# قواعد الاشتقاق (١)

Esam Shikh
0796300625

## [١] قاعدة الثابت

ق(س) = جـ $\Leftarrow$ قَ(س) = صفر

**مثال**
إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣}$
جد قَ(س) ، قَ(١) ، قَ(-٤)
**الحل:**
قَ(س) = صفر
قَ(١) = صفر
قَ(-٤) = صفر

**مثال**
إذا كان ق(س) = ٦ ، جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = صفر

**مثال**
إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣٠}$ جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = صفر

**مثال**
إذا كان ق(س) = ٤ $\pi^2$ ، جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = صفر

## [٢]

إذا كان ق(س) = $س^{ن}$ حيث ن عدد صحيح موجب فإن
قَ(س) = ن $س^{ن-١}$

## البرهان:

$$قَ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{ن} - س^{ن}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\cancel{(ع - س)}(ع^{ن-١} + ع^{ن-٢}س + ع^{ن-٣}س^{٢} + \dots + س^{ن-١})}{\cancel{(ع - س)}}$$

$$= س^{ن-١} + س^{ن-١} + \dots + س^{ن-١} \quad (ن \text{ مرة})$$

$$= ن\,(س)^{ن-١}$$

**مثال**
إذا كان ق(س) = $س^{٥}$ جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = ٥ $س^{٤}$

**مثال**
إذا كان ق(س) = $س^{١٢}$ جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = ١٢ $س^{١١}$

**مثال**
إذا كان ق(س) = س ، جد قَ(س)
**الحل:**
قَ(س) = ١

**مثال**
إذا كان ق(س) = $س^{٥}$ جد قَ(-١)
**الحل:**
قَ(س) = ٥ $س^{٤}$

$ق'(-1) = 5 \times (-1)^4$

$= 5 \times 1 = 5$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = س^{12}$ جد $ق'(-1)$

**الحل :**

$ق'(س) = 12\, س^{11}$

$ق'(-1) = 12 \times (-1)^{11}$

$= 12 \times -1 = -12$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = س$ ، جد $ق'(-1)$

**الحل :**

$ق'(س) = 1$

$ق'(-1) = 1$

**3) مشتقة عدد × اقتران**

إذا كان $ق(س) = جـ \times هـ(س)$ فإن

$ق'(س) = جـ \times هـ'(س)$

**البرهان :**

$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{جـ\, هـ(ع) - جـ\, هـ(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} جـ \left( \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س} \right)$

$= جـ \times \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$

$= جـ \times هـ'(س)$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = 4\, س^5$ جد $ق'(س)$

**الحل :**

$ق'(س) = 20\, س^4$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = -\, س^6$ جد $ق'(س)$

**الحل :**

$ق'(س) = -6\, س^5$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = -4\, س^2$ جد $ق'(س)$

**الحل :**

$ق'(س) = -8\, س$

**مثال**

إذا كان $ص = 4\, س^{10}$ جد $\frac{دص}{دس}$

**الحل :**

$\frac{دص}{دس} = 40\, س^9$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = \frac{س^3}{\pi}$ جد $ق'(س)$

**الحل :**

$ق'(س) = \frac{3}{\pi}\, س^2$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = \frac{س}{\sqrt{2}}$ جد $ق'(س)$

**الحل :**

$ق'(س) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

**مثال**

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{2}\text{س}^{4}$ جد $\text{ق}'(-1)$

**الحل:**

$\text{ق}'(\text{س}) = 2\,\text{س}^{3}$

$\text{ق}'(-1) = 2 \times (-1)^{3} = 2 \times -1 = -2$

**مثال**

إذا كان $\text{ص} = \frac{4}{3}\pi\,\text{س}^{3}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

**الحل:**

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 4\pi\,\text{س}^{2}$

**مثال**

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (\frac{1}{2}\text{س})^{4}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$

**الحل:**

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{1}{16}\text{س}^{4}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{4}{16}\text{س}^{3} = \frac{1}{4}\text{س}^{3}$ .

## ٤ مشتقة الجمع والطرح

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{م}(\text{س}) \pm \text{هـ}(\text{س})$

$\Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \text{م}'(\text{س}) \pm \text{هـ}'(\text{س})$

**برهان الجمع:**

$\text{ق}(\text{س}) = \text{م}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س})$

$$\text{ق}'(\text{س}) = \lim_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{(\text{م}(\text{ع}) + \text{هـ}(\text{ع})) - (\text{م}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}))}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\text{م}(\text{ع}) - \text{م}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}} + \lim_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\text{هـ}(\text{ع}) - \text{هـ}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \text{م}'(\text{س}) + \text{هـ}'(\text{س})$$

**مثال**

إذا كان $\text{ص} = \text{س}^{2} + 3\text{س} - 4$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

**الحل:**

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 2\text{س} + 3$

**مثال**

إذا كان $\text{ص} = \frac{1}{4}\text{س}^{4} + \frac{1}{3}\text{س}^{3} - \text{س}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

**الحل:**

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{س}^{3} + \text{س}^{2} - 1$

**مثال**

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = 7\text{س}^{2} + \sqrt{3}\,\text{س}^{4}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$

**الحل:**

$\text{ق}'(\text{س}) = 14\text{س} + 4\sqrt{3}\,\text{س}^{3}$

**مثال**

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = 4\text{س}^{5} - \pi\,\text{س}^{6}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$

**الحل:**

$\text{ق}'(\text{س}) = 20\text{س}^{4} - 6\pi\,\text{س}^{5}$

**مثال**

إذا كان ل ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان $\text{ل}'(-2) = 4$ ، $\text{هـ}'(-2) = -3$ فجد $\text{ق}'(-2)$ حيث $\text{ق}(\text{س}) = 6\,\text{ل}(\text{س}) - 2\,\text{هـ}(\text{س})$

**الحل:**

$\text{ق}'(\text{س}) = 6\,\text{ل}'(\text{س}) - 2\,\text{هـ}'(\text{س})$

$\text{ق}'(-2) = 6\,\text{ل}'(-2) - 2\,\text{هـ}'(-2)$

$= 6 \times 4 - 2 \times -3$

Esam Shikh
0796300625

= ٢٤ − (−٦)
= ٢٤ + ٦ = ٣٠

**مثال**

إذا كان ل′(−٢) = ٤ ، هـَ(−٢) = −٣
جد قَ(−٢) حيث
ق(س) = $\frac{١}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س$^{٣}$

**الحل :**

قَ(س) = $\frac{١}{٢}$ ل′(س) + هـَ(س) + ٣ س$^{٢}$

قَ(−٢) = $\frac{١}{٢}$ ل′(−٢) + هـَ(−٢) + ٣ × (−٢)$^{٢}$
= $\frac{١}{٢}$ × ٤ + (−٣) + ٣ × ٤
= ٢ − ٣ + ١٢
= −١ + ١٢ = ١١

**مثال**

إذا كان ص = $\frac{١}{٤}$ (س$^{٢}$ + ٨) جد $\frac{دص}{دس}$

**الحل :**

ص = $\frac{١}{٤}$ س$^{٢}$ + ٢

$\frac{دص}{دس}$ = $\frac{٢}{٤}$ س = $\frac{١}{٢}$ س

**مثال**

إذا كان ق(س) = ٢س$^{٣}$(٤س − ٥س$^{٢}$) فجد قَ(س)

**الحل :**

ق(س) = ٨ س$^{٤}$ − ١٠ س$^{٥}$

قَ(س) = ٣٢ س$^{٣}$ − ٥٠ س$^{٤}$

**مثال**

إذا كان ق(س) = ٥س$^{٤}$(٢س − $\frac{٣}{س}$)
جد قَ(−١)

**الحل :**

ق(س) = ١٠ س$^{٥}$ − ١٥ س$^{٣}$

قَ(س) = ٥٠ س$^{٤}$ − ٤٥ س$^{٢}$

قَ(−١) = ٥٠ × (−١)$^{٤}$ − ٤٥ × (−١)$^{٢}$
= ٥٠ × ١ − ٤٥ × ١
= ٥٠ − ٤٥ = ٥

رياضيات ( العلمي ) الوحدة ( التفاضل ) عصام محمد الشيخ

الفصل ( الأول ) العنوان ( قواعد الاشتقاق (١) ) ماجستير رياضيات

**مثال**

إذا كان ق(س) = س$^{٣}$ |س| جد ق‘(٤)

**الحل :**

ق(س) = س$^{٣}$ × س

= س$^{٤}$

ق‘(س) = ٤ س$^{٣}$

ق‘(٤) = ٤ × (٤)$^{٣}$

= ٤ × ٦٤ = ٢٥٦

---

**مثال**

إذا كان ق(س) = س$^{٤}$ |س| جد ق‘(-٢)

**الحل :**

ق(س) = س$^{٤}$ × (-س)

= - س$^{٥}$

ق‘(س) = -٥ س$^{٤}$

ق‘(-٢) = -٥ × (-٢)$^{٤}$

= -٥ × ١٦ = -٨٠

---

**مثال**

إذا كان ق(س) = |س - ٢| + ٣س$^{٢}$ جد ق‘(١)

**الحل :**

ق(س) = ٢ - س + ٣س$^{٢}$

ق‘(س) = -١ + ٦س

ق‘(١) = -١ + ٦ × ١

= -١ + ٦ = ٥

---

**مثال**

إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ + |٣س - ٦|

جد ق‘(٣)

**الحل :**

ق(س) = س$^{٢}$ + ٣س - ٦

ق‘(س) = ٢س + ٣

ق‘(٣) = ٢ × ٣ + ٣

= ٦ + ٣ = ٩

Esam Shikh

0796300625

**مثال**

إذا كان $ق(س) = ٤س^٣ - [٢س + ١]$ فجد $قَ(٠٫٦)$

**الحل :**

$ق(س) = ٤س^٣ - ٢$

$قَ(س) = ١٢س^٢$

$قَ(٠٫٦) = ١٢ \times (٠٫٦)^٢$

$= ١٢ \times ٠٫٣٦ = ٤٫٣٢$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = [\frac{١}{٢}س + ٥] - ٤س^٢$ جد $قَ(٢٫٤)$

**الحل :**

$ق(س) = ٦ - ٤س^٢$

$قَ(س) = -٨س$

$قَ(٢٫٤) = -٨ \times ٢٫٤ = -١٩٫٢$

**مثال**

إذا كان $ق(س) = س^٢ - [٢س + ١]$ فجد $قَ(١٫٤)$ .

**الحل :**

$ق(س) = س^٢ - ٣$

$قَ(س) = ٢س$

$قَ(١٫٤) = ٢ \times ١٫٤ = ٢٫٨$

Esam Shikh
0796300625

مثال

إذا كان ق(س) = [٢س + ١] + |س|
جد قَ(٤و٠)

الحل:

ق(س) = ٢ + س
قَ(س) = ١
قَ(٤و٠) = ١

---

مثال

إذا كان ق(س) = ٣س + [س + ١و٠] - |س|
جد قَ(-١).

الحل:

ق(س) = ٣س + (-١) - (-س)
= ٣س - ١ + س
= ٤س - ١

قَ(س) = ٤
قَ(-١) = ٤

---

٢٠٠٩ صيفي

إذا كان ق(س) = [س] × |س| حيث
س ∈ (-٣، -٢) فإن قَ(-٥/٢) =

$\boxed{\text{أ) ٣}}$ ب) -٣ ج) صفر د) -٢

الحل:

ق(س) = -٣ × -س
ق(س) = ٣س
قَ(س) = ٣
قَ(-٥/٢) = ٣

---

Esam Shikh
0796300625