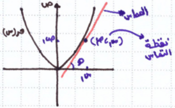
تطبيقات هندسية

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

إيجاد ميل المماس



① ميل المماس للاقتران ق عند س = س١ هو ق'(س١) ويرمز له بالرمز م

② ميل المماس للاقتران ق عند س = س١ هو ظا ه حيث ه الزاوية بين المماس ومحور س الموجب . ويرمز له بالرمز م

③ ميل العمودي على المماس عند س = س١ هو $\frac{-١}{ق'(س١)}$

مثال

جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ٦س − ٥ عند النقطة (١، ٢) .

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

الحل :

ق'(س) = ٢س + ٦

م = ق'(١) = ٢×١ + ٦

= ٢ + ٦ = ٨

مثال

إذا كان مماس منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ٣س + ١ عند س = س١ يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فجد احداثيي نقطة التماس .

الحل :

ق'(س١) = ظا ٤٥°

٢س١ + ٣ = ١

٢س١ = −٢

س١ = −١

⟸ نقطة التماس (س١ ، ق(س١))

ق(−١) = ١ − ٣ + ١ = −١

⟸ نقطة التماس (−١ ، −١)

مثال

جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس زاوية قياسها $\frac{٣\pi}{٤}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الحل :

ق'(س١) = ظا $\frac{٣\pi}{٤}$

٢س١ − ٣ = −١

٢س١ = ٢

س١ = ١

مثال

جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة

$ص^٢ + س^٢ + ٦ص - ٣س + ٢ = صفر$

عند النقطة $(٣ ، -١)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل:

$٢ص ص' + ٢س + ٦ص' - ٣ = صفر$

$(٣ ، -١)$ $س = ٣$ ، $ص = -١$

$-٢ص' + ٦ + ٦ص' - ٣ = صفر$

$٤ص' + ٤ = صفر$

$٤ص' = -٤$

$ص' = \frac{-٤}{٤} = -١$

$\Leftarrow$ ظاهـ $= -١$ $\Leftarrow$ هـ $= ١٣٥^\circ$

مثال

إذا كان الاقتران $ق(س) = جـ س^٢ + جـ س + ٢$ وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة $(٢ ، ق(٢))$ هو ١٣٥° فجد قيمة الثابت جـ .

الحل:

م = ظا$١٣٥^\circ = -١$

$\Leftarrow$ $ق'(٢) = -١$

الآن

$ق'(س) = ٢جـ س + جـ$

$-١ = ٤جـ + جـ$

$-١ = ٥جـ$

$\Leftarrow$ $جـ = \frac{-١}{٥}$

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان منحنى الاقتران ق يمس بالنقطة $(٢ ، ١)$ وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عند هذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن

$\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ١}{٤ - ٢س}$

أ) $\frac{١}{٢}$ $\boxed{ب) \frac{-١}{٢}}$ جـ) ١ د) -١

الحل:

$ق(٢) = ١$ ، $ق'(٢) = $ ظا$٤٥^\circ = ١$

$\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ١}{٤ - ٢س}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{-٢(س - ٢)}$

$= \frac{-١}{٢} \times \lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$

$= \frac{-١}{٢} \times ق'(٢)$

$= \frac{-١}{٢} \times ١ = \frac{-١}{٢}$

* معادلة المماس

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$

* معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \frac{-1}{\text{م}}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$

مثال

إذا علمت أن $\text{ق(س)} = \text{س}^2 + 3$ جد معادلة كل من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (١، ٤)

الحل:

$\text{س}_1 = 1$ ، $\text{ص}_1 = 4$

$\bar{\text{ق}}(\text{س}) = 2\text{س}$

$\text{م} = 2 \times 1 = 2$

$\Leftarrow \text{م} = 2$

$\Leftarrow$ معادلة المماس:

$$\text{ص} - 4 = 2\,(\text{س} - 1)$$

$\Leftarrow$ معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - 4 = \frac{-1}{2}\,(\text{س} - 1)$$

٢٠١٠ صيفي

جد معادلة المماس ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) حيث $\text{ق(س)} = \text{س}^2 + |\text{س} - 4|$ عند س = ٣

الحل:

$\text{ق(س)} = \text{س}^2 + 4 - \text{س}$

$\text{س} = 3 \leftarrow \text{ص} = 9 + 4 - 3 = 10$

$\bar{\text{ق}}(\text{س}) = 2\text{س} - 1$

$\text{م} = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

معادلة المماس

$$\text{ص} - 10 = 5\,(\text{س} - 3)$$

معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - 10 = \frac{-1}{5}\,(\text{س} - 3)$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند س = ٢ هي $\text{ص} = \frac{1}{2}\text{س} + 3$ فإن

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 6} \quad \text{تساوي}$$

أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{1}{10}$

جـ) $\frac{-1}{10}$ $\boxed{\text{د}}$ $\frac{-2}{5}$

الحل:

$\text{ق}(2) = 4$

ميل العمودي $= \frac{1}{2} \Leftarrow$ ميل المماس $= -2$

$\Leftarrow \bar{\text{ق}}(2) = -2$

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(2)}{(\text{س}+3)(\text{س}-2)}$$

$$\lim_{\text{س} \to 2} \frac{1}{\text{س}+3} \times \lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(2)}{\text{س} - 2}$$

$$\frac{1}{2+3} \times \bar{\text{ق}}(2)$$

$$\frac{1}{5} \times -2 = \frac{-2}{5}$$

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = ٣ ظتاس + قاس عند س = $\frac{\pi}{4}$

الحل:

$س_1 = \frac{\pi}{4}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$ص_1 = ٣$ ظتا$\frac{\pi}{4}$ + قا$^2\frac{\pi}{4}$

$= ٣ \times ١ + ٢$

$= ٣ + ٢ = ٥$

ق(س) = −٣ قتا^{2}س + ٢ قاس قاس ظاس

م = −٣ قتا$^2\frac{\pi}{4}$ + ٢ قا$^2\frac{\pi}{4}$ ظا$\frac{\pi}{4}$

$= -٣ \times ٢ + ٢ \times ٢ \times ١$

$= -٦ + ٤ = -٢$

معادلة المماس

ص − ٥ = −٢ (س − $\frac{\pi}{4}$)

معادلة العمودي على المماس

ص − ٥ = $\frac{1}{2}$ (س − $\frac{\pi}{4}$)

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \sqrt{س + ٣}$ عند $(١ ، ٢)$

الحل:

$س_١ = ١$ ، $ص_١ = ٢$

$$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س+٣}}$$

$$م = \frac{١}{٢\sqrt{١+٣}} = \frac{١}{٢\sqrt{٤}}$$

$$= \frac{١}{٢ × ٢} = \frac{١}{٤}$$

معادلة المماس

$$ص - ٢ = \frac{١}{٤}(س - ١)$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - ٢ = -٤(س - ١)$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{2}{\text{س}}$ عند النقطة (1، 2)

الحل:

$\text{س}_1 = 1$ ، $\text{ص}_1 = 2$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-2}{\text{س}^2}$

$\text{م} = \frac{-2}{(1)^2} = \frac{-2}{1} = -2$

معادلة المماس

$\text{ص} - 2 = -2(\text{س} - 2)$

معادلة العمودي على المماس

$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(\text{س} - 2)$

2015 صيفي

إذا كان ل(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق وكان

$\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^2(\text{س}) = \text{أ}$

حيث أ ثابت أ $\neq 0$ وكان

$\text{هـ}'(2) = 3\sqrt{\text{أ}}$ ، $\text{هـ}(2) = -2\sqrt{\text{أ}}$

فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ل(س) عند س = 2

الحل:

$\text{ل}(\text{س}) = \frac{\text{أ}}{\text{هـ}^2(\text{س})}$

$\text{س} = 2$ ، $\text{ص} = \text{ل}(2) = \frac{\text{أ}}{(\text{هـ}(2))^2}$

$= \frac{\text{أ}}{(-2\sqrt{\text{أ}})^2} = \frac{\text{أ}}{4\text{أ}} = \frac{1}{4}$

$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{-\text{أ} \times 2\,\text{هـ}(\text{س}) \times \text{هـ}'(\text{س})}{\text{هـ}^4(\text{س})}$

$\text{م} = \text{ل}'(2) = \frac{-2\text{أ}\,\text{هـ}(2) \times \text{هـ}'(2)}{\text{هـ}^4(2)}$

$= \frac{-2\text{أ}\,\text{هـ}'(2)}{\text{هـ}^3(2)}$

$= \frac{-2\text{أ} \times 3\sqrt{\text{أ}}}{(-2\sqrt{\text{أ}})^3}$

$= \frac{-6 \times \cancel{\text{أ}} \times \cancel{\sqrt{\text{أ}}}}{-8 \times \cancel{\sqrt{\text{أ}}}\,\cancel{\sqrt{\text{أ}}}\,\cancel{\sqrt{\text{أ}}}} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

معادلة المماس

$\text{ص} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(\text{س} - 2)$

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

التقاطع :

إذا تقاطع ق مع هـ عند س١ فإن

ق(س١) = هـ(س١)

مثال

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٣} عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص − س − ٦ = صفر

الحل:

نجد نقطة تقاطع ق مع المستقيم

ق(س) = س^{٣}

ص = س + ٦

⇐

ق(س) = ص

س^{٣} = س + ٦

⇐ س = ٢

⇐ ق(٢) = ٢^{٣} = ٨

⇐ نقطة التقاطع هي (٢ ، ٨)

الآن نجد معادلة المماس

ق′(س) = ٣س^{٢}

م = ٣ × ٤ = ١٢

معادلة المماس

ص − ٨ = ١٢(س − ٢)

مثال

جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة

س = ص^{٢} − ٤ص

عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات .

الحل:

عند محور الصادات س = ٠

س = ص^{٢} − ٤ص

٠ = ص^{٢} − ٤ص

٠ = ص(ص − ٤)

⇐ ص = ٤ ، ص = ٠

⇐ نقطتي التقاطع (٠ ، ٤) ، (٠ ، ٠)

نشتق العلاقة

١ = ٢ص ص′ − ٤ص′

عند (٠ ، ٠)

١ = ٠ − ٤ص′

١ = −٤ص′

$-\frac{1}{4}$ = ص′ ⇐ م = $-\frac{1}{4}$

معادلة المماس

ص = $-\frac{1}{4}$ س

عند (٠ ، ٤)

١ = ٨ص′ − ٤ص′

١ = ٤ص′

ص′ = $\frac{1}{4}$ ⇐ م = $\frac{1}{4}$

معادلة المماس

ص − ٤ = $\frac{1}{4}$ س

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٦ صيفي

جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة

(س + ٢ص)^{٣} − ٤س + ٦ص = ٤٣

عند نقطة تقاطع منحنى العلاقة مع المستقيم

٦ص = ٩ − ٣س

الحل:

العلاقة
(س + ٢ص)^{٣} − ٤س + ٦ص = ٤٣

المستقيم ٦ص = ٩ − ٣س
٢ص = ٣ − س

⇐ نجد نقطة التقاطع

(س + (٣ − س))^{٣} − ٤س + (٩ − ٣س) = ٤٣

٢٧ − ٤س + ٩ − ٣س = ٤٣
٣٦ − ٧س = ٤٣
−٧س = ٧
س = −١

نعوض في احدى العلاقتين لمعرفة ص

٢ص = ٣ − س
٢ص = ٣ − −١
٢ص = ٤ ⇐ ص = ٢

⇐ نقطة التقاطع (−١، ٢)

نجد ميل العلاقة :

٣ (س + ٢ص)^{٢} (١ + ٢ص$'$) − ٤ + ٦ص$'$ = ٠

٣ (−١ + ٤)^{٢} (١ + ٢ص$'$) − ٤ + ٦ص$'$ = ٠

٢٧ (١ + ٢ص$'$) + ٦ص$'$ = ٤

٢٧ + ٥٤ص$'$ + ٦ص$'$ = ٤

٦٠ص$'$ = −٢٣

ص$'$ = $\frac{-٢٣}{٦٠}$ = م

⇐ م العمودي = $\frac{٦٠}{٢٣}$

⇐ معادلة العمودي على المماس

ص − ٢ = $\frac{٦٠}{٢٣}$ (س − (−١))

ص − ٢ = $\frac{٦٠}{٢٣}$ (س + ١)

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٨ شتوي جديد

جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة

$\frac{٣}{٤}$ س = ٢ص^{٢} − ٦ص

عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات

الحل:

محور الصادات ⇐ س = ٠

نجد نقط التقاطع

٠ = ٢ص^{٢} − ٦ص
٠ = ٢ص(ص − ٣)
ص = ٠ ، ص = ٣

⇐ النقط (٠، ٠) ، (٠، ٣)

نجد الميل

$\frac{٣}{٤}$ = ٤ص ص$'$ − ٦ص$'$

$\frac{٣}{٤}$ = ص$'$ (٤ص − ٦)

⇐ ص$'$ = $\frac{٣}{٤(٤ص − ٦)}$

عند (٠، ٠)

س$_{١}$ = ٠ ، ص$_{١}$ = ٠ ، م = $\frac{٣}{٤ \times -٦}$ = $\frac{٣}{-٢٤}$ = $\frac{-١}{٨}$

معادلة المماس

ص = $\frac{-١}{٨}$ (س)

عند (٠، ٣)

س$_{١}$ = ٠ ، ص$_{١}$ = ٣ م = $\frac{٣}{٤ \times ٦}$ = $\frac{٣}{٢٤}$ = $\frac{١}{٨}$

معادلة المماس

ص − ٣ = $\frac{١}{٨}$ (س)

❀ التعامد :

إذا كان مماس ق يعامد مماس هـ فإن

ميل ق × ميل هـ = -1

مثال

إذا كان ق(س) = س^2 ، هـ(س) = س^2 - ٢س + ١

فجد النقطة التي يكون عندها مماسا منحنيي الاقترانين ق ، هـ متعامدين .

الحل:

م$_ق$ × م$_{هـ}$ = -1

م$_ق$ = ٢س

م$_{هـ}$ = ٢س - ٢

⇐

(٢س) (٢س - ٢) = -1

٤س^2 - ٤س = -1

٤س^2 - ٤س + ١ = صفر

(٢س - ١) (٢س - ١) = صفر

⇐ س = $\frac{1}{2}$

ق($\frac{1}{2}$) = $(\frac{1}{2})^2$ = $\frac{1}{4}$

⇐ النقطة ($\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$)

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال + ٢٠١٠ شتوي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = س^2 - ٤س + ٣

بحيث يكون المماس عمودياً على المستقيم الذي معادلته

٦ص - ٣س - ٥ = صفر

الحل:

م = قَ(س) = ٢س - ٤

ص = $\frac{٣س}{٦}$ + $\frac{٥}{٦}$

م$_ص$ = صَ = $\frac{3}{6}$

م$_م$ × م$_ص$ = -1

(٢س - ٤) ($\frac{3}{6}$) = -1

$\frac{6}{6}$ س - $\frac{12}{6}$ = -1

س - ٢ = -1

س = ١

ق(١) = ١ - ٤ + ٣ = صفر

⇐ النقطة (١ ، ٠)

م عند س = ١ = ٢ × ١ - ٤

= ٢ - ٤ = -2

⇐

معادلة المماس

ص - ٠ = -2 (س - ١)

مثال

بين أن مماس منحنى الاقتران

ق(س) = $\frac{4}{س}$

ومماس منحنى الاقتران

هـ(س) = س

متعامدان عند نقطة تقاطعهما

الحل:

نجد نقطة التقاطع

ق(س) = هـ(س)

$\frac{4}{س}$ = س

٤ = س^2

⇐ س = ± 2

عند س = ٢ ← ق(٢) = $\frac{4}{2}$ = ٢

عند س = -٢ ← ق(-٢) = $\frac{4}{-2}$ = -٢

⇐ نقطتا التقاطع (٢،٢) ، (-٢،-٢)

ق̀(س) = $\frac{-4}{س^2}$

هـ̀(س) = ١

عند (٢،٢)

م ق = $\frac{-4}{4}$ = -١

م هـ = ١

⇐ م ق × م هـ = -١ × ١ = -١

عند (-٢،-٢)

م ق = $\frac{-4}{4}$ = -١

م هـ = ١

⇐ م ق × م هـ = -١ × ١ = -١

⇐ ق ، هـ متعامدان عند نقطتي تقاطعهما (٢،٢) ، (-٢،-٢) .

٢٠١١ شتوي

جد نقطة تعامد منحنى الاقترانين ق(س) = $\sqrt{2-س}$ ، هـ(س) = س² ثم جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند تلك النقطة.

الحل:

م ق × م هـ = -١

$\frac{-1}{2\sqrt{2-س}} \times 2س = -1$

$\frac{س}{\sqrt{2-س}} = 1$

س = $\sqrt{2-س}$

س² = ٢ - س

س² + س - ٢ = صفر

(س + ٢)(س - ١) = صفر

س = -٢ ، س = ١

لتكون س نقطة تعامد يجب أن تكون نقطة تقاطع ⇐ يجب أن يكون ق(س) = هـ(س)

ق(-٢) = $\sqrt{4}$ = ٢
هـ(-٢) = ٤
⇐ عند س = -٢ ليست تعامد

ق(١) = $\sqrt{1}$ = ١
هـ(١) = ١² = ١
⇐ عند س = ١ يوجد تعامد

س = ١ ← ق(١) = ص = ١

⇐ م = $\frac{-1}{2\sqrt{1}}$ = $-\frac{1}{2}$

معادلة المماس

ص - ١ = $-\frac{1}{2}$ (س - ١)

٢٠١٧ صيفي

جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{س^2 + س + 1}{س + 1}$ ، س ≠ -١ عمودياً على المستقيم ٣ص = -٤س + ٥

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

الحل :

$\text{م}_{\text{م}} \times \text{م}_{\text{المستقيم}} = -1$

ميل م = $\text{ق}'(\text{س}) =$

$$\frac{(\text{س}+1)(2\text{س}+1) - (\text{س}^2+\text{س}+1)(1)}{(\text{س}+1)^2}$$

$$\frac{2\text{س}^2 + 2\text{س} + \cancel{\text{س}} + \cancel{1} - \text{س}^2 - \cancel{\text{س}} - \cancel{1}}{(\text{س}+1)^2}$$

$$\frac{\text{س}^2 + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^2}$$

المستقيم $\text{ص} = \frac{-4}{3}\text{س} + \frac{5}{3}$

$\text{ص}' = \frac{-4}{3}$

$$\Leftarrow \frac{\text{س}^2 + 2\text{س}}{(\text{س}+1)^2} \times \frac{\cancel{-}4}{3} = \cancel{-}1$$

$4(\text{س}^2 + 2\text{س}) = 3(\text{س}+1)^2$

$4\text{س}^2 + 8\text{س} = 3\text{س}^2 + 6\text{س} + 3$

$\text{س}^2 + 2\text{س} - 3 =$ صفر

$(\text{س}+3)(\text{س}-1) =$ صفر

$\text{س} = -3$ ، $\text{س} = 1$

$\text{س} = -3 \longrightarrow \text{ق}(-3) = \frac{9-3+1}{-2} = \frac{-7}{2}$

$\text{س} = 1 \longrightarrow \text{ق}(1) = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3}{2}$

$\Leftarrow$ النقط هي

$(-3 ، \frac{-7}{2})$ ، $(1 ، \frac{3}{2})$

رياضيات (العلمي) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (تطبيقات هندسية) ماجستير رياضيات

⊛ التوازي

إذا كان مماس ق يوازي مماس هـ فإن

$م_{ق} = م_{هـ}$

ملاحظة

إذا كان المماس أفقي فإن الميل = صفر

ملاحظة

إذا كان المماس يوازي محور السينات

⇐ المماس أفقي ⇐ الميل = صفر

ملاحظة

إذا كان العمودي يوازي محور الصادات

⇐ المماس يوازي محور السينات

⇐ المماس أفقي ⇐ ميل المماس = صفر

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران

$ق(س) = س^{٢} - ٦س + ١٢$

مماساً أفقياً عند النقطة (٣،٣)

الحل:

$ق'(س) = ٢س - ٦$

$م = ٢س - ٦$

$٠ = ٢س - ٦$

$٦ = ٢س$

$\Leftarrow س = ٣$

يكون الميل صفر عندما س = ٣

⇐ عند س = ٣ يوجد مماس أفقي

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران

$ق(س) = جا^{٢}س$

مماساً أفقياً في الفترة $]٠، \pi[$

الحل:

$ق'(س) = ٢ جاس جتاس$

$م = ٢ جاس جتاس$

$٠ = ٢ جتاس جاس$

⇐ جاس = صفر أو جتاس = صفر

$س = ٠، \pi$ مرفوضة $س = \frac{\pi}{٢}$

⇐ عند $س = \frac{\pi}{٢}$ يوجد مماس أفقي.

مثال

جد الاحداثي السيني للنقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = س^{٤} - ٤س^{٢} + ٤$

موازياً للمستقيم الذي معادلته

$ص + ٤س + ١ = صفر$

الحل:

$ق(س) = س^{٤} - ٤س^{٢} + ٤$

$ص = -٤س - ١$

سنجد قيمة س عندما

$م_{عم} = م_{المستقيم}$

$٤س^٣ - ٨س = -٤$ $\div ٤$

$س^٣ - ٢س = -١$

$س^٣ - ٢س + ١ = صفر$

$(س-١)(س^٢ + س - ١) = صفر$

$\Leftarrow$ $س = ١$ أو $س = \frac{-١+\sqrt{٥}}{٢}$ أو $س = \frac{-١-\sqrt{٥}}{٢}$

مثال ٢٠١٣ صيفي

جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة

$(ص-٤)^٢ = س + ٢$

التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم الذي معادلته

$٣س + ٦ص + ٢ = صفر$

الحل:

$م_{العلاقة} = م_{المستقيم}$

نجد $م_{العلاقة}$

$٢(ص-٤)ص' = ١$

$ص' = \frac{١}{٢(ص-٤)}$

نجد $م_{المستقيم}$

$٦ص = -٣س + ٢$

$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٣}$

$ص' = -\frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$ $\frac{١}{٢(ص-٤)} = -\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{ص-٤} = -١$

$٤ - ص = ١$

$٤ - ١ = ص$

$ص = ٣$

نعوض في العلاقة لمعرفة الاحداثي السيني

$(٣-٤)^٢ = س + ٢$

$١ = س + ٢$

$-١ = س$

$\Leftarrow$ يوجد نقطة هي $(-١، ٣)$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠٠٩ شتوي

إذا كان $ق(س) = ٢س - جا٤س$ حيث $س \in [٠، \frac{\pi}{٢}]$ فجد جميع قيم س التي يكون عندها العمودي على المماس لمنحنى ق موازياً لمحور الصادات ثم جد معادلة أحد هذه المماسات فقط

الحل:

بما أن العمودي يوازي محور الصادات

$\Leftarrow$ المماس يوازي محور السينات

$\Leftarrow$ المماس أفقي $\Leftarrow$ ميل المماس = صفر

$\Leftarrow$ $ق'(س) = صفر$

$ق'(س) = ٢ - جتا٤س \times ٤$

$٠ = ٢ - ٤ جتا٤س$

$٤ جتا٤س = ٢$

$جتا٤س = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$

$٤س = ٦٠$ ، $٤س = ٣٠٠$

$٤س = \frac{\pi}{٣}$ ، $٤س = \frac{٥\pi}{٣}$

$س = \frac{\pi}{١٢}$ ، $س = \frac{٥\pi}{١٢}$

نجد معادلة المماس عند $س = \frac{\pi}{١٢}$

$\text{س} = \frac{\pi}{12} \Leftarrow \text{ص} = 2\,\frac{\pi}{12} - \text{جا}\,4\,\frac{\pi}{12}$

$= \frac{\pi}{6} - \text{جا}\,\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{م} = 2 - 4\,\text{جتا}\,\frac{4\pi}{12}$

$= 2 - 4\,\text{جتا}\,\frac{\pi}{3}$

$= 2 - 4 \times \frac{1}{2}$

$= 2 - 2 = \text{صفر}$

معادلة المماس

$\text{ص} - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{صفر}\left(\text{س} - \frac{\pi}{12}\right)$

$\text{ص} - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{صفر}$

$\text{ص} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

2012 صيفي

جد النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة

$(\text{ص} - 3)^2 = \text{س} + 4$

موازياً المستقيم

$2\text{س} + 4\text{ص} + 1 = \text{صفر}$

الحل:

م العلاقة = م المستقيم

$2(\text{ص} - 3)\,\text{ص}' = 1$

$\text{ص}' = \frac{1}{2(\text{ص} - 3)}$ ميل العلاقة

المستقيم:

$\text{ص} = \frac{-2}{4}\text{س} - \frac{1}{4}$

$\text{ص} = -\frac{1}{2}\text{س} - \frac{1}{4}$

$\text{ص}' = -\frac{1}{2}$ ميل المستقيم

$\Leftarrow \frac{1}{\cancel{2}(\text{ص} - 3)} = -\frac{1}{\cancel{2}}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$3 - \text{ص} = 1$

$3 - 1 = \text{ص}$

$\text{ص} = 2$

نعوض في العلاقة لمعرفة قيمة س

$(2 - 3)^2 = \text{س} + 4$

$1 = \text{س} + 4$

$\text{س} = -3$

$\Leftarrow$ النقطة هي $(-3 ، 2)$

التماس :

إذا كان ق يمس هـ عند $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1)$ فإن

① ق = هـ عند س_1
(الصورة = الصورة)

② قَ = هـَ عند س_1
($\text{م}_\text{ق} = \text{م}_\text{هـ}$ عند س_1)

مثال

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}}$ عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^2 - \frac{3}{2}\text{س} + \frac{3}{2}$

الحل:

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$\text{م}_\text{ق} = \text{قَ}(\text{س}) = \frac{1}{2\sqrt{\text{س}}}$

$\text{م}_\text{هـ} = \text{هـَ}(\text{س}) = 2\text{س} - \frac{3}{2}$

$\text{م}_\text{ق} = \text{م}_\text{هـ}$

$\frac{1}{2\sqrt{\text{س}}} = 2\text{س} - \frac{3}{2}$ $\times 2$

$\frac{1}{\sqrt{\text{س}}} = 4\text{س} - 3$ تربيع الطرفين

$\frac{1}{\text{س}} = (4\text{س} - 3)^2$

$\frac{1}{\text{س}} = 16\text{س}^2 - 24\text{س} + 9$

$1 = 16\text{س}^3 - 24\text{س}^2 + 9\text{س}$

$16\text{س}^3 - 24\text{س}^2 + 9\text{س} - 1 = \text{صفر}$

$(\text{س} - 1)(16\text{س}^2 - 8\text{س} + 1) = \text{صفر}$

$(\text{س} - 1)(4\text{س} - 1)(4\text{س} - 1) = \text{صفر}$

$\text{س} = 1$ ، $\text{س} = \frac{1}{4}$

$\text{س} = 1 \Leftarrow \text{ق}(1) = \sqrt{1} = 1$ ، $\text{هـ}(1) = 1$

$(1 ، 1) \Leftarrow \text{م} = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$

معادلة المماس

$\text{ص} - 1 = \frac{1}{2}(\text{س} - 1)$

$\text{س} = \frac{1}{4}$ مرفوضة لأن $\text{ق}(\frac{1}{4}) = \frac{1}{2} \neq \text{هـ}(\frac{1}{4}) = \frac{13}{8}$

مثال + ٢٠١٤ شتوي

إذا كان المستقيم
٢س − ص + جـ = صفر
يمس منحنى الاقتران
ق(س) = −٢/س
عند النقطة (س١ ، ص١) فجد قيمة الثابت جـ .

الحل :

ص = ٢س + جـ

ق(س) = −٢/س

ميل المستقيم = ميل ق

٢ = −−٢ × ١ / س²

٢س² = ٢

س² = ١ ⇐ س = ±١

س = ١ ⟵ ق(١) = −٢

س = −١ ⟵ ق(−١) = ٢

عندما (١ ، −٢) نعوض في المستقيم

−٢ = ٢ + جـ

⇐ جـ = −٤

عندما (−١ ، ٢) نعوض في المستقيم

٢ = −٢ + جـ

⇐ جـ = ٤

مثال

جد قيمة كل من الثابتين ب ، جـ اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته
ص − س − ٢ = صفر
مماساً
لمنحنى الاقتران
ق(س) = س² + ب س + جـ
عند النقطة (٠ ، ٢)

الحل :

(٠ ، ٢) نقطة تماس

ق(٠) = ٢ نعوض في الاقتران

ق(٠) = ٠ + ٠ + جـ

٢ = جـ

ق′(٠) = ص′ للمستقيم عند س = ٠

ق′(س) = ٢س + ب

معادلة المستقيم ص = س + ٢

⇐ ص′ = ١

⇐

ق′(٠) = ١

٠ + ب = ١

⇐ ب = ١

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، −٢)
(٢ ، ٦) يمس منحنى الاقتران
ق(س) = ب س² + ٢س − ١
فجد قيمة الثابت ب ؟ .

الحل :

نجد معادلة المستقيم

م = (٦ − −٢)/(٢ − ٠) = ٨/٢ = ٤

ص − (−٢) = ٤(س − ٠)

ص = ٤س − ٢

م الاقتران = م المستقيم

م الاقتران = قَ(س) = ٢ ب س + ٢
م المستقيم = صَ = ٤
⇐
٤ = ٢ ب س + ٢
٢ = ب س + ١
١ = ب س

ق(س) = ص
ب $س^٢$ + ٢س - ١ = ٤س - ٢
(ب س) س + ٢س - ١ = ٤س - ٢
١ × س + ٢س - ١ = ٤س - ٢
٣س - ١ = ٤س - ٢
١ = س

⇐ ١ = ب س
١ = ب × ١
١ = ب

٢٠٠٩ صيفي
إذا كان منحنيا الاقترانين
ق(س) = $س^٢$ + أ س + ب
هـ(س) = $س^٣$ - $س^٢$ - س + جـ
متماسان عند النقطة (-١، ٠) فجد
① قيمة كل من الثوابت أ، ب، جـ
② معادلة المماس المشترك لمنحني الاقترانين ق، هـ عند (-١، ٠)

الحل: ①
(-١، ٠) تقع على ق
⇐ ق(-١) = ٠
(-١، ٠) تقع على هـ
⇐ هـ(-١) = ٠

ق(-١) = ١ - أ + ب
٠ = ١ - أ + ب
أ - ب = ١

هـ(-١) = -١ - ~~١~~ + ~~١~~ + جـ
٠ = -١ + جـ
١ = جـ

قَ(س) = ٢س + أ
هـَ(س) = ٣$س^٢$ - ٢س - ١

قَ(-١) = هـَ(-١)
-٢ + أ = ٣ + ٢ - ١
أ = ٤ + ٢
أ = ٦

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

⇐ ٦ - ب = ١
⇐ ب = ٥

② قَ(س) = ٢س + ٦
س = -١ ، ص = ٠ ، م = ٤
ص - ٠ = ٤ (س - (-١))
ص = ٤س + ٤

٢٠١١ صيفي
إذا كان المستقيم
س + ٦ص + أ = صفر
يمس منحنى الاقتران
ق(س) = $\frac{٣س}{س-٢}$ حيث س ≠ ٢
جد قيمة الثابت أ.

الحل:
المستقيم ص = $\frac{-س}{٦}$ + $\frac{أ}{٦}$

ق(س) = $\frac{٣س}{س-٢}$

م المستقيم = مَ ق

$$\frac{-١}{٦} = \frac{(\text{س}-٢)(٣) - (٣\text{س})(١)}{(\text{س}-٢)^٢}$$

$$\frac{-١}{٦} = \frac{\cancel{٣\text{س}} - ٦ - \cancel{٣\text{س}}}{(\text{س}-٢)^٢}$$

$$(\text{س}-٢)^٢ = ٣٦$$

س $-٢ = ٦$ أو س $-٢ = -٦$

س $= ٨$ ، س $= -٤$

عند س $= ٨$ ، $\text{ق}(٨) = \frac{٢٤}{٦} = ٤$

$\Leftarrow$ $\text{ص} = \frac{-\text{س}}{٦} - \frac{\text{أ}}{٦}$

$$٤ = \frac{-٨}{٦} - \frac{\text{أ}}{٦}$$

$$٢٤ = -٨ - \text{أ}$$

$$٣٢ = -\text{أ} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = -٣٢}$$

عند س $= -٤$ ، $\text{ق}(-٤) = \frac{-١٢}{-٦} = ٢$

$$٢ = \frac{٤}{٦} - \frac{\text{أ}}{٦}$$

$$١٢ = ٤ - \text{أ}$$

$$٨ = -\text{أ} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = -٨}$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

❀ ايجاد معادلة المماس والعمودي على المماس من نقطة خارجة عن الاقتران

ملاحظة

$م_{الاقتران} = ق'(س)$

$م_{الاقتران} = \frac{ص_1 - ص}{س_1 - س}$

حيث $(س_1، ص_1)$ نقطة التماس وتقع على الاقتران

$(س، ص)$ نقطة خارجة عن الاقتران

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + 1$ مماسين مرسومين من النقطة $(0، 0)$

الحل:

$ق(0) = 1$

$\Leftarrow (0، 0)$ نقطة خارجة عن الاقتران

$(س_1، ص_1)$ نقطة تماس

$\Leftarrow$

$م_{الاقتران} = 2س_1$

$م_{الاقتران} = \frac{ص_1 - 0}{س_1 - 0}$

$\Leftarrow$

$\frac{ص_1}{س_1} = 2س_1$

$\frac{س_1^2 + 1}{س_1} = 2س_1$

$س_1^2 + 1 = 2س_1^2$

$1 = 2س_1^2 - س_1^2$

$1 = س_1^2$

$\Leftarrow س_1 = \pm 1$

عند $س = 1 \leftarrow ص = 2 \leftarrow م = 2$

المعادلة (معادلة المماس)

$ص - 2 = 2(س - 1)$

عند $س = -1 \leftarrow ص = 2 \leftarrow م = -2$

المعادلة (معادلة المماس)

$ص - 2 = -2(س - (-1))$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

بيّن أن لمنحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ٥ - \text{س}^2$ مماسين مرسومين من النقطة (٣، ٠)

الحل:

$\text{ق}(٣) = ٥ - ٩ = -٤$

⇐ (٣، ٠) نقطة خارج الاقتران ق

لتكن $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1)$ نقطة تماس

$\text{م}_{\text{الاقتران}} = -٢\text{س}_1$

$$\text{م}_{\text{الاقتران}} = \frac{\text{ص}_1 - ٠}{\text{س}_1 - ٣}$$

⇐

$$\frac{\text{ص}_1}{\text{س}_1 - ٣} = -٢\text{س}_1$$

$$\frac{٥ - \text{س}_1^2}{\text{س}_1 - ٣} = -٢\text{س}_1$$

$٥ - \text{س}_1^2 = -٢\text{س}_1^2 + ٦\text{س}_1$

$\text{س}_1^2 - ٦\text{س}_1 + ٥ = \text{صفر}$

$(\text{س}_1 - ٥)(\text{س}_1 - ١) = \text{صفر}$

$\text{س}_1 = ٥$ ، $\text{س}_1 = ١$

عند $\text{س}_1 = ٥ \longrightarrow \text{ص}_1 = ٥ - ٢٥ = -٢٠$

⇐ $\text{م} = -٢ \times ٥ = -١٠$

⇐ المعادلة (معادلة المماس)

$\text{ص} - (-٢٠) = -١٠(\text{س} - ٥)$

عند $\text{س}_1 = ١ \longrightarrow \text{ص}_1 = ٥ - ١ = ٤$

⇐ $\text{م} = -٢ \times ١ = -٢$

⇐ المعادلة (معادلة المماس)

$\text{ص} - ٤ = -٢(\text{س} - ١)$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠٠٨ شتوي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 + ٣$ إذا كان العمودي على هذا المماس يمر بالنقطة $(٠ ، \frac{٩}{٢})$

الحل:

$\text{ق}(٠) = ٠ + ٣ = ٣$

⇐ $(٠ ، \frac{٩}{٢})$ نقطه خارج ق(س)

لتكن $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1)$ نقطة التماس

$\text{م}_{\text{الاقتران}} = ٢\text{س}_1$

$$⇐ \text{م}_{\text{العمودي}} = \frac{-١}{٢\text{س}_1}$$

$$\text{م}_{\text{العمودي}} = \frac{\text{ص}_1 - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_1 - ٠}$$

$$\frac{\text{ص}_1 - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_1} = \frac{-١}{٢\text{س}_1}$$

$$\frac{\text{س}_1^2 + ٣ - \frac{٩}{٢}}{\text{س}_1} = \frac{-١}{٢\text{س}_1}$$

$٢\text{س}_1^3 + ٦\text{س}_1 - ٩\text{س}_1 = -\text{س}_1$

$٢\text{س}_1^3 - ٢\text{س}_1 = \text{صفر}$

$٢\text{س}_1(\text{س}_1^2 - ١) = \text{صفر}$

$٢\text{س}_1(\text{س}_1 - ١)(\text{س}_1 + ١) = \text{صفر}$

$\text{س}_1 = ٠ ، ١ ، -١$

⇐ لدينا ٣ معادلات مماس

$\text{س} = ٠ \longrightarrow \text{ص} = ٣ \longrightarrow \text{م} = ٠$

$\text{ص} - ٣ = ٠ \Leftarrow \text{ص} = ٣$

$\text{س} = ١ \longrightarrow \text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{م} = ٢ \times ١ = ٢$

$\text{ص} - ٤ = ٢(\text{س} - ١)$

$\text{س} = -١ \longrightarrow \text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{م} = -٢$

$\text{ص} - ٤ = -٢(\text{س} + ١)$

٢٠١٤ صيفي

بيّن أن لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٤ مماسين مرسومين من النقطة (١، ١)

الحل:

ق(١) = ١ + ٤ = ٥ ⇐

(١، ١) نقطة خارج الاقتران ق(س)

لتكن (س١، ص١) نقطة التماس

م = قَ(س) = ٢ س١

م الاقتران = (ص١ − ١) / (س١ − ١)

(ص١ − ١) / (س١ − ١) = ٢ س١

(س١² + ٤ − ١) / (س١ − ١) = ٢ س١

س١² + ٣ = ٢ س١² − ٢ س١

٠ = س١² − ٢ س١ − ٣

٠ = (س١ − ٣)(س١ + ١)

⇐

س١ = ٣ ، س١ = −١

⇐ يوجد مماسان للاقتران ق(س) مرسومان من النقطة (١، ١).

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

لتكن (س١، ص١) نقطة التماس

ق(س) = س² + ٦ س + ٩

م الاقتران = ٢ س١ + ٦

م الاقتران = (ص١ − ٠) / (س١ − ٠)

ص١ / س١ = ٢ س١ + ٦

(س١² + ٦ س١ + ٩) / س١ = ٢ س١ + ٦

س١² + ~~٦ س١~~ + ٩ = ٢ س١² + ~~٦ س١~~

٠ = س١² − ٩

٠ = (س١ − ٣)(س١ + ٣)

س١ = ٣ ، س١ = −٣

س١ = ٣ ⇐ ص١ = ٩ + ١٨ + ٩ = ٣٦

⇐ م = ٦ + ٦ = ١٢

⇐ المعادلة

ص − ٣٦ = ١٢ (س − ٣)

س١ = −٣ ⇐ ص١ = ٩ − ١٨ + ٩ = ٠

م = −٦ + ٦ = صفر

ص − ٠ = ٠ . (س − (−٣))

ص = صفر

٢٠١٧ شتوي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = (س + ٣)² المرسوم من النقطة (٠، ٠)

الحل:

ق(٠) = ٩ ⇐ (٠، ٠) نقطة خارج الاقتران ق

٢٠١٨ شتوي قديم

بين أن المماسين المرسومين من النقطة (٤/٥ ، ٢/٥) لمنحنى الاقتران ق(س) = ٤ − س² غير متعامدين.

الحل:

$\text{ق}(\frac{٢}{٥}) = ٤ - \frac{٤}{٢٥}$

$= \frac{١٠٠}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥} = \frac{٩٦}{٢٥}$

⇐ $(\frac{٢}{٥} ، \frac{١٢}{٥})$ نقطة خارج الاقتران ق(س)

لتكن (س١ ، ص١) نقطة التماس

ميل ق = قَ(س) = $-٢\text{س}_١$

ميل المماس = $\frac{\text{ص}_١ - \frac{١٢}{٥}}{\text{س}_١ - \frac{٢}{٥}}$

$\frac{\text{ص}_١ - \frac{١٢}{٥}}{\text{س}_١ - \frac{٢}{٥}} = -٢\text{س}_١$

$٤ - \text{س}_١^٢ - \frac{١٢}{٥} = -٢\text{س}_١^٢ + \frac{٤}{٥}\text{س}_١$

$\text{س}_١^٢ - \frac{٤}{٥}\text{س}_١ + \frac{٢٠}{٥} - \frac{١٢}{٥} = \text{صفر}$

$\text{س}_١^٢ - \frac{٤}{٥}\text{س}_١ - \frac{١}{٥} = \text{صفر}$

$(\text{س}_١ - ١)(\text{س}_١ + \frac{١}{٥}) = \text{صفر}$

$\text{س}_١ = ١ \quad ، \quad \text{س}_١ = \frac{-١}{٥}$

$\text{س}_١ = ١ \longleftarrow \text{م} = -٢$

$\text{س}_١ = \frac{-١}{٥} \longleftarrow \text{م} = \frac{٢}{٥}$

الآن

$-٢ \times \frac{٢}{٥} = \frac{-٤}{٥} \neq -١$

⇐ المماسان غير متعامدان.

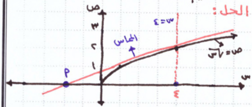
ايجاد مساحة المثلث :

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

مثال ٢٠١٣ شتوي

جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $ص = \sqrt{س}$ ، $س > ٠$ عند النقطة (٤ ، ٢) ومحور السينات والمستقيم $س = ٤$

الحل :



نجد معادلة المماس عند (٤ ، ٢)

$$ص' = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

$$\Leftarrow م = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

$$ص - ٢ = \frac{1}{4}(س - ٤)$$

$$ص = \frac{1}{4}س - ١ + ٢$$

$$ص = \frac{1}{4}س + ١$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نجد احداثيات النقطة م حيث م تقع على المماس ومحور السينات (ص = ٠)

$$٠ = \frac{1}{4}س + ١$$

$$-١ = \frac{1}{4}س$$

$$-٤ = س$$

$\Leftarrow$ م (-٤ ، ٠)

نقاط المثلث (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٠) ، (-٤ ، ٠)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (فرق السينات) (فرق الصادات)

$= \frac{1}{2}$ (٤ - -٤) (٢ - ٠)

$= \frac{1}{2} \times ٨ \times ٢$

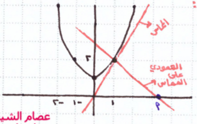
= ٨ وحدة مربعة .

مثال

جد مساحة المثلث الناتج عن تقاطع محور السينات والمماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = س² + ١ عند النقطة (١، ٢)

الحل :



عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نجد معادلة المماس

س١ = ١ ، ص١ = ٢

ق'(س) = ٢س ← م = ٢ × ١ = ٢

ص − ٢ = ٢ (س − ١)

ص = ٢س − ٢ + ٢

$\boxed{\text{ص = ٢س}}$

معادلة العمودي

ص − ٢ = −½ (س − ١)

ص = −½ س + ½ + ٢

ص = −½ س + ٥/٢

نجد احداثيات أ (س، ٠) تقع على العمودي ومحور السينات ←

٠ = −½ س + ٥/٢

−٥/٢ = −½ س

−٥ = −س ← س = ٥

← أ = (٥، ٠)

← نقاط المثلث (٥، ٠)، (١، ٢)، (٠، ٠)

مساحة المثلث = ½ × فرق السينات × فرق الصادات

= ½ (٥ − ٠) × (٢ − ٠)

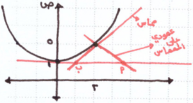
= ½ × ٥ × ٢ = ٥ وحدة مربعة

٢٠١٢ شتوي

جد مساحة المثلث المكون من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ١ عند (٢، ٥) والمستقيم ص = ١ ، علماً بأن معادلة العمودي

ص = −¼ س + ١١/٢

الحل :



نجد معادلة المماس

س = ٢ ، ص = ٥ ، ق'(س) = ٢س ← م = ٤

ص − ٥ = ٤ (س − ٢)

ص = ٤س − ٣

نجد احداثيات أ = (س، ١)

أ تقع على العمودي و ص = ١ ←

١ = −¼ س + ١١/٢

٤ = −س + ٢٢

س = ١٨ ← أ (١٨، ١)

نجد احداثيات ب = (س، ١)

ب تقع على المماس و ص = ١

١ = ٤س − ٣

٤ = ٤س ← س = ١ ← ب (١، ١)

نقاط المثلث (٢، ٥)، (١٨، ١)، (١، ١)

مساحة المثلث = ½ × القاعدة × الارتفاع

= ½ × (١٨ − ١) (٥ − ١)

= ½ × ١٧ × ٤

= ٢ × ١٧

= ٣٤ وحدة مربعة.

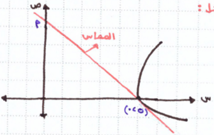
٢٠١٥ شتوي

جد مساحة المثلث الواقع في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس منحنى العلاقة .

$$ص = \frac{٥}{س} - \frac{س}{٥} \quad ، \quad س \neq ٠$$

عند النقطة (٥، ٠)

الحل :



نجد معادلة المماس

س = ٥ ، ص = ٠

$$ص' = \frac{-٥}{س^٢} - \frac{١}{٥}$$

$$م = \frac{-٥}{٢٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-١}{٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-٢}{٥}$$

معادلة المماس :

$$ص - ٠ = \frac{-٢}{٥}(س - ٥)$$

$$ص = \frac{-٢}{٥}س + ٢$$

نجد احداثيات أ = (٠، ص) نعوض في المماس

ص = ٠ + ٢ = ٢

⇐ أ = (٠، ٢)

⇐ رؤوس المثلث

(٥، ٠) ، (٠، ٠) ، (٠، ٢)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

$= \frac{١}{٢}(٥ - ٠)(٢ - ٠)$

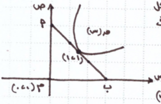
$= \frac{١}{٢} × ٥ × ٢$

= ٥ وحدة مربعة .

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

٢٠١٦ شتوي

معتمداً الشكل الذي يمثل المثلث أ م ب الذي ضلعه $\overline{أب}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) حيث



$$ق(س) = \frac{جـ}{س+١} \quad ، \quad س \neq -١$$

عند النقطة (١، ١) فجد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحته تساوي $\frac{٩}{٤}$ وحدة مربعة

الحل :

نجد معادلة المماس

س = ١ ، ص = ١

$$ق'(س) = \frac{-جـ}{(س+١)^٢}$$

$$م = \frac{-جـ}{٢^٢} = \frac{-جـ}{٤}$$

المعادلة

$$ص - ١ = \frac{-جـ}{٤}(س - ١)$$

$$ص = \frac{-جـ}{٤}س + \frac{جـ}{٤} + ١$$

نجد ب = (س، ٠)

$$٠ = \frac{-جـ}{٤}س + \frac{جـ+٤}{٤}$$

$$-\frac{(جـ+٤)}{٤} = \frac{-جـ}{٤}س$$

$$س = \frac{-(جـ+٤)}{٤} \div \frac{-جـ}{٤}$$

$$س = \frac{-(جـ+٤)}{\cancel{٤}} × \frac{\cancel{٤}}{-جـ}$$

$$⇐ س = \frac{جـ+٤}{جـ} \quad ⇐ \quad ب = \left(\frac{جـ+٤}{جـ}، ٠\right)$$

نجد احداثيات م = (٠ ، ص)

$$\text{ص} = ٠ + \frac{\text{جـ}+٤}{٤}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{جـ}+٤}{٤}$$

$$\Leftarrow \text{م} = \left(٠ ، \frac{\text{جـ}+٤}{٤}\right)$$

نقاط المثلث

$$\left(\frac{\text{جـ}+٤}{\text{جـ}} ، ٠\right) ، (٠ ، ٠) ، \left(٠ ، \frac{\text{جـ}+٤}{٤}\right)$$

مساحة المثلث = ½ × القاعدة × الارتفاع

$$\frac{٩}{٤} = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{\text{جـ}+٤}{\text{جـ}} - ٠\right) \times \left(\frac{\text{جـ}+٤}{٤} - ٠\right)$$

$$\frac{٩}{\cancel{٤}} = \frac{١}{٢\text{جـ}} \cdot \frac{(\text{جـ}+٤)^٢}{\cancel{٤}}$$

$$١٨\text{جـ} = (\text{جـ}^٢ + ٨\text{جـ} + ١٦)$$

$$١٨\text{جـ} = \text{جـ}^٢ + ٨\text{جـ} + ١٦$$

$$\text{جـ}^٢ - ١٠\text{جـ} + ١٦ = \text{صفر}$$

$$(\text{جـ} - ٨)(\text{جـ} - ٢) = \text{صفر}$$

جـ = ٨ ، جـ = ٢

الآن مَ(١) = ١

عند جـ = ٨ $\quad$ $\text{مَ}(\text{س}) = \frac{٨}{\text{س}+١}$

$$\Leftarrow \text{مَ}(١) = \frac{٨}{٢} = ٤$$ مرفوض

عند جـ = ٢ $\quad$ $\text{مَ}(\text{س}) = \frac{٢}{\text{س}+١}$

$$\text{مَ}(١) = \frac{٢}{٢} = ١$$

$$\Leftarrow \text{جـ} = ٢$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

إذا كان ق(س) = $س^4 - 6س^2 + 4$

① جد قَ(س)

② متى يكون للاقتران مماس أفقي

الحل :

① قَ(س) = $4س^3 - 12س$

② المماس أفقي ⇐ قَ(س) = صفر

⇐

صفر = $4س^3 - 12س$

$\cdot = 4س(س^2 - 3)$

$\cdot = 4س(س - \sqrt{3})(س + \sqrt{3})$

⇐ س = ٠ ، $\sqrt{3}$ ، $-\sqrt{3}$

مثال

إذا كان ق(س) = جاس − $\frac{1}{2}$ س حيث س ∈ [٠، ٢π] فجد قيمة (قيم) س التي تجعل المماس لمنحنى ق أفقياً .

الحل:

المماس أفقي ⇐ قَ(س) = صفر

قَ(س) = جتاس − $\frac{1}{2}$

٠ = جتاس − $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ = جتاس

⇐ س = ٦٠° ، ٣٠٠°

$\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625