − ٩
٠ = ٣(−$س^{٢}$ + ٤س − ٣)
$س^{٢}$ − ٤س + ٣ = صفر
(س − ٣)(س − ١) = صفر
س = ٣ ، س = ١

قَ: − − − − − (−١) + + + + + (١) − − − − − (٣) ... (٥)
−١ ، ١ ، ٣ ، ٥

النقط الحرجة
(−١، ق(−١)) ، (١، ق(١))
(٣ ، ق(٣)) ، (٥، ق(٥))

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

القيم القصوى

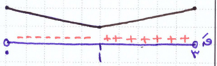
ق(−١) = ١٨ عظمى مطلقه
ق(١) = −٢ صغرى محلية
ق(٣) = ٢ عظمى محلية
ق(٥) = −٨ صغرى مطلقه

مثال

جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران
ق(س) = $\frac{١}{٤}$ $س^{٤}$ − $\frac{١}{٣}$ $س^{٣}$ ، س ∈ [٠، ٣]

الحل:

قَ(س) = $س^{٣}$ − $س^{٢}$
٠ = $س^{٣}$ − $س^{٢}$
٠ = $س^{٢}$ (س − ١)
⇐ س = ٠ ، س = ١



ق(٠) = ٠ عظمى
ق(١) = $\frac{-١}{١٢}$ صغرى مطلقه
ق(٣) = $\frac{٤٥}{٤}$ عظمى مطلقه

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

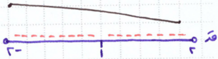
ق(س) = $(١ - س)^٣$ ، س ∈ [−٢، ٢]

الحل:

ق′(س) = $-٣(١ - س)^٢$

٠ = $-٣(١ - س)^٢$

⇐ س = ١



ق(−٢) = ٢٧ عظمى مطلقة

ق(٢) = −١ صغرى مطلقة.

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

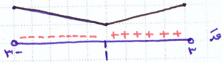
ق(س) = $(١ - س)^٤$ ، س ∈ [−٣، ٢]

الحل:

ق′(س) = $-٤(١ - س)^٣$

٠ = $-٤(١ - س)^٣$

⇐ س = ١



ق(−٣) = ٢٥٦ عظمى مطلقة

ق(١) = ٠ صغرى محلية.

ق(٣) = ١٦ عظمى

مثال

جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران

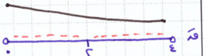
ق(س) = $(٢ - س)^٣$ ، س ∈ [٠، ٤]

الحل:

ق′(س) = $-٣(٢ - س)^٢$

٠ = $-٣(٢ - س)^٢$

⇐ س = ٢



ق(٠) = ٨ عظمى مطلقة

ق(٤) = −٨ صغرى مطلقة.

٢٠٠٨ شتوي

إذا كان

ق(س) = $-٢س^٣ - ٣س^٢ + ٣٦س + ١٠$ جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق وبين نوعها

الحل:

ق′(س) = $-٦س^٢ - ٦س + ٣٦$

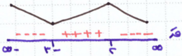
٠ = $-٦س^٢ - ٦س + ٣٦$

٠ = $-٦(س^٢ + س - ٦)$

٠ = $س^٢ + س - ٦$

٠ = (س + ٣)(س − ٢)

س = −٣ ، س = ٢



ق(−٣) = −٧١ صغرى محلية

ق(٢) = ٥٤ عظمى محلية.

٢٠١١ صيفي

إذا كان

ق(س) = $س^٤ - ٤س^٣$ ، س ∈ [−١، ٤]

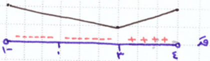
جد القيم القصوى للاقتران ق وبين نوعها

الحل:

ق'(س) = ٤س^{3} − ١٢س^{2}

٠ = ٤س^{2} (س − ٣)

س = ٠ ، س = ٣



ق(−١) = ٥ عظمى مطلقة

ق(٠) = ٠

ق(٣) = −٢٧ صغرى محلية مطلقة

ق(٤) = ٠ عظمى

٢٠١٣ شتوي

إذا كان ق(س) = س (س − ٣)^{2} − ٢ حيث س ∈ [−١، ٤] فجد كلاً مما يأتي للاقتران ق(س)

① الفترة (الفترات) التي يكون فيها متزايداً

② القيم القصوى وبين نوعها .

الحل:

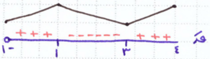
ق(س) = س^{3} − ٦س^{2} + ٩س − ٢

ق'(س) = ٣س^{2} − ١٢س + ٩

٠ = ٣ (س^{2} − ٤س + ٣)

٠ = ٣ (س − ٣)(س − ١)

س = ٣ ، س = ١



① [−١، ١]، [٣، ٤] ق متزايد

② ق(−١) = −١٨ صغرى مطلقة

ق(١) = ٢ عظمى محلية مطلقة

ق(٣) = −٢ صغرى محلية

٢٠١٢ شتوي

إذا كان ق(س) = ٢س^{2} − $\frac{1}{4}$س^{4} س ∈ [−٣، ٣]

فجد كلاً مما يأتي

① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت)

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

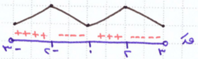
الحل:

ق'(س) = ٤س − س^{3}

٠ = س (٤ − س^{2})

٠ = س (٢ − س) (٢ + س)

س = ٠ ، ٢ ، −٢



① [−٣، −٢]، [٠، ٢] ق متزايد

[−٢، ٠]، [٢، ٣] ق متناقص

② ق(−٢) = ٤ عظمى محلية

ق(٠) = صفر صغرى محلية

ق(٢) = ٤ عظمى محلية .

٢٠١٧ شتوي

ليكن ق(س) = س^{3} − ١٢س ، س ∈ [−٤، ٤] جد كلا مما يأتي

① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (إن وجدت)

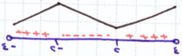
الحل:

ق'(س) = ٣س^{2} − ١٢

٠ = ٣ (س^{2} − ٤)

٠ = ٣ (س − ٢)(س + ٢)

س = ٢ ، س = −٢



① $[-4,-2]$ ، $[2,4]$ ق متزايد
$[-2,2]$ ق متناقص

② ق$(-2) = 16$ عظمى محلية
ق$(2) = -16$ صغرى محلية

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

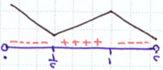
2018 شتوي قديم

إذا كان ق(س) = $(1-4$س$)($س$-1)^2$
س $\in [0,2]$ فجد
① مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (إن وجدت)

الحل:

ق$'$(س) $= (1-4$س$)\left(2(\text{س}-1)\right) + ($س$-1)^2 (-4)$
$= ($س$-1)\left(2(1-4\text{س}) - 4(\text{س}-1)\right)$
$= ($س$-1)(2 - 8$س$ - 4$س$ + 4)$
$= ($س$-1)(-12$س$ + 6)$
$= ($س$-1) \times -6 \times (2$س$ - 1)$

س $= 1$ ، س $= \frac{1}{2}$



① $[0, \frac{1}{2}]$ ، $[1,2]$ ق متناقص
$[\frac{1}{2}, 1]$ ق متزايد

② ق$(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$ صغرى محلية
ق$(1) = 0$ عظمى محلية

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

⊛ اقترانات مثلثية

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

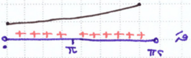
ق(س) = س + جاس ، س ∈ [٠، ٢π]

الحل:

ق'(س) = ١ + جتاس

٠ = ١ + جتاس

جتاس = -١ ⟸ س = π



ق(٠) = ٠ صغرى مطلقة

ق(٢π) = ٢π عظمى مطلقة

مثال

جد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق(س) = س + ٢جاس حيث س ∈ [٠، π]

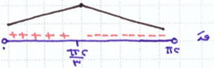
الحل:

ق'(س) = ١ + ٢جتاس

٠ = ١ + ٢جتاس

٢جتاس = -١

جتاس = -١/٢ ⟸ س = ١٢٠° = ٢π/٣



ق(٠) = صفر

ق(٢π/٣) = ٢π/٣ + √٣/٢ قيمة عظمى محلية

ق(π) = π

مثال

جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) للاقتران

ق(س) = جتاس - ١/٣ جتا³س حيث س ∈ [٠، ٢π]

الحل:

ق'(س) = - جاس - جتا²س (-جاس)

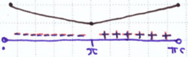
= - جاس + جتا²س جاس

= - جاس (١ - جتا²س)

= - جاس جا²س

= - جا³س

⟸ جاس = صفر ⟸ س = π



ق(٠) = ٢/٣ عظمى مطلقة

ق(π) = -٢/٣ صغرى محلية مطلقة

ق(٢π) = ٢/٣ عظمى مطلقة .

٢٠١٣ صيفي

إذا كانت ق'(س) = ١/٢ + جتاس هي المشتقة الأولى للاقتران ق المعرف على الفترة [٠، ٢π] فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند س تساوي

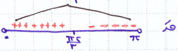
■ صفر ■ π ■ π/٣ $\boxed{■}$ ٢π/٣

الحل:

٠ = ١/٢ + جتاس

-١/٢ = جتاس

⟸ س = ٢π/٣



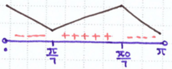
عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٥ شتوي

إذا كان ق(س) = س − جا٢س ، س ∈ [٠، π]
فجد ما يأتي :
① مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق
② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت) .

الحل :

ق′(س) = ١ − ٢ جتا٢س
٠ = ١ − ٢ جتا٢س
٢ جتا٢س = ١
جتا٢س = $\frac{1}{2}$
⇐ ٢س = ٦٠ ، ٢س = ٣٠٠
٢س = $\frac{\pi}{3}$ ، ٢س = $\frac{5\pi}{3}$
س = $\frac{\pi}{6}$ ، س = $\frac{5\pi}{6}$



① ق متناقص [٠، $\frac{\pi}{6}$] ، [$\frac{5\pi}{6}$ ، π]
ق متزايد [$\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$]

② ق($\frac{\pi}{6}$) = صغرى محلية
ق($\frac{5\pi}{6}$) = عظمى محلية .

⊛ الجذور

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{٢}}$ ، س ∈ [-٨ ، ١]

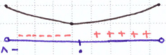
الحل:

ق(س) = $\text{س}^{\frac{٢}{٣}}$

ق'(س) = $\frac{٢}{٣}\,\text{س}^{-\frac{١}{٣}} = \frac{٢}{٣\sqrt[3]{\text{س}}}$

ق'(س) = صفر ⇐ لا يوجد قيم س

ق'(س) غير موجودة عند س = ٠ صفر المقام



ق(-٨) = ٤ عظمى مطلقة

ق(٠) = ٠ صغرى مطلقه

ق(١) = ١ عظمى

٢٠١٤ شتوي

إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}$ حيث س ∈ ح

فجد القيم القصوى المحليه (إن وجدت) للاقتران ق وبين نوعها.

الحل:

ق'(س) = $\frac{٢\text{س} + ٢}{٣\sqrt[3]{(\text{س}^{٢} + ٢\text{س})^{٢}}}$

٠ = $\frac{٢\text{س} + ٢}{٣\sqrt[3]{(\text{س}^{٢} + ٢\text{س})^{٢}}}$

٠ = ٢س + ٢

-٢ = ٢س

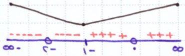
س = -١

ق'(س) غير موجودة عند أصفار المقام

س² + ٢س = ٠

س(س + ٢) = ٠

س = ٠ ، -٢



ق(-١) = -١ صغرى محلية.

٢٠١٦ شتوي

إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{٣} - ٢٧\text{س}}$ س ∈ (-١٠، ١٠)

فجد كلاً مما يأتي

① مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (إن وجدت)

الحل:

ق'(س) = $\frac{٣\text{س}^{٢} - ٢٧}{٣\sqrt[3]{(\text{س}^{٣} - ٢٧\text{س})^{٢}}}$

٠ = $\frac{٣\text{س}^{٢} - ٢٧}{٣\sqrt[3]{(\text{س}^{٣} - ٢٧\text{س})^{٢}}}$

٠ = ٣س² - ٢٧

٠ = ٣(س² - ٩)

٠ = ٣(س - ٣)(س + ٣)

س = ٣ ، -٣

ق'(س) غير موجودة عند أصفار المقام

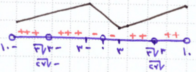
س³ - ٢٧س = ٠

س(س² - ٢٧) = ٠

س(س - $\sqrt{٢٧}$)(س + $\sqrt{٢٧}$) = ٠

س = ٠ ، $\sqrt{٢٧}$ ، -$\sqrt{٢٧}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625



① $(-10, -3]$ ، $[3, 10)$ ق متزايد
$[-3, 3]$ ق متناقص

② $\text{ق}(-3) = \sqrt[3]{(-3)^3 - 27\times 3}$ عظمى محلية

$\text{ق}(3) = \sqrt[3]{(3)^3 - 27\times 3}$ صغرى محلية

٢٠١٦ صيفي

إذا كان
$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{\frac{1}{3}}(\text{س}-2)^{\frac{1}{3}}$ ، $\text{س} \in [-1, 5]$
فجد كلاً مما يأتي
① الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً .
② الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصاً .
③ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

الحل :

$$\text{ق}'(\text{س}) = \text{س}^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}(\text{س}-2)^{\frac{-2}{3}}\right) + (\text{س}-2)^{\frac{1}{3}} \times \frac{1}{3}\text{س}^{\frac{-2}{3}}$$

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\frac{1}{3}}}{3(\text{س}-2)^{\frac{2}{3}}} + \frac{(\text{س}-2)^{\frac{1}{3}}}{3\,\text{س}^{\frac{2}{3}}}$$

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{3\text{س} + 3(\text{س}-2)}{9\,\text{س}^{\frac{2}{3}}(\text{س}-2)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{6\text{س} - 6}{9\,\text{س}^{\frac{2}{3}}(\text{س}-2)^{\frac{2}{3}}}$$

$\text{ق}'(\text{س}) = 0 \Leftarrow 6\text{س} - 6 = 0$
$6(\text{س}-1) = 0 \Leftarrow \text{س} = 1$

ق(س) غير موجودة عند اصفار المقام
وهم $\text{س} = 0$ ، $\text{س} = 2$

① $[1, 5]$ ق متزايد

② $[-1, 1]$ ق متناقص

③ $\text{ق}(1) = \sqrt[3]{1}\sqrt[3]{(-1)} = -1$ صغرى محلية

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

❀ كسور :

٢٠١٢ صيفي

إذا كان ق(س) = س + $\frac{٩}{س+٢}$ ، س ∈ [-١،٤]
فجد كلاً مما يأتي
① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق .
② القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق .

الحل:

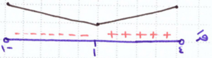
ق′(س) = $١ - \frac{٩}{(س+٢)^٢}$

$٠ = \frac{(س+٢)^٢ - ٩}{(س+٢)^٢}$

$٠ = س^٢ + ٤س - ٥$

$٠ = (س+٥)(س-١)$

س = −٥ ، س = ١



① [-١،١] ق متناقص
[١،٤] ق متزايد

②
ق(-١) = ٨ عظمى مطلقة
ق(١) = ٤ صغرى محلية مطلقة
ق(٤) = $\frac{١١}{٢}$ عظمى

٢٠١٣ صيفي

إذا كان ق(س) = س + $\frac{٢٥}{س}$ ، س ∈ [-٨،٨] − {٠}
فجد كلاً مما يأتي :
① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق
② القيم القصوى المحلية للاقتران ق (إن وجدت)

الحل:

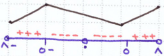
ق′(س) = $١ - \frac{٢٥}{س^٢}$

$٠ = \frac{س^٢ - ٢٥}{س^٢}$

$٠ = س^٢ - ٢٥$

$٠ = (س-٥)(س+٥)$

س = ٥ ، −٥



① [-٨،-٥] ، [٥،٨] ق متزايد
[-٥،٥] − {٠} ق متناقص

② ق(-٥) = −١٠ عظمى محلية
ق(٥) = ١٠ صغرى محلية .

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٧ صيفي

ليكن ق(س) = س^٣ + $\frac{٤٨}{س}$ ، س ≠ ٠ جد كلاً مما يأتي
① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
② القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (إن وجدت)

الحل:

ق′(س) = $٣س^٢ - \frac{٤٨}{س^٢}$

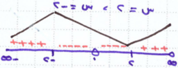
$٠ = \frac{٣س^٤ - ٤٨}{س^٢}$

$٠ = ٣(س^٤ - ١٦)$

$٠ = ٣(س^٢ - ٤)(س^٢ + ٤)$

$٠ = ٣(س-٢)(س+٢)(س^٢+٤)$

س = ٢ ، س = −٢



عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

① (-∞ ، -٢] ، [٢ ، ∞) ق متزايد
[-٢ ، ٠) ، (٠ ، ٢] ق متناقص

② ق(-٢) = -٣٢ عظمى محلية
ق(٢) = ٣٢ صغرى محلية

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

الاقتران المتشعب :

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & -2 \le س < 3 \\ 3س + 1 & 3 \le س \le 5 \end{cases}$$

الحل :

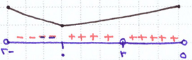
$س^2 + 1$ متصل وقابل للاشتقاق

$3س + 1$ متصل وقابل للاشتقاق

$$قَ(س) = \begin{cases} 2س & -2 < س < 3 \\ 3 & 3 < س < 5 \\ \text{غير موجودة} & س = -2 ، 5 ، 3 \end{cases}$$

ق متصل عند س = 3 وغير قابل للاشتقاق

$قَ(س) = 0 \Leftarrow 2س = 0 \Leftarrow س = 0$



ق(-2) = 5 عظمى

ق(0) = 1 صغرى محلية مطلقة

ق(5) = 16 عظمى مطلقه

مثال

جد النقط الحرجة والقيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

$ق(س) = |1 - س^2|$ ، $س \in [-3 ، 4]$

الحل :

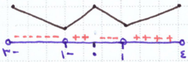
$$ق(س) = \begin{cases} س^2 - 1 & -3 < س < -1 \\ 1 - س^2 & -1 \le س \le 1 \\ س^2 - 1 & 1 < س < 4 \end{cases}$$

$س^2 - 1$ متصل وقابل للاشتقاق

$1 - س^2$ متصل وقابل للاشتقاق

$$قَ(س) = \begin{cases} 2س & -3 < س < -1 \\ -2س & -1 < س < 1 \\ 2س & 1 < س < 4 \\ \text{غير موجودة} & س = -3 ، 4 ، 1 ، -1 \end{cases}$$

ق متصل عند س = 1 ، -1 وغير قابل للاشتقاق



$قَ(س) = 0 \Leftarrow -2س = 0 \Leftarrow س = 0$

النقط الحرجة

(-3 ، ق(-3)) ، (-1 ، ق(-1)) ، (0 ، ق(0))

(1 ، ق(1)) ، (4 ، ق(4))

القيم القصوى

ق(-3) = 8 عظمى

ق(-1) = 0 صغرى محلية مطلقة

ق(0) = 1 عظمى محلية

ق(1) = 0 صغرى محلية مطلقة

ق(4) = 15 عظمى مطلقة

مثال

جد القيم القصوى (إن وجدت) للاقتران

$ق(س) = |(س - 1)^3|$ ، $س \in [-1 ، 3]$

الحل :

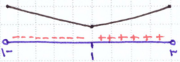
$$ق(س) = \begin{cases} -(س - 1)^3 & -1 \le س \le 1 \\ (س - 1)^3 & 1 < س \le 3 \end{cases}$$

−(س−١)³ متصل وقابل للاشتقاق
(س−١)³ متصل وقابل للاشتقاق

قَ(س) = { −٣(س−١)² ، −١ < س ≤ ١
٣(س−١)² ، ١ < س < ٣
غير موجودة ، س = −١ ، ٣

ق متصل عند ١ وقابل للاشتقاق

قَ(س) = صفر ⇐ −٣(س−١)² = ٠
⇐ س = ١



ق(−١) = ٨ عظمى مطلقة
ق(١) = ٠ صغرى محلية مطلقة
ق(٣) = ٨ عظمى مطلقة

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

رسمة مرس :

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

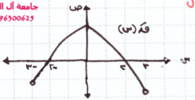
رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

⊛ رسمة قَ(س) :

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال



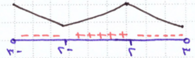
معتمداً الشكل الذي يمثل قَ(س) حيث ق(س) معرف على [-٣، ٣] جد ما يلي :

١) مجموعة قيم س الحرجة لـ ق

٢) مجالات التزايد والتناقص لـ ق

٣) قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية .

الحل :



١) قيم س الحرجة -٣ ، -٢ ، ٢ ، ٣

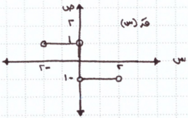
٢) [-٣، -٢] ، [٢، ٣] ق متناقص

[-٢، ٢] ق متزايد

٣) عند س = -٢ يوجد قيمة صغرى محلية

عند س = ٢ يوجد قيمة عظمى محلية .

مثال



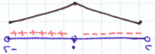
معتمداً الشكل الذي يمثل قَ(س) حيث ق(س) معرف على [-٢، ٢] جد ما يلي :

١) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق

٢) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

٣) قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية .

الحل



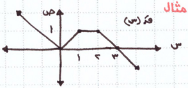
١) قيم س الحرجة -٢ ، ٠ ، ٢

٢) [-٢، ٠] ق متزايد

[٠، ٢] ق متناقص

٣) عند س = ٠ يوجد قيمة عظمى محلية.

مثال



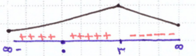
معتمداً الشكل الذي يمثل قَ(س) حيث ق معرف على ح جد

١) النقط الحرجة

٢) مجالات التزايد والتناقص

٣) قيم س التي عندها قيم قصوى محلية

الحل :



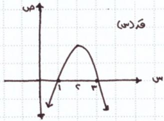
١) النقط الحرجة
(٠ ، ق(٠)) ، (٣ ، ق(٣))

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢) (-∞ ، ٣] ق متزايد
[٣ ، ∞) ق متناقص

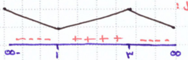
٣) عند س = ٣ يوجد قيمة عظمى محلية

٢٠١٤ صيفي



بالإعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى قَ(س) حيث ق(س) كثير حدود جد ما يأتي :
① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
② قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية .

الحل :



① (-∞ ، ١] ، [٣ ، ∞) ق متناقص
[١ ، ٣] ق متزايد

② عند س = ١ صغرى محلية
عند س = ٣ عظمى محلية .

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

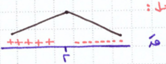
الفصل (الأول) العنوان (القيم القصوى) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كان للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند النقطة (٢، ٣) بين أن للاقتران

هـ(س) = $(١ - ق(س))^{٣}$ قيمة صغرى محلية عند النقطة (٢، -٨)

الحل:



هـ'(س) = $-٣\,(١ - ق(س))^{٢}$ × ق'(س)

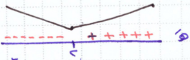
هـ'(٢) = صفر ؟ (سؤال)

هـ'(٢) = $-٣\,(١ - ق(٢))^{٢}$ × ق'(٢)

= $-٣\,(١ - ٣)^{٢}$ × ٠

= ٠ ⟸ نعم هـ'(٢) = ٠

بالاعتماد على اشارة ق' فإن



هـ(٢) = $(١ - ق(٢))^{٣}$ = $(١ - ٣)^{٣}$ = -٨

⟸ عند (٢، -٨) قيمة صغرى محلية للاقتران هـ(س).

٢٠١٥ صيفي

إذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = (\text{أ}\text{س} - \text{ب})^{\frac{2}{3}} + ٥\text{ب}$$

حيث أ ≠ صفر وكان للاقتران ق(س) قيمة قصوى عند النقطة (٤، ١٠) فجد قيمة كل من الثابتين أ، ب .

الحل :

ق(٤) = ١٠ ، قَ(٤) = صفر أو غير موجودة

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{2}{3}(\text{أ}\text{س} - \text{ب})^{\frac{-1}{3}} \times \text{أ}$$

$$= \frac{٢\text{أ}}{٣\sqrt[3]{\text{أ}\text{س} - \text{ب}}}$$

قَ(س) ≠ صفر لأن أ ≠ صفر

⇐ قَ(٤) غير موجودة

⇐ ٤ صفر للمقام

$$\sqrt[3]{٤\text{أ} - \text{ب}} = \text{صفر}$$

٤أ − ب = صفر ...... (1)

ق(٤) = ١٠

$$\text{ق}(٤) = \sqrt[3]{(٤\text{أ} - \text{ب})^2} + ٥\text{ب}$$

$$١٠ = \sqrt[3]{(٤\text{أ} - \text{ب})^2} + ٥\text{ب}$$

$$(١٠ - ٥\text{ب}) = \sqrt[3]{(٤\text{أ} - \text{ب})^2}$$

لكن ٤أ − ب = صفر ⇐

١٠ − ٥ب = صفر

١٠ = ٥ب ⇐ ب = ٢

⇐ ٤أ − ٢ = صفر

٤أ = ٢

$$\Leftarrow \text{أ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796500625